

К. т. н. Г. Н. ШИЛО, Д. А. КОВАЛЕНКО,  
к. т. н. Н. П. ГАПОНЕНКО

Украина, Запорожский национальный технический университет  
E-mail: gshilo@zntu.edu.ua, kovdar@yahoo.com

Дата поступления в редакцию  
01.10 2008 г.

Оппонент к. т. н. И. Т. КОГУТ  
(Прикарпатский нац. ун-т им. В. Стефаника,  
г. Ивано-Франковск)

## РАСЧЕТ НОРМАЛЬНЫХ ДОПУСКОВ С УЧЕТОМ ОТКЛОНЕНИЙ КОЭФФИЦИЕНТОВ ВНЕШНИХ ВОЗДЕЙСТВИЙ

*Разработан метод назначения номинальных допусков при нормальном законе распределения параметров элементов и заданных внешних воздействий.*

Допусковое проектирование является одним из важнейших этапов проектирования радиоэлектронной аппаратуры, т. к. на нем определяются номинальные значения допустимых отклонений основных параметров элементов, которые необходимо обеспечить в процессе производства. При проектировании учитываются изменения, происходящие в физической структуре материалов под воздействием внешних факторов и старения, вследствие чего формируются отклонения, определяющие граничные эксплуатационные значения выходной функции [1].

Допусковое проектирование включает в себя задачу анализа, при котором определяют отклонения выходной функции, и задачу синтеза, в которой устанавливают допуски на параметры элементов устройства [2—4]. Для синтеза допусков с высокой точностью применяются геометрические подходы, позволяющие проводить назначение интервальных допусков и допусков при нормальном законе распределения параметров элементов [5, 6]. В этих методах отклонения параметров элементов определяются по положению точек касания допусковых областей и гиперповерхностей границ области работоспособности, используются итерационные алгоритмы расчета допусков, позволяющие учесть нелинейность выходных функций.

Влияние внешних воздействий учитывается при назначении интервальных и нормальных допусков для действительных коэффициентов внешних воздействий [7—9]. К сожалению, предложенные методы не позволяют учесть отклонения коэффициентов внешних воздействий, что существенно ограничивает область их применения. В первую очередь, это относится к аппаратуре с резисторными элементами, которые в большинстве случаев имеют нулевое математическое ожидание коэффициентов внешних воздействий, а также при учете старения практически всех элементов [10, 11].

Целью работы являлась разработка методов расчета номинальных допусков для заданных эксплуатационных ограничений выходной функции при нормальном законе распределения коэффициентов вне-

шних воздействий и основных параметров элементов. Для решения этой задачи необходимо:

- определить особенности формирования допусковых областей при нормальном законе распределения коэффициентов внешних воздействий;
- разработать алгоритмы назначения номинальных допусков с учетом заданных отклонений выходных характеристик и особенностей изменения параметров в процессе эксплуатации при нормальном законе их распределения.

### Особенности формирования допусковых областей при внешних воздействиях

Зависимость параметров элементов от внешних факторов чаще всего является нелинейной функцией. При проектировании устройства используется линеаризация этой зависимости, и изменение параметров элементов представляется соотношением

$$x = x_r(1+d),$$

где  $x$ ,  $x_r$  — значение параметра при внешнем воздействии и его номинальное значение;

$d$  — относительное отклонение значения параметра элемента,  $d = c \cdot z$ ;

$c$  — коэффициент внешних воздействий;

$z$  — ширина интервала изменения значения внешнего воздействия.

В случае когда заданы действительные значения  $c$ , их влияние на параметры эллипсоидной допусковой области при нормальном законе распределения выражается зависимостями [12]

$$m = m_r(1+d); \quad \sigma = \sigma_r(1+d), \quad (1)$$

где  $m$ ,  $m_r$  и  $\sigma$ ,  $\sigma_r$  — математические ожидания и среднеквадратичные отклонения параметра элемента соответственно при воздействии внешнего фактора и нормальных условиях окружающей среды.

Выражение (1) может использоваться и в случаях интервального оценивания параметров допусковой области, когда коэффициенты  $c$  становятся интервальными величинами.

Для нормального закона распределения коэффициентов  $c$  (нормальных коэффициентов) функция распределения параметров элементов, измененная под влиянием внешних факторов, будет соответствовать нормальному закону. Это следует из свойств нормально распределенных величин [13]. Тогда под воздействием внешних факторов образуется эллипсоидная

допусковая область, распределение параметров в которой характеризуется математическим ожиданием  $m$  и дисперсией  $D$ :

$$m = m_r(1 + m_c z);$$

$$D = D_r + D_r D_c z^2 + D_r z^2 m_c^2 + D_c z^2 m_r^2, \quad (2)$$

где  $D_r$  — дисперсия параметра элемента при нормальных условиях окружающей среды;  
 $m_c$  и  $D_c$  — математическое ожидание и дисперсия коэффициента внешнего воздействия.

Формирование допусковых областей при различных законах распределения коэффициента внешних воздействий  $c$  показано на **рис. 1**. Здесь  $\Omega_r$  — допусковая область при отсутствии внешних воздействий. Области  $\Omega_b$  и  $\bar{\Omega}_b$  формируются при нижнем и верхнем граничных значениях  $c$ , их параметры определяются с помощью соотношений (1). Область  $\Omega_z$  учитывает нормальный закон распределения  $c$ , а параметры этой области определяются с помощью соотношения (2). Гиперповерхности  $y_r$ ,  $y_b$ ,  $y_z$  и  $\bar{y}_r$ ,  $\bar{y}_b$ ,  $\bar{y}_z$  соответствуют нижнему и верхнему значениям выходной функции при отсутствии внешних воздействий (номинальное значение), интервальном и нормальном законе распределения коэффициентов внешних воздействий.

Как видно из рис. 1, изменение параметров при нормальном законе распределения коэффициентов  $c$  приводит к уменьшению отклонений выходной функции по сравнению с отклонениями, полученными для интервальных коэффициентов. Кроме того, образованная суммарная область может не перекрывать допусковую область, формируемую при отсутствии внешних воздействий.

Формирование допусковых областей при нормальном законе распределения коэффициентов внешних воздействий и параметров элементов показана

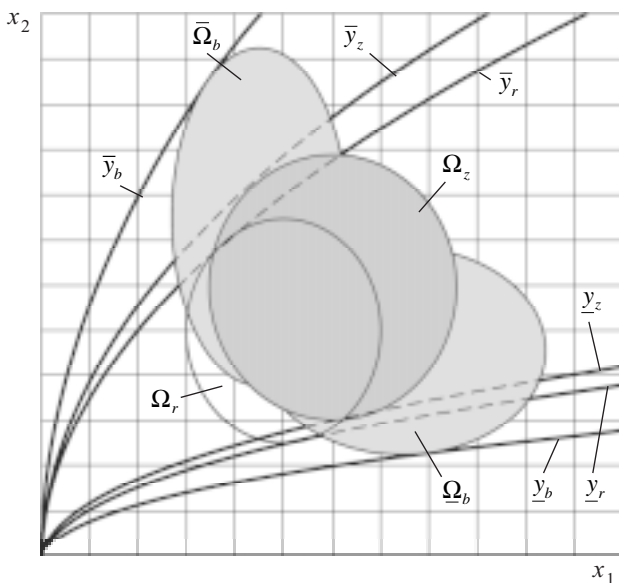


Рис. 1. Формирование допусковых областей при различных законах распределения коэффициента внешних воздействий

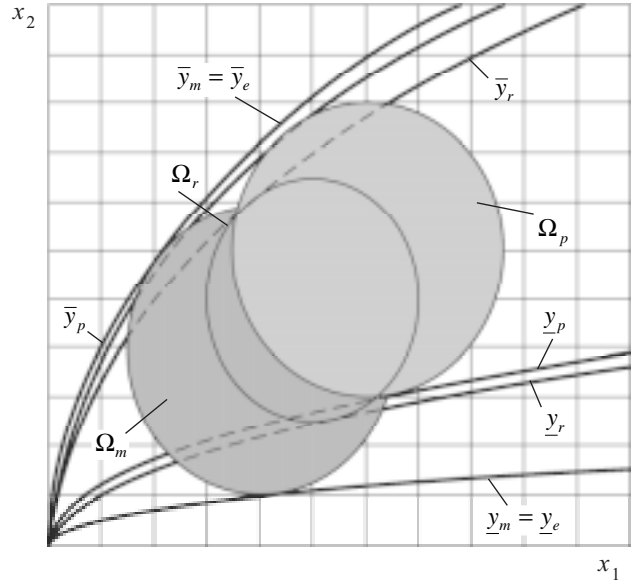


Рис. 2. Формирование допусковых областей при внешних воздействиях

но на **рис. 2**, где области  $\Omega_m$  и  $\Omega_p$  образованы при нижнем ( $z_m$ ) и верхнем ( $z_p$ ) диапазонах внешних воздействий. Гиперповерхности  $y_p$ ,  $\bar{y}_p$  и  $y_m$ ,  $\bar{y}_m$  ограничивают допусковую область при верхнем и нижнем диапазонах внешних воздействий. Гиперповерхности  $y_e$  и  $\bar{y}_e$  определяют нижнее и верхнее граничные эксплуатационные значения выходной функции при внешних воздействиях.

Рис. 2 отображает возможность формирования обеих границ области работоспособности одним из граничных значений внешнего воздействия. В общем случае формирование этих границ может проводиться различными диапазонами изменения внешних факторов, потому для определения внешних воздействий, при которых достигаются граничные эксплуатационные значения выходной функции, используют следующие соотношения:

$$z = \begin{cases} z_m, & \text{если } y(\underline{X}_m) < y(\underline{X}_p); \\ z_p, & \text{иначе;} \end{cases}$$

$$\bar{z} = \begin{cases} z_m, & \text{если } y(\bar{X}_m) > y(\bar{X}_p); \\ z_p, & \text{иначе,} \end{cases} \quad (3)$$

где  $\underline{X}_m$ ,  $\bar{X}_m$  и  $\underline{X}_p$ ,  $\bar{X}_p$  — координаты точек касания допусковых областей при нижнем и верхнем диапазонах внешних воздействий и гиперповерхностей, соответствующих граничным эксплуатационным значениям выходной функции. Для их определения используются выражения (2) и алгоритм анализа допусков [6].

Если необходимо учесть действие нескольких внешних факторов, используются рекуррентные соотношения для выражений (2), которые учитывают свойства дисперсии и математического ожидания суммы и произведения случайных величин [13]:

$$m_{ib} = m_{i-1}(1 + m_{ci} z_i);$$

$$D_{ib} = D_{i-1} + D_{i-1} D_{ci} z_i^2 + D_{i-1} z_i^2 m_{ci}^2 + D_{ci} z_i^2 m_{i-1}^2; \quad (4)$$

$$\bar{m}_{ib} = \bar{m}_{i-1}(1 + \bar{m}_{ci} \bar{z}_i);$$

$$\bar{D}_{ib} = \bar{D}_{i-1} + \bar{D}_{i-1} \bar{D}_{ci} \bar{z}_i^2 + \bar{D}_{i-1} \bar{z}_i^2 \bar{m}_{ci}^2 + \bar{D}_{ci} \bar{z}_i^2 \bar{m}_{i-1}^2;$$

где  $m_{ib}$ ,  $\bar{m}_{ib}$  и  $D_{ib}$ ,  $\bar{D}_{ib}$  — математические ожидания и дисперсии параметров областей, для которых формируются нижнее и верхнее граничные значения выходной функции, при воздействии  $i$ -го внешнего фактора;

$m_{ci}$ ,  $\bar{m}_{ci}$  и  $D_{ci}$ ,  $\bar{D}_{ci}$  — математические ожидания и дисперсии коэффициентов внешних воздействий, соответствующие диапазонам внешних воздействий  $z$  и  $\bar{z}_i$ .

Выражения (4) позволяют определить параметры допусковых областей, которым соответствуют граничные значения выходной функции при нормальном законе распределения коэффициентов  $c$ . Эти соотношения могут использоваться в алгоритмах назначения допусков.

#### Назначение допусков при нормальном законе распределения коэффициентов внешних воздействий

Исходными данными для назначения допусков являются: отклонения выходных характеристик от их номинальных значений, номинальные параметры элементов, коэффициенты внешних воздействий и их отклонения для нижнего и верхнего диапазонов внешних факторов. Отклонения выходной функции могут быть заданы для одной из ее границ или шириной интервала ее изменений. Поскольку исходные данные не позволяют прямо определить положение точек касания допусковых областей и границ области работоспособности при граничных внешних воздействиях, используется итерационный алгоритм, основанный на отображении номинальной допусковой области в область работоспособности.

В качестве начального приближения выбирается допусковая область, соответствующая номинальным параметрам элементов и граничным эксплуатационным значениям выходной функции. Далее принимается, что эта область сформирована с учетом внешних воздействий. Затем полученная область преобразуется в номинальную допусковую область с помощью соотношений (4), записанных для одновременного действия всех внешних факторов. Эти преобразования позволяют определить начальное граничное значение выходной функции при отсутствии внешних воздействий и первое приближение номинальных отклонений параметров. Предусматривается уточнение положения границ номинальной области работоспособности методом отображений. Таким образом, алгоритм назначения допусков при заданных отклонениях коэффициентов внешних воздействий и верхнем отклонении выходной функции  $\bar{y}_e$  принимает следующий вид:

**Шаг 1.** Определяются значения внешних воздействий  $\bar{z}$ , при которых достигаются граничные значения выходной функции. Принимается, что отклоне-

ния основных параметров отсутствуют. Используются выражения (2)—(4).

**Шаг 2.** Проверяется условие возможности реализации алгоритма

$$\bar{y}_0 < \bar{y}_e,$$

где  $\bar{y}_0$  — отклонение выходной функции в условиях воздействия внешних факторов и отсутствия номинальных отклонений параметров элементов.

Если условие не выполняется — работа алгоритма завершается, и выводится сообщение о неадекватности исходных данных.

**Шаг 3.** Назначаются отклонения параметров элементов при заданных ограничениях выходной функции. Используется метод касательных [6].

**Шаг 4.** Параметры допусковой области пересчитываются в номинальные параметры. Используется соотношение (4). Определяется граничное значение выходной функции  $\bar{y}_r^{(k)}$  для данной области методом касательных.

**Шаг 5.** Назначаются номинальные допуски методом касательных для номинального граничного значения выходной функции  $\bar{y}_r^{(k)}$ .

**Шаг 6.** Определяются значения выходной функции  $\bar{y}_d^{(k)}$  для области, параметры которой формируются при совместном действии всех внешних факторов. Используется выражение (4).

**Шаг 7.** Проверяется условие завершения алгоритма

$$|\bar{y}_d^{(k)} - \bar{y}_e| / \bar{y}_e \leq \epsilon,$$

где  $\epsilon$  — точность вычислений.

При выполнении условия работа алгоритма завершается.

**Шаг 8.** Корректируется номинальное граничное значение выходной функции:

$$\bar{y}_r^{(k)} = \bar{y}_r^{(k-1)} - (\bar{y}_d^{(k)} - \bar{y}_e) / \bar{d}_y^{(k)},$$

$$\text{где } \bar{d}_y^{(k)} = \bar{y}_d^{(k)} / \bar{y}_r^{(k-1)}.$$

**Шаг 9.** Переход к шагу 5.

Для заданной нижней эксплуатационной границы области работоспособности алгоритм имеет аналогичный вид.

Если задана ширина изменения значения выходной функции  $w_{ye}$ , условие завершения алгоритма определяется неравенством

$$|w_{yd}^{(k)} - w_{ye}| / w_{ye} \leq \epsilon,$$

где  $w_{yd}^{(k)} = \bar{y}_d^{(k)} - \underline{y}_d^{(k)}$  — ширина изменения значений выходной функции.

Корректировка номинального значения ширины изменения выходной функции осуществляется с помощью соотношения

$$w_{yr}^{(k)} = w_{yr}^{(k-1)} - (w_{yd}^{(k)} - w_{ye}) / d_{wy}^{(k)},$$

где  $w_{yr}^{(k-1)}$  — ширина отклонения выходной функции, для которой назначают номинальные отклонения;

$$d_{wy}^{(k)} = w_{yd}^{(k)} / w_{yr}^{(k-1)}.$$

Возможность реализации такого алгоритма определяется условием

$$w_{y0} < w_{ye}$$

где  $w_{y0}$  — ширина отклонения выходной функции, полученной при воздействии внешних факторов и отсутствии номинальных отклонений параметров элементов.

Приведенные алгоритмы позволяют назначать номинальные допусковые отклонения при односторонних и двухсторонних ограничениях на выходную функцию, если известны коэффициенты внешних воздействий. Учитываются отклонения этих коэффициентов, распределенных по нормальному закону.

### Применение метода

Разработанные алгоритмы использовались для расчета допусков на параметры активного фильтра нижних частот, схема которого приведена на рис. 3. Для идеализированного операционного усилителя коэффициент затухания фильтра вычислялся с помощью соотношения [14]

$$a(\omega) = R_1/R_3 \cdot ((1 - b_2\omega^2)^2 + b_1^2\omega^2)^{1/2},$$

$$\text{где } b_1 = C_2R_2(1 + R_3/R_1 + R_3/R_2);$$

$$b_2 = C_1C_2R_2R_3;$$

$$\omega — \text{угловая частота, } \omega = 2\pi f;$$

$$C_p, R_i — \text{параметры элементов фильтра.}$$

Номинальные параметры элементов фильтра были приведены к нормированным значениям  $m_{R0} = m_{R2} = 4$ ;  $m_{R1} = 2$ ;  $m_{C1} = 0,173$ ;  $m_{C2} = 0,519$ . Расчет проводился при следующих исходных данных: угловая частота  $\omega = 1$ ; точность вычислений 0,0001; ширина отклонения выходной функции 5%; верхнее допустимое значение температуры 70°C, нижнее — минус 60°C; температурный коэффициент сопротивления резисторов  $\pm 50 \cdot 10^{-6}$  1/K для верхнего диапазона температур,  $\pm 150 \cdot 10^{-6}$  1/K — для нижнего; температурный коэффициент емкости  $(-150 \pm 40) \cdot 10^{-6}$  1/K во всем диапазоне температур. Учитывалось изменение значения параметров  $\pm 1\%$  на протяжении срока наработки на отказ 10 000 ч. Расчет проводился для нормальных коэффициентов внешних воздействий. Результаты расчетов представлены в таблице.

Как видно из таблицы, учет внешних факторов приводит к ужесточению требований к отклонениям параметров элементов. Учет старения приводит к уменьшению допусков на 14%, а температуры — на 38%. Наибольшее уменьшение соответствует учету совместного воздействия температуры и старения — 64%.

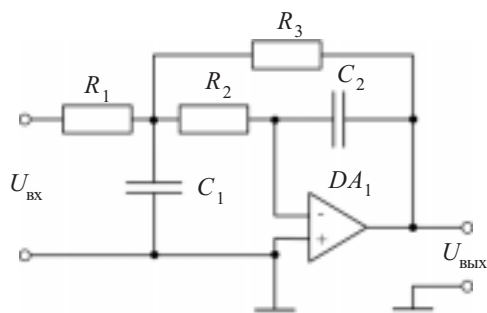


Рис. 3. Схема фильтра нижних частот

Номинальные допуски на параметры активного фильтра при учете различных внешних воздействий

Вид внешнего воздействия	Отклонения параметров элементов, %				
	R <sub>1</sub>	R <sub>2</sub>	R <sub>3</sub>	C <sub>1</sub>	C <sub>2</sub>
Отсутствие внешних воздействий	1,47	2,97	2,92	10,86	1,31
Старение	1,27	2,55	2,52	9,39	1,13
Температура	0,91	1,84	1,82	6,81	0,81
Температура и старение:	0,52	1,05	1,04	3,90	0,46
— стандартизированные допуски	0,5	1,0	1,0	5,0	0,25

### Выводы

Исследование свойств допусковых областей показало, что учет нормального закона распределения коэффициентов внешних воздействий позволяет значительно уменьшить размеры допусковых областей. Сформированные таким образом допусковые области для нижних и верхних диапазонов внешних воздействий формируют соответствующие границы области работоспособности. Возможны варианты, когда одна из допусковых областей одновременно формирует обе границы.

Учет этих свойств позволил разработать алгоритмы назначения номинальных допусков, в которых учитывается влияние нескольких внешних факторов. Алгоритм учитывает нелинейные свойства выходных функций и обеспечивает высокую точность расчетов.

### ИСПОЛЬЗОВАННЫЕ ИСТОЧНИКИ

1. Кофанов Ю. Н. Теоретические основы конструирования и надежности радиоэлектронных средств.— М.: Радио и связь, 1991.
2. Михайлов А. В., Савин К. С. Точность радиоэлектронных устройств.— М.: Машиностроение, 1976.
3. Львович Я. Е., Фролов В. Н. Теоретические основы конструирования, технологии и надежности РЭА: Учеб. пособие для вузов.— М.: Радио и связь, 1986.
4. Kolev L.V. Interval methods for circuit analysis.— Singapore; New Jersey; London; Hong Kong: World Scie, 1993.
5. Шило Г. Н. Геометрические методы назначения допусков // Проблемы управления и информатики.— 2007.— № 2.— С. 118—126.
6. Шило Г. Н., Воропай А. Ю., Гапоненко Н. П. Расчет и назначение допусков методом касательных // Изв. вузов "Радиоэлектроника".— 2006.— № 2.— С. 43—52.
7. Кришук В. М., Шило Г. М., Намлинский А. О., Гапоненко М. П. Вибір елементів при компенсації зовнішніх впливів // Радіоелектроніка. Інформатика. Управління.— 2004.— № 2.— С. 36—41.
8. Намлинський А. О. Інтервальні коефіцієнти зовнішніх впливів в задачах вибору елементів // Радіоелектроніка. Інформатика. Управління.— 2007.— № 1.— С. 26—34.
9. Шило Г. М., Коваленко Д. А., Гапоненко М. П. Призначення нормальних допусків методом відображень // Радіоелектроніка. Інформатика. Управління.— 2008.— № 1.— С. 37—41.
10. Гендин Г. С. Все о резисторах. Справочное издание.— М.: Горячая линия – Телеком, 1999.
11. Справочник по электрическим конденсаторам / М. Н. Дьяков, В. И. Карабанов, В. И. Пресняков и др.— М.: Радио и связь, 1983.
12. Шило Г. М., Коваленко Д. А. Особливості компенсації зовнішніх впливів при призначенні нормальних допусків // Радіоелектроніка. Інформатика. Управління.— 2007.— № 1.— С. 44—47.
13. Вентцель Е. С., Овчаров Л. А. Теория вероятностей и ее инженерные приложения.— М.: Наука, 1988.
14. Знаменский А. Е., Теплюк И. Н. Активные RC-фильтры.— М.: Связь, 1970.