проблеми хімії: Тез. XII Всеукр. конф. студ. та аспір. – Київ, 18-20.05.2011. – С. 84.

- 32. Науменко, М.О. Дослідження поглинаючої здатності термопластичних полімерних композитів за умов навантаження аварійної опори безпечного колісного рушія [Текст] / М.О. Науменко, П.І. Баштаник, М.В. Бурмістр // Эффективность сотовых конструкций в изделиях авиационно-космической техники: Тез. IV Междунар. науч.-практ. конф. Днепропетровск, 3-6.06.2011. С. 163-164.
- 33. Науменко, М.О. Вплив рельєфу поверхні інертного волокнистого наповнювача на конструкційні властивості при стисненні термопластичних полімерних композитів за умов навантаження шинних виробів [Текст] / М.О. Науменко // Вопр. химии и хим. технологии. – 2012. – № 2. – С. 86-91.
- Науменко, М.О. Дослідження впливу вторинної переробки на конструкційні властивості при стисненні волокнонаповнених термопластичних полімерних композитів [Текст] / М.О. Науменко // З актуальних питань хімії: Тез. Х Всеукраїнська конф. мол. вчених та студ. – Харків, 17-19.04.2012. – С. 85.
- Науменко, М.О. Прийнятність здобуття волокнистого наповнювача з полімерного корду для створення термопластичних полімерних композитів шинних виробів [Текст] / М.О. Науменко, П.І. Баштаник, М.В. Бурмістр, Saoudi Rachida // Эластомеры: материалы, технология, оборудование, изделия: Тез. VIII Украинской с междунар. участием науч.-техн. конф. резинщиков. – Днепропетровск, 24.-28.09.2010. – С. 121-123.
- Патент України № 89324. Поліамідна композиція [Текст] / М.Я. Кузьменко, М.В. Бурмістр, П.І. Баштаник, О.М. Кузьменко, С.Ю. Коляда, М.О. Науменко // МПК (2009) кл. С08 77/00, С08К 9/00 кл. С08К 5/544 (2009.01). Пр. 11.01.2010, Опубл. Б.П.В. 2010. – № 1.
- Патент України № 95354. Застосування алкоксіамінотитанатів як апрету для армуючого наповнювача та поліамідна композиція [Текст] / М.Я. Кузьменко, О.М. Кузьменко, С.М. Кузьменко, П.І. Баштаник, М.А. Федорова, М.О. Науменко // МПК (2010) кл. C08L 23/12, C08K 7/02 кл. C08K 5/54, C03C 25/24. Пр.25.07.2011, Опубл. Б.П.В. 2011. – № 4.
- Аверко-Антонович, Ю.О. Технология резиновых изделий: Учеб. Пособие для вузов [Текст] / Ю.О. Аверко-Антонович, Р.Я. Омельченко, Н.А. Охотина, Ю.Р. Эбич / Под ред. П.А. Кирпичникова. – Л.: Химия, 1991. – 352 с.
- Сырицын, Л.М. Производство шинного корда и технология его обработки [Текст] / Л.М. Сырицын, И.Л. Шмурак / Под ред. Л.М. Сырицына. – Воронеж: Воронежский государственный университет, 2006. – 400 с.
- 40. Суберляк, О.В. Технологія переробки полімерних та композиційних матеріалів [Текст] / О.В. Суберляк, П.І. Баштанник. Львів: Растр-7, 2007. 376 с.

#### УДК 622.647.2

Кирия Р.В., Максютенко В.Ю., Мищенко Т.Ф.

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА СОПРОТИВЛЕНИЯ ДВИЖЕНИЮ ЛЕНТЫ ПО РОЛИКООПОРАМ КОНВЕЙЕРА, ОБУСЛОВЛЕННОГО ИЗГИБОМ ЛЕНТЫ

Розглянуто питання про фізичну сутність опору руху стрічки з вантажем по роликоопорах стрічкових конвеєрів при невеликих натягненнях стрічки. На основі принципу Вольтера визначено коефіцієнт опору руху в'язкопружної пластини по жорстких циліндрах, розташованих на однаковій відстані один від одного. Встановлено, що коефіцієнт опору залежить від натягнення і швидкості стрічки конвеєра і не залежить від погонного навантаження і відстані між роликоопорами. Одержані результати досліджень порівнювалися з експериментом.

## DETERMINATION OF COEFFICIENT OF RESISTANCE TO MOTION OF RIBBON ON ROLL SETS OF CONVEYER DUE TO BEND OF RIBBON

A question about physical essence of resistance to motion of ribbon with a load on roll sets of band conveyers at the small pulls of ribbon is considered. The coefficient of resistance to motion of visco-elastic plate on the hard cylinders located on identical distance from each other is obtained on the basis of Voltera's principle. It is found that the coefficient of resistance depends on the pull and speed of ribbon of conveyer and doesn't depend on distance between roll sets. These results of research are compared with the experiment.

Вопросами определения сопротивления движению ленты с грузом по роликоопорам ленточного конвейера занимались многие исследователи. При этом выделяются три основные составляющие силы сопротивления движению ленты и груза по роликоопорам. Это силы сопротивления от вращения роликов, от сжатия ленты при качении роликов по ленте конвейера, от изгиба ленты и деформации груза. При этом, как полагают многие исследователи, составляющая от изгиба ленты и деформации груза наиболее существенна и составляет 40-70 % от общей силы сопротивления [1-3]. В работе [4] была получена математическая модель сопротивления движению ленты с грузом по роликоопорам мощного ленточного конвейера при больших натяжениях ленты (*S* > 1 т). Было показано, что сила сопротивления движению ленты с грузом по роликоопорам в этом случае в основном обусловлена гистерезисными потерями механической энергии от сжатия ленты при качении роликов по ленте конвейера, а также потерями в подшипниках при вращении роликов. При этом коэффициент сопротивления при движении ленты по роликам ленточного конвейера зависит от погонной нагрузки, скорости ленты и не зависит от натяжения ленты конвейера.

В этой задаче предполагалось, что лента конвейера представляет собой вязкоупругий слой толщиной *h*, моделируемый системой параллельно сжатых и невзаимодействующих элементов. При этом потерями механической энергии от изгиба ленты и деформации груза пренебрегали.

Однако участковые ленточные конвейеры угольных шахт (L = 100-300 м) имеют натяжение ленты  $S \le 1-2$  т.

Как показал анализ литературных источников, для *S* < 10 т вопрос о силе сопротивления движению ленты с грузом по роликоопоре до конца не решён.

В этом случае сила сопротивления движению ленты с грузом по роликоопорам ленточного конвейера, в основном, обусловлена гистерезисными потерями при изгибе ленты.

Задачей качения твёрдого цилиндра по вязкоупругому основанию занимались многие исследователи [5-7]. Однако работ по вопросам качения вязкоупругой пластины по твёрдым цилиндрам не много [4, 8].

Целью работы является определение зависимости коэффициента сопротивления движению ленты по роликоопорам ленточного конвейера, обусловленного изгибом ленты от параметров конвейера, роликоопор и физико-механических свойств груза.

В работе решалась задача о взаимодействии ленты с роликоопорами ленточного конвейера, расположенными на одинаковом расстоянии друг от друга.

При этом лента представляла собой тяжёлую вязкоупругую цилиндрическую пластину, растянутую силой натяжения *S* и подверженную изгибной деформацией от погонной нагрузки и веса ленты.

Согласно работе [4], если натяжение ленты  $S \ge S_{min}$ , где

$$S_{\min} = \frac{q^2 R^2 \ell_p^2}{16D_1} \left( 1 + \sqrt{1 - \frac{16D_1}{qR\ell_p^2}} \right),$$
 (1)

то лента касается роликов в одной верхней точке, т.е. угол обхвата лентой роликов  $\alpha$  = 0.

В формуле (1) q – распределённая нагрузка, равная сумме погонных весов ленты и груза, H/м; R – радиус ролика, м;  $\ell_p$  – расстояние между роликами, м;  $D_1 = bD$  – изгибная жёсткость ленты, H·м<sup>2</sup>; b – ширина ленты (пластины), м; D – цилиндрическая жёсткость ленты, H·м.

Расчёты показали, что для ленточных конвейеров, эксплуатируемых на горных предприятиях, условие  $S \ge S_{min}$  всегда выполняется. Поэтому, в дальнейшем, рассмотрим случай касания лентой роликов в одной точке.

Вначале определим изгибный момент *М* в каждой точке вязкоупругой цилиндрической пластины, движущейся со скоростью *v*<sub>л</sub> по роликам, расположенным на расстоянии  $\ell_p$  друг от друга (рис. 1).

Согласно принципу Вольтера [9, 10], для решения задачи наследственной теории

упругости сначала нужно найти решение задачи обычной теории упругости и в окончательном результате заменить упругие постоянные функциями ползучести или релаксации, т.е. функциями, определяющими напряжённое и деформационное состояние твёрдого тела, отвечающими единичной ступеньке напряжения или деформации, соответственно.

В случае изгиба вязкоупругой пластины нормальные продольные напряжения для каждого нормального сечения *х* пластины (см. рис. 1), согласно [7], определяются по формуле

$$\sigma_{x}(t) = \int_{0}^{t} \psi(t - t') \frac{\partial \varepsilon_{x}(t')}{\partial t'} dt', \qquad (2)$$

где σ<sub>x</sub>(*t*), ε<sub>x</sub>(*t*) – продольные напряжения и деформации в каждой точке нормального сечения вязкоупругой платины в момент времени *t*;

*ψ*(*t*) – функция релаксации для вязкоупругого тела.

Функция релаксации  $\psi(t)$  для тела Кельвина, согласно [10], определяется по формуле

$$\psi(t) = \mathcal{K}(1 + \beta e^{-t/\tau}), \qquad (3)$$

где К – длительный модуль упругости тела Кельвина, Н/м;

Т – время релаксации тела Кельвина, с;

 $\beta$ – константа.

Время релаксации для тела Кельвина определяется по формуле

$$T = \frac{\mu\beta}{\left(1+\beta\right)^2 \kappa},\tag{4}$$

где  $\mu$  – коэффициент вязкости вязкоупругого тела, H·c/м<sup>2</sup>.

Изгибающий момент в каждой точке сечения вязкоупругой пластины в момент времени *t*, согласно теории изгиба [11], определим по формуле

$$M(t) = b \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_{x}(t) z dz , \qquad (5)$$

где *h* – толщина пластины (ленты), м;

*z* – вертикальная координата точки сечения платины, м.

Подставляя (2) в (5) получим

$$M(t) = b \int_{-h/2}^{h/2} z dz \int_{0}^{t} \psi(t - t') \frac{\partial \mathcal{E}_{x}(t')}{\partial t'} dt' .$$
(6)

При установившемся движении пластины по роликам со скоростью  $v_n$  имеет место соотношение  $x = v_n t$ . Производная от продольной деформации  $\varepsilon_x$  по времени t с учетом последнего соотношения примет вид:



Определение коэффициента сопротивления движению ленты по роликоопорам конвейера, обусловленного изгибом ленты

$$\frac{\partial \varepsilon_x}{\partial t'} = \frac{d\varepsilon_x}{dx'} \frac{dx'}{dt'} = v_{,n} \frac{d\varepsilon_x}{dx'}.$$
(7)

Согласно [11], для цилиндрической пластины связь между деформацией и прогибом определяется по формуле

$$\varepsilon_x = -z \frac{d^2 y}{dx^2},\tag{8}$$

где у – прогиб пластины между роликами, м.

Подставляя (8) в (7), а затем в (6) с учётом (3), переходя в интеграле от переменной *t* ′к переменной *x*′, после интегрирования по *dz* получим

$$M(x) = -\frac{bh^{3}}{12} \int_{0}^{x} \mathcal{K}\left[1 + \beta e^{\frac{-(x-x')}{v_{n}T}}\right] \frac{d^{3}y}{dx'^{3}} dx'.$$
(9)

Согласно [11], прогиб упругой пластины, защемлённой на концах, длиной *I*<sub>p</sub>, растянутой силой натяжения *S*<sub>n</sub> и нагруженной вертикально распределённой нагрузкой *q*, определяется по формуле

$$y = \frac{q\ell_{p}^{4}}{16u^{3}D_{1} \text{th}u} \left\{ \frac{\text{ch} \left[ u \left( 1 - 2x / \ell_{p} \right) \right]}{\text{ch}u} - 1 \right\} + \frac{q\ell_{p}^{2} (\ell_{p} - x)x}{8u^{2}D_{1}}, \quad (10)$$

где  $u = \frac{\ell_p}{2} \sqrt{\frac{S}{D_1}}$ .

Подставляя (10) в (9) после интегрирования получим  $M(x) = M_{vn}(x) + M_{ess}(x)$ ,

где

$$M_{yn}(x) = -\frac{bh^{3}}{48} \frac{q\ell_{p}^{2}}{D_{1}} \frac{K}{shu} \frac{ch \left[ u(1-2x/\ell_{p}) \right]}{u} + \frac{bh^{3}}{12} \frac{qK}{s};$$
  

$$M_{ens}(x) = -\frac{bh^{3}}{48} \frac{q\ell_{p}^{2}}{D_{1}} \frac{K\beta}{shu} \left\{ \frac{e^{(u-x/(v_{n}T))}}{-u+\ell_{p}/(2v_{n}T)} \left[ e^{(\ell_{p}/(2v_{n}T)-u)2x/\ell_{p}} - 1 \right] - \frac{e^{-(u+x/(v_{n}T))}}{u+\ell_{p}/(2v_{n}T)} \left[ e^{(\ell_{p}/(2v_{n}T)+u)2x/\ell_{p}} - 1 \right] \right\}.$$

Здесь  $M_{yn}(x)$ ,  $M_{вяз}(x)$  — моменты, соответствующие упругой и вязкой составляющим изгибной деформации пластины в точке x.

Момент сопротивления движению вязкоупругой пластины по роликам, в нашем случае, равняется разности моментов в точке касания пластины с роликом со стороны набегания и со стороны сбегания пластины с роликов

$$M_{c} = M(\ell_{p}) - M(0).$$
(12)

Подставляя в формулу (11) x = 0 и  $x = \ell_p$ , из (12) получим

$$M_{c} = \frac{bh^{3}}{48} \frac{q\ell_{p}^{2}}{D_{1}} \frac{K\beta}{shu} \left[ \frac{e^{u} - e^{-(u+1/\varsigma)}}{u+1/(2\varsigma)} + \frac{e^{-u} - e^{(u-1/\varsigma)}}{u-1/(2\varsigma)} \right],$$
(13)

где  $\varsigma = \frac{v_n T}{\ell_p}$  – число Дебора [9].

Силу сопротивления движению ленты по роликам определим по формуле

(11)

$$F_c = M_c / R \,. \tag{14}$$

Подставляя (13) в (14), получим

$$F_{c} = \frac{bh^{3}}{48} \frac{q\ell_{p}^{2}}{RD_{1}} \frac{K\beta}{shu} \left[ \frac{e^{u} - e^{-(u+1/\varsigma)}}{u+1/(2\varsigma)} + \frac{e^{-u} - e^{(u-1/\varsigma)}}{u-1/(2\varsigma)} \right].$$
 (15)

Коэффициент сопротивления движению конвейерной ленты по роликам, в нашем случае, определится по формуле

$$k = \frac{F_c}{q\ell_p}.$$
(16)

Подставляя (15) в (16), окончательно получим коэффициент сопротивления движению ленты по роликам в виде

$$k = \frac{bh^{3}}{48} \frac{\ell_{\rho}}{RD_{1}} \frac{K\beta}{shu} \left[ \frac{e^{u} - e^{-(u+1/\varsigma)}}{u+1/(2\varsigma)} + \frac{e^{-u} - e^{(u-1/\varsigma)}}{u-1/(2\varsigma)} \right].$$
 (17)

Согласно [11], изгибная жесткость цилиндрической пластины определяется по формуле

$$D_1 = \frac{bEh^3}{12(1-v^2)},$$
 (18)

где *Е* – модуль упругости ленты при растяжении, H/м<sup>2</sup>;

v – коэффициент Пуассона.

Подставляя (18) в (17), после преобразования получим

$$k = \frac{(1-\nu^2)}{4} \frac{\ell_p}{R} \frac{K\beta}{E \operatorname{sh} u} \left[ \frac{e^u - e^{-(u+1/\varsigma)}}{u+1/(2\varsigma)} + \frac{e^{-u} - e^{(u-1/\varsigma)}}{u-1/(2\varsigma)} \right].$$
(19)

В формуле (19) *К* определяется упругими свойствами ленты. Согласно теории изгиба цилиндрической упругой пластины К определяется по формуле [11]:

$$K = \frac{E}{1 - v^2} \,. \tag{20}$$

Подставляя (20) в (19), после преобразования получим коэффициент сопротивления движению ленты с грузом по роликам в виде:

$$k = \frac{\ell_p}{4R} \frac{\beta}{\text{sh}u} \left[ \frac{e^u - e^{-(u+1/\varsigma)}}{u+1/(2\varsigma)} + \frac{e^{-u} - e^{(u-1/\varsigma)}}{u-1/(2\varsigma)} \right].$$
 (21)

Из формулы (21) следует, что коэффициент сопротивления движению ленты с грузом по роликоопорам ленточного конвейера, обусловленный изгибом ленты, зависит от натяжения *S* и скорости ленты  $v_n$ , расстояния между роликоопорами  $\ell_p$ , радиуса ролика *R*, изгибной жесткости ленты  $D_1$  (или толщины ленты *h*, коэффициента Пуассона v, ширины ленты *b*), вязкоупругих свойств ленты и груза *E*,  $\beta$  и  $\mu$  (или времени релаксации *T*) и не зависит от погонной нагрузки *q* конвейера.

На рис. 2 – рис. 4 показаны графики зависимости коэффициента сопротивления k от натяжения ленты S (см. рис. 2) при различных жесткостях ленты  $D_1 = 16$ ; 2; 0,25 H·m<sup>2</sup>; от скорости ленты  $v_{\pi}$  (см. рис. 3) при различных значениях вязкости  $\mu = 16 \cdot 10^5$ ;  $32 \cdot 10^5$ ;  $48 \cdot 10^5$  H·c/m<sup>2</sup>, соответствующих временам релаксации ленты T = 0,01; 0,02; 0,03 с; от расстояния между роликоопорами  $\ell_p$  (см. рис. 4) при различных натяжениях ленты S = 10; 20; 30 кН. При этом параметры конвейера, роликоопор, ленты и груза принимали следующие значения: для графиков на рис. 2  $v_n = 2 \text{ м/c}$ ;  $\ell_p = 1 \text{ м}$ ; R = 0,06 м; b = 0,6 м;  $E = 3 \cdot 10^7 \text{ H/m}^2$ ;  $\nu = 0,5$ ;  $\mu = 16 \cdot 10^5 \text{ H·c/m}^2$  (T = 0,01 c);  $\beta = 0,5$ ; для графиков на рис. 3 параметры те же, что и для рис. 2, кроме  $\mu$  или T и  $D_1 = 16 \text{ H·m}^2$ ; для графиков на рис. 4 параметры те же, что и для рис. 2, кроме S и  $D_1 = 16 \text{ H·m}^2$ .

Точками на рис. 2 – рис. 4 показаны результаты экспериментальных исследований, приведенные в работе [12].

Из рис. 2 следует, что с увеличением натяжения ленты *S* коэффициент сопротивления *k* уменьшается. При этом с уменьшением жёсткости ленты *D*<sub>1</sub> коэффициент сопротивления *k* уменьшается.

Из рис. З следует, что с увеличением скорости ленты конвейера *v<sub>a</sub>* коэффициент сопротивления k увеличивается и, как показали расчёты, при некотором значении  $v_{n} = v_{n \max} k$  достигает максимального значения, а затем с увеличением  $v_{\Lambda}$  стремится к нулю. При этом, с увеличением вязкости *µ* (или времени релаксации *T*) значение *v*<sub>лmax</sub> увеличивается, а максимальное значение коэффициента сопротивления k не изменяется. То есть точка максимума на графиках рис. 3 с увеличением Т смещается вправо.

Из рис. 4 следует, что с увеличением расстояния между опорами  $\ell_p$  коэффициент сопротивления k быстро увеличивается и при  $\ell_p > 0,1$  м принимает постоянное значение, которое уменьшается с увеличением натяжения ленты.

Кроме того, из этих рисунков видно, что результаты теоретических исследований достаточно хорошо совпадают с экспериментом [1, 12].

## Выводы

На основе принципа Вольтера, применяемого в механике



наследственно-упругих тел, разработана математическая модель сопротивления движению ленты с грузом по роликоопорам ленточного конвейера, обусловленного изгибом ленты.

Коэффициент сопротивления движению ленты с грузом по роликоопорам ленточного конвейера, обусловленный изгибом ленты, с увеличением натяжения ленты уменьшается, а с увеличением жёсткости, скорости и вязкости (времени релаксации) ленты и груза увеличивается. При этом коэффициент сопротивления не зависит от погонной нагрузки и мало зависит от расстояния между роликоопорами.

Полученные результаты теоретических исследований достаточно хорошо совпадают с результатами экспериментальных исследований, приведенными в работах [1, 12].

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Шахмейстер Л.Г. Теория и расчёт ленточных конвейеров / Л.Г. Шахмейстер, В.Г. Дмитриев. М.: Машиностроение, 1987. – 336 с.
- 2. Смирнов В.К. Сопротивление движению ленты от шевеления материала при проходе роликов / В.К. Смирнов, И.А. Шпакунов // Горнорудные машины и автоматика: Сб. тр. – М.: Недра, 1966. – Вып. 2. – С. 228-235.
- 3. Трощило В.С. Соотношения между составляющими сопротивления движению ленто на роликоопоре / В.С. Трощило, А.Н. Бондаренко // Сборник науч. тр. Национального горного университета. – Днепропетровск, 2002. – № 32. – C. 123-128.
- 4. Кирия Р.В. Определение коэффициента сопротивления движению ленты по роликоопорам мощного конвейера / Р.В. Кирия, В.Ю. Максютенко, Т.Ф. Мищенко, Н.Г. Ларионов // Геотехническая механика: Межвед. сб. научн. тр. / ИГТМ НАНУ. – Днепропетровск, 2010. – Вып. 86. – С. 248-254.
- 5. Ишлинский А.Ю. Прикладные задачи механики. Книга 1. Механика вязкопластических и не вполне упругих тел / А.Ю. Ишлинский. – М.: Наука, 1986. – 360 с.
- Галин Л.А. Контактные задачи теории упругости и вязкоупругости / Л.А. Галин. М.: Наука, 1980. 310 с.
   Мур Д. Трение и смазка эластомеров / Д. Мур. М.: Химия, 1977. 264 с.
- 8. Работнов Ю.Н. Элементы наследственной механики твердых тел / Ю.Н. Работнов. М.: Наука, 1977. 383 с.
- 9. Джонсон К. Механика контактного взаимодействия / К. Джонсон. М.: Мир, 1989. 510 с.
- 10. Малинин Н.Н. Прикладная теория пластичности и ползучести / Н.Н. Малинин. М.: Машиностроение, 1975. – 400 c.
- 11. Тимошенко С.П. Пластины и оболочки / С.П. Тимошенко, С. Войковский-Кригер. М.: Физ.-мат. литература, 1963. – 635 c.
- 12. Харченко В.И. Рационализация геометрических параметров линейных роликоопор ленточных конвейеров общего назначения на стадии их конструирования / Дис. ... канд. техн. наук: 05.05.05 / В.И. Харченко. – Москва, 1994. – 248 с.

УДК 539.3

Решевская Е.С.

# ИССЛЕДОВАНИЕ ПАРАМЕТРОВ КОНТАКТНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ЭЛЕМЕНТОВ КОНСТРУКЦИЙ СЛОЖНОЙ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ФОРМЫ

У статті проведено аналіз граничних умов в зоні контакту еластомерних елементів з іншими деталями конструкцій, на основі запропонованого ітераційного процесу уточнення контактної площадки проведено розрахунок нормальних напружень в зоні контакту для еластомерних віброізоляторів.

## INVESTIGATION OF CONTACT INTERACTION PARAMETERS OF STRUCTURAL **ELEMENTS OF COMPLEX GEOMETRIC SHAPE**

The boundary conditions in the contact zone of elastomeric elements with other parts of constructions are analyzed. Calculation of normal stresses is made for elastomeric vibroinsulators using the proposed iterative process of refinement of the contact area in the contact zone.

## 1 Введение

В промышленности, строительстве, транспорте, сельском хозяйстве, авиационной технике и других областях народного хозяйства широко используются кон-