

РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ПНЕВМАТИЧЕСКОЙ ВИБРОЗАЩИТНОЙ СИСТЕМЫ СИДЕНЬЯ ВОДИТЕЛЯ ТРАНСПОРТНОГО СРЕДСТВА

Предложены нелинейная и линеаризованная математические модели пневматической виброзащитной системы сиденья водителя транспортного средства с непрямым включением виброзащитного модуля: через центрально расположенный рычаг, длина которого существенно меньше длины направляющих рычагов подвески. Это позволяет уменьшить эффективную площадь резинокордовой оболочки и объемы газовых полостей виброзащитной системы. Получено уравнение динамики газовой полости, на основании которого установлен механизм рассеяния колебательной энергии.

Запропоновано нелінійну і лінеаризовану математичні моделі пневматичної віброзахисної системи сидіння водія транспортного засобу з непрямым включенням віброзахисного модуля: через центрально розташований важіль, довжина якого істотно менше довжини направляючих важелів підвіски. Це дозволяє зменшити ефективну площу резинокордової оболонки і об'єми газових порожнин віброзахисної системи. Отримано рівняння динаміки газової порожнини, на підставі якого встановлено механізм розсіювання коливальної енергії.

Nonlinear and linearized mathematical models of a pneumatic vibration protection system for a vehicle driver's seat with out-of-straight start of a vibration protection module are proposed: through a centrally located lever, the length of which is significantly less than one of directing levers of suspension. It allows to reduce an effective area of a rubber-cord casing and volumes of gas cavities of the vibration protection system. An equation of the dynamics of a gas cavity is derived, based on which the mechanism of dissipation of vibrational energy is established.

Предлагаемые подвески сиденья транспортного средства [1–3] содержат (рис. 1 и 2) опорную платформу 1 кресла, опирающуюся с помощью рычажно-шарнирного направляющего механизма на опорное основание 2 подвески.

Центрально расположенный рычаг 3, длина которого существенно меньше длины направляющих рычагов, соединен с пневмо-упруго-демпфирующим механизмом (рис. 3).

Корпус 1 может быть выполнен так, что в нем будут сформированы две полости переменного объема V_1 и постоянного объема V_2 [1], либо только объем V_1 , а объем V_2 выполнен отдельно и расположен на опорном основании 2 или рядом с опорным основанием. Независимо от расположения объемов V_1 и V_2 при работе подвески воздух перетекает из одного объема в другой через жиклер либо через пневматический "диод" 2 (рис. 3), который обеспечивает несимметричную характеристику пневматического гасителя колебаний и существенно увеличивает демпфирование колебаний при ходе растяжения подвески.

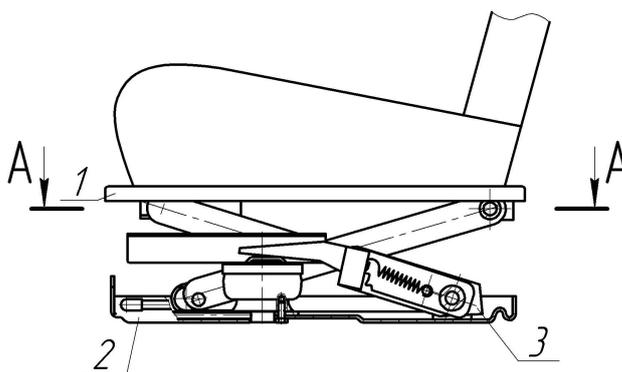


Рис. 1

© М.В. Пилипенко, 2009

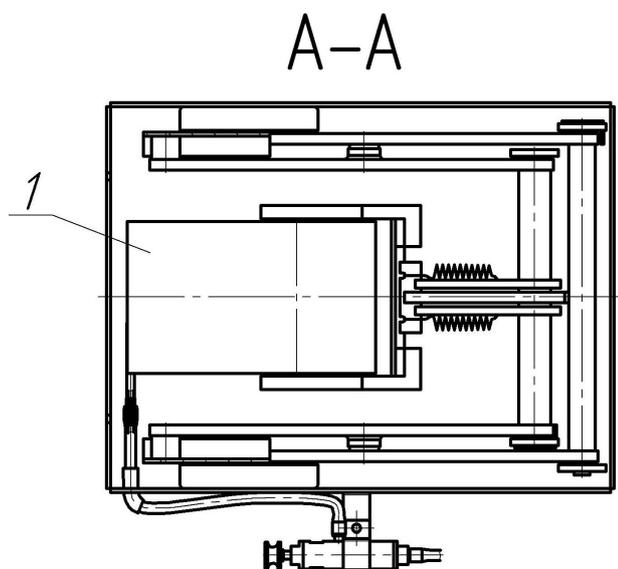


Рис. 2

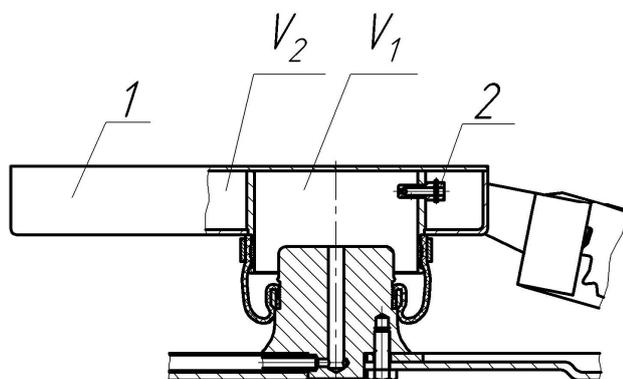


Рис. 3

В плунжере выполнен осевой канал для подачи воздуха либо дренажа воздуха из подвески.

В процессе движения транспортного средства опорное основание подвески 2 может совершать вертикальные неперіодические, либо близкие к периодическим перемещения в зоне квазиулевой жесткости подвески, при этом водитель практически полностью защищен от воздействия динамических нагрузок. Пневматический "диод" обеспечивает гашение колебаний и требуемую комфортабельную передаточную характеристику системы «основание машины – человек».

Путем выбора конструктивных параметров подвески: объемов V_1 и V_2 , проходных сечений "диода" на сжатие и растяжение, конфигурации плунжера и резинокордовой оболочки можно получить требуемую постоянную собственную частоту колебаний в широких пределах вариации антропометрических параметров человека-оператора, а пневматический "диод", установлен-

ным между объемами V_1 и V_2 , совместно с выбранной статической характеристикой позволяют получить оптимальный коэффициент передачи системы "основание машины – человек".

Путем выбора указанных параметров обеспечивается выполнение универсального требования оптимизации системы человек–машина, а именно, статическая рабочая характеристика должна иметь участки на сжатие и растяжение с прогрессивно нарастающей жесткостью. На рис. 4 представлены статические характеристики разработанной подвески для различных нагрузок, из которых видно, что универсальное требование оптимизации системы человек–машина выполняется, при этом нелинейные концы характеристик упругости ограничивают наибольшие динамические нагрузки ударного характера в пределах $\pm 1g$, где g – ускорение силы тяжести.

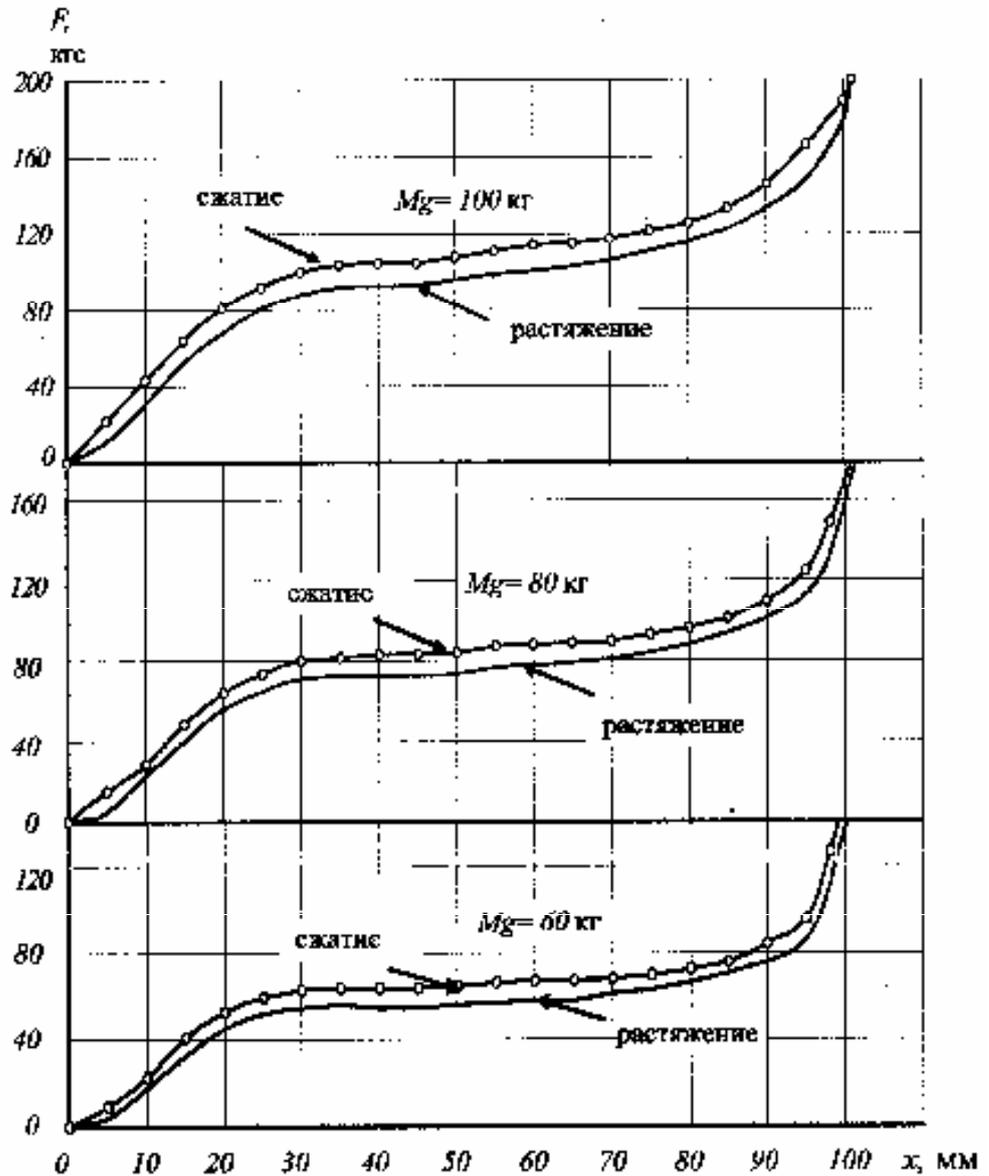


Рис. 4

Нелинейная математическая модель динамики виброзащитной системы кресла водителя транспортного средства

На рис. 5 представлена кинематическая схема пневматической подвески сиденья водителя транспортного средства.

В работе [5] разработана нелинейная математическая модель автономной пневматической подвески сиденья водителя транспортного средства с прямым включением виброзащитного модуля. Для рассматриваемого включения виброзащитного модуля через короткий центральный рычаг уравнение движения водителя на сиденье имеет вид:

$$M\ddot{z} = \frac{P_{1и}F_{эф}}{i_0} - Mg - F_{тр}, \quad (1)$$

где $P_{1и}$ – избыточное давление в объеме V_1 ; $F_{эф}$ – эффективная площадь резинокордовой оболочки; i_0 – передаточное отношение по нагрузке; M – масса водителя и подвижной части сиденья; g – ускорение силы тяжести, $F_{тр}$ – сила трения.

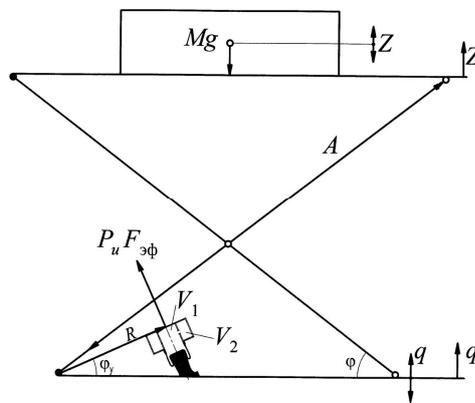


Рис. 5

Принимая во внимание, что сила $P_{1и}F_{эф}$ направлена по нормали к рычагу подвески, а сила веса Mg – по нормали к верхней платформе, получим следующее выражение для передаточного отношения по нагрузке

$$i_0 = \frac{A \cos \varphi}{R}, \quad (2)$$

где A – длина направляющего рычага; R – длина рычага подвески; φ – угол между нижней платформой и направляющим рычагом.

Избыточное давление в объеме V_1 равно

$$P_{1и} = P_1 - P_a,$$

где P_1 – абсолютное давление в объеме V_1 ; P_a – давление окружающей среды.

Согласно закону сохранения массы газа в объемах V_1 и V_2 , получим

$$\frac{dm_1}{dt} = \dot{m}, \quad (3)$$

$$\frac{dm_2}{dt} = -\dot{m}, \quad (4)$$

где m_1 и m_2 – массы газа в объемах V_1 и V_2 ; \dot{m} – массовый расход газа из объема V_2 в объем V_1 .

Принимая во внимание, что $m_1 = \rho_1 V_1$, $m_2 = \rho_2 V_2$ и $V_2 = \text{const}$, уравнения (3) и (4) запишем в виде

$$V_1 \frac{d\rho_1}{dt} + \rho_1 \frac{dV_1}{dt} = \dot{m}, \quad (5)$$

$$V_2 \frac{d\rho_2}{dt} = -\dot{m}, \quad (6)$$

где ρ_1 , ρ_2 – плотности воздуха в объемах V_1 и V_2 .

Изменение объема V_1 связано с относительным перемещением пневматической подвески

$$\frac{dV_1}{dt} = F_{\text{эф}}(\dot{z}_1 - \dot{q}) = F_{\text{эф}}\dot{f}, \quad (7)$$

где относительное перемещение подвески $f = z_1 - q$.

Относительное перемещение подвески f связано с относительным перемещением массы M , которое равно $x = z - q$, передаточным отношением по ходу подвески i_x :

$$i_x = \frac{dx}{df} = \frac{A \cos \varphi}{R \cos \varphi_y}, \quad (8)$$

где φ_y – угол между нижней платформой и рычагом подвески.

С учетом выражения (8) скорость изменения объема V_1 можно представить в виде:

$$\frac{dV_1}{dt} = \frac{F_{\text{эф}}}{i_x}(\dot{z} - \dot{q}). \quad (9)$$

При политропическом процессе изменения состояния газа в объемах V_1 и V_2 имеем:

$$\frac{dP_1}{d\rho_1} = \frac{\chi P_1}{\rho_1}, \quad \frac{dP_2}{d\rho_2} = \frac{\chi P_2}{\rho_2}, \quad (10)$$

где χ – показатель политропы.

С учетом соотношений (9), (10) уравнения (5), (6) можно записать в следующем виде:

$$\frac{V_1}{\chi P_1} \frac{dP_1}{dt} = -\frac{F_{\text{эф}}}{i_x} (\dot{z} - \dot{q}) + \frac{\dot{m}}{\rho_1}, \quad (11)$$

$$\frac{V_2}{\chi P_2} \frac{dP_2}{dt} = -\frac{\dot{m}}{\rho_2}. \quad (12)$$

В пневматической виброзащитной системе реализуется докритический режим течения газа через жиклер (малые перепады давления).

При малых перепадах давления в режиме турбулентного течения расход газа может рассчитываться по формулам:

$$\dot{m} = \mu F'_{\text{ж}} \sqrt{2\bar{\rho}(P_2 - P_1)} \text{ при } P_2 > P_1, \quad (13)$$

$$\dot{m} = -\mu F''_{\text{ж}} \sqrt{2\bar{\rho}(P_2 - P_1)} \text{ при } P_2 < P_1. \quad (14)$$

Объем воздуха V_1 изменяется в процессе работы виброзащитной системы

$$V_1 = \bar{V}_1 + \int_{f_n}^f F_{\text{эф}} df \quad (15)$$

или

$$V_1 = \bar{V}_1 + \int_{x_n}^x \frac{F_{\text{эф}}}{i_x} dx, \quad (16)$$

где \bar{V}_1 – объем в положении статического равновесия.

Относительное перемещение пневматической подвески равно $x = z - q$, а уравнение движения водителя на сиденье для относительного перемещения имеет вид:

$$M\ddot{x} = \frac{F_{\text{эф}}(P_1 - P_a)}{i_0} - Mg - M\ddot{q} - F_{\text{тр}}. \quad (17)$$

Зависимость эффективной площади резинокордовой оболочки от относительного перемещения может иметь различный вид. Вид зависимости $F_{\text{эф}}(z - q)$ определяется профилем плунжера и резинокордовой оболочки. В зависимости от вида функции $F_{\text{эф}}(z - q)$ и от положения рабочей точки на этой характеристике, соответствующей положению статического равновесия, производная $\frac{dF_{\text{эф}}}{dx}$ может быть равной нулю, либо положительной, либо отрицательной. В линейном приближении эффективная площадь равна

$$F_{\text{эф}} = \bar{F}_{\text{эф}} + \frac{dF_{\text{эф}}}{df} \cdot f \quad (18)$$

или

$$F_{\text{эф}} = \bar{F}_{\text{эф}} + \frac{dF_{\text{эф}}}{df} \cdot \frac{x}{i_x}. \quad (19)$$

Производная $\frac{dF_{\text{эф}}}{df}$ на коническом участке плунжера при нулевой статической жесткости равна [4]

$$\frac{dF_{\text{эф}}}{df} = -\frac{F_{\text{эф}}^2 \cdot \bar{P}}{\bar{P}_и(\bar{V}_1 + \bar{V}_2)}. \quad (20)$$

При амплитуде колебаний относительного перемещения подвески в пределах рассматриваемого конического участка плунжера эффективную площадь резинокордовой оболочки можно определять по следующей формуле

$$F_{\text{эф}} = \bar{F}_{\text{эф}} - \frac{\bar{F}_{\text{эф}}^2 \cdot \bar{P}}{\bar{P}_и(\bar{V}_1 + \bar{V}_2)} \cdot \frac{x}{i_x}, \quad (21)$$

где $\bar{F}_{\text{эф}}$ – эффективная площадь резинокордовой оболочки в положении статического равновесия.

При амплитудах колебаний в пределах полного хода подвески необходимо учитывать нелинейную зависимость $F_{\text{эф}}(x)$.

Приведенная система нелинейных дифференциальных уравнений позволяет рассчитать эквивалентные амплитудно-фазочастотные характеристики пневматической виброзащитной системы кресла водителя транспортного средства и переходные процессы, вызванные ударными возмущениями на подвеску кресла водителя.

Линеаризованная математическая модель пневматической виброзащитной системы сиденья водителя транспортного средства

С целью получения наглядных результатов по определению влияния конструктивных параметров виброзащитной системы на динамические характеристики подвески сиденья водителя транспортного средства произведем линеаризацию полученной системы дифференциальных уравнений.

В положении статического равновесия $z = 0$, $F_{\text{тр}} = 0$ и согласно уравнению (1) сила веса Mg равна

$$Mg = \frac{(\bar{P} - P_a)\bar{F}_{\text{эф}}}{\bar{i}_0}, \quad (22)$$

где параметры \bar{P} , $\bar{F}_{\text{эф}}$, \bar{i}_0 соответствуют положению статического равновесия.

С учетом (22) уравнение движения водителя на сиденье принимает вид:

$$M\ddot{z} = \frac{(P_1 - P_a)F_{\text{эф}}}{i_0} - \frac{(\bar{P} - P_a)\bar{F}_{\text{эф}}}{\bar{i}_0} - F_{\text{тр}}. \quad (23)$$

В линейном приближении отклонение силы $\left[\frac{(P_1 - P_a)F_{\text{эф}}}{i_0} - \frac{(\bar{P} - P_a)\bar{F}_{\text{эф}}}{\bar{i}_0} \right]$,

действующей на массу M , можно представить следующим образом:

$$\begin{aligned} \frac{(P_1 - P_a)F_{\text{эф}}}{i_0} - \frac{(\bar{P} - P_a)\bar{F}_{\text{эф}}}{\bar{i}_0} &= \frac{(\bar{P}_1 - P_a)\bar{F}_{\text{эф}}}{\bar{i}_0} + \delta \left[\frac{(P_1 - P_a)F_{\text{эф}}}{i_0} \right] - \\ &- \frac{(\bar{P} - P_a)\bar{F}_{\text{эф}}}{\bar{i}_0} = \delta \left[\frac{(P_1 - P_a)F_{\text{эф}}}{i_0} \right]. \end{aligned}$$

В то же время отклонение указанной силы

$$\delta \left[\frac{(P_1 - P_a)F_{\text{эф}}}{i_0} \right] = \frac{\delta P_1 \bar{F}_{\text{эф}}}{\bar{i}_0} + \frac{(\bar{P}_1 - P_a)}{\bar{i}_0} \delta F_{\text{эф}} - \frac{(\bar{P}_1 - P_a)\bar{F}_{\text{эф}}}{\bar{i}_0^2} \delta i_0, \quad (24)$$

а уравнение (23) запишется в виде:

$$M\ddot{z} = \frac{\bar{F}_{\text{эф}}}{\bar{i}_0} \cdot \delta P_1 + \frac{(\bar{P}_1 - P_a)}{i_0} \cdot \delta F_{\text{эф}} - \frac{(\bar{P}_1 - P_a)F_{\text{эф}}}{\bar{i}_0^2} \cdot \delta i_0 - F_{\text{тр}}. \quad (25)$$

Отклонение эффективной площади резинокордовой оболочки при амплитудах колебаний относительного перемещения подвески в пределах конического участка плунжера определим по формуле

$$\delta F_{\text{эф}} = \frac{dF_{\text{эф}}}{df} \cdot f = \frac{2\pi R_{\text{эф}}}{i_x} \cdot \text{tg}\alpha_{\text{эф}} (z - q), \quad (26)$$

где $\text{tg}\alpha_{\text{эф}} = \frac{dR_{\text{эф}}}{df}$. (27)

Отклонение передаточного отношения по нагрузке согласно формуле (2) равно

$$\delta i_0 = -\frac{A}{R} \sin \bar{\varphi} \cdot \delta \varphi. \quad (28)$$

Текущее значение угла φ между нижней платформой и направляющим рычагом связано с относительным перемещением массы M следующей зависимостью

$$\sin \varphi = \sin \bar{\varphi} + \frac{(z - q)}{A}, \quad (29)$$

где $\bar{\varphi}$ – значение угла φ , которое соответствует положению статического равновесия и зависит от начального положения верхней платформы (регулировки сиденья по высоте).

Согласно формуле (29) отклонение угла φ равно:

$$\delta \varphi = \frac{z - q}{A \cos \bar{\varphi}}. \quad (30)$$

С учетом (30) отклонение δi_0 будет равно

$$\delta i_0 = -\frac{\overline{\text{tg}\varphi}}{R}(z-q). \quad (31)$$

С учетом полученных зависимостей отклонений $\delta F_{\text{эф}}$ и δi_0 от относительного перемещения массы M уравнение (25) принимает вид:

$$M\ddot{z} = \frac{\overline{F}_{\text{эф}}}{\overline{i}_0} \cdot \delta P_1 - C_F(z-q) - C_{i_0}(z-q) - F_{\text{тр}}, \quad (32)$$

где C_F – жесткость подвески, обусловленная изменением эффективной площади резинокордовой оболочки

$$C_F = -\frac{(\overline{P} - P_a)2\pi R_{\text{эф}} \cdot \text{tg}\alpha_{\text{эф}}}{\overline{i}_0 \cdot \overline{i}_x}, \quad (33)$$

C_{i_0} – жесткость подвески, обусловленная изменением передаточного отношения по нагрузке

$$C_{i_0} = -\frac{\overline{F}_{\text{эф}}(\overline{P} - P_a)\text{tg}\overline{\varphi}}{\overline{i}_0^2 \cdot R}. \quad (34)$$

Отклонение давления δP_1 зависит от отклонения объема δV_1 , которое в свою очередь зависит от относительного перемещения $(z-q)$

$$\delta V_1 = \frac{\overline{F}_{\text{эф}}}{\overline{i}_x} \cdot (z-q). \quad (35)$$

Для установления этой зависимости произведем линеаризацию уравнений (11), (12)

$$\frac{\overline{V}_1}{k\overline{p}} \frac{d\delta P_1}{dt} = -\frac{\overline{F}_{\text{эф}}}{\overline{i}_x} (\dot{z} - \dot{q}) + \frac{\dot{m}}{\overline{\rho}}, \quad (36)$$

$$\frac{V_2}{k\overline{p}} \frac{d\delta P_2}{dt} = -\frac{\dot{m}}{\overline{\rho}}, \quad (37)$$

где показатель политропы χ в дальнейшем обозначим k .

В работе [6] было показано, что массовый секундный расход газа через жиклер для докритических режимов течения может рассчитываться по формуле

$$\dot{m} = \mu F'_j \sqrt{2\rho_1(P_2 - P_1)}, \quad (38)$$

если плотность газа определять по давлению за жиклером. При сравнительно малых перепадах давлений до и после жиклера, что характерно для рассматриваемой пневматической подвески, можно пренебречь изменением плотности воздуха и расход воздуха рассчитывать по формуле

$$\dot{m} = \mu F'_{\text{ж}} \sqrt{2\bar{\rho}(P_2 - P_1)}, \quad (39)$$

откуда

$$P_2 - P_1 = \frac{\dot{m}^2}{(\mu F'_{\text{ж}})^2 \cdot 2\bar{\rho}}. \quad (40)$$

Далее рассматривается вариант установки жиклера между объемами V_1 и V_2 с проходным сечением, средним между $F'_{\text{ж}}$ и $F''_{\text{ж}}$.

Зависимость (40) не поддается обычной линейаризации, так как на установившемся режиме (положение статического равновесия) расход газа через жиклер равен нулю $\bar{m} = 0$. Поэтому необходимо произвести гармоническую линейаризацию зависимости (40)

$$\delta P_2 - \delta P_1 = R \cdot \dot{m}, \quad (41)$$

где коэффициент гармонической линейаризации R равен

$$R = \frac{0,85|\bar{m}|}{(\mu F'_{\text{ж}})^2 \cdot 2\bar{\rho}}, \quad (42)$$

где $|\bar{m}|$ – амплитуда колебаний расхода воздуха через жиклер.

Определим отклонение расхода воздуха из формулы (41) и подставим в уравнения (36), (37)

$$\frac{\bar{V}_1}{k\bar{p}} \frac{d\delta P_1}{dt} = -\frac{\bar{F}_{\text{эф}}}{\bar{i}_x} (\dot{z} - \dot{q}) + \frac{\delta P_2 - \delta P_1}{\bar{\rho} \cdot R}, \quad (43)$$

$$\frac{\bar{V}_2}{k\bar{p}} \frac{d\delta P_2}{dt} = -\frac{\delta P_2 - \delta P_1}{\bar{\rho} \cdot R}. \quad (44)$$

Определим отклонение давления в объеме V_2 из уравнения (43)

$$\delta P_2 = \delta P_1 + \frac{\bar{\rho} \bar{V}_1 R}{k\bar{p}} \frac{d\delta P_1}{dt} + \frac{\bar{\rho} R \bar{F}_{\text{эф}}}{\bar{i}_x} (\dot{z} - \dot{q}) \quad (45)$$

и подставим в уравнение (44). После несложных преобразований получим:

$$\tau \frac{d\delta P_1}{dt} + \delta P_1 = -\left[\tau \frac{\bar{F}_{\text{эф}} \cdot k\bar{p}}{\bar{i}_x \cdot \bar{V}_1} (\dot{z} - \dot{q}) + \frac{\bar{F}_{\text{эф}} \cdot k\bar{p}}{\bar{i}_x \cdot (\bar{V}_1 + V_2)} (z - q) \right], \quad (46)$$

где постоянная времени τ равна:

$$\tau = \frac{\bar{\rho} R}{k\bar{p}} \frac{\bar{V}_1 \cdot \bar{V}_2}{(\bar{V}_1 + \bar{V}_2)}. \quad (47)$$

Для лучшего понимания физического смысла уравнения (46) представим это уравнение в следующем виде. Поскольку $\delta V_1 = \frac{\bar{F}_{\text{эф}}}{\bar{i}_x} (z - q)$, получим

$$\tau \frac{dP_1}{dt} + \delta P_1 = - \left[\tau \cdot \frac{k\bar{p}}{\bar{V}_1} \frac{d\delta V_1}{dt} + \frac{k\bar{p}}{\bar{V}_1 + V_2} \cdot \delta V_1 \right]. \quad (48)$$

Из этого уравнения следуют два частных случая. Первый случай соответствует равновесному термодинамическому процессу в суммарном объеме газовой полости $V = \bar{V}_1 + V_2$, когда постоянная времени τ или время релаксации, характеризующее время установления термодинамического равновесия $\tau \rightarrow 0$. Этот случай характерен для малых частот колебаний, при которых отклонения давлений в объемах V_1 и V_2 равны $\delta p_1 = \delta p_2$.

В этом случае, как следует из уравнения динамики газовой полости (48), разделенной на два объема, сообщающиеся между собой через жиклер

$$\delta P_1 = - \frac{k\bar{p}}{\bar{V}_1 + V_2} \cdot \delta V_1 = -B_p \delta V_1, \quad (49)$$

где

$$B_p = \frac{k\bar{p}}{\bar{V}_1 + V_2} \quad (50)$$

представляет собой упругость газовой среды в суммарном объеме газовой полости $V = V_1 + V_2$ (величина, обратная податливости).

Второй случай соответствует полностью неравновесному процессу (перетекание воздуха из объема V_1 в объем V_2 практически отсутствует). Полагая в уравнении (48) вторые слагаемые в правой и левой части равными нулю, получим

$$\delta P_1 = - \frac{k\bar{p}}{\bar{V}_1} \cdot \delta V_1 = -B_H \cdot \delta V_1, \quad (51)$$

где

$$B_H = \frac{k\bar{p}}{\bar{V}_1} \quad (52)$$

представляет собой упругость газовой среды в объеме V_1 , которая соответствует полностью неравновесному процессу в суммарном объеме газовой полости из-за отсутствия перетекания газа из объема V_1 в объем V_2 .

В зависимости от выбора объемов V_1 и V_2 неравновесная упругость может существенно превысить равновесную упругость.

Реальный процесс в суммарном объеме газовой полости описывается уравнением динамики газовой полости (48). Это уравнение можно записать через равновесную и полностью неравновесную упругости:

$$\tau \frac{d\delta P_1}{dt} + \delta P_1 = -B_H \left(\tau \frac{d\delta V_1}{dt} + \frac{B_p}{B_H} \delta V_1 \right) \quad (53)$$

или

$$\tau \frac{d\delta P_1}{dt} + \delta P_1 = - \frac{B_H \cdot \bar{F}_{\text{эф}}}{\bar{i}_x} \left[\tau(\dot{z} - \dot{q}) + \frac{B_p}{B_H}(z - q) \right]. \quad (54)$$

Уравнение динамики газовой полости (54) можно записать через жесткости системы при равновесном и полностью неравновесном термодинамических процессах в газовой полости пневматической подвески. Жесткость виброзащитной системы равна отношению силы $\frac{\bar{F}_{\text{эф}} \cdot \delta P_1}{\bar{i}_0}$ к относительному перемещению $(z - q)$. Принимая во внимание, что $\delta V_1 = \frac{\bar{F}_{\text{эф}}}{\bar{i}_x}(z - q)$, согласно (49) получим:

$$\frac{\bar{F}_{\text{эф}} \cdot \delta P_1}{\bar{i}_0(z - q)} = -\frac{F_{\text{эф}}^2 \cdot B_p}{\bar{i}_0 \bar{i}_x} = -C_p, \quad (55)$$

$$C_p = \frac{B_p \cdot \bar{F}_{\text{эф}}^2}{\bar{i}_0 \bar{i}_x} = \frac{k \bar{p} \cdot \bar{F}_{\text{эф}}^2}{\bar{i}_0 \bar{i}_x (\bar{V}_1 + V_2)}, \quad (56)$$

где C_p – жесткость системы, обусловленная изменением давления в объеме V_1 при равновесном термодинамическом процессе, а согласно (51)

$$\frac{\delta P_1 \cdot \bar{F}_{\text{эф}}}{\bar{i}_0(z - C)} = -\frac{B_H \cdot \bar{F}_{\text{эф}}^2}{\bar{i}_0 \cdot \bar{i}_x} = -C_H, \quad (57)$$

$$C_H = \frac{B_H \cdot \bar{F}_{\text{эф}}^2}{\bar{i}_0 \cdot \bar{i}_x} = \frac{k \cdot \bar{p} \cdot \bar{F}_{\text{эф}}^2}{\bar{i}_0 \cdot \bar{i}_x \cdot V_1}, \quad (58)$$

где C_H – жесткость системы, обусловленная изменением давления в объеме V_1 при полностью неравновесном термодинамическом процессе.

Согласно (56) и (58) уравнение газовой полости (54) можно представить так:

$$\tau \frac{d\delta P_1}{dt} + \delta P_1 = -\frac{C_H \cdot \bar{i}_0}{\bar{F}_{\text{эф}}} \left[\tau(\dot{z} - C) + \frac{C_p}{C_H}(z - C) \right]. \quad (59)$$

При вынужденных колебаниях формулу для определения силы трения после гармонической линеаризации можно представить в следующем виде

$$F_{\text{тр}} = F_{\text{тр}} \frac{\dot{z} - C}{|\dot{z} - C|} = \frac{\eta F_{\text{тр}}}{|\bar{x}| \cdot \omega} (\dot{z} - C), \quad (60)$$

где η – коэффициент полноты рабочей диаграммы.

Для листовых рессор [7] коэффициент η находится в пределах $0,7 < \eta \leq 1,27$, $|\bar{x}|$ – амплитуда колебаний относительного перемещения подвески, ω – частота вынужденных колебаний.

С учетом (60) уравнение (32) принимает вид:

$$M \ddot{z} = \frac{\bar{F}_{\text{эф}}}{i_0} \cdot \delta P_1 - (C_F + C_{i_0})(z - C) - \frac{\eta F_{\text{тр}}}{|\bar{x}| \cdot \omega} (\dot{z} - C). \quad (61)$$

Уравнения (61) и (59) позволяют определять динамические характеристики подвески сиденья водителя транспортного средства.

Механизм рассеяния колебательной энергии

Как следует из уравнения динамики газовой полости (53), фазовый сдвиг между колебаниями объема $\delta V_1(t)$ и давления составляет 180° только для ранее рассмотренных частных случаев: при равновесном термодинамическом процессе

$$\delta p_1 = -B_p \delta V_1 ,$$

когда время релаксации $\tau = 0$, и полностью неравновесном термодинамическом процессе

$$\delta p_1 = -B_H \delta V_1 ,$$

когда время релаксации $\tau \rightarrow \infty$, т. е. перетекание воздуха из объема V_1 в объем V_2 отсутствует, $\delta \dot{m} = 0$.

Нетрудно видеть, что для указанных частных случаев рассеяния колебательной энергии нет, поскольку площадь рабочих циклов в координатах $\delta V_1 - \delta p_1$ равна нулю.

Рассмотрим рабочий цикл в координатах $\delta V_1 - \delta p_1$, состоящий из процессов сжатия и расширения газа, совершаемых с различными скоростями.

Пусть исходному равновесному состоянию системы соответствует точка 0 на рис. 6. При очень медленном увеличении или уменьшении объема (характерное время, определяющее скорость изменения объема, много больше времени релаксации τ) процессы расширения и сжатия будут происходить практически равновесно. Члены, содержащие производные в уравнении (53), могут быть в связи с этим отброшены, после чего это уравнение приобретет вид:

$$\delta p_1 = -B_p \delta V_1 .$$

Прямая линия, соответствующая этому процессу, обозначена на рис. 6 буквой "Р" (равновесный процесс).

Если изменение объема будет происходить очень быстро (характерное время изменения объема много меньше времени релаксации τ), то члены, содержащие производные в уравнении (53), будут много больше других. Отбрасывая в уравнении (53) члены, не содержащие производных, после интегрирования находим

$$\delta p_1 = -B_H \delta V_1 .$$

Установленный механизм рассеяния колебательной энергии аналогичен механизму демпфирования колебаний в термодинамическом демпфере, рабочий процесс в котором обусловлен испарением жидкости и конденсацией пара [8].

1. Патент на изобретение 64036 UA Украина, МПК В60N2/50. Подвеска сидения водителя транспортного средства / *Пилипенко В. В., Пилипенко О. В.*; заявитель и патентовладелец Институт технической механики НАНУ и НКАУ. – № 2002076132; заявл. 23.07.2002; опубл. 16.02.2004, Бюл. № 2. – 8 с.
2. Патент на изобретение 74313 UA Украина, МПК В60N2/50. Подвеска сидения водителя транспортного средства / *Пилипенко В. В., Пилипенко О. В., Пилипенко М. В.*; заявитель и патентовладелец ООО Научно-производственное предприятие "Виброзащита". – № а 20050442; заявл. 12.04.2005; опубл. 15.11.2005, Бюл. № 11. – 3 с.
3. Патент на изобретение 76685 UA Украина, МПК В60N2/50. Подвеска сидения водителя транспортного средства / *Пилипенко В. В., Пилипенко О. В., Пилипенко М. В.*; заявитель и патентовладелец ООО Научно-производственное предприятие "Виброзащита". – № а 2006000240; заявл. 10.01.2006; опубл. 15.08.2006, Бюл. № 8. – 4 с.
4. *Пилипенко М. В.* Определение основных свойств пневматической подвески / *М. В. Пилипенко* // Техническая механика. – 2006. – № 1. – С. 171 – 185.
5. *Пилипенко М. В.* Разработка математической модели автономной пневматической подвески сидения водителя транспортного средства с прямым включением виброзащитного модуля / *М. В. Пилипенко* // Техническая механика. – 2008. – № 1. – С. 38 – 49.
6. *Герц Е. В.* Расчет пневмоприводов. Справочное пособие / *Е. В. Герц, Крейнин.* – М.: Машиностроение, 1975. – 272 с.
7. *Дербаремдикер А. Д.* Амортизаторы транспортных машин / *А. Д. Дербаремдикер.* – М.: Машиностроение, 1985. – 200 с.
8. *Пилипенко О. В.* Механизм рассеяния колебательной энергии в термодинамическом демпфере продольных колебаний жидкостных ракет / *О. В. Пилипенко* // Техническая механика. – 2000. – № 1. – С. 143 – 148.