

Математическое моделирование морских систем

УДК 551.46.02

И.Е. Тимченко, Е.М. Игумнова

Процессы адаптации в интегральных моделях морских экосистем при нелинейных связях между ними

Рассмотрено применение нелинейных эмпирических зависимостей между процессами в интегральных моделях морских экосистем, построенных методом адаптивного баланса влияний (*ABC*-методом). Предложено использовать значения производных от эмпирических зависимостей в качестве переменных функций влияний в уравнениях моделей. Адаптация процессов для случая нелинейных влияющих функций показана на примере простой модели баланса потребления биоресурсов. Исследована роль нелинейных логических операторов лимитирования ресурсов развития при формировании концентраций живых организмов в интегральной модели морской экосистемы. Показано, что нелинейные функции лимитирования развития не нарушают устойчивости *ABC*-модели морской экосистемы, но существенно усложняют сценарии моделируемых процессов.

Ключевые слова: адаптация, производные нелинейных связей, экосистемы.

Введение

Для управления природно-хозяйственными системами прибрежной зоны моря необходимо прогнозировать сценарии эколого-экономических процессов потребления ресурсов этой зоны. Прогностические сценарии нужны, в частности, для нахождения рационального баланса потребления и воспроизводства морских биоресурсов. В силу значительной сложности этой проблемы информационные технологии управления морскими биоресурсами преимущественно основаны на использовании интегральных (агрегированных) моделей морских экосистем [1 – 3]. Агрегирование реальных процессов в экосистемах заключается не только в их пространственно-временном осреднении, но и в отказе от детального описания механизмов питания, дыхания и популяционной динамики гидробионтов. Например, имеющие практическое значение оценки концентрации биоресурса в морской среде рассматриваются как суммарный результат влияния концентраций зоопланктона, кислорода и биогенных элементов на некоторый обобщенный параметр экосистемы, условно называемый биоресурсом. Этим достигается существенное упрощение модели, однако появляется проблема оценки характера влияний одних процессов на другие.

Перспективным методом построения интегральных моделей подобных систем является метод адаптивного баланса влияний [1]. Динамические уравнения *ABC*-модели морской экосистемы содержат n взаимосвязанных про-

цессов развития x_i и управляющих воздействий f_i , приложенных к данной экосистеме, и имеют следующий общий вид:

$$\frac{dx_i}{dt} = x_i \left[1 - 2 \left(x_i - \sum_{j=1}^{n-1} a_{ij} x_j - f_i \right) \right] \quad (i, j = 1, 2, \dots, n), \quad (i \neq j). \quad (1)$$

Уравнения, входящие в систему (1), относятся к логистическому типу уравнений, что обеспечивает при их решении быструю адаптацию значений x_i друг к другу и к управляющим воздействиям f_i . При отсутствии внешних влияний система приходит в стационарное состояние, которое зависит от выбора коэффициентов взаимных влияний процессов a_{ij} . Процессы в экосистеме, являющиеся реакцией уравнений (1) на внешние влияния f_i , представляют собой отклонения x_i от соответствующих стационарных состояний. Поэтому принципиально важно правильно определить величины коэффициентов влияний a_{ij} . Для их определения может быть применен один из экспертных методов [3]. Речь идет о сравнительной оценке степени влияний одних процессов на другие, относительно которой эксперты, обладающие необходимым опытом, могут высказать свои суждения. Однако при этом возможны ошибочные оценки, связанные с субъективными мнениями экспертов.

Объективный метод определения коэффициентов влияний был предложен в работе [1]. Он основан на использовании данных наблюдений о динамике моделируемых процессов для оценки элементов корреляционных матриц $R_{kl} = E\{x'_k x'_l\}$ и $G_{mn} = E\{x'_m f'_n\}$, в которых x'_i – отклонения процессов развития в экосистеме от их стационарных состояний, f'_i – отклонения внешних влияний от их средних значений. Если корреляционные матрицы известны, то коэффициенты влияний могут быть найдены из следующей системы уравнений, которая выводится с использованием метода оптимальной интерполяции Колмогорова [1, 4]:

$$\frac{da_{ij}}{dt} = a_{ij} \left\{ 1 - 2 \left[a_{ij} - R_{jj}^{-1} \left(R_{ij} - \sum_{k=1}^n a_{i,k} R_{k,j} - \sum_{l=1}^n a_{i,l} G_{l,j} \right) \right] \right\} \quad (2)$$

$$(i, j = 1, 2, \dots, n), (k, l \neq i).$$

Однако одновременные наблюдения процессов, рассчитываемых по интегральным моделям морских экосистем, весьма сложно осуществить практически. Поэтому для использования объективного метода оценки коэффициентов a_{ij} из системы уравнений (2) необходима постановка специальных измерений в море.

Вместе с тем накопленный опыт обработки полевых и лабораторных наблюдений позволяет ввести функциональные связи между отдельными процессами в экосистемах. Примером может служить эмпирическая зависимость рациона зоопланктона, которая определяется по формуле

$$R_{ZP/PP} = cZP[1 - \exp(-\lambda_{ZP/PP}PP)],$$

где $R_{ZP/PP}$ – концентрация фитопланктона, потребляемого зоопланктоном; ZP – концентрация зоопланктона; PP – концентрация фитопланктона; $\lambda_{ZP/PP}$ – параметр, устанавливающий скорость потребления; c – коэффициент пропорциональности. Подобные зависимости содержат информацию об изменчивости связей между процессами, то есть о нелинейной зависимости между ними.

С использованием эмпирических функциональных зависимостей между процессами в экосистеме связан еще один способ определения коэффициентов влияний в интегральных *ABC*-моделях экосистем, который мы предлагаем в настоящей работе. Этот способ занимает промежуточное положение между постоянными коэффициентами влияний, назначаемыми экспертами для использования в модели (1), и их переменными значениями, рассчитываемыми по модели (1), (2), которые становятся в этом случае влияющими функциями. Наряду с внешними влияниями f_i переменные связи между процессами формируют сценарии развития, прогнозируемые *ABC*-моделью экосистемы. Примеры построения сценариев в условиях нелинейных связей рассмотрим ниже на упрощенной модели баланса потребления и воспроизводства биоресурсов.

Для учета зависимости концентрации гидробионтов от меняющихся условий их обитания в морской среде необходимо использовать эмпирические данные о лимитировании процессов изменения концентраций живых организмов. Как известно, количество гидробионтов в конкретном объеме морской среды определяется наличием всех необходимых видов ресурсов, обеспечивающих условия их жизни. В каждый момент времени только один из видов ресурсов находится в том количестве, которое ограничивает дальнейший рост или убыль популяции. Следовательно, для моделирования процессов изменения концентраций необходимо следить за ресурсным обеспечением гидробионтов и связывать изменения их концентраций с динамикой того вида ресурса, который является лимитирующим в данный момент времени.

В работах [2, 3] приведены примеры применения существенно нелинейных логических функций (агентов управления) для учета ресурсных ограничений процессов развития. Ниже рассмотрим эту задачу для случая *ABC*-модели интегральной морской экосистемы, связывающей между собой семь процессов развития, которые находятся под влиянием солнечной радиации, приводного ветра и температуры верхнего слоя моря.

Адаптация процессов развития в *ABC*-модели сохранения концентрации биоресурсов в морской экосистеме при нелинейных связях между ними

Коэффициенты влияний в уравнениях метода адаптивного баланса (1) являются следствием принятого допущения о линейной зависимости каждого из моделируемых процессов развития друг от друга. Однако *ABC*-метод позволяет снять это допущение и рассматривать общий случай произвольных нелинейных функциональных связей между процессами.

Обозначим функциональную зависимость процесса x_i от процесса x_j как $x_i = x_i(x_j)$. Влияние процесса x_j на процесс x_i тем сильнее, чем больше значение x_j и выше мгновенная скорость изменения функции $x_i = x_i(x_j)$:

$$x_i = \frac{\partial x_i}{\partial x_j} x_j. \quad (3)$$

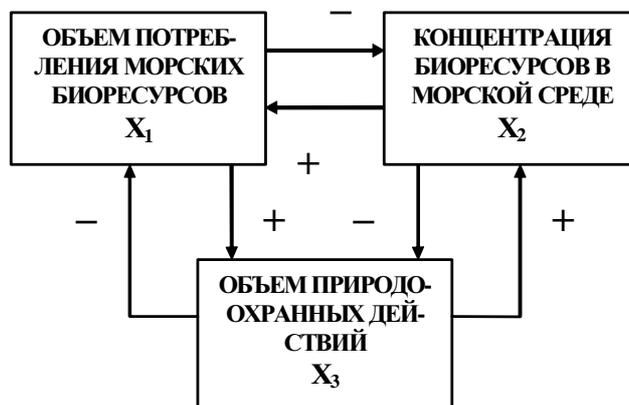
В частности, когда существует линейная функциональная связь $x_i = a_{ij}x_j + b_i$, выражение (3) принимает вид $x_i = a_{ij}x_j$, который и был использован при выводе системы уравнений (1) [1].

При произвольных функциональных связях между моделируемыми процессами система уравнений ABC-метода имеет наиболее общий вид

$$\frac{dx_i}{dt} = x_i \left[1 - 2 \left(x_i - \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^n \frac{\partial x_i}{\partial x_j} x_j - f_i \right) \right], \quad (4)$$

где f_i – функции внешних влияний на систему. Уравнения ABC-метода в форме (4) удобно использовать, когда функциональные связи между процессами могут быть получены по данным наблюдений (например путем регрессионного анализа). Отказ от линейного приближения функциональных связей теоретически должен привести к более точным прогнозам сценариев развития. Поэтому представляет интерес практическая проверка этого положения.

Рассмотрим простейшую модель сохранения концентрации биоресурсов в морской экосистеме, которая состоит из трех взаимосвязанных процессов развития: x_1 – объем потребления морских биоресурсов в конкретном районе прибрежной зоны моря, x_2 – концентрация биоресурсов в морской среде, x_3 – объем природоохранных действий, компенсирующих уменьшение концентрации биоресурсов при их потреблении. Схема влияний, представляющая концептуальную модель этой системы, приведена на рис. 1.



Р и с. 1. Схема влияний в простейшей модели сохранения концентраций биоресурсов в морской экосистеме

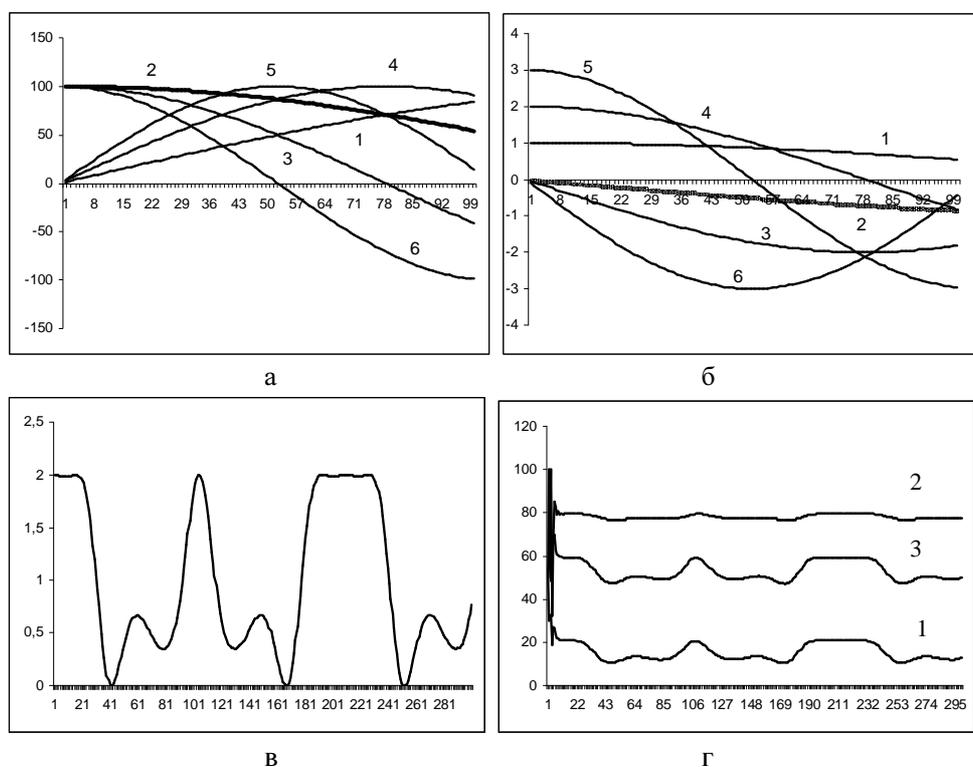
Примем, что путем предварительной экспертизы установлены эмпирические зависимости между моделируемыми процессами, которые были аппроксимированы следующими функциональными связями:

$$\begin{aligned} x_1 &= 100 \sin(0,1x_2), & x_1 &= 100 \cos(0,1x_3), & x_2 &= 100 \cos(0,2x_1), \\ x_2 &= 100 \sin(0,2x_3), & x_3 &= 100 \sin(0,3x_1), & x_3 &= 100 \cos(0,3x_2). \end{aligned} \quad (5)$$

В качестве внешнего влияния будем использовать только одну функцию f_1 , имитирующую изменения спроса на морские биоресурсы и связанные с этим колебания объемов их потребления. Для этой функции выберем представление

$$f_1(t) = 10 \cos[0,6t - \sin(0,9t)].$$

Функции, имитирующие эмпирические связи между процессами, показаны на рис. 2, а, графики их производных – на рис. 2, б. Как следует из этих рисунков, выбранные зависимости существенно отличаются от линейных, а соответствующие им функции влияния – от постоянных коэффициентов влияния. График функции, имитирующей колебания спроса на морской биоресурс, приведен на рис. 2, в.



Р и с. 2. Функции влияния и рассчитанные сценарии процессов в модели сохранения концентраций биоресурсов в экосистеме: а – имитированные эмпирические связи между моделируемыми процессами, здесь 1 – $x_1 = x_1(x_2)$, 2 – $x_1 = x_1(x_3)$, 3 – $x_2 = x_2(x_1)$, 4 – $x_2 = x_2(x_3)$, 5 – $x_3 = x_3(x_1)$, 6 – $x_3 = x_3(x_2)$; б – производные от эмпирических связей; в – заданная функция спроса на морские биоресурсы $f_1(t)$; г – адаптированные к функции спроса сценарии процессов при постоянных коэффициентах влияния, здесь 1 – $x_1(t)$, 2 – $x_2(t)$, 3 – $x_3(t)$

Используя общие уравнения *ABC*-метода в форме (4), выпишем уравнения *ABC*-модели сохранения концентрации биоресурсов в морской экосистеме:

$$\begin{aligned}\frac{dx_1}{dt} &= x_1 \{1 - 2[x_1 - \gamma(\cos(0,01x_2)x_2 + \sin(0,01x_3)x_3) - 10 \cos[0,6t - \sin(0,9t)]]\}, \\ \frac{dx_2}{dt} &= x_2 \{1 - 2[x_2 + \gamma(2 \sin(0,02x_1)x_1 - \cos(0,02x_3)x_3)]\}, \\ \frac{dx_3}{dt} &= x_3 \{1 - 2[x_3 - \gamma(3 \cos(0,03x_1)x_1 + 3 \sin(0,03x_2)x_2)]\}.\end{aligned}\quad (6)$$

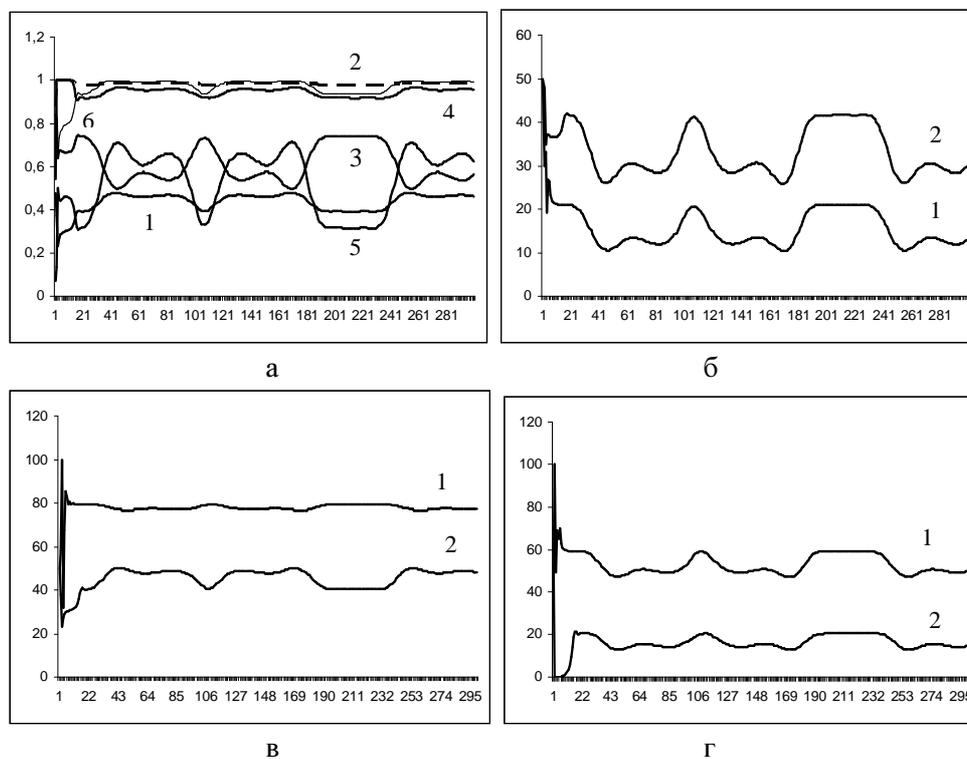
Параметр γ был введен в уравнения модели (6) для того, чтобы регулировать степень чувствительности модели к уровню взаимных влияний между процессами.

С моделью (6) было проведено два вычислительных эксперимента на 300 сут безразмерного времени. Все процессы путем линейного преобразования приведены к единой безразмерной шкале изменчивости $[0, 100]$. В первом эксперименте нелинейные связи между процессами (4) заменены линейными зависимостями $x_i = a_{ij}x_j$, чтобы имитировать случай использования постоянных коэффициентов влияний a_{ij} в уравнениях *ABC*-модели концентрации биоресурсов в экосистеме в форме (1). Для этого всем аргументам тригонометрических функций (5) в уравнениях (4) были даны постоянные значения $x_i = 50$, что соответствовало середине интервала изменчивости функций влияний, изображенных на рис. 2, б. Сценарии процессов, полученные при этом, показаны на рис. 2, г. В этом варианте расчетов спрос на биоресурсы (рис. 2, в) оказывал наибольшее влияние на процесс их потребления (кривая 1 на рис. 2, г) и на процесс природоохранных действий (кривая 2 на рис. 2, г).

Во втором вычислительном эксперименте были использованы нелинейные функциональные связи, которые в соответствии с уравнениями (4) вводят переменные функции влияний (рис. 2, б). Результаты расчетов показаны на рис. 3. Из сравнения между собой функций влияний (рис. 3, а) и функции внешнего влияния (рис. 2, в) следует, что спрос на потребление биоресурсов имел доминирующее переменное воздействие на их концентрацию (кривая 3 на рис. 3, а) и на объем природоохранных действий (кривая 5 на рис. 3, а). Влияние природоохранных действий на потребление биоресурсов (кривая 3 на рис. 3, а) и на их концентрацию (кривая 4 на рис. 3, а) было практически постоянным.

На рис. 3, б – г сопоставлены сценарии процессов, полученные в первом и втором вычислительных экспериментах. Нелинейные функции влияний заметно увеличили изменчивость сценариев объемов потребления биоресурсов (рис. 3, б) и их концентрации в море (рис. 3, в). Амплитуда изменчивости су-

щественно зависела от выбора величины параметра γ в уравнениях модели (6). Поэтому этот параметр может быть назван «параметром чувствительности» к использованию нелинейных функций влияний в ABC-модели. Изменчивость сценариев процессов увеличивалась с ростом параметра γ от 0,01 до 0,5. При дальнейшем увеличении γ вычислительный алгоритм постепенно терял устойчивость и при $\gamma > 0,6$ модель начинала генерировать хаотические сценарии процессов.



Р и с. 3. Временные сценарии, рассчитанные по модели: а – нелинейные функции влияний, здесь 1 – $\partial x_1 / \partial x_2$, 2 – $\partial x_1 / \partial x_3$, 3 – $\partial x_2 / \partial x_1$, 4 – $\partial x_2 / \partial x_3$, 5 – $\partial x_3 / \partial x_1$, 6 – $\partial x_3 / \partial x_2$; процессы при постоянных коэффициентах влияний (кривые 1) и переменных функциях влияний (кривые 2): б – $x_1(t)$, в – $x_2(t)$, г – $x_3(t)$

Из сравнения результатов экспериментов следует общий вывод о целесообразности учета нелинейных функциональных связей между процессами при построении ABC-моделей. В проведенных вычислительных экспериментах адаптация сценариев процессов друг к другу и к внешнему влиянию, примененному к модели, происходила при нелинейных связях между процессами в условиях контролируемой чувствительности модели к переменным функциям влияний.

Влияние нелинейных ресурсных ограничений на адаптацию процессов в интегральной модели морской экосистемы

Одной из актуальных задач математического моделирования интегральных морских экосистем является учет ресурсных ограничений, влияющих на адаптацию процессов друг к другу. Особый интерес в этом отношении представляет применение операторов управления (агентов) в уравнениях *ABC*-моделей морских экосистем. Агенты управления должны непрерывно следить за динамикой процессов развития и за границами зон гомеостаза живых организмов, чтобы включать соответствующие функции в уравнениях экосистемы, учитывающие вымирание организмов, когда состояние экосистемы выходит за эти границы, и восстановление популяции при возвращении экосистемы к нормальному состоянию. Агенты управления должны учитывать и тот факт, что при выходе за пределы зон гомеостаза потребуются конечное время для возврата экосистемы к состоянию равновесия.

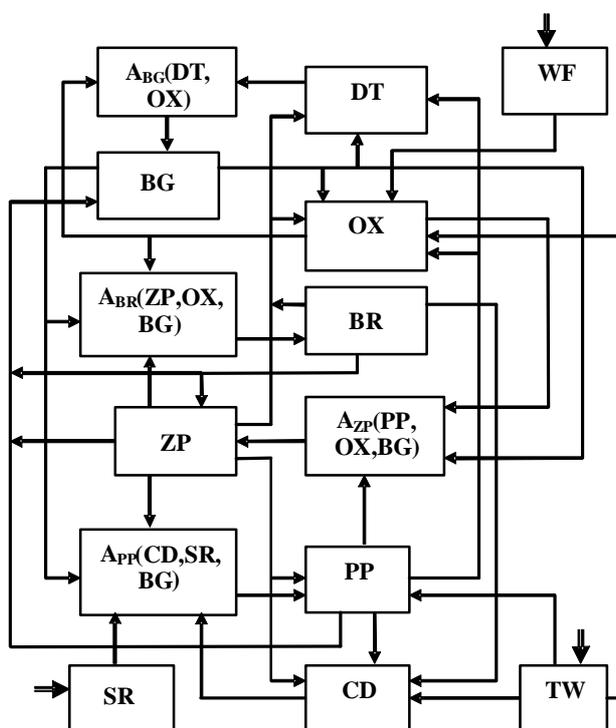
Применение операторов управления, как правило, делает уравнения моделей существенно нелинейными, что, в свою очередь, требует дополнительных приемов обеспечения устойчивости решений. Отдельные аспекты применения агентов управления в моделях морских экосистем были рассмотрены в работах [1 – 3, 5 – 7]. Однако используемые технические приемы моделирования функций агентов управления все еще недостаточно разработаны. В частности, отсутствуют примеры, иллюстрирующие влияние агентов управления на скорость вымирания или восстановления популяции по мере удаления от границ ее зоны гомеостаза. В настоящем исследовании рассматривается проблема адаптации ресурсно-ориентированных процессов развития популяций живых организмов на примере относительно простой интегральной модели морской экосистемы.

Примем, что в основе модели экосистемы находится трехзвенная трофическая цепь: фитопланктон – зоопланктон – биоресурс. Каждое звено этой цепи интегрально учитывает биомассу живых организмов соответствующих типов в конкретном объеме морской среды. Будем предполагать, что для каждого из трех трофических уровней можно выделить один характерный вид гидробионта, который имеет конкретные потребности в ресурсах, обеспечивающих условия своего существования. В качестве цели моделирования выберем описание состояния динамического равновесия процессов в экосистеме, стремящихся приспособиться к изменяющимся условиям окружающей среды. Определим наиболее важные процессы, связанные с достижением этой цели, полагая, что к ним в первую очередь относятся процессы дыхания и питания, обеспечивающие живые объекты энергией и минеральными веществами.

Выберем сутки в качестве единицы времени и нормируем на эту единицу шкалу времени. Условимся рассматривать среднесуточные значения процессов развития в экосистеме и введем для них следующие обозначения концентраций: *OX* – растворенного кислорода; *CD* – растворенного углекислого газа; *PP* – фитопланктона; *ZP* – зоопланктона; *BR* – биоресурса; *BG* – биогенов; *DT* – детрита. В качестве внешних влияний, приложенных к экосистеме, бу-

дем рассматривать SR – освещенность поверхности моря, WF – модуль скорости приводного ветра, TW – температуру верхнего слоя моря.

Взаимные связи между выбранными процессами отражает концептуальная модель морской экосистемы, изображенная на рис. 4. Заметим, что неживые объекты такой модели напрямую связаны между собой, тогда как фитопланктон, зоопланктон и биоресурс находятся под влиянием агентов управления, которые обозначим как $A_{pp}(BG, SR, CD)$, $A_{zp}(OX, PP, BG)$ и $A_{br}(OX, ZP, BG)$. Различие в формах взаимодействия состоит в том, что изменения концентраций неживых объектов (за исключением не рассматриваемых здесь химических реакций) можно представить как взвешенную сумму приращений концентраций других объектов, оказывающих на них свое влияние. Что же касается живых объектов, то изменения их концентраций должны быть подчинены операторам лимитирования, сохраняющим влияние только того процесса, концентрация которого в данный момент времени имеет минимальное по сравнению с другими значение.



Р и с. 4. Схема влияний и агенты управления в структуре концептуальной модели морской экосистемы

Агенты управления контролируют необходимое ресурсное обеспечение изменений концентраций гидробионтов. Поэтому процессы, влияющие на концентрации живых организмов, должны быть нормированы на порции (кванты) ресурсного обеспечения, согласованные между собой. Так, напри-

мер, количество растворенного кислорода в данном объеме морской среды, которое необходимо для жизни в нем популяции некоторого условного гидробионта в течение единицы времени, представляет собой ресурсное обеспечение по кислороду для популяции подобных гидробионтов. Концентрация кислорода OX , необходимая для ресурсного обеспечения условных гидробионтов, имеющих концентрацию ZP , может быть представлена как

$$OX = y_{ZP/OX} ZP,$$

где $y_{ZP/OX}$ обозначает квант – суточную потребность в кислороде представителя данного вида гидробионтов.

В целях упрощения будем измерять концентрации ресурсов среды обитания гидробионтов в подобных единицах. Поэтому функции агентов управления концентрациями гидробионтов будут заключаться в нахождении минимумов их ресурсного обеспечения в каждый момент времени. Для моделирования приращений концентрации фитопланктона должны сравниваться между собой доступные количества квантов солнечной радиации SR , растворенного углекислого газа CD и биогенов BG , для моделирования приращений концентрации зоопланктона – концентрации фитопланктона PP , кислорода OX и биогенов BG , для моделирования приращений концентрации биоресурса – концентрации зоопланктона ZP , кислорода OX и биогенов BG .

Резюмируя сказанное, можно сформулировать следующий принцип моделирования ресурсно-ориентированных процессов развития: приращения ресурсно-ориентированных процессов в сложных системах должны определяться тем видом ресурсов развития, который в данный момент времени имеется в минимальном количестве.

Процессы лимитирования ресурсов развития распространяются не только на концентрации живых организмов в морских экосистемах, но и на образование новых веществ, получаемых в ходе химических реакций. В рамках интегрального описания этих явлений целесообразно рассмотреть процесс формирования биогенов при окислении детрита, поскольку отмирающие организмы продуцируют детрит, а живые организмы нуждаются в биогенах для своего существования. Процессы окисления детрита уменьшают концентрацию кислорода в морской воде, что, в свою очередь, существенно отражается на условиях существования зоопланктона и биоресурса. Поэтому учет лимитирования биогенов должен привести к усложнению сценариев развития в морской экосистеме.

Наряду с упомянутыми выше агентами $A_{PP}(BG, SR, CD)$, $A_{ZP}(OX, PP, BG)$ и $A_{BR}(OX, ZP, BG)$ в схеме влияний рис. 4 содержится агент управления $A_{BG}(OX, DT)$, который лимитирует концентрацию биогенов по кислороду и детриту. В модели учтено влияние температуры морской воды TW на концентрацию фитопланктона, а также на концентрации раство-

ренного кислорода и углекислого газа, так как с ростом температуры концентрации растворенных газов в морской воде понижаются.

Используя *ABC*-метод, получим следующие динамические уравнения модели морской экосистемы:

$$\begin{aligned} \frac{dOX}{dt} &= OX \{1 - 2[OX + a_{OX/BR}BR + a_{OX/ZP}ZP - \\ &- a_{OX/PP}PP + a_{OX/BG}BG + a_{OX/BG}TW - F_{OX}(WF)]\} \\ \frac{dCD}{dt} &= CD[1 - 2(CD - a_{CD/BR}BR - a_{CD/ZP}ZP + \\ &+ a_{CD/PP}PP + a_{CD/PP}TW)] \\ \frac{dPP}{dt} &= PP\{1 - 2[PP + a_{PP/ZP}ZP - A_{PP}(BG, SR, CD) - A_{PP}(TW)]\}, \\ \frac{dZP}{dt} &= ZP\{1 - 2[ZP + a_{ZP/BR}BR - A_{ZP}(OX, PP, BG)]\}, \\ \frac{dBR}{dt} &= BR\{1 - 2[BR - A_{BR}(OX, ZP, BG)]\}, \\ \frac{dBG}{dt} &= BG\{1 - 2[BG - A_{BG}(OX, DT) + a_{BG/PP}PP + \\ &+ a_{BG/ZP}ZP + a_{BG/BR}BR]\} \\ \frac{dDT}{dt} &= DT[1 - 2(DT - a_{DT/BR}BR - a_{DT/ZP}ZP - \\ &- a_{DT/PP}PP + a_{DT/BG}BG)] \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} A_{BG}(OX, DT) &= IF\{M_{BG}(t) = a_{BG/OX}OX(t); IF\{OX(t) < OX_{BG}^*; \\ &- OX_{BG}[1 - \exp(-\alpha_{BG}\tau)]; OX_{BG}[1 - \exp(-\beta_{BG}\tau)]\}; 0\} + \\ &+ IF\{M_{BG}(t) = a_{BG/DT}DT(t); IF\{DT(t) < DT_{BG}^*; \\ &- DT_{BG}[1 - \exp(-\alpha_{DT}\tau)]; DT_{BG}[1 - \exp(-\beta_{DT}\tau)]\}; 0\} \end{aligned}$$

$$M_{BG}(t) = \arg \min[a_{BG/OX}OX(t); a_{BG/DT}DT(t)]; \quad (8)$$

$$\begin{aligned}
A_{PP}(BG, SR, CD) = & IF\{M_{PP}(t) = a_{PP/BG}BG(t); IF\{BG(t) < BG_{PP}^*; \\
& -BG_{PP}[1 - \exp(-\alpha_{PP}\tau)]; BG_{PP}[1 - \exp(-\beta_{PP}\tau)]\}; 0\} \\
& + IF\{M_{PP}(t) = a_{PP/SR}SR(t); IF\{SR(t) < SR_{PP}^*; \\
& -SR_{PP}[1 - \exp(-\alpha_{SR}\tau)]; SR_{PP}[1 - \exp(-\beta_{SR}\tau)]\}; 0\} + \\
& + IF\{M_{PP}(t) = a_{PP/CD}CD(t); IF\{CD(t) < CD_{PP}^*; \\
& -CD_{PP}[1 - \exp(-\alpha_{CD}\tau)]; CD_{PP}[1 - \exp(-\beta_{CD}\tau)]\}; 0\} \\
M_{PP}(t) = & \arg \min[a_{PP/BG}BG(t); a_{PP/SR}SR(t); a_{PP/CD}CD(t)]; \tag{9}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
A_{ZP}(OX, PP, BG) = & IF\{M_{ZP}(t) = a_{ZP/OX}OX(t); IF\{OX(t) < OX_{ZP}^*; \\
& -OX_{ZP}[1 - \exp(-\alpha_{ZP}\tau)]; OX_{ZP}[1 - \exp(-\beta_{ZP}\tau)]\}; 0\} + \\
& + IF\{M_{ZP}(t) = a_{ZP/PP}PP(t); IF\{PP(t) < PP_{ZP}^*; \\
& -PP_{ZP}[1 - \exp(-\alpha_{PP}\tau)]; PP_{ZP}[1 - \exp(-\beta_{PP}\tau)]\}; 0\} + \\
& + IF\{M_{ZP}(t) = a_{ZP/BG}BG(t); IF\{BG(t) < BG_{ZP}^*; \\
& -BG_{ZP}[1 - \exp(-\alpha_{BG}\tau)]; BG_{ZP}[1 - \exp(-\beta_{BG}\tau)]\}; 0\} \\
M_{ZP}(t) = & \arg \min[a_{ZP/OX}OX(t); a_{ZP/PP}PP(t); a_{ZP/BG}BG(t)]; \tag{10}
\end{aligned}$$

$$A_{PP}(TW) = \exp[-\chi_{PP}(T - T_{PP})^2],$$

$$\begin{aligned}
A_{BR}(ZP, OX, BG) = & IF\{M_{BR}(t) = a_{BR/ZP}ZP(t); IF\{ZP(t) < ZP_{BR}^*; \\
& -ZP_{BR}[1 - \exp(-\alpha_{ZP}\tau)]; ZP_{BR}[1 - \exp(-\beta_{ZP}\tau)]\}; 0\} + \\
& + IF\{M_{BR}(t) = a_{BR/OX}OX(t); IF\{OX(t) < OX_{BR}^*; \\
& -OX_{BR}[1 - \exp(-\alpha_{OX}\tau)]; OX_{BR}[1 - \exp(-\beta_{OX}\tau)]\}; 0\} + \\
& + IF\{M_{BR}(t) = a_{BR/BG}BG(t); IF\{BG(t) < BG_{BR}^*; \\
& -BG_{BR}[1 - \exp(-\alpha_{BG}\tau)]; BG_{BR}[1 - \exp(-\beta_{BG}\tau)]\}; 0\} \\
M_{BR}(t) = & \arg \min[a_{BR/OX}OX(t); a_{BR/ZP}ZP(t); a_{BR/BG}BG(t)]. \tag{11}
\end{aligned}$$

Предложенный здесь вариант описания операций лимитирования и учета зон гомеостаза включает временные задержки на период роста живых организмов. Критические для развития организмов значения параметров экосистемы обозначены как SR^* , CD^* , PP^* , ZP^* , OX^* , BG^* , DT^* .

Ввиду большого количества нелинейных функций, представленных в модели (7) – (11) агентами управления, прямые зависимости между процессами в схеме влияний, изображенной на рис. 4, были учтены при помощи постоянных коэффициентов влияний. Результаты вычислительных экспериментов, проведенных с этой моделью, показаны на рис. 5 и 6. Для построения сценариев процессов в экосистеме были заданы приложенные к ней внешние влияния (рис. 5, а). Расчеты проводились на 370 шагов по времени (суток). Поэтому были заданы годовой ход температуры верхнего слоя моря (кривая TW), освещенности его поверхности (кривая SR) и модуля скорости ветра у поверхности (кривая WF). В качестве графика TW имитирован средний многолетний ход температуры, тогда как для графиков освещенности и скорости ветра использованы случайные вариации этих параметров около среднего многолетнего хода, которые имитировали влияние погодных условий.

Все моделируемые процессы были приведены к единой безразмерной шкале изменчивости [0,10]. Коэффициенты влияний в динамической модели (7) – (11) выбирались в пределах сегмента значений [0,1; 0,5]. Скорости изменения концентраций были приняты одинаковыми для всех параметров экосистемы: $\alpha = 0,1$ и $\beta = 1,1$.

В первой серии экспериментов (рис. 5, б – е) проводился анализ влияния на процессы развития условий ресурсного лимитирования живых организмов, а также условий образования биогенов из детрита. Влияние границ зон гомеостаза было исключено путем приравнивания к нулю критических значений (нижних границ) параметров экосистемы: $SR^* = CD^* = PP^* = ZP^* = OX^* = BG^* = DT^* = 0$. При этих условиях в уравнениях для агентов (8) – (11) все значения параметров превосходят значения нижних границ соответствующих зон гомеостаза.

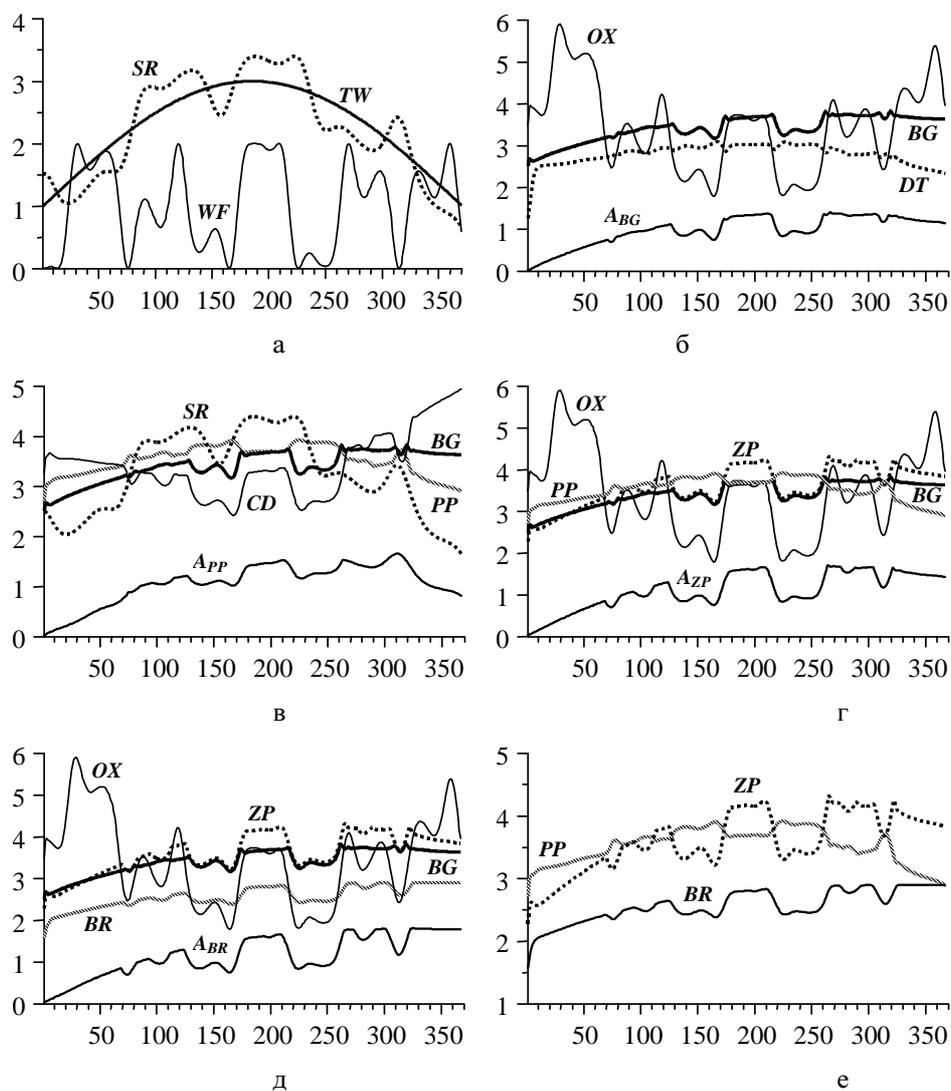
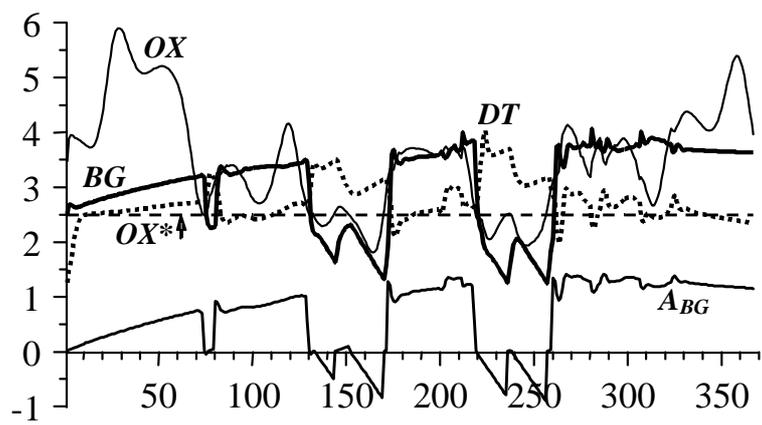
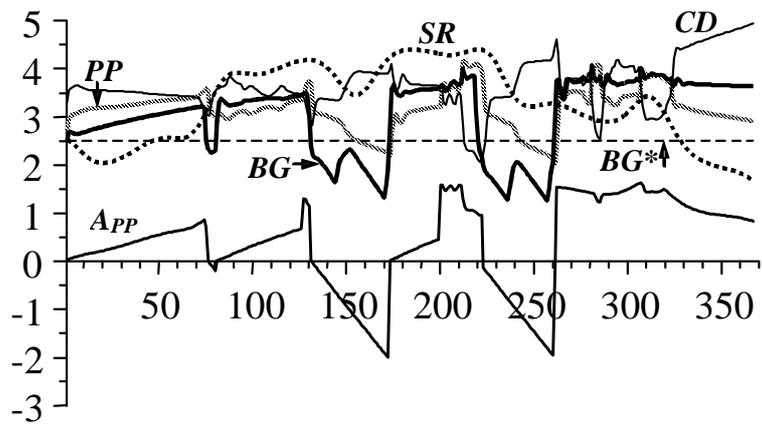


Рис. 5. Адаптация сценариев процессов развития в морской экосистеме с учетом нелинейных ресурсных ограничений: *а* – имитированные изменения погодных условий; *б, в, г, д, е* – сценарии процессов и функции агентов управления

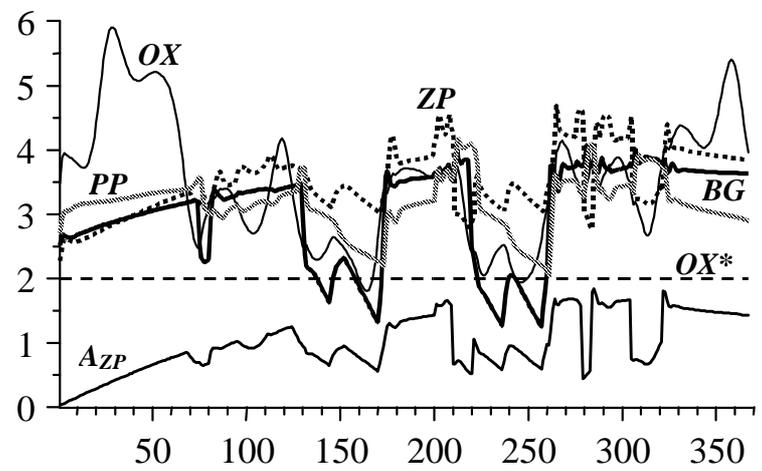
Операции лимитирования, выполняемые агентами (8) – (11), демонстрируют графики рис. 5, *б – д*. В частности, на рис. 5, *б* отчетливо видно, что сценарий концентраций биогенов формируется графиком агента управления A_{BG} , который выбирает минимальные значения из сценариев концентраций кислорода OX и детрита DT . В свою очередь, как следует из рис. 5, *д*, сценарий концентраций биогенов влияет на график агента A_{BR} , управляющего концентрацией биоресурса. Это заметно, например, в конце графика A_{BR} , когда концентрация биогенов оказалась ниже концентраций кислорода OX и зоопланктона ZP . Общая для большинства сценариев тенденция роста со временем обусловлена заданием большого по величине параметра задержки развития $\beta = 1,1$.



a

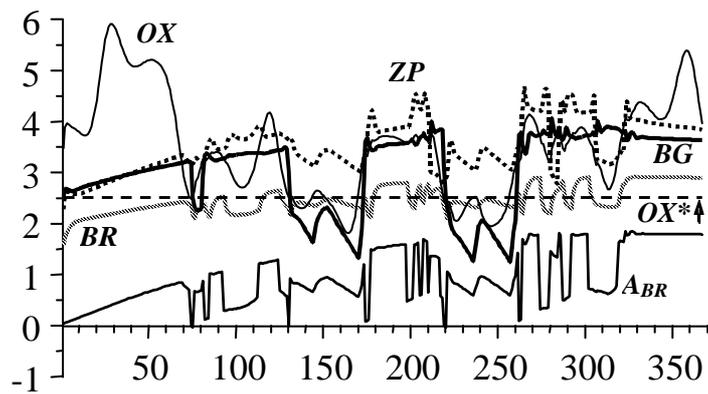


б

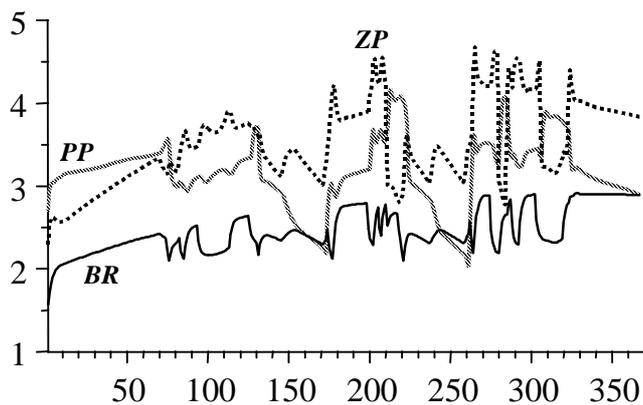


в

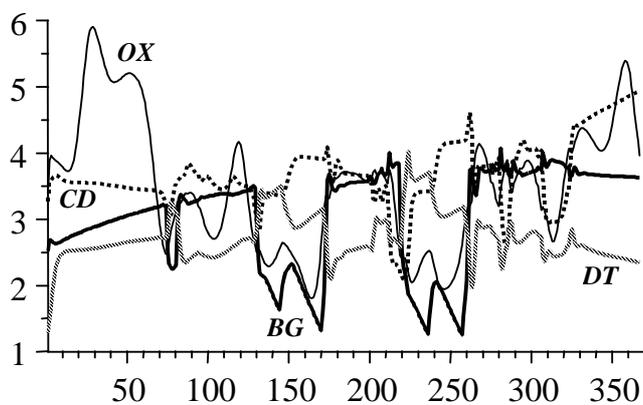
Р и с. 6. Адаптация сценариев процессов развития с учетом нелинейных ресурсных ограничений и границ зон гомеостаза морских организмов



a



б



в

Р и с. 7. Адаптации сценариев процессов развития при дополнительном учете ресурсного лимитирования химических и бактериальных реакций формирования биогенов из детрита

Во второй серии вычислений сценарии процессов в модели экосистемы (7) были рассчитаны с учетом нижних границ зон гомеостаза для живых организмов, а также для химических и бактериальных реакций формирования

биоенов из детрита. Результаты расчетов приведены на рис. 6 и 7. Расчеты проводились при тех же значениях коэффициентов влияний и параметрах модели, что и в первой серии, но были дополнительно заданы следующие величины нижних границ зон гомеостазиса: $OX_{BG}^* = 2,5$ в агенте $A_{BG}(OX, DT)$, управлявшем концентрацией биоенов по кислороду; $BG_{PP}^* = 2,5$ в агенте $A_{PP}(BG, SR, CD)$, управлявшем концентрацией фитопланктона по биоенам; $OX_{ZP}^* = 2,0$ в агенте $A_{ZP}(OX, PP, BG)$, управлявшем концентрацией зоопланктона по кислороду; $OX_{BR}^* = 2,5$ в агенте $A_{BR}(ZP, OX, BG)$, управлявшем концентрацией биоресурса по кислороду.

Включение в расчеты границ зон гомеостазиса существенно изменило сценарии процессов. Об этом свидетельствует сравнение графиков агентов управления биоенами (рис. 7, а), фитопланктоном (рис. 5, в и 6, б), зоопланктоном (рис. 5, г и 6, в) и биоресурсом (рис. 5, д и 7, б). Не менее значительные изменения произошли и в сценариях концентраций фитопланктона и зоопланктона. Из сравнения рис. 5, е и 7, в видно, что амплитуда колебаний этих концентраций возросла в 2 – 3 раза. Изменчивость сценария биоресурсов также заметно увеличилась.

Заключение

Результаты вычислительных экспериментов с интегральными моделями морских экосистем, построенными *ABC*-методом, показали, что учет нелинейных связей между процессами приводит к формированию достаточно сложных сценариев развития. В уравнениях *ABC*-моделей морских экосистем возможно использование производных от эмпирических функций, выражающих связи между процессами, в качестве влияющих функций. Эмпирические связи содержат полезную информацию о процессах взаимодействия параметров состояния экосистемы. В этом случае адаптация рассчитываемых параметров друг к другу и к внешним влияниям, приложенным к экосистеме, происходит в условиях, когда связи между процессами являются переменными и подчинены известным нелинейным зависимостям. Это обстоятельство повышает точность моделирования процессов, но одновременно требует ограничивать амплитуды влияющих функций, чтобы избежать проявлений вычислительной неустойчивости.

Важную роль в формировании сценариев развития в интегральных моделях экосистем играют операторы лимитирования. Как показали результаты вычислительных экспериментов, включение нелинейных логических функций, представляющих эти операторы, в правые части уравнений *ABC*-моделей морских экосистем не приводит к вычислительной неустойчивости, но весьма существенно сказывается на сценариях моделируемых процессов. Сопоставляя между собой полученные сценарии, можно сделать вывод, что учет ресурсных ограничений и зон гомеостазиса кардинально меняет ход этих сценариев. Поэтому для нахождения баланса потребления и воспроизводства морских биоресурсов необходимо использовать известные нелинейные связи как между процессами, так и между агентами управления в моделях экосистем прибрежной зоны моря.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРЫ

1. Тимченко И.Е., Игумнова Е.М., Тимченко И.И. Системный менеджмент и ABC-технологии устойчивого развития. – Севастополь: ЭКОСИ-Гидрофизика, 2000. – 225 с.
2. Еремеев В.Н., Игумнова Е.М., Тимченко И.Е. Моделирование эколого-экономических систем. – Севастополь: ЭКОСИ-Гидрофизика, 2004. – 320 с.
3. Иванов В.А., Игумнова Е.М., Латун В.С., Тимченко И.Е. Модели управления ресурсами прибрежной зоны моря. – Севастополь: ЭКОСИ-Гидрофизика, 2007. – 259 с.
4. Колмогоров А.Н. Интерполирование и экстраполирование стационарных случайных последовательностей // Изв. АН СССР. Сер. матем. – 1941. – Вып. 5. – С. 3 – 13.
5. Еремеев В.Н., Тимченко И.Е., Васечкина Е.Ф., Игумнова Е.М. и др. Системное моделирование морских эколого-экономических процессов. – Севастополь: ЭКОСИ-Гидрофизика, 2007. – 451 с.
6. Тимченко И.Е., Игумнова Е.М. Системный анализ ресурсных свойств природной среды // Экологическая безопасность прибрежной и шельфовой зон и комплексное использование ресурсов шельфа. – Севастополь: МГИ НАН Украины, 2006. – Вып. 14. – С. 60 – 85.
7. Иванов В.А., Игумнова Е.М., Тимченко И.Е. Интегральная модель эколого-экономической системы Керченского пролива // Там же. – 2009. – Вып. 19. – С. 27 – 45.

Морской гидрофизический институт НАН Украины,
Севастополь

Материал поступил
в редакцию 12.11.10

АНОТАЦІЯ Розглянуто застосування нелінійних емпіричних залежностей між процесами в інтегральних моделях морських екосистем, побудованих методом адаптивного балансу впливів (ABC-методом). Запропоновано використовувати значення похідних від емпіричних залежностей в якості змінних функцій впливів у рівняннях моделей. Адаптація процесів для випадку нелінійних функцій впливів показана на прикладі простої моделі балансу споживання біоресурсів. Досліджено роль нелінійних логічних операторів лімітування ресурсів розвитку при формуванні концентрацій живих організмів у інтегральній моделі морської екосистеми. Показано, що нелінійні функції лімітування розвитку не порушують стійкості ABC-моделі морської екосистеми, але істотно ускладнюють сценарії модельованих процесів.

Ключові слова: адаптація, похідні від нелінійних зв'язків, екосистеми.

ABSTRACT Application of non-linear empirical relations between the processes in the integrated models of marine ecosystems constructed by the method of adaptive balance of causes (ABC-method) is considered. The empirical relations' derivatives are proposed to be used as variable influence functions in the models' equations. Adaptation of the processes in the case of non-linear influence functions is shown by the example of a simple model of balance of biological resources' consumption. The role of non-linear logical operators of limiting the development resources at formation of living organisms' concentration is studied in the integrated model of marine ecosystem. It is shown that non-linear functions of development limiting do not violate stability of the ABC-model of marine ecosystem, but significantly complicate scenarios of the simulated processes.

Keywords: adaptation, non-linear relations' derivatives, ecosystems.