

НАПРЯЖЕННОЕ СОСТОЯНИЕ ПРИЗАБОЙНОЙ ЧАСТИ МАССИВА ПРИ ПРОВЕДЕНИИ ГОРНЫХ ВЫРАБОТОК С КОНИЧЕСКОЙ ФОРМОЙ ЗАБОЯ

У рамках механіки пружно-деформованого тіла розроблена методика та розв'язана задача про напружений стан гірського масиву навколо горизонтальної циліндричної виробки. Чисельними дослідженнями виявлено значну концентрацію розтягуючих напружень у зоні ведення гірничих робіт.

THE STRESS STATE OF A ROCK MASSIF WHILE CONDUCTING THE MINING WORKING WITH THE CONICAL FORM OF FACES

A method of stress state of a rock massif near the horizontal cylindrical working is developed, and a problem of mechanics of elastically deformed bodies is solved. A considerable concentration of tensile stresses in the mining working zone is revealed by numerical calculations.

1 Постановка задачи

Экспериментальные исследования, выполненные ИГТМ им. Н.С. Полякова НАН Украины показали, что после проведения на больших глубинах горных выработок вокруг них происходит образование чередующихся зон нарушенных и ненарушенных пород. Поэтому аналитические исследования особенностей напряжённого состояния массива с тем, чтобы выяснить причину дезинтеграционных процессов, возникающих при проведении горной выработки, являются одной из актуальных задач механики горных пород.

Разработан метод и решена пространственная задача о напряжённо-деформированном состоянии горного массива в окрестностях цилиндрической выработки, при проведении которой предполагается образование конической формы поверхности забоя (рис. 1).

Результаты численных расчётов параметров поля напряжений показали, что при проведении выработки в призабойной части повсеместно возникает зона растягивающих радиальных напряжений. Поэтому, как показала практика проведения выработок, в углевмещающих породах призабойной части интенсивно развиваются межслоевые деформации, что приводит к образованию магистральных трещин, разделению массива на части, потере способности противодействовать горному давлению.

Напряжённое состояние массива при проведении выработки определяется соотношениями

$$\sigma_r = \sigma_{rr} - \gamma H; \sigma_\theta = \sigma_{\theta\theta} - \gamma H; \sigma_z = \sigma_{zz} - \lambda_0 \gamma H; \tau_{rz} = \sigma_{rz}, \quad (1)$$

где γH – начальные, а σ_{rr} , $\sigma_{\theta\theta}$, σ_{zz} и σ_{rz} – дополнительные нормальные и касательные напряжения, обусловленные образованием полости в массиве горных пород;

H – расстояние от земной поверхности до оси выработки;

γ – объёмный вес толщи горных пород;

λ_0 – коэффициент осевого давления.

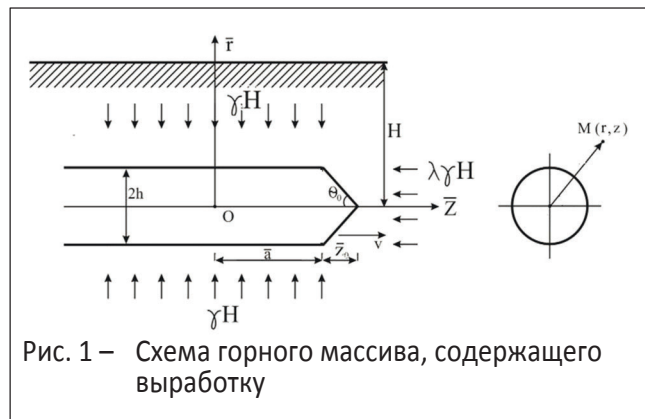


Рис. 1 – Схема горного массива, содержащего выработку

Так как $H \gg h$, то изменением начальных напряжений по высоте выработки можно пренебречь. При отсутствии крепи полные напряжения на контуре и забое выработки равны нулю.

Тогда граничные условия на контуре и забое выработки запишутся следующим образом:

$$\text{при } \bar{r} = h; \bar{z} \leq \bar{a} \quad \sigma_{rr} = \gamma H; \sigma_{rz} = 0. \quad (2)$$

$$\text{при } \bar{z} \leq h; \bar{a} \leq \bar{z} \leq \bar{z}_0 + \bar{a} - r \operatorname{ctg} \theta_0$$

$$\sigma_{rr} \sin \theta + \sigma_{rz} \cos \theta = \gamma H \sin \theta; \quad \sigma_{rz} \sin \theta + \sigma_{zz} \cos \theta = \lambda_0 \gamma H \cos \theta. \quad (3)$$

Задача состоит в определении и исследовании напряжённого состояния углеродного массива с целью выявления основополагающих закономерностей, обеспечивающих эффективное и безопасное проведение горных выработок.

Исследования будем осуществлять, введя подвижную систему относительных координат (r, z) , которая связана с неподвижной системой известным преобразованием Галилея

$$z = (\bar{z} - vt)h^{-1}; \quad r = \bar{r}h^{-1}.$$

Решение уравнений динамического равновесия возьмём в форме [2]:

$$U_r = -\frac{1}{\pi} \sum_{n=1}^6 \int_0^{\infty} \left\{ [A_n(\alpha)U_r^{(1n)} + B_n(\alpha)U_r^{(2n)}] \cos \alpha z - [C_n(\alpha)U_r^{(1n)} - D_n(\alpha)U_r^{(2n)}] \sin \alpha z \right\} d\alpha; \quad (4)$$

$$U_z = \frac{1}{\pi} \sum_{n=1}^6 \int_0^{\infty} \left\{ [A_n(\alpha)U_z^{(1n)} - B_n(\alpha)U_z^{(2n)}] \sin \alpha z + [C_n(\alpha)U_z^{(1n)} + D_n(\alpha)U_z^{(2n)}] \cos \alpha z \right\} d\alpha,$$

где обозначено

$$U_r^{(2n-1)} = \omega_{3n} J_1(\alpha \beta_1 r); \quad U_r^{(2n)} = \omega_{4n}(\alpha \beta_2 r) J_1(\alpha \beta_2 r); \quad U_z^{(1n)} = \omega_{5n}(\alpha \beta_1 r) J_0(\alpha \beta_1 r);$$

$$U_z^{(2n)} = \omega_{6n}(\alpha \beta_2 r) J_0(\alpha \beta_2 r); \quad \omega_{3n} = \left(\beta_1^2 \omega_{2n} + 2\nu \frac{b_n - \lambda_n c_n}{1 - \lambda_n b_n} \right) [\omega_{2n} (\beta_{3n}^2 - \beta_1^2)]^{-1}; \quad (5)$$

$$\omega_{5n} = \beta_1 [1 + 2\nu(1 - 2\nu)^{-1}] (\beta_{3n}^2 - \beta_1^2)^{-1}; \quad \omega_{4n} = \beta_2 [1 + 2\nu(1 - 2\nu)^{-1}] (\beta_{3n}^2 - \beta_2^2)^{-1};$$

$$\omega_{6n} = \left(\omega_{1n} + \frac{b_n - \lambda_n c_n}{1 - \lambda_n b_n} \right) [\omega_{2n} (\beta_{3n}^2 - \beta_2^2)]^{-1};$$

$A_n(\alpha)$ и $B_n(\alpha)$, $C_n(\alpha)$ и $D_n(\alpha)$ – произвольные функции аргумента α ,

$J_{1,2}(\alpha \beta_{1,2} r)$ – функции Бесселя первого рода;

$$\omega_{1n} = \frac{a_n - C_n}{2(1 - \nu)(1 - \lambda_n a_n)} + \frac{\lambda_n C_n}{1 - \lambda_n b_n}; \quad \omega_{2n} = (1 - 2\nu) \left[\frac{a_n - C_n}{1 - \lambda_n a_n} + 2(1 - \nu) \frac{b_n}{1 - \lambda_n b_n} \right];$$

$$\beta_1^2 = \nu(1 - \nu)^{-1} + \kappa_1^2; \quad \beta_2^2 = [(1 - \nu) - (1 - 2\nu)\kappa_1^2] \nu^{-1}; \quad \beta_{3n}^2 = 2\nu \omega_{1n} \cdot \omega_{2n}^{-1};$$

$$\kappa_1^2 = \rho \nu^2 (1 + \nu)(1 - 2\nu)[(1 - \nu)E]^{-1}; \quad \kappa_2^2 = 2\rho \nu^2 (1 + \nu)(1 - 2\nu)/E,$$

ρ – плотность пород;

$$c_n = \left\{ \beta_2^2 a (1 - \lambda_n b_n) + [2(1 - \nu) \beta_2^2 - 1] b_n \right\} [\beta_2^2 (1 - \lambda_n b_n) - \lambda (1 - \lambda_n a_n)];$$

$$b_n = \frac{[a_0 \pm (a_0^2 - b_0)^{1/2}]}{2\lambda \left\{ 2(1-\nu) [1 + \beta_2^2 \bar{\beta}_1^2 (1 - \lambda_n a_n)] - \beta_1^2 \right\}};$$

$$a_0 = [\beta_2^2 - \lambda_n (1 - \lambda_n a_n)] [2(1-\nu) \bar{\beta}_1^2 - \lambda_n a_n (2(1-\nu) \bar{\beta}_1^2 - \beta_1^2)] -$$

$$- [\lambda_n (1 - \lambda_n a_n) - 1] [2(1-\nu) - \lambda a - \beta_1^2];$$

$$b_0 = 4\lambda_n^2 a_n (1 - \lambda_n a_n) (1 - \beta_1^2) \left\{ 2(1-\nu) [1 + \bar{\beta}_1^2 \beta_2^2 (1 - \lambda_n a_n)] \beta_1^2 \right\};$$

$$a_1 = 2, 4; a_2 = 1, 5; \lambda_1 = -2, 2; \lambda_2 = -2, 9; \lambda_3 = -3, 6.$$

2 Вывод и решение интегральных уравнений

Принимая во внимание произвол в выборе функций $A_n(\alpha)$ и $B_n(\alpha)$, $C_n(\alpha)$ и $D_n(\alpha)$, положим

$$\begin{bmatrix} A_6(\alpha) \\ C_6(\alpha) \end{bmatrix} = - \sum_{n=1}^5 \begin{bmatrix} A_n(\alpha) \\ C_n(\alpha) \end{bmatrix} \frac{\omega_{5n} - \beta_1 \omega_{3n}}{\omega_{56} - \beta_1 \omega_{36}}; \quad \begin{bmatrix} B_6(\alpha) \\ D_6(\alpha) \end{bmatrix} = - \sum_{n=1}^5 \begin{bmatrix} B_n(\alpha) \\ D_n(\alpha) \end{bmatrix} \frac{\omega_{6n} + \beta_2 \omega_{4n}}{\omega_{66} + \beta_2 \omega_{46}}. \quad (6)$$

Далее, воспользовавшись соотношениями закона Гука [3], получаем выражения для компонент тензора напряжений, внося которые в условия (2) и (3) получаем следующую систему интегральных уравнений:

на контуре выработки $r = 1, 0; z \leq a$

$$\sum_{n=1}^5 \int_0^\infty \alpha \left\{ [A_n(\alpha) \bar{\tau}_{rz}^{-(1n)} + B_n(\alpha) \bar{\tau}_{rz}^{-(2n)}] \sin \alpha z + [C_n(\alpha) \bar{\tau}_{rz}^{-(1n)} - D_n(\alpha) \bar{\tau}_{rz}^{-(2n)}] \cos \alpha z \right\} d\alpha = 0; \quad (7)$$

$$\sum_{n=1}^5 \int_0^\infty \alpha \left\{ [A_n(\alpha) \bar{\tau}_{rr}^{-(1n)} + B_n(\alpha) \bar{\tau}_{rr}^{-(2n)}] \cos \alpha z + [C_n(\alpha) \bar{\tau}_{rr}^{-(1n)} - D_n(\alpha) \bar{\tau}_{rr}^{-(2n)}] \sin \alpha z \right\} d\alpha = \frac{\pi}{q_0} \gamma H.$$

на поверхности забоя $0 \leq r \leq 1, 0; a \leq z \leq z_0; z_0 = a + \text{ctg} \theta_0; \rho = r \text{ctg} \theta_0$

$$\sum_{n=1}^5 \int_0^\infty \alpha \left\{ [(A_n(\alpha) \cos \alpha z_0 - C_n(\alpha) \sin \alpha z_0) \gamma_{1n} J_1(\alpha \beta_1 r) + (B_n(\alpha) \cos \alpha z_0 + D_n(\alpha) \sin \alpha z_0) \cos \alpha \rho - \right.$$

$$\left. - (A_n(\alpha) \sin \alpha z_0 + C_n(\alpha) \cos \alpha z_0) \gamma_{1n} J_1(\alpha \beta_1 r) + (B_n(\alpha) \sin \alpha z_0 - D_n(\alpha) \cos \alpha z_0) J_1(\alpha \beta_2 r)] \sin \alpha \rho \right\} d\alpha = \frac{\pi}{R^2 q_0} \gamma H r;$$

$$\sum_{n=1}^5 \int_0^\infty \alpha \left\{ [(A_n(\alpha) \cos \alpha z_0 - C_n(\alpha) \sin \alpha z_0) \gamma_{5n} J_0(\alpha \beta_1 r) - (B_n(\alpha) \cos \alpha z_0 + D_n(\alpha) \sin \alpha z_0) \gamma_{6n} J_0(\alpha \beta_2 r)] \cos \alpha \rho - \right.$$

$$\left. - [(A_n(\alpha) \sin \alpha z_0 + C_n(\alpha) \cos \alpha z_0) \gamma_{5n} J_0(\alpha \beta_1 r) - (B_n(\alpha) \sin \alpha z_0 - D_n(\alpha) \cos \alpha z_0) \gamma_{6n} J_0(\alpha \beta_2 r)] \sin \alpha \rho \right\} d\alpha = \quad (8)$$

$$= \frac{\pi}{q_0} \gamma H [\lambda_0 + (1 + \lambda_0 - \cos \theta_0) \cos^2 \theta_0];$$

$$\sum_{n=1}^5 \int_0^\infty \alpha \left\{ [(A_n(\alpha) \sin \alpha z_0 + C_n(\alpha) \cos \alpha z_0) \gamma_{7n} J_1(\alpha \beta_1 r) + (B_n(\alpha) \sin \alpha z_0 - D_n(\alpha) \cos \alpha z_0) \gamma_{8n} J_1(\alpha \beta_2 r)] \cos \alpha \rho - \right.$$

$$\left. - [(A_n(\alpha) \cos \alpha z_0 - C_n(\alpha) \sin \alpha z_0) \gamma_{7n} J_1(\alpha \beta_1 r) + (B_n(\alpha) \cos \alpha z_0 + D_n(\alpha) \sin \alpha z_0) \gamma_{8n} J_1(\alpha \beta_2 r)] \sin \alpha \rho \right\} d\alpha =$$

$$= \frac{\pi}{q_1} (1 + \lambda_0 - \cos \theta_0) \sin \theta_0 \cos \theta_0.$$

Сначала удовлетворяем условиям (2) на контуре выработки. Полагая

$$C_5(\alpha) = - \sum_{n=1}^4 [C_n(\alpha) \gamma_{7n} J_1(\alpha \beta_1) - D_n(\alpha) \gamma_{8n} J_1(\alpha \beta_2)] [\gamma_{75} J_1(\alpha \beta_2) - \gamma_{85} J_1(\alpha \beta_2)]^{-1};$$

$$A_5(\alpha) = -\sum_{n=1}^4 [A_n(\alpha)\gamma_{7n}J_1(\alpha\beta_1) + B_n(\alpha)\gamma_{8n}J_1(\alpha\beta_2)] [\gamma_{75}J_1(\alpha\beta_2) + \gamma_{85}J_1(\alpha\beta_2)]^{-1} +$$

$$+\alpha^{-1} \int_0^a \chi(\xi) \sin(\alpha K \xi) d\xi;$$

$$B_5(\alpha) = A_5(\alpha); \quad D_5(\alpha) = C_5(\alpha);$$

$$C_4(\alpha) = -\sum_{n=1}^3 (C_n(\alpha)\bar{\tau}_{rr}^{-(5n)} - D_n(\alpha)\bar{\tau}_{rr}^{-(6n)}) (\bar{\tau}_{rr}^{-(54)} - \bar{\tau}_{rr}^{-(64)})^{-1}; \quad (9)$$

$$B_4(\alpha) = -(\alpha\bar{\tau}_{rr}^{-(44)})^{-1} (\bar{\tau}_{rr}^{-(15)} + \bar{\tau}_{rr}^{-(25)}) \int_0^a \chi(\xi) \sin(\alpha K \xi) d\xi; \quad K = 1 + \frac{\beta_2}{a};$$

$$A_4(\alpha) = -\sum_{n=1}^3 (A_n(\alpha)\bar{\tau}_{rr}^{-(3n)} + B_n(\alpha)\bar{\tau}_{rr}^{-(4n)}) / \bar{\tau}_{rr}^{-(34)} + (\bar{\tau}_{rr}^{-(34)})^{-1} \int_0^a \chi(\xi) \sin \alpha \xi d\xi;$$

где $\chi(\xi)$ – некоторая функция, непрерывная вместе со своими производными в промежутке $(0, a)$,

и интегрируя второе уравнение (7) по z , приходим к интегральному уравнению

$$\int_0^\infty \left\{ \int_0^a \chi(\xi) \sin \alpha \xi d\xi \right\} \frac{\sin \alpha z}{\alpha} d\alpha = \frac{\pi}{q_0} \gamma H z. \quad (10)$$

Решение уравнения (10), как известно [4], имеет вид

$$\chi(z) = 2\gamma H z \left[q_0 (a^2 - z^2)^{1/2} \right]^{-1}. \quad (11)$$

Внося (9) в первое уравнение (7) и учитывая следующие свойства функций Бесселя [4]

$$\int_0^\infty J_\nu(\alpha a) J_\nu(\alpha b) \sin \alpha z d\alpha = 0, \quad 0 < z < b - a; \quad \nu > -1,$$

убеждаемся, что это уравнение удовлетворяется тождественно.

Более подробно рассмотрим решение первого из трёх уравнений (8), характеризующих краевые условия на контуре выработки.

Подставляя в это уравнение выражения функций (9) и полагая

$$\sum_{n=1}^3 [(B_n(\alpha)Y_{1n} - A_n(\alpha)Y_{4n}) \cos \alpha z_0 - (C_n(\alpha)Y_{2n} - D_n(\alpha)Y_{3n}) \sin \alpha z_0 + G_3] = 0;$$

$$\sum_{n=1}^3 [(B_n(\alpha)Y_{1n} - A_n(\alpha)Y_{4n}) \sin \alpha z_0 + (C_n(\alpha)Y_{2n} - D_n(\alpha)Y_{3n}) \cos \alpha z_0 + G_3] = 0; \quad (12)$$

$$\sum_{n=1}^3 [(A_n(\alpha)X_{1n} - B_n(\alpha)X_{2n}) \cos \alpha z_0 - (C_n(\alpha)X_{3n} + D_n(\alpha)X_{4n}) \sin \alpha z_0 + G_2] = Q_1(\alpha);$$

$$\sum_{n=1}^3 [(A_n(\alpha)X_{1n} - B_n(\alpha)X_{2n}) \sin \alpha z_0 + (C_n(\alpha)X_{3n} + D_n(\alpha)X_{4n}) \cos \alpha z_0 + G_2] = 0,$$

находим

$$B_3(\alpha) = \sum_{n=1}^2 \left[\frac{(A_n(\alpha)\gamma_{23}\bar{\tau}_{rr}^{-(7n)} - B_n(\alpha)Y_{1n})}{Y_{13}} + \frac{A_3(\alpha)\gamma_{23}\bar{\tau}_{rr}^{-(73)}}{Y_{13}} - \frac{G_3(\cos \alpha z_0 + \sin \alpha z_0)}{Y_{13}} \right];$$

$$D_3(\alpha) = \sum_{n=1}^2 \left[\frac{C_n(\alpha)Y_{2n} - D_n(\alpha)Y_{3n}}{Y_{33}} + \frac{C_3(\alpha)Y_{23}}{Y_{33}} + \frac{G_3(\cos \alpha z_0 - \sin \alpha z_0)}{Y_{33}} \right]; \quad (13)$$

$$A_3(\alpha) = \sum_{n=1}^2 \left[\frac{A_n(\alpha)X_{5n} - B_n(\alpha)X_{6n}}{X_{53}} + \frac{(G_4 - Q_1(\alpha))\cos \alpha z_0 + G_3 \sin \alpha z_0}{X_{53}} \right];$$

$$C_3(\alpha) = \sum_{n=1}^2 \left[\frac{C_n(\alpha)X_{7n} + D_n(\alpha)X_{8n}}{X_{73}} + \frac{(G_4 - Q_1(\alpha))\sin \alpha z_0 - G_5 \cos \alpha z_0}{X_{73}} \right].$$

Функция $Q_1(\alpha)$ удовлетворяет интегральному уравнению

$$\int_0^{\infty} Q_1(\alpha) J_1(\alpha \beta_1 r) \cos \alpha \rho d\alpha = \frac{\pi}{q_0} \gamma H r \cos \theta_0. \quad (14)$$

Значения коэффициентов в формулах (12) и (13) не приводятся здесь из-за громоздкости.

Решение интегрального уравнения (14) ищем в форме

$$Q_1(\alpha) = \int_0^{\infty} \chi_1(\xi) J_2[\alpha f(\xi)] d\xi; \quad f(\xi) = \xi(\operatorname{ctg} \theta_0 + \beta_1), \quad (15)$$

где $\chi_1(\alpha)$ – некоторая функция, непрерывная вместе со своими производными на сегменте $[0, 1]$.

Внося выражение $Q_1(\alpha)$ (15) в (14) и учитывая следующие свойства функций Бесселя

$$\int_0^{\infty} \alpha^{\rho-\nu-1} J_\nu(a\alpha) J_\rho(b\alpha) \cos \alpha z d\alpha = 2^{\rho-\nu-1} a^\nu \Gamma(\rho) / \Gamma(\nu+1); \quad 0 < z < b-a, \quad (16)$$

приходим к следующему интегральному уравнению

$$\int_0^1 \chi_1(\xi) [f(\xi)]^{-2} d\xi = \frac{\pi}{\beta_1 q_0} \gamma H \cos \theta_0,$$

решение которого находится элементарно

$$\chi_1(\xi) = \frac{2\pi}{\beta_1 q_0} \gamma H \xi^3 (\operatorname{ctg} \theta_0 + \beta_1) \cos \theta_0. \quad (17)$$

Далее, возвращаясь к равенству (15), после вычисления интеграла получаем

$$Q_1(\alpha) = \frac{2\pi}{q_0 \beta_1} \gamma H \alpha^{-2} (\operatorname{ctg} \theta_0 + \beta_1) J_3[\alpha(\beta_1 + \operatorname{ctg} \theta_0)] \cos \theta_0. \quad (18)$$

Решение второго интегрального уравнения (8) осуществляется по аналогии с рассмотренным выше.

В результате несложных, но громоздких преобразований находим выражения функций $B_{1,2}(\alpha)$ и $D_{1,2}(\alpha)$

$$B_2(\alpha) = -\sum_{n=1}^2 A_n(\alpha) Y_{5n} / Y_{62} - B_1(\alpha) Y_{61} / Y_{62} - (G_{11} \cos \alpha z_0 + G_{13} \sin \alpha z_0) / Y_{62};$$

$$D_2(\alpha) = -\sum_{n=1}^2 C_n(\alpha) Y_{7n} / Y_{82} - D_1(\alpha) Y_{81} / Y_{82} - (G_{11} \sin \alpha z_0 - G_{13} \cos \alpha z_0) / Y_{82};$$

$$B_1(\alpha) = \sum_{n=1}^2 A_n(\alpha) Y_{9n} / Y_{111} + (G_{14} - Q_2(\alpha) \cos \alpha z_0 + G_{15} \sin \alpha z_0) / Y_{111};$$

$$D_1(\alpha) = \sum_{n=1}^2 C_n(\alpha) Y_{10n} / Y_{121} - (G_{14} - Q_2(\alpha) \sin \alpha z_0 + G_{15} \cos \alpha z_0) / Y_{121}; \quad (19)$$

где $Q_2(\alpha) = \frac{2\pi}{q_0} \gamma H \alpha^{-2} [\lambda_0 + (1 + \lambda_0 - \cos \theta_0) \cos^2 \theta_0] J_2[\alpha(\cos \theta_0 + \beta_1)].$

Функции $A_{1,2}(\alpha)$ и $C_{1,2}(\alpha)$ находим, решив третье интегральное уравнение

$$\begin{aligned} A_2(\alpha) &= -(A_1(\alpha) X_{151} + G_{26} \sin \alpha z_0 + G_{28} \cos \alpha z_0) / X_{152}; \\ C_2(\alpha) &= -(C_1(\alpha) X_{161} - G_{28} \sin \alpha z_0 + G_{26} \cos \alpha z_0) / X_{162}; \end{aligned} \quad (20)$$

$$A_1(\alpha) = [(Q_3(\alpha) - G_{27} + G_{26} Y_{152} / X_{152}) \sin \alpha z_0 - (G_{29} - G_{28} Y_{152} / X_{152}) \cos \alpha z_0] / X_{171};$$

$$C_1(\alpha) = [(G_{27} - Q_3(\alpha) - G_{26} Y_{162} / X_{162}) \cos \alpha z_0 - (G_{29} - G_{28} Y_{162} / X_{162}) \sin \alpha z_0] / Y_{171},$$

где вспомогательная функция $Q_3(\alpha)$ удовлетворяет уравнению

$$\int_0^{\infty} \alpha Q_3(\alpha) J_1(\alpha \beta_2 r) \cos \alpha \rho d\alpha = \frac{\pi}{q_1} \gamma H (1 + \lambda_0 - \cos \theta_0) \sin \theta_0 \cos \theta_0. \quad (21)$$

Принимая во внимание следующее свойство функций Бесселя [5]

$$J_1(\alpha \beta_2 r) = \frac{2}{\pi} \int_0^r \frac{\xi \sin(\alpha \beta_2 \xi)}{r \sqrt{r^2 - \xi^2}} d\xi,$$

уравнение (21) представим в таком виде

$$\int_0^{\infty} \alpha Q_3(\alpha) \sin(\alpha \beta_2 r) \cos \alpha \rho d\alpha = \frac{\pi}{q_1} \gamma H (1 + \lambda_0 - \cos \theta_0) \sin \theta_0 \cos \theta_0. \quad (22)$$

Решение этого уравнения ищем в форме

$$Q_3(\alpha) = \alpha^{-2} \int_0^1 \chi_3(\xi) \cos \alpha \xi d\xi, \quad (23)$$

где $\chi_3(\xi)$ – некоторая функция, непрерывная вместе со своими производными на сегменте $[0, 1]$.

Внося выражения $Q_3(\alpha)$ (21) в уравнение (22) и учитывая, что

$$\int_0^{\infty} \alpha^{-1} \sin(\alpha \beta_2 r) \cos \alpha(\rho \pm \xi) d\alpha = \begin{cases} \pi / 2, & b_2 r > \rho \pm \xi; \\ 0, & b_2 r < \rho \pm \xi; \end{cases}$$

находим

$$\chi_3(\xi) = \frac{2}{q_1} \gamma H (1 + \lambda_0 - \cos \theta_0) \sin \theta_0 \cos \theta_0.$$

Тогда

$$Q_3(\alpha) = \frac{2\pi \sin \alpha}{\alpha^3 q_1} \gamma H (1 + \lambda_0 - \cos \theta_0) \sin \theta_0 \cos \theta_0. \quad (24)$$

Наконец, подставив определённые таким образом зависимости (6), (9), (13), (18), (19) и (20) в формулы для компонент вектора перемещений (4), а затем и тензора напряжений, решение рассматриваемой задачи получим в виде интегралов Фурье.

3 Анализ напряжённого состояния

Численные исследования напряжённо-деформированного состояния были выполнены для породного массива с коэффициентом Пуассона $\nu=0,2$ при $\alpha=10$. На рис. 2 показано распределение относительных радиальных $\sigma_r^* = \sigma_r / \gamma H$ напряжений,

Известно, что любая попытка рассмотреть процесс деформирования с целью предсказать и предупредить разрушение массива горных пород должна быть направлена на выяснение возможности возникновения зоны растягивающих напряжений.

Как видно (рис. 2) вблизи забоя выработки $z = \alpha$ радиальные σ_r напряжения являются знакопеременной функцией, растяжение имеет место при $9 < z \leq 10$.

Таким образом, в процессе проведения горной выработки в окрестности забоя повсеместно возникает зона растягивающих радиальных напряжений, что, как показала практика, может привести к образованию магистральных трещин, разделению массива на части, к потере способности противодействия горному давлению.

Влияние конусности поверхности забоя на характер распределения радиальных σ_r напряжений представлено на рис. 3.

Нетрудно видеть, что с увеличением радиуса угла наклона θ_0 имеет место возрастание концентрации растягивающих радиальных напряжений и при $\theta_0 = \pi/2$ практически приходим к значениям σ_r мало чем отличающихся от их значений при плоской форме поверхности забоя. В случае, когда $\theta_0 = \pi/6$ значения радиальных напряжений вблизи забоя выработки примерно на 20 % ниже, чем при $\theta_0 = \pi/2$.

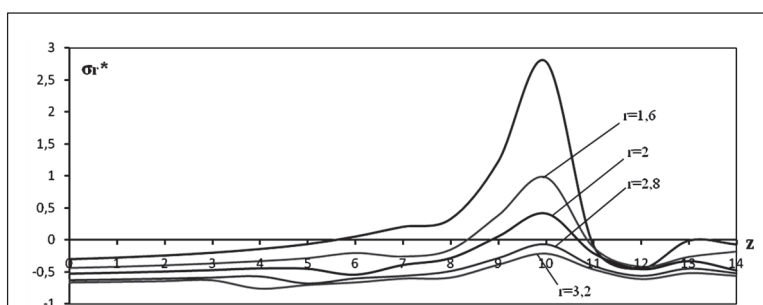


Рис. 2 – Распределение σ_r^* в окрестности выработки при $\lambda = 0,6$, $\theta_0 = \pi/3$

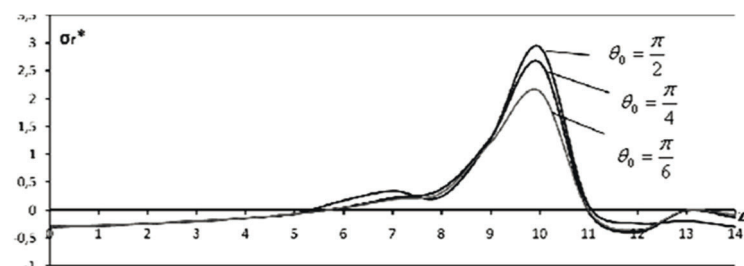


Рис. 3 – Распределение σ_r^* в окрестности выработки в зависимости от конусности поверхности забоя при $\lambda = 0,6$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Руппенейт К.В. Деформируемость трещиноватых горных пород. – М.: Недра, 1975. – 224 с.
2. Перепелица В.Г., Коломиец А.Н., Шматовский Л.Д. О решении пространственной задачи механики горных пород для горизонтальной выработки // Труды Украинско-Польского семинара «Theoretical Foundations of civil engineering». – Днепропетровск – Варшава, 2010. – С. 259-263.
3. Ляв А. Математическая теория упругости. – М. – Л.: ОНТИ НКТП СССР, 1935. – 674 с.
4. Интегральные уравнения / Забрейко П.П. и др. – М.: Наука, 1968. – 448 с.
5. Градштейн И.С., Рыжик И.М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. – М.: Наука, 1971. – 1180 с.