2008. – С. 96.
6. Берч Ф. Справочник для геологов по физическим константам / Ф. Берч, Д. Шерер, Г. Спайсер. – М.: Изд-во иностр. лит., 1949. – 303 с.
7. Пилоян Г.О. Введение в теорию термического анализа / Г.О. Пилоян. – М.: Наука,1964. – 232 с.
8. Определение кинетических констант разложения твердых тел дериватографическим методом в неизотермическом режиме / Л.И. Толоконникова, Н.Д. Топор, Б.М. Каденаци, В.А. Мошкина // Физическая химия, деп. № 6386-73, 1973. – С. 20.
9. Topor N.D. Determination of the Kinetic constants of endothermic decomposition of the type Asoe-Bsoe+Cgas. Kinetics of simultaneous reactions / N.D. Topor, L.I. Tolokonnikova, B.M. Kadenatsi // J. of Therm. Anal. – 1981. – Vol. 22. – № 5. – P. 221-230.
10. Эвери Г. Основы кинетики и механизмы химических реакций / Г. Эвери. – М.: Мир,1978. – 214 с.
11. Дир У.А. Породообразующие минералы. Т.4. / У.А. Дир, Р.А. Хаун, Дж. Зусман. – М.: Мир, 1966. – 484 с.
12. Hey M.N. A new review of the chlorites / Hey M.N. // Mineral. – 1954. – 30. – 277. – P.123-135.
13. Уэндландт У. Термические методы анализа / У. Уэндландт. – М. : Мир, 1978. – 526 с.
14. Предводителев А.А. Дислокации и точечные дефекты в гексагональных металлах/ А.А. Предводителев, О.А. Троцкий. – М.: Атомиздат,1973. – 362 с.
15. Тер-Хаар. Элементарная термодинамика / Тер-Хаар, Г. Вергеланд. – М.: Мир, 1968. – 211 с.
16. Shumrikov V. Kinetic parameters of thermal processes taking in rocks under the action of plasma / V. Shumrikov, V. Osenniy // Progress in Plasma Processing of Materials. Eds. P. Fauchais, J. Amoroux. – N.Y.: Begell Housse, 2001. – P. 605-609.

УДК 519.65.001.57

Канд. техн. наук Г.І. Ларіонов
(ІГТМ НАН України)

ПРО ОДИН МЕТОД ОЦІНКИ ВПЛИВУ ПАРАМЕТРІВ В ЗАДАЧАХ ГЕОТЕХНІЧНОЇ МЕХАНІКИ

Работа посвящена применению метода последовательной аппроксимации для оценки степени влияния параметров в задачах геотехнической механики. Оценка степени влияния параметров состоит в сравнении показателей степеней в представлении функции в окрестности точки произведением степенных функций, каждая из которых зависит лишь от одной переменной. Апробация метода осуществлена на ряде прикладных задач геотехнической механики..

ON ONE PARAMETERS INFLUENCE EVALUATING METHOD FOR GEOTECHNICAL MECHANIC TASKS

The paper devoted to sequence approximation method using for geotechnical mechanic influence parameters evaluating tasks. An anchor influence parameters evaluating consist of univariable function powers comparisons in point vicinity representation as univariable power function product. Method applied to some geotechnical mechanic tasks.

Актуальність. Моделювання – один з найбільш розповсюджених засобів вивчення процесів і явищ будь-якої природи. Розрізняють фізичне і математичне моделювання. За фізичного моделювання модель повторює процес, що досліджується, і зберігає його фізичну природу [1]. Під математичним моделюванням розуміють спосіб дослідження різних за природою процесів шляхом вивчення явищ різної фізичної природи, але які описуються однаковими математичними співвідношеннями. У найпростіших випадках для цього використовуються відомі аналогії між механічними, електричними, тепловими та іншими явищами. Метод імітаційного моделювання дозволяє отримати розв'язок задачі виключної складності. Система, що досліджується, може одночасно вміщувати елементи неперервної і дискретної дії та знаходитись під впливом чисельних випадкових чинників складної природи. Але, маючи відмічені переваги, метод імітаційного моделювання, як і будь який чисельний метод, має суттєвий недолік – розв'язок завжди носить локальний характер. Він відповідає фіксованим значенням параметрів системи і початкових умов. Зазвичай, для аналізу системи необхідно багаторазово моделювати її процес функціями, змінюючи вихідні дані. Слід зауважити, що на тепер ми ще не в змозі представляти у потрібній наочній формі характеристики складних об'єктів, і апарат якісних методів для таких випадків ще не достатньо розвинутий [2, 3].

Узагальнено процес дослідження будь-яких процесів з використанням імітаційних або математичних моделей (ММ) може бути представлено у вигляді «чорної скриньки» (рис.1).

Рис.1 Процес дослідження математичної моделі

Де, за звичай, $\boldsymbol{X}(x_1, x_2, \ldots x_n)$ - вектор керованих факторів або змінних ММ, а Y результативна ознака або функція, аналітичний вираз якої $Y = Y(x_1, x_2, \ldots x_n)$ необхідно відтворити за даними обчислювального експерименту. Як правило, математичну модель представляють сукупністю диференційних рівнянь, математичних формул тощо. Реалізація ММ найчастіше відбувається у вигляді програмних модулів або Пакетів Прикладних Програм (ППП). Результати роботи ППП, у більшості випадків, являють собою функції, задані у вигляді таблиць числових даних отриманих за фіксованих початкових значень змінних або параметрів.

Відтворення функцій заданих таблицями числових даних здійснюється методами апроксимації на сітці параметрів. Для складних задач отримання таблиць значень вихідної функції на сітці параметрів потребує значних обчислювальних витрат, що іноді унеможливлює процес її відтворення

У практичній площині задача полягає не тільки у отриманні аналітичної форми функції, але й у певному вигляді. Представлення функцій добутком степеневих функцій є особливо зручним для здійснення оцінки впливу параметрів на функцію.

Для визначення необхідного напрямку вирішення задачі оцінювання параметрів розглянемо зведення до схеми «чорної скриньки» процесів дослідження з використанням активного експерименту, як фізичних так і математичних моделей.

Це означає, що для того щоб представити функцію задану у табличній формі у мультиплікативному вигляді необхідно проводити дослідження за певним планом. Аналіз недоліків існуючих методів планування активних експериментів свідчить про актуальність розробки нових, більш ефективних методів планування і обробки даних багатофакторних експериментів, головною перевагою яких повинні бути наочність і ефективність у сенсі раціонального використання мірності простору факторів.

Метод, позбавлений більшості недоліків, розроблено А.А. Федорцем [4,5]. Так, за основу всіх своїх теоретичних досліджень і розв'язків практичних задач ним обрано метод опису багатовимірної поверхні результативних ознак, який отримав умовну назву «метод вузлових точок».

Використовуючи принцип індукції у представлених логічних роздумах автора, багатовимірна поверхня результативної ознаки Y складної системи описується, у мультиплікативному виді (1)

$$Y = \frac{1}{y_0^{n-1}} \prod_{i=1}^{n} f_i(x_i) \tag{1}$$

Y – сукупність результативних ознак; $f_i(x_i)$ – одно параметричні функції. Фактично автором задача побудови результативної функції на області визначення замінюється визначенням її у околі «вузлової точки». При цьому розподіл похибок на області визначення є невизначеним. Більш того, коефіцієнт, що знаходиться перед добутком функцій, визначається величиною функції у вузловій точці. Оскільки вузлова точка обирається із області довільним чином, то стає зрозумілим некоректність його визначення.

У економетричних розрахунках функція виду (1) отримала назву функції Кобба – Дугласа [6]. Але й у цьому випадку не вдалось уникнути проблем з визначення коефіцієнта перед добутком (мультиплікатором) та розподілом похибки в області її визначення. Останнє є особливо важливим оскільки її найчастіше використовують для екстраполяції виробничої функції і відсутність оцінки похибок на межі області визначення може призводити до значних похибок.

Очевидно, що для правильного визначення цього коефіцієнта необхідно використовувати ні додаткові експерименти спеціально побудовані для цього, ні аналогію , як це зроблено автором і , а застосовувати математичні методи.

Постановка задачі. Для вирішення проблем оцінки впливу параметрів на результативну ознаку розробити метод, який дозволяє наближено відтворювати функцію у вигляді добутку функцій, кожна з яких залежить від однієї змінної за умов її існування у табличній формі. Нижче наведено теорему і дано оцінку похибки наближеного представлення функції.

Розв'язок задачі. Нехай функція $F(X) = F(x_1, x_2 .., x_n)$ – неперервна функція n незалежних змінних $x_1, x_2, ..., x_n$, означена у замкнутій області D. Вважаємо, що функція F має частинні похідні першого порядку, обмежені у області D. Припустимо, що $X_0 = (x_1^0, x_2^0, ..., x_n^0)$ – деяка точка, що належить D.

Нехай $\Delta_{X_0} = \Delta_{x_1^0} \otimes \Delta_{x_2^0} \otimes ... \otimes \Delta_{x_n^0}$, де $\Delta_{x_i} = [a_i, b_i]$, $a_i + b_i = 2x_i^0$ $(i = \overline{1,n})$; a_i та b_i – довільні дійсні числа; N і K – деякі додатні сталі. Символ $\otimes$ означає декартів добуток множин. Іншими словами, $\Delta_{x_0} = \left\{X = (x_1, x_2, ... x_n) : x_i \in \Delta_{x_i^0}\right\}$, $i = \overline{1, n}$.

Нехай $\Delta_{X_0} \subset D$ (рис. 2.).

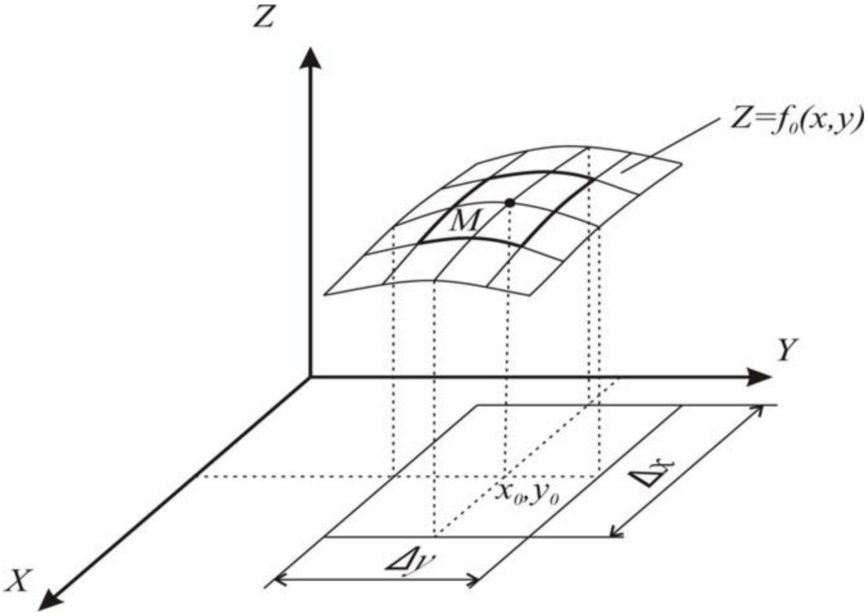

Рис. 2 – Вибір околу точки (x_0,y_0)

Умови обмеження функції *F(X)* можна записати у вигляді:

$$\max_{X \in \Delta_{X_0}} |F(X)| \leq N; \tag{2}$$

$$\max_{X \in \Delta_{X_0}} \left\{ \left| \frac{\partial F(X)}{\partial x_1} \right|, \left| \frac{\partial F(X)}{\partial x_2} \right|, ..., \left| \frac{\partial F(X)}{\partial x_n} \right| \right\} \leq K, \tag{3}$$

де N та K – деякі сталі.

Фіксуючи зазначеним нижче чином $(n-1)$ змінну, утворимо n наступних функцій:

$$f_1(x_1) = F(x_1, x_1^0, ... x_n^0);$$
$$f_2(x_2) = F(x_1^0, x_2, ... x_n^0);$$
$$\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$$
$$f_n(x_n) = F(x_1^0, x_2^0, ... x_n).$$

Вважаємо, що $f_i(x_i) \in C(\Delta_{x_i^0})$ $(i = \overline{1, n})$, де $C(\Delta_{x_i^0})$ – множина функцій, неперервних на відрізку $\Delta_{x_i^0}$. Очевидно, що функція $f_i\left(i = \overline{1, n}\right)$ обмежена на відрізку $\Delta_{x_i^0}$, тобто

$$\max_{x_i \in \Delta_{x_i^0}} |f_i(x_i)| \le M_i \left(i = \overline{1,n}\right),$$

де M – довільна стала.

Нехай $G_i \subset C(\Delta_{x_i^0})$, $i = \left(\overline{1,n}\right)$ – деякий підпростір, що належить $C(\Delta_{x_i^0})$. Вважаємо, що підпростір G_i є зліченим і всюди щільним у просторі $C(\Delta_{x_i^0})$, тобто для довільної функції $f_i(x_i) \in C(\Delta_{x_i^0})$, $i = \left(\overline{1,n}\right)$ та будь-якого числа $\delta > 0$ існує деяка функція $g \in G_i$, така, що

$$\max_{x_i \in \Delta_{x_i^0}} |f_i(x_i) - g_i(x_i)| \le \delta_i, \; i = \left(\overline{1,n}\right).$$

Розглянемо на множині G_i деякий скінченновимірний підпростір $G(n_i) \in G_i$ такий, що $\dim G(n_i) = n_i$. При цьому для довільної функції $f \in C(\Delta_{x_i^0})$ маємо

$$E_{n_i}(f)_C = \inf_{g \in G(n_i)} \max_{x_i \in \Delta_{x_i^0}} |f(x_i) - g(x_i)| \le C_f \varphi(n_i),$$

де $E_{n_i}(f)_C$ – найкраще наближення функції $f \in C\left(\Delta_{x_i^0}\right)$ елементами скінченнвимірного підпростору $G(n_i)$; C_f – деяка стала, яка залежить від функції f та не залежить від числа n_i; $\varphi(n_i)$ – деяка спадна функція, яка визначається апроксимативними характеристиками підпростору $G(n_i)$ і така, що $\varphi(n_i) \to 0$ при $n_i \to \infty$.

Визначимо наступний підпростір $\Omega\left(\Delta_{X_0}\right)$, який складається з функцій такого виду

$$\varphi(X) = \alpha \prod_{i=1}^{n} g_i(x_i),$$

де α – довільна стала; $g_i \in G_i, \left(i = \overline{1,n}\right)$ – будь-які функції.

Позначимо через

$$E\left(F, \Omega\left(\Delta_{X_0}\right)\right)_C = \inf_{\varphi \in \Omega\left(\Delta_{X_0}\right)} \max_{X \in \Delta_{X_0}} |F(X) - \varphi(X)|$$

найкраще наближення функції $F \in C\left(\overline{D}\right)$, де $\overline{D}$ – замикання множини D елементами підпростору $\Omega\left(\Delta_{X_0}\right)$, а $C\left(\overline{D}\right)$ – клас всіх неперервних на $\overline{D}$ функцій.

<u>Теорема</u>. Нехай $\delta = (\delta_1, \delta_2, \ldots \delta_n)$ – деяка точка n-вимірного простору, така, що $0 < \delta_i < \varepsilon, \left(i = \overline{1,n}\right), \varepsilon > 0$ – довільна стала; функція $F \in C\left(\overline{D}\right)$ має на множині D частинні похідні першого порядку і задовольняє умовам (2), (3).

Тоді на множині $\Omega\left(\Delta_{X_0}\right)$ існує така функція $\varphi_*(X)=\alpha_*\prod_{i=1}^{n} g_i^*(x_i)$, для якої має місце наступна нерівність:

$$E\left(F,\Omega(\Delta_{X_0})\right)\le\|F-\varphi_*\|\le C_F\left(\sum_{i=1}^{n}\left|\Delta_{x_i}\right|\right), \tag{4}$$

де $\left|\Delta_{x_i^0}\right|$ – довжина відрізку $\Delta_{x_i^0},\left(i=\overline{1,n}\right)$; C_F – деяка стала, яка залежить від функції F і не залежить від n. Так для $n=2$ стала має вигляд

$$C_F = K\left(1+\frac{1}{\left|F\left(x_1^0,x_2^0\right)\right|}+\frac{N^3}{\left|F\left(x_1^0,x_2^0\right)\right|^3}+3N\right).$$

Метод представлення функції добутком функцій, кожна з яких залежить лише від однієї змінної, названо методом послідовної апроксимації, що викликано послідовним характером дій, які полягали в утворенні функцій $f_i(x_i)$, знаходженні їх апроксимацій $g_i(x_i)$ та представленні функцій $\varphi_i(x_i)$.

Алгоритм роботи методу полягає у виконанні наступних етапів:

Етап 1. Обираємо точку $M=M\left(x_1^0,x_2^0,...,x_n^0\right)M\in\overline{D}$;

Етап 2. Утворюємо функцію $f_1(x_1)=F\left(x_1,x_2^0,...,x_n^0\right)$;

Етап 3. Знаходимо функцію $g_1(x_1)$, яка апроксимує отриману функцію $f_1(x_1)$ найкращим чином;

Етап 4. Знаходимо функцію $\varphi_1(x_1)$ згідно формули, запропонованої наведеною теоремою

$$\varphi_j\left(x_1,x_2,...,x_j\right)=\alpha_j\prod_{i=1}^{j}g_i(x_i),\left(j=\overline{1,n}\right)$$

або для x_1

$$\varphi_1(x_1)=\alpha_1 g_1(x_1),$$

де α_1 – коефіцієнт апроксимації.

Для x_2 формула набуває вигляду

$$\varphi_2(x_1,x_2)=\alpha_2 g_1(x_1)g_2(x_2),$$

де $\alpha_2=\dfrac{\varphi_1\left(x_1^0\right)}{g_1\left(x_1^0\right)}=\dfrac{F\left(x_1^0,x_2^0,...x_n^0\right)}{g_1\left(x_1^0\right)}$.

Для x_3 будемо мати

$$\varphi_3(x_1,x_2,.x_3)=\alpha_3 g_1(x_1)g_2(x_2)g_3(x_3),$$

$$\alpha_3 = \frac{\varphi_2\left(x_1^0\right)}{g_2\left(x_1^0\right)} = \frac{F\left(x_1^0, x_2^0, \dots x_n^0\right)}{g_2\left(x_1^0\right)}.$$

Повторюючи етапи 2–4 послідовно для змінних $x_j\left(j = \overline{1,n}\right)$, отримаємо: $\varphi_n\left(x_1, x_2, .x_n\right) = \alpha_n g_1\left(x_1\right) g_2\left(x_2\right) \dots g_n\left(x_n\right)$, де значення коефіцієнтів апроксимації визначатимуться за формулою

$$\alpha_j = \frac{\alpha_{j-1}}{g_{j-1}\left(x_{j-1}\right)}.$$

Враховуючи, що $F\left(x_1, x_2, \dots, x_n\right) = \varphi_n\left(x_1, x_2, \dots, x_n\right)$ остаточно отримаємо

$$F\left(x_1, x_2, x, \dots, x_n\right) = \alpha_n g_1\left(x_1\right) g_2\left(x_2\right) \dots g_n\left(x_n\right).$$

Зауваження. Розташування точки $M = M\left(x_1^0, x_2^0, \dots, x_n^0\right), M \in \overline{D}$ у області визначення істотним чином залежить від її топології і тому впливає на вид її представлення. Вибір точки на області визначення визначається попереднім знанням її особливостей і визначається кваліфікацією дослідника. У випадку складних функцій і відсутності попередніх знань поведінки результативної функції пропонується обирати її у центрі області визначення, тобто координати визначати за формулою

$$x_j = \frac{b_j - a_j}{2},$$

де a_j, b_j являють собою початок і кінець інтервалу змін параметра x_j.

Для апробації запропонованого методу відтворення функції використовувалася відома методика. Згідно з якою для апробації методів відтворення функцій обирають функцію, задану в аналітичній формі. Згідно з цією формулою розраховується ряд точок. Маючи точки (тобто функцію, задану вже у табличній формі), використовують запропонований метод і отримують відтворену функцію. За результатами порівняння значень функцій в обраних точках роблять висновок про ефективність роботи методу. Апробація методу на елементарних функціях показала працездатність методу і хорошу точність у представленні функції околі точки [7].

Практичне значення методу послідовної апроксимації полягало у тому, що похибка у представлення функцій не тільки у околі точки $M = M\left(x_1^0, x_2^0, \dots, x_n^0\right), M \in \overline{D}$ була мінімальною, але й задовільною на всій області визначення. Таким чином, маючи прозорий алгоритм, залишається лише застосувати його у практичній діяльності.

Метод використовувався для аналізу результатів імітаційного моделювання роботи бункера-перевантажувача [8]. В результаті представлення результатів у вигляді добутку степеневих функцій, кожна з яких залежала від одного параметру і аналізу величин показників степенів вдалося знизити кількість параметрів необхідних для проведення моделювання. Більш того, оцінка степені впливу на результативну функцію дозволила правильно визначити множину параметрів керування вихідним вантажопотоком бункера - перевантажувача.

Використання методу послідовної апроксимації для перетворення таблиць чисельних розв'язків складного рішення задачі про нестаціонарне деформування пружного середовища під дією змінного внутрішнього навантаження дозволило отримати просту формулу, що зв'язує пружні характеристики масиву гірських порід, геометричні параметри свердловини та параметри навантаження. [9].

Найбільшої апробації в інженерній практиці набули розрахункові схеми для обчислень технічних систем в машинобудуванні. У зв'язку з цим виникла ідея скористатися напрацьованими розрахунковими схемами для оцінки конструктивних параметрів метало полімерного анкеру.

Для виконання оцінки впливу конструктивних параметрів анкера на його потужність необхідно щоб його параметри ввійшли до розрахункової схеми. Такими параметрами можна вважати [10,11]: попереднє навантаження анкерної штанги; глибину розташування виробки, довжину та діаметри анкера та шпуру, відстань між періодичними виступами штанги анкера і поверхні шпуру; модулі пружності анкера, фіксуючої суміші та гірської породи, інтенсивність дотичних напружень та відстань між анкерами.

Зусилля на витках анкерної штанги і втулки позначено як p_0, p_1, ..., p_n, а на витках втулки і гірської породи – t_0, t_1, ..., t_n. У подальшому під полем анкера будемо розуміти частину тіла, що знаходиться між двома витками.

Після модифікації узагальненої задачі М. Є. Жуковського та нескладних, але громіздких перетворень, отримаємо вираз для t_k і p_k:

$$t_k = \frac{\lambda_1\lambda_3 Q}{8\mathrm{sh}\frac{\beta_1+\beta_2}{2}\mathrm{sh}\frac{\beta_1-\beta_2}{2}}\left[\frac{e^{-(k+1)\beta_2}}{\mathrm{sh}\frac{\beta_2}{2}} - \frac{e^{-\left(k+\frac{1}{2}\right)\beta_1}}{\mathrm{sh}\frac{\beta_1}{2}}\right];$$

$$p_k = \frac{\lambda_1 Q}{2\mathrm{sh}\frac{\beta_1+\beta_2}{2}\mathrm{sh}\frac{\beta_1-\beta_2}{2}}\left[\mathrm{sh}\frac{\beta_1}{2}e^{-(k+1)\beta_1} - \mathrm{sh}\frac{\beta_2}{2}e^{-\left(k+\frac{1}{2}\right)\beta_2}\right] + t_k, \quad (5)$$

де

$$\lambda_1+\lambda_2+\lambda_3+\lambda_1\lambda_3 = 4\mathrm{ch}\beta_1\mathrm{ch}\beta_2 - 2(\mathrm{ch}\beta_1+\mathrm{ch}\beta_2);$$

$$\mathrm{ch}\beta_1 = 1+\frac{\lambda_1+\lambda_2+\lambda_3}{4}+\sqrt{\left(1+\frac{\lambda_1+\lambda_2+\lambda_3}{4}\right)^2-\frac{\lambda_1\lambda_2}{4}};$$

$$\mathrm{ch}\beta_2 = 1+\frac{\lambda_1+\lambda_2+\lambda_3}{4}-\sqrt{\left(1+\frac{\lambda_1+\lambda_2+\lambda_3}{4}\right)^2-\frac{\lambda_1\lambda_2}{4}}.$$

Так спрощення формул, що відображають залежність між силовими параметрами на контактуючих поверхнях досить просто відтворюється із застосуванням методу послідовної апроксимації. Представлення функції у вигляді добутку степеневих функцій дозволило б не тільки виконувати обчислення у більш простий спосіб, але й оцінити ступінь впливу параметрів на контактні зусилля. Тобто, метод оцінювання впливу параметрів полягає у порівнянні показників степеневих функцій, якими представляються функції апроксимації.

Враховуючи особливу важливість шару ФС у механізмі передачі навантажень від анкерної штанги до гірського масиву, розглянемо у якості функції величину зусиль, що виникають в оболонці з ФС:

$\sigma_{vy}^{p} = \frac{1}{L}\int_0^L \sigma_{vt}(\xi)d\xi$. де $\sigma_{vt} = \sigma(L, q, d_a, d_{vt}, E_a, E_{vt}, h_a, h_{vt}) = \sum_{i=1}^{k-1}\left(p_i - t_i\right);$

де L – довжина ділянки оболонки із ФС, у поперечному перерізі якої знаходяться зусилля; q – величина попереднього навантаження анкерної штанги; d_a, d_{vt}, діаметри анкерної штанги та анкерного шпуру; E_a, E_{vt} – модулі пружності матеріалу анкерної штанги та ФС; h_a, h_{vt} – кроки періодичних виступів на поверхнях анкерної штанги та оболонки із ФС.

Для вирішення поставленої задачі скористаємось розробленим методом. Навантаження на контактних поверхнях «анкерна штанга – ФС» – p_k та «ФС – гірська порода» – t_k визначаються згідно формул (5). Використання методу до вказаної задачі дозволило отримати залежність функції σ_{vt} від параметрів q, d_a, d_{vt}, E_a, E_v, h_a, h_{vt} і L , а саме::

$$\sigma_{vt} = a_L q \frac{d_{vt}^{3,94531}}{d_a^{4,08821}} \frac{E_{vt}^{0,861906}}{E_a^{0,455547}} \frac{h_a^{2,54292}}{h_{vt}^{1,56405}} \frac{1}{L^{0,998028}}, \quad (6)$$

де a_L коефіцієнт апроксимації. У більш зручному вигляді формулу (6) можна представити як:

$$\sigma_{vt} = \varphi\left(q, d_a, d_{vt}, E_a, E_{vt}, h_a, h_{vt}, L\right) = a_L q \frac{d_{vt}^4}{d_a^4} \frac{E_{vt}^1}{E_a^1} \frac{h_a^3}{h_{vt}^2} \frac{1}{L}.$$

Зрозуміло, що для зменшення похибки на границі області визначення необхідно зменшити або область визначення, або крок розбиття інтервалів зміни параметрів згідно формули (4).

Слід зауважити, що проблема вибору класів функцій апроксимації є однією з найважливіших проблем не тільки прикладної математики, а й технічних застосувань. Як свідчать роботи [6, 12], коефіцієнт варіації апроксимуючих функцій не може виступати у якості критерію вибору функцій. У якості критерію, який обмежує вибір класу апроксимуючих функцій обрано розмірність вихідної функції. Використання цієї теорії для обмеження класу апроксимуючих функцій є вкрай важливим для показників степеневих функцій. Для визначення напружено-деформованого стану в околі анкерного шпуру скористаємось відомим підходом [7] до розв’язку подібних задач. Розподіл напружень в околі анкера описується основними рівняннями теорії пружності, які в осесиметричному випадку мають вигляд [7]:

$$\begin{aligned}&\mu\left(\nabla^2 U - \frac{U}{r^2}\right) + (\lambda+\mu)\frac{\partial}{\partial r}\left[\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rU) + \frac{\partial W}{\partial z}\right] = 0;\\&\mu\nabla^2 W + (\lambda+\mu)\frac{\partial}{\partial z}\left[\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rU) + \frac{\partial W}{\partial z}\right] = 0,\end{aligned} \tag{7}$$

де U, W – відповідно радіальна та осьова компоненти вектора переміщення; μ, λ – коефіцієнти Ламе; r, z – циліндричні координати;

$\nabla^2 = \dfrac{\partial^2}{\partial r^2} + \dfrac{1}{r}\dfrac{\partial}{\partial r} + \dfrac{1}{r^2}\dfrac{\partial^2}{\partial \varphi^2} + \dfrac{\partial^2}{\partial z^2}$ – оператор Лапласа.

Зробивши заміну змінних $\rho = r/r_0$, $\varsigma = z/r_0$, будемо шукати розв'язок рівнянь (7) у формі Папковича-Нейбера:

$$\begin{aligned}U &= 4(1-\nu)B_r - \frac{\partial}{\partial\rho}\left(\rho B_r + \varsigma B_z + \frac{1}{r_0}B_0\right);\\W &= 4(1-\nu)B_z - \frac{\partial}{\partial\varsigma}\left(\rho B_r + \varsigma B_z + \frac{1}{r_0}B_0\right),\end{aligned}$$

де B_0 – гармонічний скаляр; B_r, B_z – компоненти гармонічного вектора, які задовольняють рівнянням Лапласа:

$$\nabla^2 B_0 = 0; \quad \nabla^2\left(B_r e^{i\varphi}\right) = 0; \quad \nabla^2 B_z = 0.$$

Крім того, гармонічні функції $B_0(\rho,\varsigma)$, $B_r(\rho,\varsigma)$, $B_z(\rho,\varsigma)$ повинні бути вибрані таким чином, щоб задовольнити граничним умовам:

$$\begin{aligned}\sigma_r\big|_{\rho=1} &= \begin{cases}-p_0, & |\varsigma| \le b;\\ 0, & |\varsigma| > b;\end{cases}\\\tau_{rz}\big|_{\rho=1} &= \begin{cases}-\tau_0(\varsigma), & |\varsigma| \le b;\\ 0, & |\varsigma| > b,\end{cases}\end{aligned} \tag{8}$$

де σ_r, τ_{rz} – радіальний та дотичний компоненти тензору напружень; $b=l/r_0$ – відносна довжина зафіксованої ділянки; $p_0 = \gamma H$ – тиск гірської породи на глибині H.

Для визначення напружено-деформованого стану у околі анкерного шпуру з врахуванням конструктивних параметрів анкера використовувалось послідовне рішення двох задач. Розв'язок першої задачі дозволив визначати зусилля і дотичні напруження на контактних поверхнях оболонки із ФС (5). Використання функції розподілу дотичних напружень у якості граничної умови (8) для другої задачі (7-8), дозволило визначати компоненти тензора напружень в околі анкерного шпуру.

З використанням методу послідовної апроксимації виявлено закономірності впливу вихідних параметрів, зокрема, величини попереднього навантаження P, глибини розташування виробки H, робочої довжини L та діаметрів шпуру d_{vt}, анкерної штанги d_a та інтенсивності дотичних напружень на радіус впливу анкера $\rho = f(P, H, L, d_{vt}, I_p^r, d_a)$, де I_p^z – середньо інтегральне значення інтенсивності дотичних напружень [7]. Радіус впливу ρ є неперервною відносно перелічених параметрів функцією. Для оцінки степені впливу параметрів метало полімерного анкеру на радіус його впливу отримано наступну формулу:

$$\rho\left(P, H, L, I_p^r, d_a\right) = a_{d_{vt}} \sqrt[3]{\frac{PHd_a}{LI_p^r}} \,,$$

де a_{d_a} коефіцієнт апроксимації. Визначитись з проблемою вибору функції допомагає згадуваний раніше критерій – теорія розмірності.

Максимальні значення відносних похибок у визначенні функції на границі області її визначення і не перевищували 7 %. Мінімальні ж значення похибок знаходились в центральній частині області визначення.

Висновки:

1. Метод послідовної апроксимації, запропонований для визначення степені впливу параметрів на результативну функцію, підтвердив свою працездатність. Максимальні відносні похибки для більшості параметрів не перевищують 5 %, що дає можливість користування спрощеними формулами для інженерних розрахунків.

2. Використання методу дозволяє істотно зменшити кількість експериментів на фізичних і математичних моделях для отримання аналітичних форм результативних функцій у околі обраної точки.

3. Встановлено, що для систем математичного моделювання, які можуть бути представлені у вигляді «чорної скриньки», можна застосовувати розроблений метод.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Налимов В.В. Теория эксперимента. Физико-математическая библиотека инженера / В.В. Налимов. – М.: Наука, Главная редакция физико-математической литературы, 1971. – 208 с.

2. Адлер Ю.П. Теория эксперимента: прошлое, настоящее, будущее / Ю.П. Адлер, Ю.В. Грановский, Е.В. Маркова. – М.: Знание, 1982. – 64 с.

3. Круг Г.К. Планирование эксперимента в задачах нелинейного оценивания и распознавания образов / Г.К. Круг, В.А. Кабанов, Г.А. Фомин, Е.С. Фомина. – М.: Наука, 1981. – 172 с.

4. Федорец В.А. Применение метода узловых точек при исследовании потерь на трение в двигателях / В.А. Федорец // Двигателестроение. – 1981. – №7. – С. 50-51.

5. Федорец В.А. Метод многофакторного исследования параметров процесса топливоподачи / В.А. Федорец // Двигателестроение. – 1982. – №11. – С. 34-36.

6. Марюта А.Н. Статистические методы и модели в экономике / А.Н. Марюта, Н.Е. Бойцун. – Дніпропетровськ: Пороги, 2002. – 384 с.

7.Ларіонов Г.І. Оцінювання конструктивних параметрів анкерного кріплення. Дніпропетровськ :Національна металургійна академія України,2011.-286с.

8. Ларіонов Г.І.. До аналізу результатів математичного та імітаційного моделювання роботи бункера-перевантажувача/ Ларіонов Г.І., Брагінець Д.Д., Р.В. Кірія/ Сист. технодлгії. Дніпропетровськ: НМетАУ, 2011.– с.122-128.

9.. Сапегин, В.Н. К анализу решения задачи о нестационарном деформировании упругой среды/ Сапегин, В.Н., Ларионов Г.И. / Наукові вісті. Сучасні проблеми металургії. № 14: Дніпропетровськ: НМетАУ, 2011.– с.39-49.

10. Ismet Canbulat. Evaluation and design of optimum support systems in South African collieries using the probabilistic design approach / Ismet Canbulat // Dissertation submitted to the Fuculty of Engineering Built Environment and Technology for the degree Philosophy Doctor/ University of Pretiria. – Pretoria, 2008. – 340 p.

11. Mark C. Design of roof bolt systems / C. Mark // New technology for coal mine roof support. Pittsburgh,PA. U.S. Department of Health and Human Services, Public Health Service. Centres for Disease Control and Prevention. National Institute for Occupational Safety and Health, 2000, DHHS,(NIOSH) Publication №2000-151, IC 9453, 2000– P.280. .

12. Ивахненко А.Г. Моделирование сложных систем по экспериментадьным данням / А.Г. Ивахненко, Ю.П. Юрачковский. – М.: Радио и связь,1987. – 118 с.

УДК 622.831.322

Д-р техн. наук Д.М. Житленок,
инж. А.С. Крышнев,
(ГП «Дзержинскуголь»)

ФИЗИЧЕСКАЯ СУЩНОСТЬ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ УПРАВЛЕНИЯ СОСТОЯНИЕМ ПРЕДЕЛЬНО-НАПРЯЖЕННОГО ГОРНОГО МАССИВА ВИБРАЦИОННЫМ ВОЗДЕЙСТВИЕМ НА НЕГО

Формується фізична сутність способу вібраційного впливу на вугільний пласт через вміщуючі породи, а також наводиться рішення аналітичної задачі визначення додаткових нормальних і дотичних напружень на контакті вугільний пласт - вміщуючі породи при одиночному і подвійному імпульсах дії.

PHYSICAL ESSENCE AND MATHEMATICAL MODEL CONTROLLING THE STATE OF MAXIMUM STRESS IN ROCK MASSIF AT IT VIBRATION INFLUENCE

Generated physical essence of vibration influence on the method coal bed through host rocks, and perform solution to analytical the objectives of determining additional normal and shear stresses at the contact between coal bed - host rocks at single and double-pulse influence.

Теоретическими исследованиями, проведенными в ИГТМ НАН Украины установлено [1], что максимальное значение опорного давления и ширина зоны отжима угля при увеличении размеров выработанного пространства, угла падения, коэффициента сцепления и угла трения пласта с боковыми породами – убывает. После выемки очередной заходки напряжения вблизи кромки забоя практически мгновенно принимают свои предельные значения. При достаточно высокой скорости подвигания очистного забоя сближение пород кровли и почвы позади забоя значительно уменьшается, чем при малой.

В этих условиях при небольших пригрузках, действующих в течение сравнительно небольшого промежутка времени, угольный массив, не успевая пройти стадию пластического деформирования попадает в стадию интенсивного отжима в сторону обнаженной забоем поверхности.