# К. т. н. А. А. МИХАЛЬ, М. П. РУБАНЧУК

Украина, г. Киев, Институт электродинамики E-mail: Marymed@ukr.net

Дата поступления в редакцию 28.03 2007 г. Оппонент к. т. н. Б. А. ДЕМЬЯНЧУК (ОНУ им. И. И. Мечникова, г. Одесса)

# РАСЧЕТ КОЭФФИЦИЕНТА ПРЕОБРАЗОВАНИЯ КОНДУКТОМЕТРИЧЕСКОГО ДАТЧИКА БИОСЕНСОРА

На основе теории функции комплексного переменного и конформных отображений проведен расчет коэффициента преобразования кондуктометрического датчика биосенсора по уточненной пятикомпонентной модели.

Кондуктометрический биосенсор (КБС) представляет собой дифференциальный первичный преобразователь, состоящий из двух кондуктометрических датчиков (КД). Конструктивно чувствительные элементы КД состоят из двух идентичных по геометрии систем электродов, топология которых, как правило, представляет собой встречные гребенки. На одну из пар электродов наносят тонкий слой биологически активной мембраны, чувствительной к исследуемому веществу. Исследуемое вещество, концентрацию которого необходимо определить, диффундирует через полупроницаемую мембрану в тонкий слой биокатализатора, в котором под действием биологического материала протекает химическая реакция. Результатом этой реакции является избыточная концентрация ионов.

Суть задаваемого физического преобразования заключается в том, что под действием приложенного градиента электрического потенциала избыточная концентрация ионов преобразуется в приращение сопротивления на электродах чувствительного элемента. С одной стороны, для более точных измерений необходимо стремиться повышать сопротивление. При заданной концентрации такой результат можно получить в первичном физическом преобразователе с максимальным коэффициентом преобразования. С другой стороны, как правило, биологические мембраны довольно дороги. Поэтому их объем должен быть минимальным и, следовательно, минимальными должны быть габариты электродной системы [1].

Произвольное варьирование геометрии электродов может привести к тому, что для малых (1—10 мкм) зазоров между электродами в общей проводимости может превалировать вклад как двойного электрического слоя, так и фарадеевских процессов на межфазной границе металл/электролит. В этом случае первичный преобразователь необходимо рассматривать не как кондуктометрический, а как электрохимический. Проблема в том, что одни и те же параметры эквивалентной схемы будут информативными для одного типа преобразователей и дестабилизирующими для другого типа. То есть для каждого преобразователя требуются свои энергетические режимы и, соответственно, функциональные схемы вторичных преобразователей.

Таким образом, чтобы рассматривать сенсор как кондуктометрический преобразователь и получить для него максимальную чувствительность при минимальной площади электродной системы (что обеспечивает минимальный объем исследуемой пробы) и при минимальном влиянии приэлектродных процессов, необходимо довольно точно знать коэффициент преобразования КД биосенсора.

Описание расчетной модели. Расчетами планарных гребенчатых электродов занимаются давно. Как правило, для расчета коэффициента преобразования планарно расположенных электродов используют метод конформных отображений, который справедлив для плоскопараллельных полей. Например, в [2] был произведен расчет поля для индукционных печей ВЧ-нагрева, позже метод был использован при расчете константы КД [3]. Однако и в том, и в другом случае плоскопараллельное поле имеет место при бесконечно длинных электродах и неограниченном количестве гребенок. Такая расчетная модель не учитывает краевые эффекты на последних крайних электродах и на торцах электродов. Более точная, трехкомпонентная расчетная модель была предложена в [4]. Однако и в этой модели нарушалась расчетность электродной системы, поскольку в расчет входили



Технология и конструирование в электронной аппаратуре, 2007, № 5

## СЕНСОЭЛЕКТРОНИКА

только области  $\lambda$ ,  $\xi$  и  $\eta$ . Как следует из **рис. 1** (*1* — потенциальные электроды, *2* — заземленные электроды), часть пространства, а именно область  $\mu$ , не входит в расчет коэффициента преобразования.

Второй фактор, снижающий точность расчета коэффициента преобразования, касается толщины электродов. Для технологий, обеспечивающих тонкие пленки (доли мкм), этим фактором можно пренебречь. Но для дешевых вариантов КБС, использующих, например, фольгированный стеклотекстолит с толщиной фольги 18 или 35 мкм, будет возникать довольно существенная ошибка в расчетах.

Для расчета электродной системы КБС мы использовали существующую, хорошо развитую теорию расчета погонной емкости. Однако, как следует из [5, с. 17], в силу математической аналогии потенциальных полей различной физической природы существует прямая зависимость между емкостью C и проводимостью G:

$$\frac{G}{\gamma} = \frac{C}{\varepsilon} = A,\tag{1}$$

где ү— удельная электрическая проводимость или, в соответствии с ДСТУ 3651.1, электролитическая проводимость раствора;

$$\varepsilon = \varepsilon_p \varepsilon_0;$$

 $\varepsilon_{\rm p}$  — диэлектрическая проницаемость среды;

 $\varepsilon_0^{r}$  — диэлектрическая проницаемость вакуума.

При этом поскольку выражение (1) есть отношение физических величин на выходе и входе преобразователя, то параметр *A* не что иное, как коэффициент преобразования соответствующего первичного преобразователя.

С целью получения более точного выражения для коэффициента преобразования КБС авторы предлагают:

— во-первых, изменить конфигурацию электродов путем замены прямых углов проводников на соответствующие дуги окружностей (**рис. 2**);

— во-вторых, к существующей трехкомпонентной модели расчета [4] добавить еще две составляющих —  $G_{\rm u}$  и  $G_{\rm b}$ , которые учитывают соответственно



вклад поля в углах электродной системы и толщину электродов.

Результаты расчета дополнительных составляющих. Обозначим область силовых линий, ограниченную кольцеобразной частью электродов, символом  $\mu$ (рис. 2); соответственно проводимость будем обозначать  $G_{\mu}$ .

В [б] приведены общие выражения для расчета емкости  $G_{\mu}$ , образованной двумя разноименно заряженными коаксиальными кольцевыми электродами с радиусами  $a_1$ ,  $b_1$ ,  $a_2$  и  $b_2$ , расположенными в одной плоскости. Однако в нашем случае внутреннее кольцо превращается в круг, т. е.  $a_1$ =0. Тогда, в соответствии с (1), выражение для расчета  $G_{\mu}$  будет иметь следующий вид:

$$\frac{G_{\mu}}{\gamma} = \frac{3b_2\pi^2 N}{4} \left\{ \frac{b_2^2}{b_1} - \frac{Y_{12}}{\left(\frac{b_1}{b_2}\right)^2} + \frac{Y_2}{\left[1 - \left(\frac{a_2}{b_2}\right)^2\right]^2} \right\}^{-1}, \quad (2)$$

где N — количество потенциальных электродов (тогда количество участков со скругленными углами электродов будет 4N);

$$Y_{2} = 1 + \left(\frac{a_{2}}{b_{2}}\right)^{3} - \left[1 + \left(\frac{a_{2}}{b_{2}}\right)^{2}\right] E\left(\frac{a_{2}}{b_{2}}\right) + \left[1 - \left(\frac{a_{2}}{b_{2}}\right)^{2}\right] K\left(\frac{a_{2}}{b_{2}}\right);$$
(3)

$$Y_{12} = \left[1 + \left(\frac{b_1}{b_2}\right)^2\right] E\left(\frac{b_1}{b_2}\right) - \left[1 - \left(\frac{b_1}{b_2}\right)^2\right] K\left(\frac{b_1}{b_2}\right) - \left(\frac{a_2}{b_2}\right)^3 \times \left[1 + \left(\frac{b_1}{a_2}\right)^2\right] E\left(\frac{b_1}{a_2}\right) - \left[1 - \left(\frac{b_1}{a_2}\right)^2\right] K\left(\frac{b_1}{a_2}\right)\right]; \quad (4)$$

*К* и *Е* — полные эллиптические интегралы 1-го и 2-го рода.

Для сопоставления полученных выражений с предыдущими расчетами, приведенными в [4], необходимо представить радиусы через ширину электрода *а* и зазор *с*.

Как следует из рис. 2,  $a_2=b_1+c$ ,  $b_2=b_1+c+a$ .

В соответствии с алгоритмом расчета, представленным в [4], перейдем к безразмерным величинам:  $p=a/c, f=a/b_1$ . Тогда выражения (2)—(4) примут следующий вид:

$$\frac{G_{\mu}}{\gamma} = \frac{3a(p+f+fp)\pi^{2}N}{4fp} \times \\
\times \left\{ \frac{c(p+f+fp)^{2}}{f^{3}p} - \frac{Y_{12}}{\left[\left(\frac{p}{p+f+pf}\right)^{2}\right]^{2}} + \frac{Y_{2}}{\left[1-\left(\frac{p+f}{p+f+pf}\right)^{2}\right]^{2}} \right\}^{-1};$$
(5)

$$Y_{2} = 1 + \left(\frac{f+p}{f+p+fp}\right)^{3} - \left[1 + \left(\frac{f+p}{f+p+fp}\right)^{2}\right] E \left(\frac{f+p}{f+p+fp}\right) + \left[1 - \left(\frac{f+p}{f+p+fp}\right)^{2}\right] K \left(\frac{f+p}{f+p+fp}\right);$$
(6)

$$Y_{12} = \left[1 + \left(\frac{p}{p+f+pf}\right)^{2}\right] E\left(\frac{p}{p+f+pf}\right)^{-1} - \left[1 - \left(\frac{p}{p+f+pf}\right)^{2}\right] K\left(\frac{p}{p+f+pf}\right)^{-1} - \left(\frac{p+f}{p+f+pf}\right)^{3} \left\{\left[1 + \left(\frac{p}{p+f}\right)^{2}\right] E\left(\frac{p}{p+f}\right)^{-1} - \left[1 - \left(\frac{p}{p+f}\right)^{2}\right] K\left(\frac{p}{p+f}\right)\right\}.$$

$$(7)$$

Таким образом, нами рассмотрены все участки поля, образованные электродной системой в верхней полуплоскости. В зависимости от положения рассматриваемых электродов это могут быть области  $\eta$ ,  $\lambda$  или  $\xi$  — из моделей, представленных в [4], или область  $\mu$ , описываемая формулой (5). Строго говоря, для емкостных преобразователей необходимо учитывать поле нижней полуплоскости. Однако для кондуктометрического преобразователя этой составляющей можно пренебречь, поскольку удельная электрическая проводимость буферного раствора и подложки отличаются на 3—4 порядка.

В то же время для пленок, толщина которых одного порядка с зазором между электродами, необходимо уточнить расчетную модель. Эта модель должна учитывать толщину электродов (**рис. 3**). Тогда в до-



полняющей модели в качестве электродов выступают плоскости AB и CD. Очевидно, поле между ними идентично полю идеально плоского конденсатора. При этом емкость *C* можно определить через площадь *S* и зазор *d* по известной формуле *C*/ε=*S*/*d*. С учетом уравнения (1), составляющая, определяемая прямолинейными участками, запишется следующим выражением:

$$\frac{G_{\phi_1}}{\gamma} = \frac{2NhL_2}{c} + \frac{ha}{c}(2N+1) =$$

$$= \frac{2Nh}{c} \left[ L_2 + a \left( 1 + \frac{1}{2N} \right) \right], \qquad (8)$$

$$rge h - - толщина электродов;$$

L<sub>2</sub> — длина электродов;
 с — ширина зазора;
 а — ширина электрода.

=

Так как  $L_2 >> a$ , то при  $N \to \infty$  выражение (8) примет следующий вид:

$$\frac{G_{\phi 1}}{\gamma} \approx \frac{2Nh}{c} (L_2 + pc). \tag{9}$$

Влияние скругленных участков можно учесть выражением, известным из [7, с. 345]:

$$\frac{G_{\phi 2}}{\gamma} = \frac{2\pi h}{\ln \frac{a_2}{b_1}} 4N.$$
(10)

Просуммировав выражения (9) и (10), получим полное выражение для  $G_{\phi}$ , учитывающее толщину электродов:

$$\frac{G_{\phi}}{\gamma} = \frac{2Nh}{c} (L_2 + pc) + \frac{8\pi hN}{\ln\left(\frac{p+f}{p}\right)}.$$
(11)

С учетом полученных ранее уравнений общее (полное) выражение для коэффициента преобразования КБС будет иметь следующий вид:

$$A = \frac{G_{\xi} + G_{\eta} + G_{\lambda} + G_{\mu} + G_{\phi}}{\gamma}, \qquad (12)$$

$$|_{\Gamma \neq e} \frac{G_{\xi}}{\gamma} = \frac{2K(k_2)}{K(k_2')} (N-1)L_2;$$

37

$$\begin{split} &\frac{G_{\eta}}{\gamma} = \frac{K(k_{1})}{K(k_{1}')} \Big[ pc\left(2N+1\right) \Big]; \ \, \frac{G_{\lambda}}{\gamma} = \frac{2K(k)}{K(k')} L_{2}; \\ &\frac{G_{\mu}}{\gamma} = \frac{3a\left(p+f+fp\right)\pi^{2}N}{4fp} \times \\ &\times \left\{ \frac{c\left(p+f+fp\right)^{2}}{f^{3}p} - \frac{Y_{12}}{\left[\left(\frac{p}{p+f+pf}\right)^{2}\right]^{2}} + \frac{Y_{2}}{\left[\left(\frac{p+f+fp}{p+f+pf}\right)^{2}\right]^{2}} \right\}^{-1}; \\ &+ \frac{Y_{2}}{\left[1 - \left(\frac{p+f}{p+f+pf}\right)^{2}\right]^{2}} \right\}^{-1}; \\ &\frac{G_{\phi}}{\gamma} = \frac{2Nh}{c} \left(L_{2} + pc\right) + \frac{8\pi hN}{\ln\left(\frac{p+f}{p}\right)}; \end{split}$$

 $k_i$  и  $k_i'$  — модули эллиптических интегралов.

Выражения для  $G_{\xi}$ ,  $G_{\eta}$ ,  $G_{\lambda}$ ,  $k_i$  и  $k_i'$  взяты из [4]. Следует отметить, что в кондуктометрии, как правило, используется термин «константа» кондуктометрического датчика  $K_{\mu}$ . Очевидно, согласно классическому определению константы, приведенному в [1], эта характеристика датчика обратно пропорциональна коэффициенту преобразования (1):

$$K_{\pi} = \frac{1}{A}.$$
 (13)

Поэтому рассмотрим некоторые результаты в графическом виде, руководствуясь традиционной в кондуктометрии терминологией.

Так, результаты вычислений согласно выражениям (12) и (13) при p=1; 2 и толщине электродов h 18 и 35 мкм представлены в графическом виде на **рис. 4**. Как видно из графиков, при значениях a>100 мкм



поле зоны  $\phi$  обеспечивает практически аддитивный сдвиг в расчете константы КД  $K_{\pi}$ .



На **рис. 5** приведены зависимости константы датчика  $K_{\rm д}$  при различных значениях p=a/c ( $b_1=10$  мкм, h=0). Из рисунка видно, что при p>1 изменение cвызывает аддитивный сдвиг в расчете  $K_{\rm д}$ . В то же время одинаковое приращение c (50 мкм) не приводит к одинаковым приращениям в расчете  $K_{\rm g}$ .

Особенности хода кривых на рис. 4 и 5 позволяют для инженерных вычислений аппроксимировать их простейшими линейными уравнениями y=ax+b.

Для определения влияния толщины пленки *h* на расчет *A* рассмотрим погрешность коэффициента преобразования, обусловленную наличием конечной толщины электродов:

$$\delta = \frac{A - A_{G_{\phi} = 0}}{A} = \frac{G_{\phi}}{G_{\xi} + G_{\eta} + G_{\lambda} + G_{\mu} + G_{\phi}}$$

Результаты вычислений согласно последнему выражению приведены на **рис. 6**. Из графиков следует,



что при толщине пленок электродов КБС более 5 мкм учет составляющей  $G_{\phi}$  при одинаковой ширине электрода и зазора (p=1) обязателен практически при всех значениях зазора.

## СЕНСОЭЛЕКТРОНИКА

#### Выводы

1. Совершенствование кондуктометрических биосенсоров (КБС) требует высокой точности определения коэффициента преобразования их датчиков. Авторами предложено скруглить прямые углы электродной системы и ввести пятикомпонентную (вместо трехкомпонентной) расчетную модель КБС. В результате обеспечивается более высокая точность определения коэффициента преобразования кондуктометрического датчика биосенсора.

2. Опираясь на ту или иную технологию нанесения электродов можно получить расчетное значение коэффициента преобразования КБС и оценить метрологические характеристики, в частности методическую погрешность, обусловленную толщиной пленки.

#### ИСПОЛЬЗОВАННЫЕ ИСТОЧНИКИ

1. Лопатин Б. В. Кондуктометрия.— Новосибирск: СО АН СССР, 1964.

КНИГИ

HOBBIE

КНИГИ

HOBBIE

2. Табакс К. К. Расчет электрических полей для некоторых задач высокочастотного нагрева // Тр. Московского энергетического ин-та. Теоретические основы электротехники.— 1953.— № 12.— С. 157—165.

3. Olthuis W., Streekstra W., Bergveld P. Theoretical and experimental determination of cell constants of planar-interdigitated electrolyte conductivity sensors // Sensors and Actuators, B.— 1995.— Vol. 24–25, N 1–3.— P. 252—256.

4. Левицкий А. С., Медведенко М. П., Михаль А. А. Расчет коэффициента преобразования планарной системы электродов с гребенчатой геометрией // Технічна електродинаміка.— 2006.— № 5.— С. 9—16.

5. Иоссель Ю. Я., Кочанов Э. С., Струнский М. Г. Расчет электрической емкости.— Л.: Энергоиздат, 1981.

6. Иоссель Ю. Я. Оценка емкостей в системах коаксиальных кольцевых электродов, расположенных на плоской границе двух диэлектрических сред // Электричество.— 1982.— № 11.— С. 66—69.

7. Яворский Б. М., Детлаф А. А. Справочник по физике.— М.: Наука, 1965.

# НОВЫЕ КНИГИ

# Кларк Э. Р., Эберхард К. Н. Микроскопические методы исследования материалов. М.: Техносфера, 2007. 376 с.

За последние десятилетия в области материаловедения был совершен огромный скачок вперед. Одновременно очень быстро развивались и оптические методы исследования материалов. В компьютерной микроскопии произошли столь значительные изменения, что появилась потребность в книге, описывающей возможности новейших оптических микроскопов, используемых для исследования конструкционных материалов.

В книге рассматриваются основы оптической микроскопии, описываются методы оптических исследований, как классические (методы темного поля и интерференционная микроскопия), так и новейшие, а также неоптические — например, акустические и рентгеновские. Рассматривается построение двумерного изображения на основе трехмерного массива данных и методы преобразования цифрового изображения на компьютере, изучается работа конфокального лазерного сканирующего микроскопа, приводятся примеры трехмерной реконструкции структуры композитов.

Книга будет полезна ученым, специалистам в области материаловедения, аспирантам.

# Григорьян С. Г. Конструирование электронных устройств систем автоматизации и вычислительной техники.— М.: Феникс, 2007.— 303 с.

В учебном пособии рассмотрены краткие сведения из стандартов, факторы, определяющие конструкцию и надежность электронных устройств и систем, несущие конструкции, приборные корпуса, компоновка блоков и шкафов, средства отображения информации, конструирование печатных плат, микросборок, объемного электрического монтажа, а также оптоэлектронные компоненты и узлы. Описаны способы охлаждения, обеспечения помехозащищенности, электромагнитной совместимости и взрывозащищенности электронной аппаратуры, ее защита от механических воздействий и агрессивной внешней среды. Рассмотрены методы изготовления печатных плат и технология сборки электронных узлов, а также методы активизации мыслительного процесса при решении творческих инженерных задач.

Пособие предназначено для студентов, обучающихся по специальностям направления «Автоматизация и управление», а также может быть использовано студентами родственных направлений и практически всех инженерных специальностей, связанных с электронной техникой.