

Д. ф.-м. н. А. А. ПОТАПОВ

Дата поступления в редакцию  
19.05 2008 г.Россия, г. Москва, Институт радиоэлектроники им. В. А. Котельникова  
E-mail: potapov@mail.cplire.ruОппонент д. ф.-м. н. В. В. НОВИКОВ  
(ОНПУ, г. Одесса)

## ФРАКТАЛЫ, СКЕЙЛИНГ И ДРОБНЫЕ ОПЕРАТОРЫ КАК ОСНОВА НОВЫХ МЕТОДОВ ОБРАБОТКИ ИНФОРМАЦИИ И КОНСТРУИРОВАНИЯ ФРАКТАЛЬНЫХ РАДИОСИСТЕМ

(Выдающемуся ученому Владимиру Александровичу Котельникову посвящается)

*Систематизированы результаты исследований, проводимых автором, которые привели к становлению и развитию нового фундаментального научного направления «Фрактальная радиофизика и фрактальная радиоэлектроника: Проектирование фрактальных радиосистем».*

Стационарные режимы и периодические движения долгое время считались единственно возможными состояниями. Однако открытия второй половины XX века кардинально изменили представление о характере динамических процессов. Сейчас мы осознаем, что мир не только *нелинеен*, но и *фрактален* [1]. В настоящее время явно ощущается недостаток в традиционных физических моделях [2]. Другими словами, *полное описание* процессов современной обработки сигналов и полей невозможно с помощью формул классической математики.

Автору совершенно очевидно, что применение в современных информационных технологиях идей масштабной инвариантности — «скейлинга» — и разделов современного функционального анализа, которые связаны с теорией множеств, теорией дробной размерности, общей топологией, геометрической теорией меры и теорией динамических систем, открывают большие потенциальные возможности и новые перспективы в обработке многомерных сигналов и в родственных научных и технических областях. Созданная в конце двадцатого века Б. Мандельбротом общая концепция фракталов была заложена автором в основу новых представлений в области радиофизики и радиолокации.

Поэтому, начиная с 1980-х гг., в работах автора и научного коллектива под его руководством активно и последовательно ведется поиск новых радиофизических подходов, так или иначе связанных с применением теорий фракталов, детерминированного хаоса, скейлинговых эффектов и дробных операторов [3—46]. Двадцать первый век характеризуется широким развитием новых больших радиофизических и радиотехнических приложений, целиком основанных на этих представлениях.

По сути дела, речь идет о *новом фундаментальном направлении в радиофизике и радиоэлектронике* — применении указанных теорий в задачах повы-

шения информативности радиосистем и устройств различного назначения. Основные принципы данного направления вначале касались *вопросов фильтрации сверхслабых радиосигналов и изображений при существенно негауссовских помехах* [43, 47—50]. Затем стало абсолютно ясным, что такой «фрактальный» подход пригоден и для других задач\*.

Автором была поставлена задача найти все возможные формы применения теории фракталов в радиофизике, радиоэлектронике, радиотехнике и теории управления, и за более чем 25-летний период удалось разработать ряд важных «нелинейных» глав *фрактальной радиофизики и фрактальной радиоэлектроники*, почти завершающих ее основные построения. Полученные результаты открывают также новые широкие перспективы применения этих направлений в классической радиофизике, современной нелинейной физике колебаний и волн, а также в радиоэлектронике, нанотехнологиях и пр.

В настоящей работе достаточно подробно и, вместе с тем, компактно, изложены «фрактальная техника вычислений» и «фрактальный язык» для множества современных физических и прикладных задач.

### 1. Эволюция «фрактального» подхода к решению задач радиофизики и радиоэлектроники (1981—2008 гг.)

Эволюция «фрактальной идеологии» исследований, проводимых в ИРЭ РАН, показана на **рис. 1**, где также приведены сведения о моменте их интенсивного развертывания и публикации (более подробно см. ссылки в монографиях [3—8]). Все исследования проводятся коллективом в рамках нового фундаментального междисциплинарного направления «Фрактальная радиофизика и фрактальная радиоэлектроника: Проектирование фрактальных радиосистем».

\* Все вопросы, связанные с применениями теории фракталов, скейлинговых соотношений и дробных операторов в радиотехнике и радиофизике очень интересовали В. А. Котельникова. При обсуждении данных вопросов с автором Владимир Александрович отмечал большое значение этих направлений для развития фундаментальных и прикладных наук, а также значительные трудности с их реализацией на практике и пониманием/восприятием их специалистами, воспитанными на традиционных математических и радиотехнических школах. Академик В. А. Котельников охотно дал согласие войти в редакционную коллегию созданного автором в 2003 г. журнала «Нелинейный мир», освещающего все указанные выше направления, и участвовал в ее работе с начала 2004 г. до своей кончины.

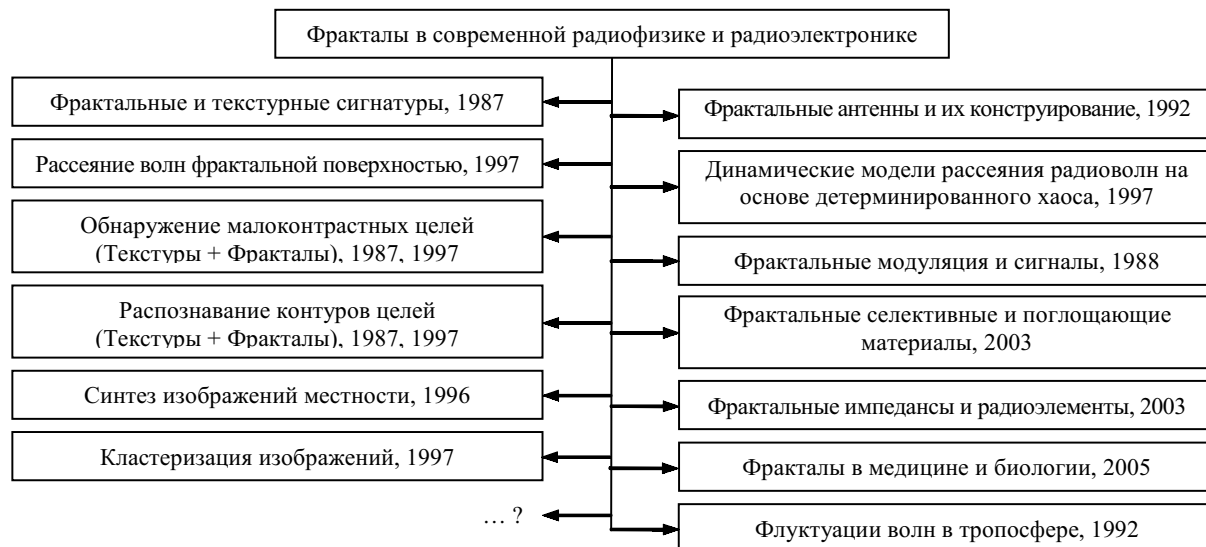


Рис. 1. Этапы развития новых информационных технологий в ИРЭ РАН

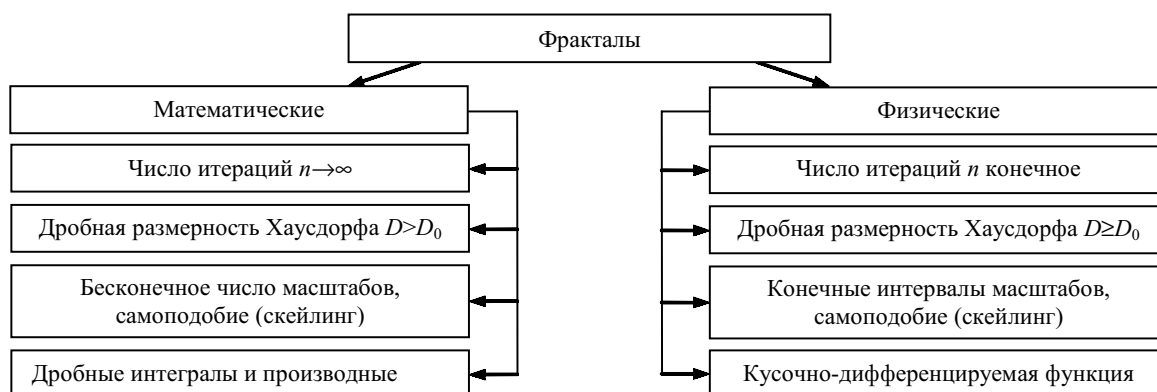


Рис. 2. Классификация фрактальных множеств и фрактальных сигнатур

Фракталы относятся к множествам с крайне нерегулярной разветвленной или изрезанной структурой. Разработанная автором классификация фракталов в декабре 2005 г. была одобрена Б. Мандельбротом и приведена на рис. 2. ( $D_0$  — топологическая размерность пространства, в котором рассматривается фрактал с дробной размерностью  $D$ ).

Относительно дробных операторов (рис. 2) можно отметить следующее. Задолго до введения в научный обиход понятия динамической системы дробного порядка и появления работ Б. Мандельброта о фрактальной природе реальных объектов, было замечено, что поведение некоторых процессов и объектов (распространение тепла, вязкоупругие свойства материалов, диффузия и др.) не укладывается в рамки традиционного описания с помощью дифференциальных уравнений целого порядка. Более точно эти процессы и объекты могут быть количественно описаны с использованием оператора дробного интегрирования или дифференцирования (ДИД)  $D^\alpha[f(t)]$ , где  $-1 < \alpha < 1$ .

Несмотря на то, что понятие оператора ДИД было известно уже в конце 17 века, начало широкого применения дробного исчисления в науке и технике можно отнести к концу восьмидесятых — началу девяностых годов прошлого века. Дробный интеграл является обобщением  $n$ -кратного интеграла, а всюду не дифференцируемые в обычном смысле фрактальные функции могут быть дифференцируемы в смысле дробной производной Римана–Лиувилля [3, 4]. Физически операторы дробного интегрирования играют роль своеобразных «фильтров», выделяющих только те составляющие, которые локализованы на фрактальных (дробных) множествах исследуемого процесса. Следует отметить, что в последнее время в

научном мире интенсивно обсуждаются фрактальные объекты и процессы, имеющие *комплексную дробную степень*.

Большое значение приобретает *глубокая аналогия между современными задачами радиофизики и радиоэлектроники и современной флуктуационной теорией фазовых переходов и критических явлений*. Как известно, в основе современной ренормгрупповой теории фазовых переходов лежит подход, базирующийся на гипотезе скейлинга. Аналогичный подход удалось разработать автору для решения радиофизических и радиотехнических задач.

## 2. Фрактальная обработка малоконтрастных изображений и фрактальное обнаружение сверхслабых сигналов в интенсивных негауссовских помехах и шумах

В [3—6] вся математическая и физическая теория фракталов приведена в достаточно стройную логическую систему. При таком «фрактальном» подходе естественным будет сосредоточить внимание на описании, а также на обработке радиофизических сигналов (полей), исключительно в пространстве дробной размерности с применением гипотезы скейлинга и распределений с «тяжелыми хвостами» или устойчивых распределений.

Начнем с работ, впервые определивших одно из основных актуальных приложений теории фракталов



Рис. 3. Структура исследований в ИРЭ РАН текстурных и фрактальных методов обработки малококонтрастных изображений и сверхслабых сигналов в интенсивных негауссовских помехах

— это обработка одномерных и многомерных сигналов (изображений и полей) при малых и сверхмалых отношениях сигнал/помеха. На рис. 3 приведена полная структура проводимых в ИРЭ РАН исследований текстурных и фрактальных методов обработки малококонтрастных изображений и сверхслабых сигналов в интенсивных негауссовских помехах.

**2.1. Текстурные сигнатуры.** Впервые расчет полного ансамбля из 28 текстурных признаков и их детальный синхронный анализ для реальных — оптических и радиолокационных в диапазоне миллиметровых волн (ММВ) на волне 8,6 мм, а также синтезированных текстур на основе авторегрессионных моделей был проведен в ИРЭ РАН в середине 1980-х гг. совместно с Воронежским госуниверситетом [43, 47]. Многолетние натурные эксперименты проводились совместно с ЦКБ «Алмаз» и другими организациями. При этом была поставлена и решена задача расчета текстурных признаков с учетом дрейфа сигнала при изменении времени года.

Вокруг обнаруживаемой цели всегда присутствуют участки фоновых отражений, объединенные общим понятием текстуры. В отличие от тона и цвета, которые относятся к отдельным фрагментам изображения, текстура связана более чем с одним фрагментом. *Текстура* — это матрица или фрагмент пространственных свойств участков изображений с однородными статистическими характеристиками [43]. Текстурные признаки основаны на статистических характеристиках уровней интенсивности элементов изображения и относятся к вероятностным признакам, случайные значения которых распределены по всем классам природных объектов. Решение о принадлежности текстуры к тому или иному классу может приниматься только на основании конкретных значений признаков данной текстуры. В таком случае принято говорить о *сигнатуре текстуры*.

Классические радиолокационные сигнатуры включают в себя временные, спектральные и поляризационные особенности (при-

знаки) отраженного сигнала. Понятие «сигнатура» описывает распределение генеральной совокупности измерений для данной текстуры в сценах такого же типа, как и данная [43].

В наших экспериментах были также оптимизированы оценки влияния размера окон на точность определения текстурных признаков для изображений различных типов земных покровов.

Анализ полученных данных позволил доказать очень важную особенность: одномерные области существования текстурных признаков РЛИ в диапазоне ММВ (множество  $R$ ) почти полностью вкладываются в соответствующие области признаков АФС (множество  $A$ ):  $R \in A$  [43]. Таким образом, области признаков РЛИ как бы сжимаются по сравнению с областями признаков АФС. Это происходит из-за сглаживания в РЛИ *тонкой структуры* текстур исследуемых покровов, характерной для АФС. Следовательно, со значительной степенью достоверности множество  $R$  можно прогнозировать по множеству  $A$ .

На основе полученных результатов были предложены и реализованы следующие нетрадиционные и достаточно эффективные методы обнаружения сигналов при малых отношениях сигнал/фон: *дисперсионный метод, метод обнаружения с помощью линейно моделированных эталонов и метод с прямым использованием ансамбля текстурных признаков* [18, 43, 47].

Анализ полученных экспериментально обширных баз данных (более чем 30 категорий земных покровов [43]) в совокупности с визуальным исследованием степени сложности изолиний рассеянного излучения, зафиксированного на АФС и РЛИ, и привел автора непосредственно к идеям введения ансамблей принципиально новых признаков, основанных на скейлинговых показателях и характеристиках дробной размерности, т. е. *фрактальных сигнатур*.



**2.2. Отказ от гауссовских статистик в экспериментах. Тонкая структура отраженных импульсных сигналов и новый класс признаков.** Как хорошо известно, на начальных этапах экспериментальных работ по рассеянию метровых, дециметровых, сантиметровых и миллиметровых волн исследователи столкнулись с вопросами применимости гауссовских моделей, после чего начались попытки создания моделей рассеяния с целью повышения хвостов вероятностных распределений отраженных сигналов.

Опыт, полученный автором при участии в многомасштабных экспериментальных работах, проводившихся в 1979—1990 гг. ведущими организациями СССР, показал *необходимость принципиального отказа от гауссовских статистик* в случае достаточно высокого разрешения радиолокаторов. Исследования проводились автором на волнах длиной 2,2 и 8,6 мм — активное излучение, и 3,5 мм — пассивное излучение [33, 43], и именно в физических экспериментах на волне длиной 2,2 мм была показана неприменимость гауссовских статистик для почти всего диапазона углов падения  $\theta$  электромагнитного излучения [43, 47—49].

Экспериментальные исследования периода 1979—1990 гг. позволили автору, помимо решения традиционных задач рассеяния, установить общие закономерности формирования тонкой структуры модулированного сигнала в диапазоне ММВ и *предложить принципиально новый класс признаков, основанных на тонкой структуре модулированных сигналов, рассеянных статистически неровной поверхностью* [43, 50]. К характеристикам тонкой структуры отраженных радиолокационных сигналов автор предложил отнести *внутриимпульсные флуктуации, их статистику, корреляционные и спектральные зависимости и среднее расширение импульса, определяемое величиной, обратной полосе когерентности  $\Delta f_k$* .

Экспериментальные исследования структуры импульсного сигнала, рассеянного земной поверхностью, проводили с борта вертолета в режиме зависания на высоте 1000 м [43, 50]. Для измерений использовали приемно-передающую аппаратуру на волне длиной  $\lambda=8,6$  мм с горизонтальной поляризацией излучения. На первом этапе проводили дискретизацию увеличенных огибающих отраженных импульсов на необходимое число отсчетов. Полученные данные являлись исходным материалом для определения усредненных огибающих импульсных сигналов, отраженных различными земными покровами.

На втором этапе обработки были рассмотрены репрезентативные выборки *внутриимпульсных амплитудных флуктуаций*, полученные путем вычитания дискретов средних импульсов из отсчетов мгновенных огибающих. Ввиду того, что рассматриваемые реализации огибающих относятся к периодически нестационарным случайным процессам, необходимо было провести исследования на стационарность внутриимпульсных амплитудных флуктуаций. Контроль стационарности проводился методами непараметрической статистики. Главной причиной использования методов непараметрической статистики является весьма высокая априорная неопределенность вследствие

расхождения между теоретическими вероятностными моделями рассеяния ММВ земными покровами и реальной ситуацией [43].

Стационарность процессов оценивалась с помощью рангового критерия Вилкоксона. Асимптотическая эффективность этого критерия по сравнению с критерием Стьюдента равна  $3/\pi$ . Кроме того, данный критерий применим к выборкам малого объема. Выяснилось, что для всех типов земных покровов соблюдается стационарность внутриимпульсных и внутрипериодных флуктуаций по среднему и по форме распределения с доверительной вероятностью  $P_d=0,95$ . Показано, что функции распределения внутриимпульсных амплитудных флуктуаций  $p(n)$  отраженных импульсов в диапазоне ММВ для исследуемых типов земных покровов принадлежат одному классу распределений (не гауссовскому и с увеличенными хвостами!). Предложенная автором *методика легко реализуема на практике* и может быть перенесена на статистический анализ флуктуаций в различных физических и технических системах.

Таким образом, многолетние радиофизические эксперименты дают весьма убедительные доводы в пользу негауссовских статистик. Также более 10 лет назад (см. ниже) было показано, что негауссовские функции распределения с тяжелыми хвостами (степенные/устойчивые) *естественно возникают (!)* при фрактальной обработке одномерных и многомерных сигналов в радиочастотном и оптическом диапазонах с учетом скейлинговых соотношений.

**2.3. Фрактальные сигнатуры.** Впервые предложенные и разрабатываемые автором цифровые фрактальные методы позволяют частично преодолеть априорную неопределенность в радиолокационных задачах с помощью информации *о геометрии (топологии) выборки* — одномерной или многомерной [20]. При этом большое значение приобретают *топологические особенности индивидуальной выборки*, а не усредненные реализации, имеющие зачастую совершенно другой характер. Весьма плодотворным оказалось введение в практику измерений понятий *фрактальных сигнатур и фрактальных кепстров\** [3—6, 11, 21], с помощью которых, например, эффективно решаются задачи обнаружения малоконтрастных целей и слабых сигналов на фоне интенсивных негауссовских (!) помех. В методах фрактальной обработки всегда необходим учет *скейлинговых эффектов реальных радиосигналов и электромагнитных полей*.

Введение дробной меры и скейлинговых инвариантов вызывает необходимость работы преимущественно со *степенными вероятностными распределениями*. Их называют еще *фрактальными распределениями, распределениями с «тяжелыми*

\* Понятие «кепстр» исторически происходит от перестановки букв в слове «спектр». Понятие «фрактальный кепстр» определяется тем, что при вычислении фрактальной размерности  $D$  принятого многомерного сигнала необходимо производить логарифмирование амплитуд, усредненных на разных масштабах принятых временных/пространственных отсчетов. Фрактальные сигнатуры и фрактальные кепстры отражают свойство самоподобия реальных сигналов и электромагнитных полей.

хвостами» или *паретианами*. Распределения с «тяжелыми хвостами» входят в класс устойчивых распределений [3, 4, 51]. Как отмечено в [51], познавательная ценность теории вероятностей раскрывается только предельными теоремами. Интерес классических исследований сводится к выяснению условий сходимости функций распределения сумм независимых случайных величин к гауссовскому закону.

В основе современной теории вероятностей лежат предельные теоремы о сходимости распределения сумм независимых случайных величин к так называемым *устойчивым распределениям* — гауссовским или негауссовским. Первые опираются на центральную предельную теорему, вторые — на предельную теорему, доказанную Б. В. Гнеденко (1939 г.) и W. Doeblin (1940 г.) [51]. В этом случае предельная теорема накладывает ограничения на форму негауссовских распределений, а именно: для того, чтобы закон распределения  $F(x)$  принадлежал области притяжения устойчивого закона с характеристическим показателем  $\alpha$ , отличным от гауссовского, необходимо и достаточно, чтобы при  $x \rightarrow \infty$  выполнялось следующее:

$$1) \frac{F(-x)}{1-F(x)} \rightarrow \frac{c_1}{c_2}; \quad (1)$$

2) для каждой постоянной  $k > 0$

$$\frac{1-F(x)+F(-x)}{1-F(kx)+F(-kx)} \rightarrow k^\alpha, \quad (2)$$

где  $c_1 \geq 0, c_2 \geq 0, c_1+c_2 > 0, 0 < \alpha < 2$ .

Для доказательства (1) и (2) необходимо и достаточно, чтобы при некотором подборе постоянных  $B_n$  выполнялись условия [51, с. 189]:

$$nF(B_n x) \rightarrow \frac{c_1}{|x|^\alpha} \text{ при } x < 0;$$

$$n[1-F(B_n x)] \rightarrow \frac{c_2}{x^\alpha} \text{ при } x > 0;$$

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \lim_{n \rightarrow \infty} n \left\{ \int_{|x| < \varepsilon} x^2 dF(B_n x) - \left[ \int_{|x| < \varepsilon} x dF(B_n x) \right]^2 \right\} = 0. \quad (3)$$

Чем меньше величина  $\alpha$ , тем длиннее хвост распределения и тем более оно отличается от гауссовского. При  $1 < \alpha < 2$  устойчивые законы имеют математическое ожидание; при  $0 < \alpha \leq 1$  устойчивые законы не имеют ни дисперсий, ни математических ожиданий. Условиями (1)—(3) определяется так называемая *негауссовская статистика*.

Негауссовские распределения, так же как и недифференцируемые функции и сами фракталы, очень часто более адекватно описывают временные и пространственные природные процессы [3—6]. Степенные законы распределения являются одной из отличительных черт сложных систем. Простые системы обычно имеют экспоненциальное и гауссовское распределения. Природа степенных законов распределения связана с сильной взаимозависимостью событий (эффект не «домино», а «цепной реакции»). Отметим, что устойчивый паретиан является отличительной чертой многих сложных открытых систем, обменивающихся с окружающей средой веществом, энергией и информацией с перераспределением энтропии.

На рис. 4, а приведен общий вид распределений фрактальных размерностей  $D$ . Фрактальная цифровая обработка реализаций двумерных сигналов в шумах (рис. 4, б) показала, что при отношении сигнал/шум  $q_0^2 = +10$  дБ можно точно измерить статистику сигнала. Смещение значения  $q_0^2$  в область отрицательных значений приводит к смещению максимума (моды) итогового фрактального распределения в сторону значений фрактальной размерности шума или помехи. При этом всегда (!) в окрестности значения

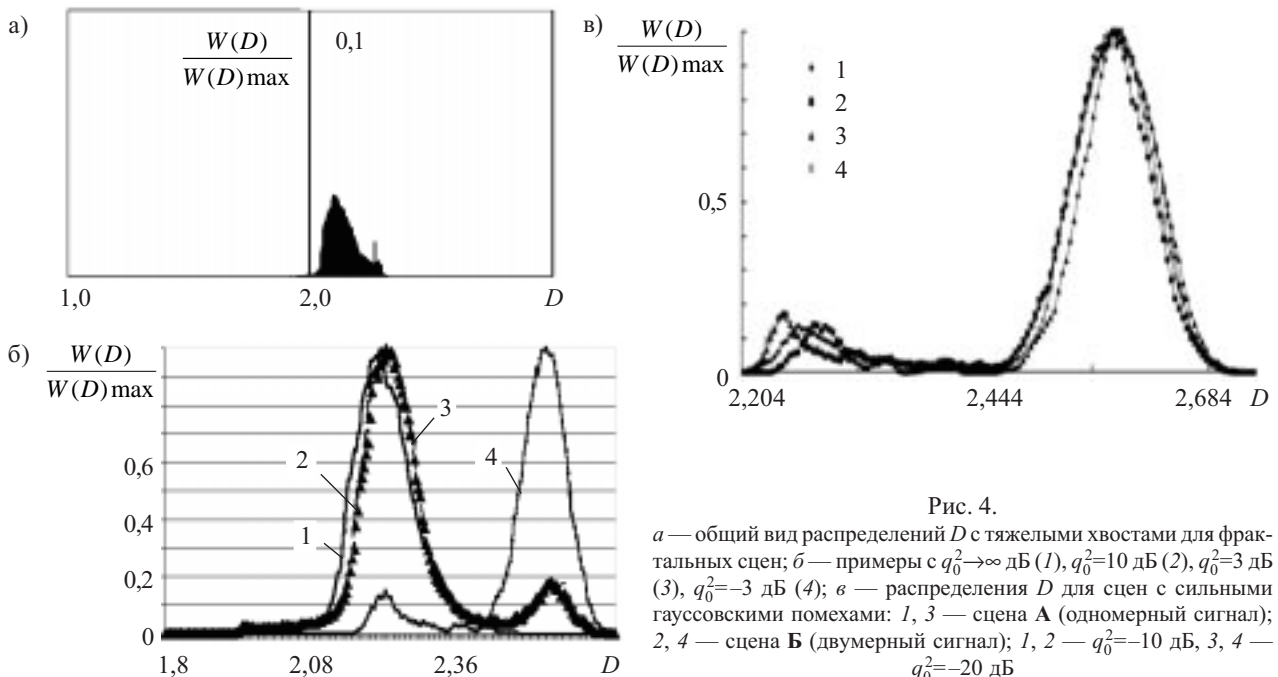


Рис. 4.

а — общий вид распределений  $D$  с тяжелыми хвостами для фрактальных сцен; б — примеры с  $q_0^2 \rightarrow \infty$  дБ (1),  $q_0^2 = 10$  дБ (2),  $q_0^2 = 3$  дБ (3),  $q_0^2 = -3$  дБ (4); в — распределения  $D$  для сцен с сильными гауссовскими помехами: 1, 3 — сцена А (одномерный сигнал); 2, 4 — сцена Б (двумерный сигнал); 1, 2 —  $q_0^2 = -10$  дБ, 3, 4 —  $q_0^2 = -20$  дБ

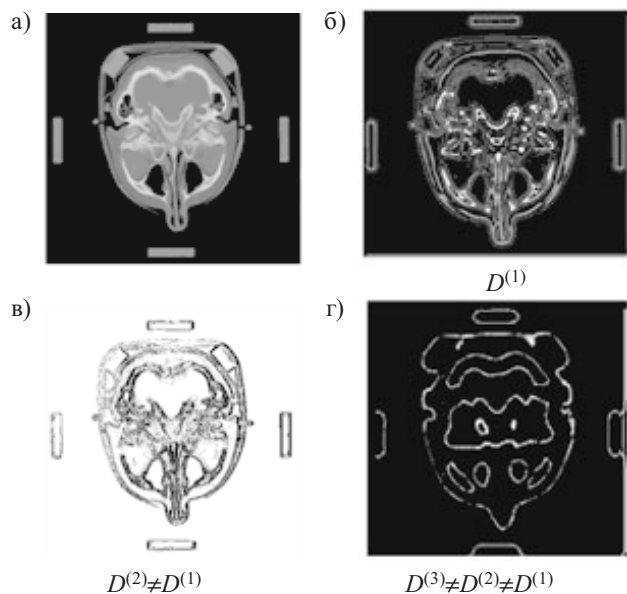


Рис. 5. Результаты фрактальной фильтрации томограмм нижней части головы человека: а — исходное изображение; б, в, г — реконструированные изображения

фрактальной размерности  $D$  полезной составляющей присутствует «тяжелый хвост» фрактального распределения (*паретиана*), достигающий стабильной величины порядка 10—20% (рис. 4, в — сверхмалые отношения сигнал/помеха).

Предложенные фрактальные методы существенно дополняют текстурные и позволяют более надеж-

но производить операцию кластеризации. Интересно отметить, что после цифровой фрактальной обработки изображений поверхности, кроме устойчивого разделения по типам земных покровов, отмечаются *невидимые (скрытые)* до обработки особенности — например данные кластеризации дистанционного зондирования различных земных покровов [3—5]. Это позволяет говорить о применении созданных методов фрактального распознавания для идентификации участков изображения, «невидимых» при классических методах кластеризации по полю яркостей.

Экспериментально автором доказана также возможность эффективной кластеризации однородных протяженных связных областей с помощью фрактальной фильтрации. В качестве примера на рис. 5 приведены результаты фрактального анализа рентгеновских томограмм, предоставленных Институтом прикладной физики НАН Беларуси.

Фрактальной обработке подвергались изображения нижней части головы человека, включающие большое число контрастных деталей, и изображения верхней части головы с малоконтрастным изображением срезов мозга. Реконструкции томограмм проводились при различных значениях выделенной по паретиану фрактальной размерности  $D$ , а именно  $D^{(1)}$ ,  $D^{(2)} \neq D^{(1)}$  и  $D^{(3)} \neq D^{(2)} \neq D^{(1)}$ . Отчетливо видны разнообразные кластеры, незаметные ранее на исходном снимке.

Возможности применения фрактального анализа в медицинской диагностике кожных заболеваний иллюстрируется данными рис. 6. В результате обработки серии снимков было отмечено, что оценка фрактальной размерности  $D$  (по измеренным фрактальным

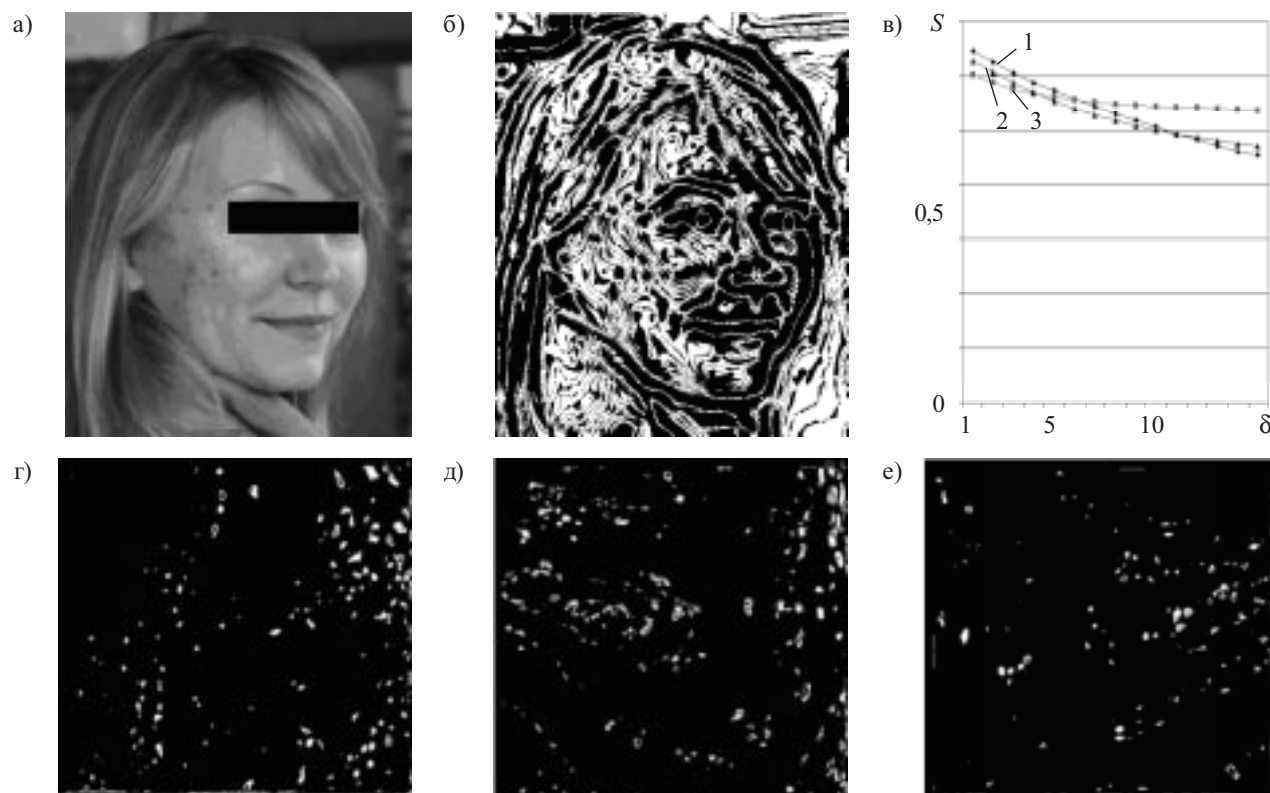


Рис. 6. Фото пациентки (а), фрактальный портрет (б), сечения поля фрактальных размерностей (в, д, е), которым соответствуют фрактальные сигнатуры 1, 2, 3 (е)



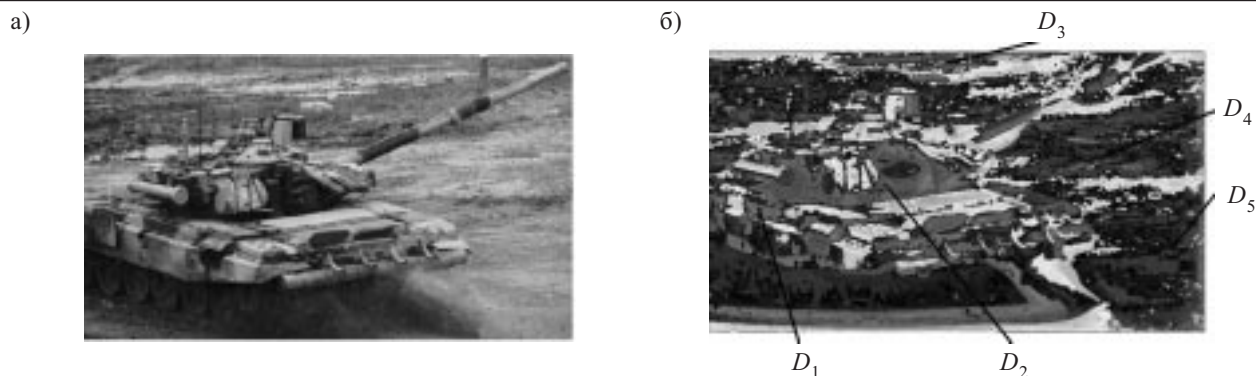


Рис. 7. Фрактальная сегментация изображения детерминированного объекта (танка) на фоне местности

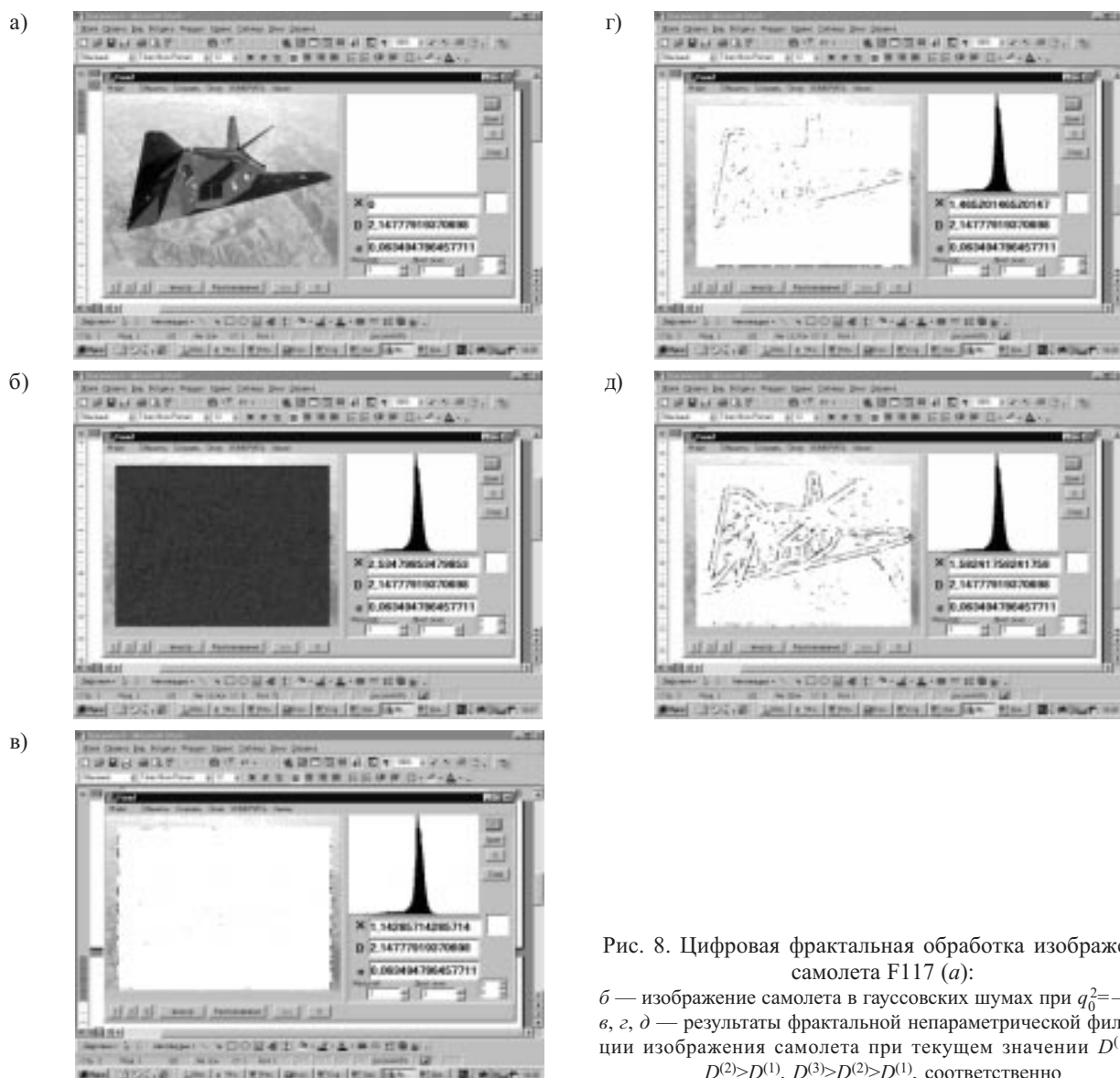


Рис. 8. Цифровая фрактальная обработка изображения самолета F117 (а):  
 б — изображение самолета в гауссовских шумах при  $q_0^2 = -3$  дБ;  
 в, г, д — результаты фрактальной непараметрической фильтрации изображения самолета при текущем значении  $D^{(1)} \infty X$ ,  
 $D^{(2)} > D^{(1)}$ ,  $D^{(3)} > D^{(2)} > D^{(1)}$ , соответственно

сигнатурам) имеет индивидуальный характер для каждого пациента, независимо от участка изображения, по которому производился анализ. В этом медицинском направлении «фрактальные» исследования в настоящее время широко развиваются.

Результаты фрактальной фильтрации оптического изображения танка приведены на рис. 7. Оценки фрак-

тальной размерности изображения танка ( $D_1 \approx D_2$ ) заметно отличаются от оценок фрактальной размерности местности ( $D_3 \approx D_4 \approx D_5$ ).

На рис. 8, а представлено изображение самолета [2], подвергнутое затем зашумлению аддитивным гауссовым шумом (рис. 8, б). В данном случае отношение сигнал/шум  $q_0^2 = -3$  дБ. Видно, что вся полез-

ная информация скрыта шумовым фоном. Результаты фрактальной непараметрической фильтрации такого изображения приведены на рис. 8, в—д. Выбор оптимального режима фильтрации контуров или объектов производится оператором по автоматическим построенному пространственному распределению мгновенных фрактальных размерностей  $D$  сцены, которое отображается на экране компьютера справа.

С помощью синтезированных фрактальных алгоритмов удается выделить номера автомобилей, оптические изображения которых получены в условиях очень сильных помех (пыль, дым, туман).

Таким образом, созданные цифровые методы измерения фрактальных характеристик (фрактальных сигнатур) и обработки изображений могут эффективно использоваться и уже частично применяются в различных физико-технических, астрономических, биологических, медицинских, топографических и т. п. исследованиях [3—46].

### 3. Основы методов построения фрактальных сигналов и фрактальные методы передачи информации

Ниже рассмотрены общие и специальные вопросы применения *теории фракталов* для разработки принципиально новых методов модуляции и демодуляции сигналов, а также методов кодирования и декодирования информации. Выделение темы *синтеза разнообразных фрактальных сигналов и методов фрактальной модуляции* в отдельную часть статьи имеет важное методологическое значение. В связи с тем, что нарастающий в последнее десятилетие интерес к применению теории фракталов в радиофизике и радиоэлектронике вызвал появление ряда статей и докладов, хотелось бы привлечь внимание ученых к работам, выполненным в ИРЭ РАН более двух десятилетий назад.

Кратко остановимся на этом *историческом аспекте*. Решение радиолокационных, телекоммуникационных и других задач современной радиоэлектроники и радиофизики требует неустанного расширения вида и типа используемых сигналов. Первое упоминание о создании и работе макета (ЦКБ «Алмаз» и ИРЭ РАН) радиолокационной станции (РЛС) в диапазоне миллиметровых волн со *сложным квазинепрерывным стохастическим сигналом* на волне длиной 8,6 мм *сверхбольшой базы*  $m=2^{17}-1$  и *стохастическим квадратичным детектированием* было сделано в 1988 г. [43, 52]. Для уменьшения времени обзора применялся параллельный анализ 20 элементов дистанции с помощью многоканальной цифровой обработки. В РЛС были предусмотрены квадратурные каналы. Работа комплекса на одну приемно-передающую антенну на ММВ была обусловлена оригинальным применением в трактах приема и передачи *фазированных и тактируемых параметрических делителей частоты* или *параметронов* в данном диапазоне волн [52]. Тактовая частота составляла 10 МГц. Необходимо отметить, что параметроны являются эффективными формирователями детерминированного хаоса, которые используются для генерации случайных чисел, в радиолокации, в криптографии и т. д.

Уже в 1988 г., при выделении сигнала ММВ, рассеянного разнообразными земными покровами, проводились операции *выделения участков частотного и временного скейлинга*, которые и предполагают наличие *фрактальных свойств принятой выборки*. Был всесторонне исследован двухчастотный режим работы приемопередатчика для реализации фрактальной обработки на двух частотных интервалах. Действующий комплекс макета РЛС использовал метод двухчастотного зондирования на ММВ с разносом частот около 850 МГц. База сложного фазоманипулированного сигнала (**ФМ**) была увеличена до значения  $m=2^{20}-1$ .

В развитие данного направления одновременно проводились работы по проектированию принципиально нового на то время радиофизического комплекса [43, 52] с применением *несинусоидальной волны* на основе теории *секвентного анализа*. При таком подходе энергия сложных сигналов распределяется в полосе частот до десятков гигагерц.

Кроме того, сложные несинусоидальные сигналы позволяют добиваться эффектов, недостижимых при использовании традиционных синусоидальных несущих. Отметим еще одно немаловажное обстоятельство. В секвентном анализе применяют частотно-независимые антенны: биконические, плоские спиральные и логарифмически-периодические. В настоящее время к ним добавлен широкий класс *фрактальных антенн* разных конфигураций и *фрактальных антенных решеток*. Автором совместно с представителями ЦКБ «Алмаз» в начале 1990-х гг. предпринимались первые попытки разработки и проектирования [43] таких необычных (для того времени) фрактальных антенных структур (в частности, был изготовлен действующий макет фрактальной щелевой решетки в диапазоне ММВ). При совмещении указанного радиолокационного комплекса с радиометром был реализован пассивно-активный метод зондирования с использованием квазинепрерывного шумоподобного ФМ сигнала в качестве сигнала подсветки [43]. Решались задачи обнаружения слабоотражающих биологических объектов (стаи птиц в воздухе, человек на фоне сильных помех от земных покровов и т. д.).

Разрабатываемые фрактальные методы объединены под общим названием *«фрактальные методы передачи информации»*. Декларируемый здесь подход позволил перейти к конкретным структурным схемам фрактальных модуляторов и фрактальных демодуляторов сигналов. В их основе лежат принципы фрактальной модуляции, когда любые модулируемые параметры высокочастотного сигнала формируют по фрактальному закону с заданным скейлингом. Можно использовать классические фрактальные функции и множества (канторово и т. п.) на основе  $i$ - и  $k$ -рекурсии. Применяя фрактальные законы изменения параметров гармонического колебания и электромагнитной волны, получаем *фрактальные* амплитудную, частотную, фазовую и поляризационную виды модуляции. Также осуществляется двойная модуляция с поднесущей. Для дискретных систем передачи информации можно реализовать *фрактальные* ампли-



тудно-, широтно-, частотно-, фазо-импульсную и импульсно-кодую виды модуляции. Для радиоканалов вторая ступень модуляции может быть и традиционной (АМ, ЧМ, ФМ, поляризованная).

Аналогично был выделен новый класс *фрактальных шумоподобных сигналов* — когда в качестве переносчика информации используется случайный процесс с распределением мгновенных амплитуд по закону «устойчивого паретиана», т. е. применяется фрактальное распределение с тяжелыми хвостами. Существует возможность синтеза фрактальных шумоподобных *составных* сигналов. Можно также использовать известное стохастическое кодирование информации, в котором необходимо выделить участки скейлинга. Очень интересным и чрезвычайно перспективным является *применение операторов дробного интегродифференцирования при синтезе новых классов простых и сложных сигналов*. Насколько известно, этот факт никогда не рассматривался в литературе.

**4. Фрактальные антенны и фрактальные радиопоглощающие материалы и покрытия  
≡ фрактальные частотно-избирательные структуры и фрактальные импедансы  
= «умные» материалы**

**4.1. Анализ и синтез фрактальных антенн.** Антенные устройства и частотно-избирательные поверхности (ЧИП) являются неотъемлемой частью радиосистемы. Опыт анализа и синтеза фрактальных антенн доказывает их широкополосность и многодиапазонность [3—5], поэтому такие антенны чрезвычайно эффективны при разработке двухчастотных или многочастотных радиолокационных и телекоммуникационных систем.

Принцип работы фрактальных антенн основан на том, что во всех типах таких антенн используют разнообразные самоподобные рисунки (наносимые на проводящие слои основы) в виде различных геометрических преобразований (изгибы, повороты, уменьшение длины/ширины и направлений проводников и т. д.). Это является преимуществом фрактальных антенн перед классическими, основанными на накоплении отдельных компонентов или элементов, что увеличивает сложность антенны и потенциальное число отказов. Фрактальные антенны также позволяют создать многополосные варианты, уменьшить размер и предложить «шикарную» технологию антенн. Несомненным достоинством фрактальных антенн (монополей и диполей) является то, что они *имеют меньшие резонансные частоты* по сравнению с классическими (евклидовыми) антеннами тех же размеров. Врожденные *широкополосные качества фрактальных антенн идеальны для интеллектуальных приложений и защиты*.

В отличие от традиционных методов, когда синтезируются гладкие диаграммы направленности антенны, в основе теории фрактального синтеза заложена идея реализации характеристик излучения с повторяющейся структурой на произвольных масштабах. Это дает возможность создавать новые режимы во *фрактальной электродинамике*, а также получать прин-

ципально новые свойства. Например, размещение фрактальных элементов на корпусе объекта может существенно исказить сигнатуру или радиолокационный портрет данного объекта.

Области применения фрактальных антенн: современные телекоммуникации, шумовая радиолокация, нелинейная радиолокация, системы поиска, локализации и трассировки мобильных объектов, пеленгация в сложных городских условиях, определение местоположения несанкционированных источников радиоизлучения при борьбе с террористами, оперативная связь в войсках, маркеры на различных предметах, космическая связь, современный физический эксперимент и т. п.

На основе алгоритмов численного решения гиперсингулярных интегральных уравнений был проведен анализ электродинамических свойств разнообразных *фрактальных антенн* (монополю и диполю с применением классической кривой Серпинского и дерева Кейли различного порядка итераций) с изменяющимся углом раствора. Были вычислены входные импедансы фрактальных антенн  $Z = \text{Re}Z + i\text{Im}Z$  в диапазоне частот 0,1—10,0 ГГц и определены все резонансные частоты исследуемых фрактальных антенн (фрактальных ЧИП) [23, 27]. Впервые проводился расчет структуры электромагнитных полей в ближней зоне рассматриваемых фрактальных антенн. Обширные результаты измерений в безэховой камере подтвердили численные результаты.

**4.2. Фрактальные радиопоглощающие материалы и покрытия. Фрактальные фотонные и магнотные кристаллы.** Современные и перспективные радиопоглощающие покрытия и материалы должны обеспечивать поглощение электромагнитного излучения в широком спектре при произвольных углах зондирования и поляризации падающего излучения. С этой точки зрения наиболее перспективный путь — применение *фрактальных искусственных композиций и метаматериалов*, которые можно отнести к «интеллектуальным» или «умным» [3—5]. Помимо прямого назначения, они могут иметь разнообразное функциональное назначение. Расчет коэффициентов отражения и пропускания таких материалов можно производить по методикам, изложенным в работах [3, 4]. Затем решается обратная задача, т. е. определяются эффективные диэлектрическая и магнитная проницаемости фрактальной многослойной среды, которые могут быть и тензорами в случае анизотропных материалов. При этом необходимо использовать многократное обращение к прямой задаче.

Рассмотрим особенности применения фрактальных структур при конструировании *фрактальных фотонных и магнотных кристаллов*. Такие фрактальные фотонные и магнотные кристаллы обладают целым рядом преимуществ перед классическими аналогами и являются принципиально новыми средами для передачи информации. В традиционных материалах с фотонными запрещенными зонами (ФЗЗ) используется брэгговское рассеяние, чтобы создать запрещенные зоны. Естественным следствием брэгговского механизма рассеяния является то, что толщина и поперечные размеры фотонных кристаллов должны со-

ставлять несколько длин волн. Частотно-избирательные поверхности селективно отражают электромагнитную волну заданной частоты. Они функционируют по принципу собственного резонанса ряда взаимодействующих металлических элементов, расположенных периодически. Системы ФЗЗ и ЧИП работают обычно в одном-единственном частотном диапазоне с волной подходящей длины, затухающей в объеме периодически расположенных базовых функциональных блоков.

Применение планарных проводящих фракталов дает возможность создавать сложные отражающие и пропускающие зоны в широком диапазоне частот. В этом случае фрактальная структура может быть *сверхволновой*. При конструировании фрактальных фотонных и магнотных кристаллов удобны детерминированные геометрические фракталы, которые имеют легко прогнозируемые характеристики и могут быть достаточно просто сгенерированы. Именно они чаще всего применяются во фрактальных антеннах и аналогичных устройствах. Анализ результатов моделирования показал, что электромагнитная волна возбуждает токи в металлических проводниках фрактала, амплитуда которых достигает максимума в диапазоне сильно отражающих частот. Фаза тока по отношению к фазе падающей волны всякий раз испытывает прыжок на величину  $\pi$ , когда рабочая частота переходит через точки, определяемые максимальными коэффициентами отражения, указывая на резонансное поведение.

Фрактал  $N$ -го порядка теоретически должен иметь  $N$  собственных резонансов. Каждый резонанс определяется током возбуждения в проводящих линиях определенного порядка итераций, который течет по направлению к структурам более высокого порядка. Фрактал, взаимодействующий с электромагнитной волной при нормальном падении, достаточно точно моделируется тонкой однородной пластиной такой же толщины с эффективной диэлектрической проницаемостью  $\epsilon_{eff}(f)$ :

$$\epsilon_{eff}(f) = \epsilon_0 + \sum_l \frac{\beta_l}{f_l^2 - f^2}, \quad (4)$$

где  $f$  — частота;

$l$  — индекс, определяющий номер резонанса;

$\epsilon_0, f_l, \beta_l$  — параметры, получаемые из вычисленного спектра.

Из соотношения (4) следует, что при переходе от одной резонансной частоты ( $f_l$ ) к другой ( $f_{l+1}$ ) обязательно найдется точка, в которой  $\epsilon_{eff}(f)=1$ , а следовательно, существуют определенные полосы пропускания. Всегда желательно, чтобы коэффициент отражения/прохождения фрактальной структуры можно было *регулировать* с помощью внешней «ручки управления». Все сегменты линии в фрактале соединены друг с другом. *Вторичным источником* может быть внешний электрический ток, который подводится к центру линии первого уровня с определенной фазой. Модулирование коэффициента пропускания определяется разностью фаз (или временной задержкой  $\tau$  принимаемого сигнала относительно основного падающего пучка) между падающей волной и подпитывающим током.

В этом случае мы можем говорить о моделировании *интеллектуальных покрытий с целенаправленным управлением их характеристиками рассеяния или полем прошедшей волны в широкой полосе частот*. При наложении двух идентичных фрактальных образцов, когда один повернут на  $90^\circ$  относительно другого, можно получить инвариантную относительно вращения структуру. Таким образом, такая «активная» фрактальная структура может моделировать полное отражение, не зависящее от угла падения и типа поляризации, что обычно является характерной особенностью 3D фотонных кристаллов.

Следует отметить, что размеры традиционного 3D фотонного кристалла должны составлять, по крайней мере, несколько длин волны для того, чтобы он мог полностью проявить свои ФЗЗ-свойства. Таким образом, для волны с частотой 1 ГГц толщина структуры должны быть порядка 1 м. С другой стороны, в плоских фрактальных структурах полоса пропускания  $\Delta f/f_0$ , определяемая законом подобия, ( $\Delta f/f_0 \rightarrow$  *полоса запрещенной зоны/середина запрещенной зоны* и  $\Delta f/f_0 \sim 5\%$  для одной фрактальной пластины) может быть значительно увеличена с помощью наложения друг на друга одинаковых фракталов. Увеличение толщины фрактальных пластин приводит к возрастанию крутизны границ полосы пропускания. Полоса ослабления также может быть увеличена с помощью более широких металлических проводников фрактальных пластин.

Эмпирическая формула для резонансных длин волн фрактальной структуры  $N$ -го порядка имеет вид

$$\lambda_i = \sqrt{\epsilon_{eff}} \sum_{j=1}^{N+1-i} \alpha(j)b(i+j-1), \quad (5)$$

где  $\epsilon_{eff} = (\epsilon_{eff} + 1)/2$ ;

$\alpha(j)$  — параметры, определяемые из эксперимента;

$\beta(i)$  — максимальная длина линии  $i$ -й итерации.

Прямым следствием уравнения (5) является то, что резонансные длины волн могут быть намного больше, чем размеры образца. Это происходит потому, что низкочастотный резонанс определяется самой длинной металлической линией во фрактале, а такая линия намного длиннее, чем линейные размеры самого фрактала. Это придает фракталу его «сверхволновые» свойства, т. е. фрактальная пластина может эффективно отражать электромагнитные волны с длинами, намного большими, чем поперечные размеры. «Сверхволновые» свойства означают, что фрактальная пластина может действовать как *компактный отражатель*. Для таких нанотехнологий в ИРЭ им. В. А. Котельникова РАН разработаны алгоритмы и программы, позволяющие рассчитывать различные конфигурации фрактальных структур рассматриваемых кристаллов. В качестве примера на **рис. 9** представлены образцы некоторых заготовок на основе кривой Серпинского и дерева Кэйли.

Таким образом, фрактальные структуры всегда имеют самоподобный ряд резонансов, приводящих к логарифмической периодичности рабочих зон. Связанная топологическая фрактальная структура делает возможным модулирование коэффициента пропуска-

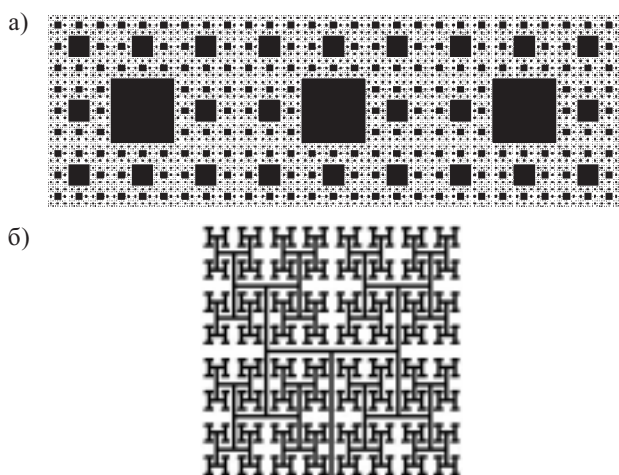


Рис. 9. Образцы фрактальных заготовок на основе кривой Серпинского (а) и дерева Кэйли (б)

ния электромагнитных волн. Самая нижняя частота ослабления соответствует длинам волн, которые могут значительно превышать внешние размеры фрактальной пластины, делая такие фрактальные структуры сверхволновыми отражателями. Для управляемых интеллектуальных покрытий также можно использовать принцип реконфигурируемых фрактальных антенных решеток с электронной коммутацией подрешеток [3, 4].

Чрезвычайно широкополосный охват частот плюс компактные универсальные форм-факторы позволяют фрактальным антеннам контролировать коммуникации при распознавании сигналов, не обнаруживая себя. Широкополосные фрактальные антенны способствуют появлению наиболее передовых мобильных тактических коммуникаций, комбинируя полосу пропускания, способность к взаимодействию, регулирование мощности и компактную форму.

#### 4.3. Фрактальные импедансы и моделирование дробных операторов. Фрактальный конденсатор.

На практике довольно часто, как отмечено выше, сумма случайных величин сходится не к гауссовским, а к устойчивым, или «Леви–Парето», распределениям с тяжелыми хвостами. Функция таких распределений является «широкой», и поэтому некоторые моменты такого распределения формально будут бесконечными. Моделирование распределенных по Леви–Парето случайных величин приводит к процессам аномальной диффузии, описываемой дробными производными по пространственным и/или временным переменным. По сути дела, уравнения с дробными производными описывают немарковские процессы с памятью.

Физическое моделирование дробных интегральных и дифференциальных операторов позволяет на основе нанотехнологий создавать радиоэлементы на пассивных элементах, моделирующие фрактальные импедансы  $Z(\omega)$  с частотным скейлингом:

$$Z(\omega) \equiv A(j\omega)^{-\eta}, \quad (6)$$

где  $\omega$  — угловая частота;

$$A = \text{const};$$

$$0 \leq \eta \leq 1.$$

Для этого была создана модель импеданса  $Z(\omega)$  в виде бесконечной цепной (непрерывной) дроби. В случае конечной стадии построения эквивалентной электрической схемы для RC-цепочек, когда используется  $n$ -я дробь, подходящая к данной непрерывной дроби, можно регулировать диапазоны частот, в которых будет наблюдаться степенная зависимость импеданса вида  $\omega^{-\eta}$ . Таким образом нами впервые был реализован на практике в аналоговом и цифровом виде нелинейный «фрактальный конденсатор» [5, 26].

В данном направлении можно выделить целый массив задач, связанных с моделированием микроэлектронных фрактальных импедансов для фрактальных радиоэлементов низкочастотных и высокочастотных диапазонов волн.

#### 4.4. Фрактальные сигнатуры в задачах оценки микрорельефа обработанных поверхностей.

На основе проведенных экспериментов нами были впервые предложены методы оценок с использованием различных фрактальных характеристик качества поверхности изделий и свойств микрорельефа современных конструкционных материалов [3—5, 22].

В связи с интенсивным развитием методов обработки концентрированными потоками энергии (лазерной, плазменной, электроэрозионной), а также нанотехнологий (химическая сборка, золь-гель процессы, парофазное осаждение металлов, атомно-слоевая эпитаксия), возникают значительные трудности в описании и оценке шероховатости профильным методом. В этих случаях форма элементов шероховатости, их распределение на площади обработки сильно отличается от традиционного представления о них, сформированного в рамках процесса обработки резанием, как о периодическом чередовании «выступов» и «впадин», описываемых в рамках евклидовой геометрии.

Следовательно, проблемы формирования поверхностей с необходимыми показателями качества, особенно шероховатостью, приобретают в настоящее время особую актуальность в связи с созданием новых технологий обработки материалов. Эти проблемы отчетливо проявляются в области нанотехнологий, для которых топология шероховатостей рассматривается не как вторичная характеристика, являющаяся «откликом» структуры поверхностного слоя на воздействие того или иного физического процесса (как в обработке резанием, например), а как свойство самой структуры, тем более, что размеры таких слоев сопоставимы с длиной свободного пробега в них электронов. В [22] нами было доказано существование на уровне микрорельефа таких обработанных поверхностей фрактальных кластеров с распределением неровностей по степенным законам с тяжелыми хвостами (в качестве примера см. рис. 10).

Наличие фрактальности в таких различных средах можно контролировать, в частности, по изменению скин-эффекта и импеданса. Именно пространственная/временная эволюция тока позволяет электромагнитному полю «прощупать» фрактальные характеристики (фрактальные сигнатуры) исследуемой физической среды. Скейлинговые модели шероховатого слоя поверхности твердого тела можно представить в виде эквивалентных электрических схем, имеющих вид, например, канторовой пыли и т. д. [1, 3—5].



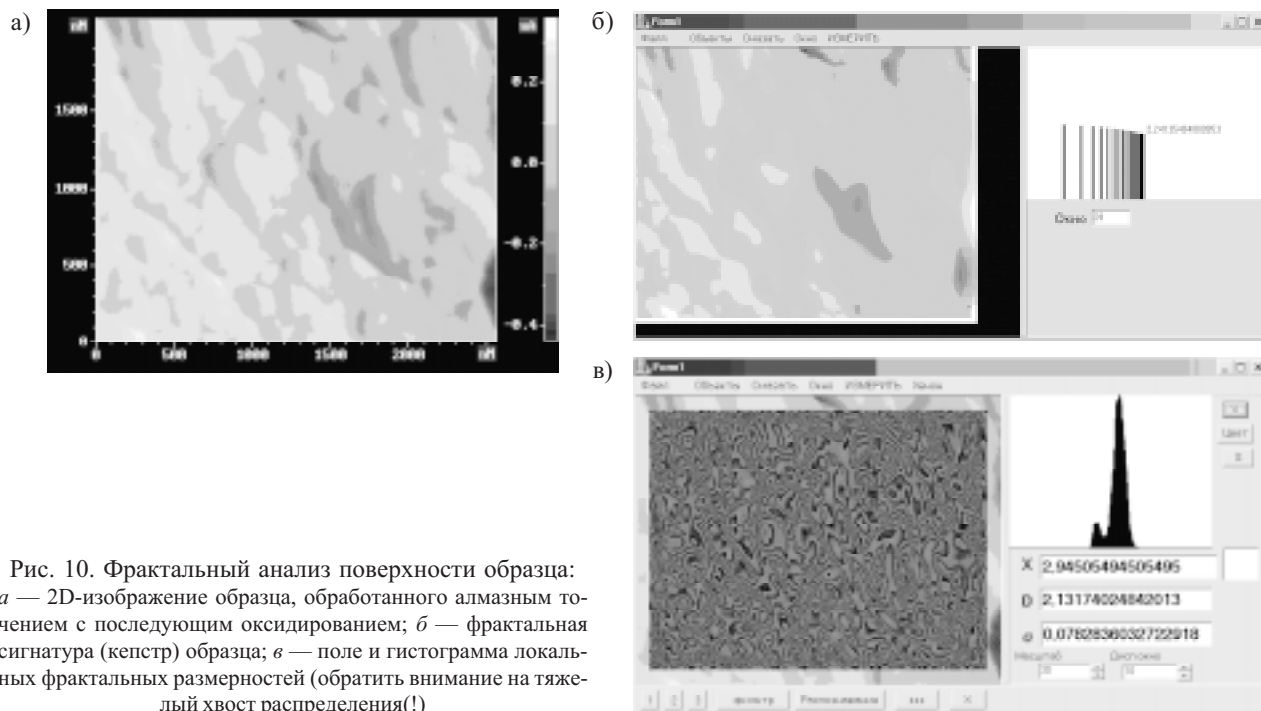


Рис. 10. Фрактальный анализ поверхности образца: а — 2D-изображение образца, обработанного алмазным точением с последующим оксидированием; б — фрактальная сигнатура (кепстр) образца; в — поле и гистограмма локальных фрактальных размерностей (обратить внимание на тяжелый хвост распределения(!))

## 5. Основы рассеяния волн фрактальной поверхностью: «дифракция на фракталах» ≠ «классическая дифракция»

**5.1. Переход к многомасштабным фрактальным рассеивающим поверхностям.** Первые задачи дифракции волн на статистически неровной поверхности были преимущественно ориентированы на неровности одного масштаба, а уже позднее возникли многомасштабные представления поверхности. Сейчас, опираясь на результаты наших работ, можно уверенно утверждать, что физическое содержание теории дифракции, включающей многомасштабные поверхности, становится более четким при *фрактальном подходе и выделении фрактальной размерности или фрактальной сигнатуры D как параметра* [3—5, 16, 33]. Более того, учет фрактальности, по нашим расчетам, значительно сближает теоретические и экспериментальные характеристики индикатрис рассеяния земных покровов в СВЧ-диапазоне. Этот факт всегда интерпретировался (и продолжает интерпретироваться) как, в основном, результат чисто инструментальных погрешностей (!).

В последнее время значительно возрос также интерес к исследованию рассеяния волн неровными поверхностями, имеющими *негауссовскую статистику*. Часто приводятся доводы, что пространственный коэффициент корреляции рассеивающей поверхности  $\rho(\Delta x=x_2-x_1, \Delta y=y_2-y_1)$  не может быть экспоненциальным из-за недифференцируемости соответствующего стохастического процесса. Иногда в этом случае применяют регуляризирующую функцию в окрестности нуля. Более глубокое физическое обоснование применимости *недифференцируемых функций* для описания процессов рассеяния волн появилось лишь при решении *радиофизических задач с позиций теории фракталов, теории дробной меры, опе-*

*раторов дробного интегродифференцирования и скейлинговых соотношений.*

Отметим, что вблизи угла падения  $\theta=0$  гауссовская модель является *параболической*, в то время как экспоненциальная модель — *линейной*. Фрактальная поверхность предполагает наличие *неровностей всех масштабов относительно длины рассеиваемой волны*. Особенности рассеяния волн фрактальной поверхностью обусловлены ее *недифференцируемостью*. Поэтому *фрактальный фронт волны, являясь недифференцируемым, не имеет нормали*. Тем самым исключаются понятия «лучевая траектория» и «эффекты геометрической оптики». Однако хорды, соединяющие значения характерных высот неровностей на определенных расстояниях по горизонтали, все-таки имеют конечный среднеквадратичный наклон. В этом случае вводят «топотезу» фрактальной хаотической поверхности; она равна длине, на которой наклоны поверхности близки к единичным [3, 4].

**5.2. Индикатрисы рассеяния миллиметровых и сантиметровых волн стохастической фрактальной анизотропной поверхностью.** В наших расчетах [33, 39] была применена частотно-ограниченная функция Вейерштрасса, на которую налагается, естественно, меньше ограничений, чем на недифференцируемые функции. Данная модификация функции Вейерштрасса обладает как свойством самоподобия, так и все-таки конечным числом производных на отдельно взятом рассматриваемом диапазоне. Это смягчение условий использования функции Вейерштрасса позволяет выполнить аналитические и численные расчеты. Модифицированная двумерная диапазонно-ограниченная функция Вейерштрасса записывается в виде

$$W(x, y) = c_w \sum_{n=0}^{N-1} q^{(D-3)n} \times \sum_{m=1}^M \sin \left\{ Kq^n \left[ x \cos \frac{2\pi m}{M} + y \sin \frac{2\pi m}{M} \right] + \phi_{nm} \right\}, \quad (7)$$

где  $c_w$  — константа, обеспечивающая единичную нормировку;  
 $q$  — параметр пространственно-частотного масштабирования,  $q > 1$ ;  
 $D$  — фрактальная размерность,  $2 < D < 3$ ;  
 $K$  — основное пространственное волновое число;  
 $N$  и  $M$  — число гармоник;  
 $\phi_{nm}$  — произвольная фаза, распределенная равномерно в интервале  $[-\pi, \pi]$ .

Функция (7) является комбинацией случайного и периодического детерминированного процессов. Эта функция также анизотропна в двух направлениях, если  $M$  и  $N$  не очень велики, имеет производные и в то же время — самоподобна. Поверхность на ее основе имеет достаточно много масштабов, а шероховатость может изменяться в зависимости от рассматриваемого масштаба (рис. 11).

Обширная база данных из типовых характеристик поля рассеяния для различных фрактальных поверхностей в диапазоне СВЧ была получена нами в 2006 г. [39]. Характерные примеры показаны на рис. 12, где  $\theta_1$  — угол падения,  $\theta_2$  — угол рассеяния и  $\theta_3$  — азимутальный угол. Расчеты проведены для зоны Фра-

унгофера и падающей плоской волны; на поверхности нет точек с бесконечным градиентом; коэффициент Френеля  $V_0$  является постоянным на данной поверхности; масштабы поверхности значительно больше длины зондирующей волны.

Таким образом, показано, что рассеяние является симметричным относительно плоскости падения (брэгговское рассеяние); наибольшая интенсивность рассеянной волны наблюдается в направлении отраженной волны; интенсивность рассеяния увеличивается при усложнении рельефа поверхности, т. е. увеличении фрактальной размерности поверхности  $D$ . В случаях, когда значения  $D$  очень близки к целым числам, классические и фрактальные методы расчета полей рассеяния практически совпадают. Фрактальные процессы учитывают различные пространственные масштабы неровностей (скейлинг) и должны обязательно приниматься во внимание при описании детерминированных/случайных поверхностей (негауссовских!), в том числе и их комбинаций, при конструировании фрактальных антенн, фрактальных частотно-избирательных структур, в наноструктурах и при синтезе метаматериалов.

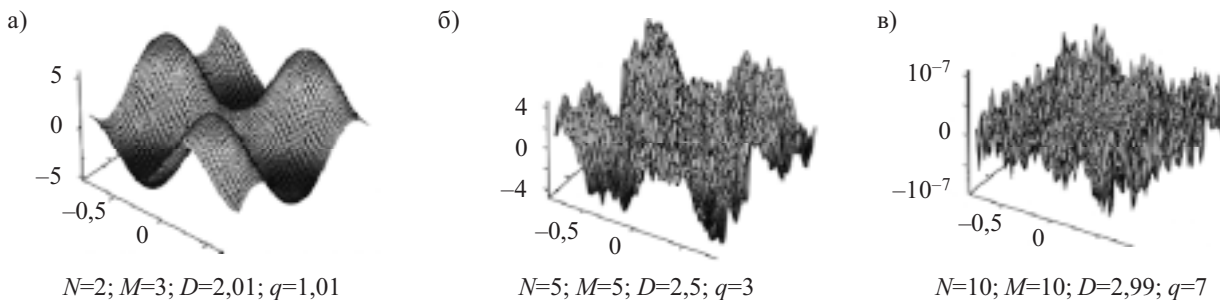


Рис. 11. Фрактальные поверхности для разных значений параметров двумерной функции Вейерштрасса

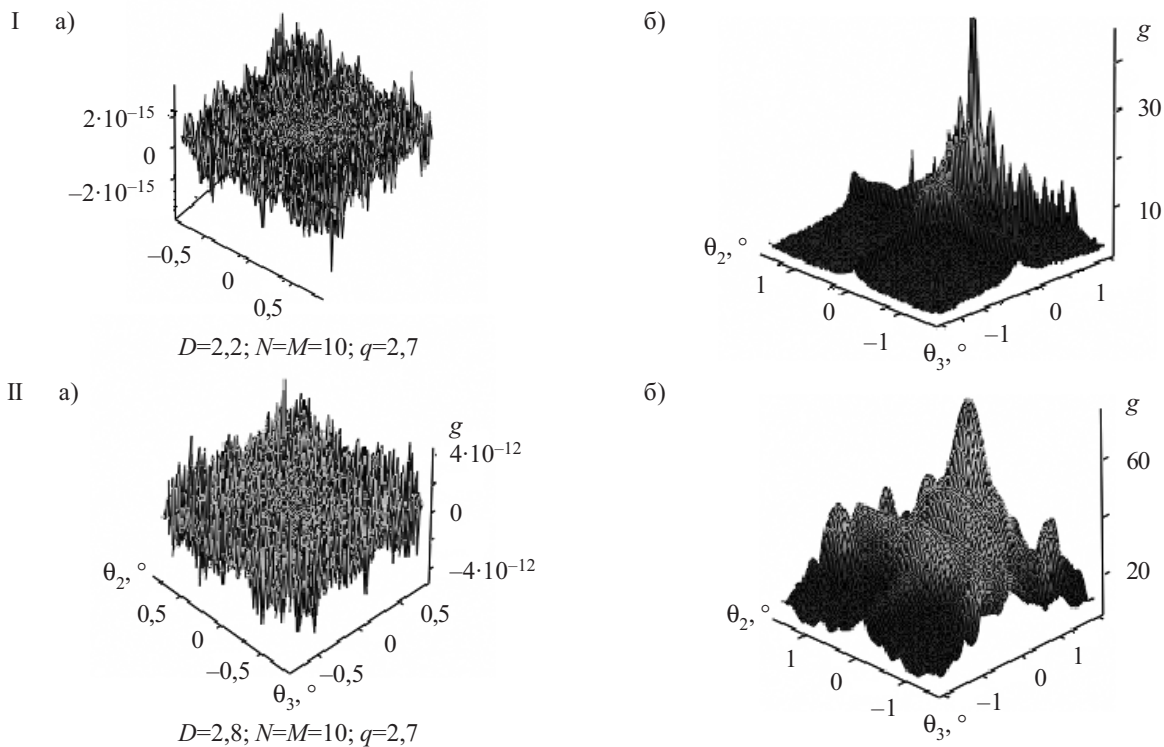


Рис. 12. Фрактальная поверхность (а) и индикатриса рассеяния (б) при  $\lambda=2,2$  мм и  $\theta_1=25^\circ$  (I) и при  $\lambda=3,0$  см и  $\theta_1=25^\circ$  (II)

**5.3. Хаотическая динамика в процессах рассеяния ММВ растительными земными покровами.**

Обработка огибающих отраженных радиолокационных сигналов на волне длиной 2,2 мм позволила впервые определить в фазовом пространстве характеристики странного аттрактора, управляющего рассеянием миллиметровых волн [15]. Данные получены на полигоне в натуральных экспериментах в 1979—1980 гг. [43].

Для измерения и реконструкции странного аттрактора использовались оценки фрактальной размерности  $D$ , размерности вложения  $m$ , максимального показателя Ляпунова  $\lambda_1$ , а также времени предсказания  $\tau_{\max}$ . Расчет корреляционного интеграла  $C(r)$  проводился с использованием теоремы Ф. Такенса. Были получены следующие значения:  $D \approx 2,8$ ;  $m = 7$ ;  $\lambda_1 \geq 0,6$  бит/с;  $\tau_{\max} \approx 1,7$  с при экспериментальном времени корреляции интенсивности отраженного сигнала  $\tau \approx 210$  мс и скорости ветра 3 м/с.

Следовательно, если текущие условия измеряются с точностью до 1 бита, то вся предсказательная мощность во времени потеряется примерно за 1,7 с. При этом интервал предсказания интенсивности радиолокационного сигнала превышает время корреляции примерно в 8 раз. В нашем случае это означает, что режим детерминированного хаоса позволяет (в среднем) оценивать случайную амплитуду или интенсивность принимаемого радиосигнала при  $\tau_{\max} \gg \tau_{\text{кор}}$  (!), где  $\tau_{\text{кор}}$  — классическое время корреляции амплитудных флуктуаций принимаемого сигнала.

Полученные результаты показывают, что для корректного описания процесса рассеяния радиоволн требуется не более пяти независимых переменных. Корреляционный интеграл  $C(r)$  также можно применять как средство разделения режимов детерминированного хаоса и белого шума. Полученные данные совместно с семейством фрактальных распределений лежат в основе *новой динамической модели сигналов, рассеянных растительными покровами*.

Предложенная автором динамическая модель рассеяния электромагнитных волн земными покровами принципиально отличается от существующих классических моделей. Она имеет конечное число степеней свободы, описывает процессы негауссовского рассеяния и впервые вводит в рассмотрение интервал предсказания интенсивности принятого радиолокационного сигнала и его фрактальные характеристики (сигнатуры).

**6. Авторская концепция фрактальных радиоэлементов и фрактальных радиосистем**

**6.1. Фрактальный непараметрический обнаружитель радиолокационных сигналов.** Создание первого эталонного словаря фрактальных признаков классов целей [24, 25] и постоянное усовершенствование алгоритмического обеспечения [3—6, 21] явились основными этапами при разработке в ИРЭ РАН первого в мире *фрактального непараметрического*

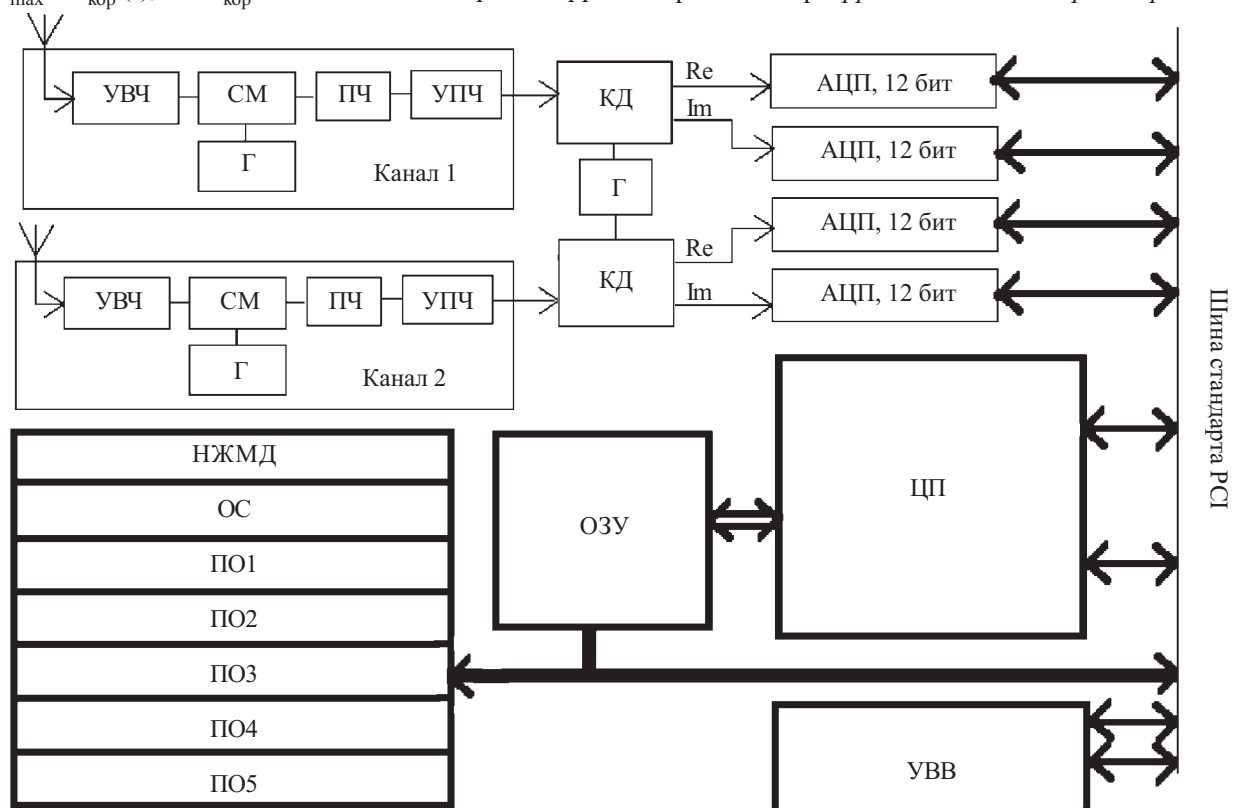


Рис. 13. Структурная схема фрактального непараметрического обнаружителя радиолокационных сигналов: УВЧ — усилитель высокой частоты; СМ — смеситель; Г — гетеродин; ПФ — полосовый фильтр; УПЧ — усилитель промежуточной частоты; КД — квадратурный детектор (перенос спектра на нулевую частоту); Re, Im — действительная и мнимая квадратуры; АЦП — аналого-цифровой преобразователь; ЦП — центральный процессор; ОЗУ — оперативное запоминающее устройство; УВВ — устройство ввода/вывода; НЖМД — устройство накопления на жестких магнитных дисках; ОС — операционная система; ПО — программное обеспечение



обнаружителя радиосигналов (ФНОРС) в виде спецпроцессора [3—6, 27, 29—32, 44]. Его структурная схема представлена на рис. 13.

В НЖМД ФНОРС хранится следующее программное обеспечение: а) ПО1 — вычисление мгновенных значений фрактальной размерности  $D$ ; б) ПО2 — вычисление полной сигнатуры  $\Lambda(\delta)$  обрабатываемого массива данных; в) ПО3 — вычисление в реальном времени реализаций наблюдаемых данных в разных временных масштабах, прореживание, интерполяция (сгущение); г) ПО4 — отбор данных по значениям их дробной меры; д) ПО5 — восстановление полезного сигнала из входной смеси с помощью многомасштабного фрактального анализа. В соответствии с решаемыми задачами ПО ФНОРС может быть в дальнейшем расширено.

**6.2. Наноструктуры и фракталы.** На основе нанофазных материалов также можно создать [3—5, 26, 31, 32, 34, 35, 46] планарные и объемные наноструктуры, моделирующие рассмотренные выше «фрактальные» радиоэлементы и радиоустройства микроэлектроники, т. е. речь идет о построении элементной базы нового поколения на основе фрактальных эффектов и свойств (см. рис. 1). В частности, элементарное обобщение канторова множества на физическом уровне позволяет перейти к так называемым канторовым блокам в планарной технологии молекулярных наноструктур. Возможен также предложенный автором в 2007 г. перколяционный синтез наноструктурированных композитов [44] и т. д.

Применение рекурсивного процесса позволяет, в принципе, создавать самоподобную иерархическую структуру, вплоть до отдельных проводящих дорожек в микросхеме и в наноструктурах. При этом необходимо учитывать и научиться рассчитывать взаимное и коллективное влияние электромагнитных полей всех компонентов микросхемы: проводящих дорожек, полупроводника, диэлектрика и т. д.

В настоящее время заметное внимание специалистов уделяется моделированию фрактальных объектов комплексной динамики различными диссипативными системами. Наиболее естественный путь моделирования — это использование сценария Фейгенбаума перехода к хаосу через удвоение периода. В контексте нашей работы, множества Жюлиа, Фату и Мандельброта — интересные объекты для физиче-

ской разработки новых форм и видов фрактальных антенн и других фрактальных наноструктур и метаматериалов на их основе [26].

**6.3. Фрактальные элементы (устройства) и фрактальные радиосистемы.** Основываясь на полученных результатах, можно смело говорить о проектировании не только фрактальных элементов (устройств), но и непосредственно фрактальных радиосистем [3—42, 44, 45]. Такие фрактальные радиосистемы структурно включают в себя (начиная с входа) фрактальные антенны и цифровые фрактальные обнаружители, основаны на фрактальных методах обработки информации, а в перспективе могут использовать фрактальные методы модуляции и демодуляции радиосигналов. При таком «фрактальном» подходе естественно сосредоточить внимание на описании, а также обработке радиофизических сигналов (полей), исключительно в пространстве дробной меры с применением гипотезы скейлинга и распределений с «тяжелыми хвостами» или устойчивых распределений.

Предложенные автором (рис. 14) фрактальные радиосистемы и фрактальные радиоэлементы [34, 35] открывают новые возможности в современной радиоэлектронике и могут иметь в будущем самые широкие перспективы практического применения.

### 7. Адаптивные варианты фрактальных обнаружителей и новые классы фрактальных сигналов

Значительный интерес представляет разработка адаптивных методов применительно к фрактальной обработке информации. Как хорошо известно, для адаптивной задачи характерно изменение параметров и/или структуры системы в соответствии с внешними условиями. Ниже показаны некоторые пути получения теоретических и технических решений задачи синтеза адаптивных фрактальных обнаружителей [31, 46].

Работа с выборкой сигнала на фоне помех и шума в пространстве дробной меры неизбежно приводит нас к алгоритмам (критериям) адаптивной фрактальной фильтрации. Адаптация такой нелинейной фрактальной фильтрации в условиях априорной неопределенности обеспечивается, в частности, текущей оценкой показателя Херста  $H$  [3, 4, 31]. Как показано в [3—6], текущая выборка персистентна при  $1/2 < H < 1$  и антиперсистентна при  $0 < H < 1/2$ .

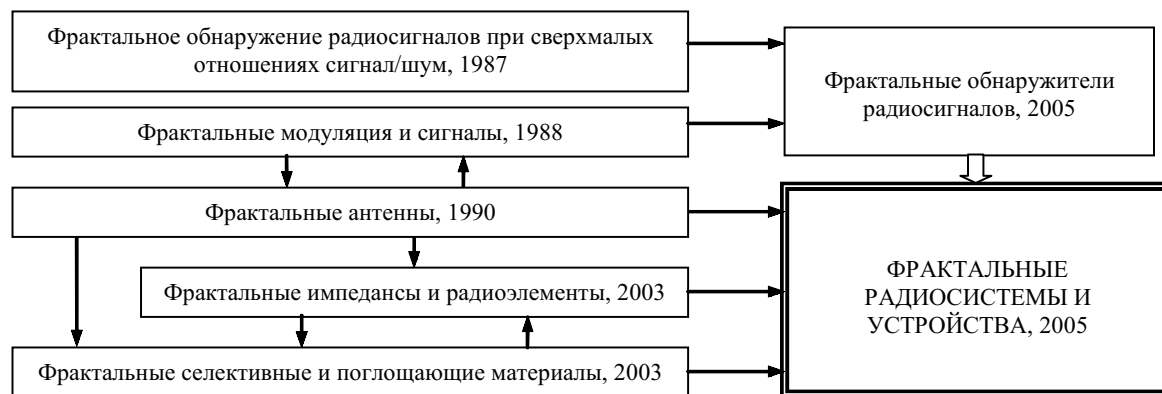


Рис. 14. Авторская концепция фрактальных радиосистем и устройств

В первом случае наблюдается процесс, сохраняющий тенденцию роста или уменьшения мгновенных амплитуд в выборке, т. е. процесс с памятью. Во втором — рост амплитуд огибающей сигнала в “прошлом” означает их уменьшение в “будущем”, и наоборот, т. е. процесс, более подверженный переменам, который часто обозначают как “возврат к среднему”.

Фиксация значения  $H$  является встречной гипотезой, способствующей улучшению качества адаптации к реальным условиям. В общем случае устройство представляет следящую систему, адаптирующуюся по значениям показателя Херста к помеховой ситуации или, наоборот, к полезному сигналу. Примером адаптивной процедуры служит автоматическая регулировка усиления приемника в зависимости от текущей оценки  $H=f(t)$ . В другой адаптивной процедуре происходит автоматическая регулировка порога обнаружения по значениям  $H=f(t)$ . При этом обеспечивается стабилизация вероятности ложной тревоги.

Необходимое значение параметра  $H$  или его функциональную временную/частотную зависимость можно также предварительно «вкладывать» в зондирующий радиолокационный сигнал [31, 46]. При этом затрудняется обнаружение такого сигнала и измерение его параметров с целью создания преднамеренных помех. В этом случае был синтезирован новый класс фрактальных простых или шумоподобных сигналов.

Совершенно ясно, что оценка текущего значения параметра  $H$  легко может быть введена сегодня в теорию и практику классической обработки радиолокационной информации на фоне помех, не требуя существенных изменений схем действующих радиосистем. Представляет также интерес получение правила использования дополнительной информации о параметре  $H$  выборки из соображений оптимальности, при этом учет значений  $H$  повлияет на структуры оптимального или согласованного фильтров.

### Заключение

Результативность радиофизических исследований может быть значительно повышена благодаря учету *фрактальности волновых явлений*, развивающихся на всех этапах излучения, рассеяния и распространения волн в различных средах. Кардинальные шаги, заключающиеся в переводе принятых радиосистемой сигналов целочисленной меры в пространство дробной меры и привлечение затем скейлинговых соотношений, позволяют привнести в традиционные области классической радиофизики и радиоэлектроники совершенно новые идеи и методы и получать на их основе достаточно неожиданные для практики, но физически обоснованные результаты. Коренное отличие фрактальной радиофизики от классической связано с принципиально иным подходом к основному составляющим сигнала и поля.

Становление теории фракталов — яркий пример развития нового направления науки, в равной мере основанного как на достижениях в весьма абстракт-

ных областях математики, так и на новом взгляде на давно известный эмпирический материал, который до создания адекватных моделей не поддается даже научному описанию и интерпретации. Обладая большой объяснительной силой, теория фракталов стимулирует развитие естествознания. Применение теории фракталов позволяет вскрыть огромные неиспользуемые ранее резервы и применить их в области различных технических приложений.

Для полного и корректного описания процессов современной обработки сигналов, изображений и полей недостаточно формул классической математики, полученных на основе представления сигналов в пространстве целочисленной меры и гладких функций. Использование в радиофизике и радиоэлектронике понятий “фрактал” и “дробные операторы” не только оправдано, но и необходимо. При этом требуются принципиальные изменения общих устоявшихся представлений в работе ученых и инженеров.

Автор берет на себя смелость утверждать, что представленный в данной статье подход характеризует *новый этап развития радиофизики и радиоэлектроники*.

В заключение необходимо отметить, что результаты работ автора обсуждались на многочисленных международных конференциях, а также лично с основателем фрактальной геометрии Б. Мандельбротом. Встреча состоялась в 2005 г. в США, где автор читал лекции по «фрактальным» технологиям, которые получили следующую оценку американских специалистов: “...Семинары были крайне интересны и подтвердили высокую научную квалификацию доктора А. Потапова. Радиолокационные технологии, представленные доктором А. Потаповым, основаны на теории фракталов и являются новыми. Важность этих исследований для международного сообщества специалистов и ученых неоспорима”.

### ИСПОЛЬЗОВАННЫЕ ИСТОЧНИКИ

1. Фракталы в физике / Под ред. Я. Г. Синая и И. М. Халатникова.— М.: Мир, 1988.
2. Лагарьков А. Н., Погосян М. А. Фундаментальные и прикладные проблемы стелс-технологий // Вестник РАН.— 2003.— Т. 73, № 9.— С. 779—787.
3. Потапов А. А. Фракталы в радиофизике и радиолокации.— М.: Логос, 2002.
4. Потапов А. А. Фракталы в радиофизике и радиолокации: Топология выборки.— М.: Университетская книга, 2005.
5. Потапов А. А. Фракталы и хаос как основа новых прорывных технологий в современных радиосистемах. (Дополнение к кн.: Кроновер Р. Фракталы и хаос в динамических системах).— М.: Техносфера, 2006.
6. Потапов А. А., Гуляев Ю. В., Никитов С. А. и др. Новейшие методы обработки изображений.— М.: ФИЗМАТЛИТ, 2008.
7. Подосенов С. А., Потапов А. А., Соколов А. А. Импульсная электродинамика широкополосных радиосистем и поля связанных структур.— М.: Радиотехника, 2003.
8. Бункин Б. В., Реутов А. П., Потапов А. А. и др. Вопросы перспективной радиолокации.— М.: Радиотехника, 2003.
9. Нелинейная радиолокация / Сб. статей, под ред. А. А. Горбачева, А. П. Колданова, А. А. Потапова, Е. П. Чигина (Библиотека журнала «Нелинейный мир»: Научная серия «Фракталы. Хаос. Вероятность»).— М.: Радиотехника, 2005, 2006, 2007.
10. Быстров Р. П., Потапов А. А., Соколов А. В. Миллиметровая радиолокация с фрактальной обработкой.— М.: Радиотехника, 2005.

Работа в части п.п. 6 и 7 выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проекты № 05-07-90349-в, № 07-07-07005-д, № 07-07-12054, № 07-08-00637-а).

11. Potapov A. A., German V. A. Detection of artificial objects with fractal signatures // Pattern Recognition and Image Analysis.— 1998.— Vol. 8, N 2.— P. 226—229.
12. Потапов А. А., Герман В. А. Применение фрактальных методов для обработки оптических и радиолокационных изображений земной поверхности // Радиотехника и электроника.— 2000.— Т. 45, № 8.— С. 946—953.
13. Потапов А. А. Фракталы в дистанционном зондировании // Зарубежная радиоэлектроника. Успехи современной радиоэлектроники.— 2000.— № 6.— С. 3—65.
14. Потапов А. А. Фракталы в радиофизике и радиолокации. Фрактальный анализ сигналов // Радиотехника и электроника.— 2001.— Т. 46, № 3.— С. 261—270.
15. Потапов А. А., Герман В. А. Эффекты детерминированного хаоса и странный аттрактор при радиолокации динамической системы типа растительного покрова // Письма в ЖТФ.— 2002.— Т. 28, № 14.— С. 19—25.
16. Потапов А. А. Фракталы в радиофизике и радиолокации. Основы теории рассеяния волн фрактальной поверхностью // Радиотехника и электроника.— 2002.— Т. 47, № 5.— С. 517—544.
17. Потапов А. А. Фрактальный анализ в современных задачах радиолокации и радиофизики // Радиотехника.— 2003.— № 8.— С. 55—66.
18. Потапов А. А. Новые информационные технологии на основе вероятностных текстурных и фрактальных признаков в радиолокационном обнаружении малоконтрастных целей // Радиотехника и электроника.— 2003.— Т. 48, № 9.— С. 1101—1119.
19. Потапов А. А. Фракталы в задачах искусственного интеллекта: подходы, модели, некоторые результаты // В сб. «Использование методов искусственного интеллекта и высокопроизводительных вычислений в аэрокосмических исследованиях».— М: Физматлит, 2003.— С. 76—90.
20. Потапов А. А. Топология выборки // Нелинейный мир.— 2004.— Т. 2, № 1.— С. 4—13.
21. Потапов А. А., Герман В. А. О методах измерения фрактальной размерности и фрактальных сигнатур многомерных стохастических сигналов // Радиотехника и электроника.— 2004.— Т. 49, № 12.— С. 1468—1491.
22. Потапов А. А., Булавкин В. В., Герман В. А., Вячеслава О. Ф. Исследование микрорельефа обработанных поверхностей с помощью методов фрактальных сигнатур // ЖТФ.— 2005.— Т. 75, № 5.— С. 28—45.
23. Гуляев Ю. В., Никитов С. А., Потапов А. А., Давыдов А. Г. О проектировании фрактальных радиосистем. Численный анализ электродинамических свойств фрактальной антенны Серпинского // Радиотехника и электроника.— 2005.— Т. 50, № 9.— С. 1070—1076.
24. Потапов А. А. Разработка и структура ансамбля фрактальных признаков классов целей для задач линейной и нелинейной радиолокации // Нелинейный мир.— 2006.— Т. 4, № 7—9.— С. 361—386.
25. Potapov A. A., P'yin E. M., Chigin E. P. German V. A. Development and structure of the first etalon dictionary of fractal properties of target classes // Electromagnetic Phenomena.— 2005.— Vol. 5, № 2(15).— P. 107—142.
26. Потапов А. А., Потапов А. А. (мл.), Потапов В. А. Фрактальный конденсатор, дробные операторы и фрактальные импедансы // Нелинейный мир.— 2006.— Т. 4, № 4—5.— С. 172—187.
27. Потапов А. А. Современное состояние и тенденции развития прорывных фрактальных технологий в радиофизике и радиоэлектронике // Физика волновых процессов и радиотехнические системы.— 2006.— Т. 9, № 3.— С. 44—54.
28. Герман В. А., Потапов А. А. Пример использования гипотезы самоподобия в задаче обнаружения акустического сигнала // Нелинейный мир.— 2006.— Т. 4, № 4—5.— С. 204—207.
29. Гуляев Ю. В., Никитов С. А., Потапов А. А., Герман В. А. Идеи скейлинга и дробной размерности в схеме фрактального обнаружителя радиосигналов // Радиотехника и электроника.— 2006.— Т. 51, № 8.— С. 968—975.
30. Потапов А. А., Герман В. А. Методы фрактальной обработки слабых сигналов и малоконтрастных изображений // Автоматика.— 2006.— Т. 42, № 5.— С. 3—25.
31. Потапов А. А. О фрактальной радиофизике и фрактальной радиоэлектронике // В сб. «Инновации в радиотехнических информационно-телекоммуникационных технологиях», ч. 1.— М.: Изд. ЗАО «Экстра Принт», 2006.— С. 66—84.
32. Потапов А. А. Решение радиофизических задач методами теории фракталов и операторов дробного порядка // Доклады Адыгской (Черкесской) международной академии наук.— 2007.— Т. 9, № 1.— С. 149—167.
33. Потапов А. А. К теории функционалов стохастических полей обратного рассеяния // Радиотехника и электроника.— 2007.— Т. 52, № 3.— С. 261—310.
34. Потапов А. А. О концепции фрактальных радиосистем и фрактальных устройств // Нелинейный мир.— 2007.— Т. 5, № 7—8.— С. 415—444.
35. Потапов А. А. Можно ли построить фрактальную радиосистему? // Обзорение прикладной и промышленной математики.— 2007.— Т. 14, № 4.— С. 742—744.
36. Пахомов А. А., Потапов А. А. Построение вектора признаков лоцируемого объекта по информации о точках излома внешнего контура на изображениях // Нелинейный мир.— 2007.— Т. 5, № 9.— С. 557—571.
37. Нигматуллин Р. Р., Потапов А. А. Фракталы, дробные операторы и дробная кинетика в диэлектрической спектроскопии и волновых процессах // Физика волновых процессов и радиотехнические системы.— 2007.— Т. 10, № 3.— С. 30—49.
38. Потапов А. А. О теории фракталов в радиотехнике, микро- и нанoeлектронике // Проблемы нелинейного анализа в инженерных системах.— 2008.— Т. 14, № 1(29).— С. 145—164.
39. Потапов А. А., Лактюшкин А. В. Теория рассеяния волн фрактальной анизотропной поверхностью // Нелинейный мир.— 2008.— Т. 6, № 1.— С. 3—36.
40. Фионов А. С., Юрков Г. Ю., Потапов А. А. и др. Перспективные наноструктурированные полимерные композиционные материалы для физических исследований их методами фрактального анализа // Нелинейный мир.— 2008.— Т. 6, № 1.— С. 37—41.
41. Потапов А. А. Стохастичность и фрактальность флуктуационной структуры электромагнитных волн СВЧ-, КВЧ- и ГВЧ-диапазонов, распространяющихся в тропосфере, метеорологических образованиях, пылевых бурях и взрывах // Нелинейный мир.— 2008.— Т. 6, № 2.— С. 69—109.
42. Гильмутдинов А. Х., Потапов А. А., Ушаков П. А. Резистивно-емкостные элементы с распределенными параметрами и фрактальной размерностью: прошлое, настоящее и будущее // Нелинейный мир.— 2008.— Т. 6, № 3.— С. 152—182.
43. Потапов А. А. Синтез изображений земных покровов в оптическом и миллиметровом диапазонах волн / Дис. ... доктора физ.-мат. наук.— Москва, ИРЭ РАН.— 1994.
44. Потапов А. А., Гильмутдинов А. Х., Ушаков П. А. Системные принципы и элементная база фрактальной радиоэлектроники. Ч. I. Этапы становления и состояние // Радиотехника и электроника.— 2008.— Т. 53, № 9.
45. Потапов А. А., Гильмутдинов А. Х., Ушаков П. А. Системные принципы и элементная база фрактальной радиоэлектроники. Ч. II. Методы синтеза, модели и перспективы применения // Радиотехника и электроника.— 2008.— Т. 53, № 11.
46. Потапов А. А. Создание фрактальных моделей на основе формализма неаналитических функций, скейлинга и дробных операторов // Тез. докл. Междунар. конф. по математической физике и ее приложениям.— Россия, г. Самара.— 2008.— С. 164—165.
47. Потапов А. А. Радиофизические эффекты при взаимодействии электромагнитного излучения миллиметрового диапазона волн с окружающей средой // Зарубежная радиоэлектроника.— 1992.— № 8.— С. 36—76; № 9.— С. 4—28; № 11.— С. 23—48; 1993.— № 3.— С. 36—48; № 7—9.— С. 32—49; 1994.— № 7/8.— С. 11—30; 1995.— № 1.— С. 27—36 (журнальный вариант монографии).
48. Потапов А. А. Применение модулированных ММВ для формирования и идентификации изображений // Радиотехника.— 1989.— № 12.— С. 61—64.
49. Потапов А. А. Исследование влияния растительного покрова на обратнорассеянное поле миллиметровых волн // Радиотехника и электроника.— 1991.— Т. 36, № 2.— С. 239—246.
50. Павельев В. А., Потапов А. А. Влияние земной поверхности на структуру импульсного сигнала в диапазоне миллиметровых волн // Радиотехника и электроника.— 1994.— Т. 39, № 4.— С. 573—582.
51. Гнеденко Б. В. Колмогоров А. Н. Предельные распределения для сумм независимых случайных величин.— М.: ГИТТЛ, 1949.
52. Опаленов Ю. В., Потапов А. А., Федюнин С. Ю. Радиофизический измерительный комплекс со сложным ФМ сигналом в диапазоне миллиметровых волн // Радиотехника.— 1991.— № 11.— С. 67—70.