

УДК 330.43

Р.Р. РЗАЕВ, Р.А. КУЛИЕВ

ОБ ОДНОМ ПОДХОДЕ К ОЦЕНКЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ НЕФТЯНОЙ СКВАЖИНЫ

Abstract. The method of definition of oil-well efficiency in current and predicted terms is offered on the base of production utility time series. Identification of production utility function of an oil-well is carried out in the conditions of the fuzzy environment and input-output monitoring at the level of "soft measurements". Semistructured time series of three aggregated geological production factors influencing an oil-well functioning are forecasted by three layer feedforward neural networks. For each predicted triplet of these factors the production function of oil-well utility is identified.

Key words: oil-well, geological-production factors, fuzzy production utility function, three layer feedforward neural network.

Анотація. На основі часового ряду виробничої корисності пропонується метод визначення ефективності нафтової свердловини на поточному періоді і на тому, що прогнозується. Ідентифікація виробничої функції корисності свердловини здійснюється в умовах нечіткого середовища і спостережень, що проводяться на рівні «м'яких вимірювань». Прогнозування слабкоструктурованих часових рядів трьох агрегованих геолого-промислових факторів, які впливають на функціонування свердловини, пропонується здійснювати за допомогою тришарових feedforward нейронних мереж. Для кожної трійки факторів, що прогножуються, ідентифікується виробнича функція корисності нафтової свердловини.

Ключові слова: нафтова свердловина, геолого-промислові фактори, нечітка виробнича функція корисності, тришарова нейронна мережа.

Аннотация. На основе временного ряда производственной полезности предлагается метод определения эффективности функционирования нефтяной скважины на текущем и прогнозируемом периодах. Идентификация производственной функции полезности скважины осуществляется в условиях нечёткой среды и наблюдений, проводимых на уровне «мягких измерений». Прогнозирование слабоструктурированных временных рядов трёх агрегированных геолого-промысловых факторов, влияющих на функционирование скважины, предлагается осуществлять посредством трёхслойных feedforward нейронных сетей. Для каждой прогнозируемой тройки этих факторов идентифицируется производственная функция полезности нефтяной скважины.

Ключевые слова: нефтяная скважина, геолого-промысловые факторы, нечёткая производственная функция полезности, трёхслойная нейронная сеть.

1. Введение

Теория эффективности эксплуатации нефтяных скважин имеет доминирующее значение при изучении законов управления в нефтедобывающем секторе экономики государства. Она генерирует теоретическую базу для теории предложения нефтепродуктов на рынке, которая, как известно, является одной из основных доктрин при установлении соответствующих рыночных цен. Более того, производственные решения по эксплуатации нефтяных скважин являются основными компонентами процесса принятия решения. В частности, менеджерам необходимо знать ответы на следующие вопросы: 1) добывать нефть на скважине или приостановить её функционирование? 2) если да, то какого объёма добычи можно ожидать от неё? 3) каковыми будут комбинированные затраты и какой должна быть необходимая для их конвертации технология?

Формально процесс нефтедобычи представляет собой трансформацию входов, таких как капитальное оборудование, трудовые ресурсы и геолого-промысловые факторы, а выход – количество добытой нефти. В процессе нефтедобычи менеджеру необходимо посредством правил, генерирующих оптимальное производственное поведение, эффективно использовать обозначенные входы с тем, чтобы достичь выполнения поставленного задания. Именно поэтому основу теории нефтедобычи составляют методы ограниченной оптимизации. В частности, чтобы

повысить производительность скважины, каждое предприятие стремится минимизировать свои затраты и негативные влияния геолого-промысловых факторов при сохранении объема добычи нефти или наоборот: предприятие старается максимизировать добычу нефти при сохранении уровня затрат и приемлемого негативного влияния существующих геолого-промысловых факторов. Понятно, что эти проблемы можно решать посредством оптимального выделения средств на расходы, выбора необходимой технологии добычи, а также правильной идентификации степени влияния геолого-промысловых факторов на производительность нефтяной скважины.

В качестве количественных (метризуемых) геолого-промысловых факторов можно привести следующие характеристики скважины:

- 1) среднесуточный дебит (тонн в день);
- 2) процент воды (%);
- 3) совокупный объём извлекаемой воды (тонна);
- 4) давление нефтяных залежей (Pa);
- 5) гидростатическое давление в стволе скважины (Pa);
- 6) разница между температурами в стволе и в устье скважины (C^0);
- 7) температура в устье скважины (C^0);
- 8) температура в стволе скважины (C^0);
- 9) содержание Cl (миллиграмм на 1 литр);
- 10) содержание SO_4^- (миллиграмм на 1 литр);
- 11) содержание HCO_3 (миллиграмм на 1 литр);
- 12) содержание Na^+K^+ (миллиграмм на 1 литр);
- 13) содержание Ca^+Mg^+ (миллиграмм на 1 литр);
- 14) процентное содержание Na+K (%);
- 15) процентное содержание Cl (%).

Одним из способов определения эффективности нефтяной скважины является идентификация производственной функции от добычи нефти, которая устанавливает зависимость между физическими уровнями выпуска и физическими уровнями затрат, определяемых существующей технологией добычи. В данном случае производственная функция является шкалой (таблицей – для дискретного, уравнением – для непрерывного случая), демонстрирующей максимальный объём добытой нефти Q посредством трансформации некоторого оптимального набора входов x_i (объёмов затрат по всем производственным факторам) в условиях существующей технологии нефтедобычи. В наиболее общем виде производственную функцию нефтедобычи можно представить как [1]

$$Q = f(x_1, x_2, \dots, x_n),$$

означающую, что нефтедобывающее предприятие может добывать максимальное количество нефти путём оптимального комбинирования затрат на x_i единиц 1-го фактора, x_2 единиц 2-го фактора и т.д. Геолого-промысловые факторы являются основными в этом списке. По существу, они определяют эффективность (полезность) нефтяной скважины. В отличие от количественных факторов наблюдение (измерение) за геолого-промысловыми факторами осуществляется на

уровне «мягких вычислений» и поэтому для адекватного их представления целесообразно использовать нечёткие множества (нечёткие числа) [2]. Исходя из этих соображений, в статье производственная функция полезности нефтяной скважины идентифицируется с помощью метода нечёткого логического вывода.

2. Постановка задачи

Одним из способов оценки экономической эффективности функционирования нефтяной скважины является её производственная функция полезности, которая зависит от указанных выше геолого-промысловых факторов. Полагая данные об этих факторах нечёткими величинами, сформулируем нечёткую функцию полезности в виде достаточного набора нечётких имплицативных правил. Для произвольных наборов нечётких входных воздействий построим в табличном виде функцию, являющуюся результатом отображения «набор нечётких факторов – дефазифицированный уровень полезности». Полученное отображение аппроксимируем трехслойной feedforward нейронной сетью, настроенные после обучения параметры которой (веса синоптических связей и пороги нелинейных нейронов из «скрытого» слоя) примем в качестве идентифицированных параметров искомой производственной функции полезности нефтяной скважины.

В целях прогнозирования экономической эффективности нефтяной скважины на краткосрочный период выберем модели слабоструктурированных (нечётких) временных рядов агрегированных геолого-промысловых факторов, а в качестве средств их прогнозирования используем трёхслойные feedforward нейронные сети. К индуцированным на выходах обученных нейронных сетей прогнозным значениям агрегированных факторов применим предлагаемую процедуру идентификации нечёткой производственной функции полезности. По дефазифицированному уровню полезности скважины можно судить о её будущей производственной эффективности.

3. Производственная полезность нефтяной скважины в нечёткой информационной среде

Из-за отсутствия абсолютно точных измерительных приборов в традиционных моделях прогнозирования временных рядов добычи нефти в основном используются усреднённые данные о геолого-промысловых характеристиках нефтедобычи. В результате этого имеют место существенные ошибки и неточности, заставляющие усомниться в достоверности выдаваемых прогнозов. Очевидно, что временной ряд для каждой геолого-промысловой характеристики нефтедобычи будет слабоструктурированным или (в нотации Fuzzy Logic) нечётким. Описание данных временного ряда в виде нечётких множеств позволяет надеяться на получение более адекватных результатов.

Более того, полезность, с помощью которой мы пытаемся оценить эффективность каждого сценария от последствий влияния геолого-промысловых факторов, является скорее качественной, чем количественной категорией. Поэтому для её формализации в виде функции воспользуемся существующим механизмом нечёткого вывода, который, как известно, обладает достаточно сильными аппроксимационными свойствами [3]. Тем не менее, вначале целесообразно рассмотреть некоторые теоретические аспекты относительно функции полезности.

Пусть $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ является множеством, где x_i обозначает количество i -го геолого-промышленного фактора, влияющего на работу скважины. Это множество обладает свойством делимости, т.е. оно может включать любое неотрицательное количество каждого своего компонента. Совокупность подобных множеств образует замкнутое векторное пространство $C = \{X = (x_1, x_2, \dots, x_n) \mid x_i \geq 0, i = 1, 2, \dots, n\}$, которое является слабо упорядоченным и непрерывным [4]. Это позволяет утверждать, что на данном пространстве существует непрерывная действительная функция $U(\cdot)$, называемая функцией полезности, для которой выполняется неравенство $U(X) \geq U(Y)$ при условии предпочтительности X над $Y (X \succ Y)$. Если за U принять некоторый индекс полезности, тогда значение этого индекса будет зависеть от количеств факторов x_i .

В соответствии с приведёнными рассуждениями для построения функции полезности предлагается нейронечёткий подход, основанный на реализации механизма нечёткого вывода для построения в табличном виде функционального отображения полезности и последующей его аппроксимации в нейросетевом базисе. Это обосновано, прежде всего, тем, что основные геолого-промышленные факторы оцениваются интервально, а соответствующие им значения функции полезности имеют условную природу. Поэтому для произвольно выбранных наборов факторов, удовлетворяющих заданным нормативным ограничениям, вычисляются соответствующие значения функции полезности. Далее, методом «погружения» полученных образцов вида «набор-полезность» в нейросетевой логический базис, определяется функциональная зависимость полезности скважины от геолого-промышленных факторов.

4. Идентификация нечёткой производственной функции полезности скважины методом «погружения» в нейросетевой логический базис

Для оптимизации работы скважин нефтедобывающее предприятие может пользоваться так называемыми «кривыми безразличия». В классической интерпретации каждая из этих кривых представляет собой геометрическое место точек (в нашем случае – наборов факторов) гиперпространства с одинаковыми значениями полезности. Размерность этого пространства определяется числом используемых факторов. Очевидно, что в условиях, имеющих место физических ограничений, среди этих кривых безразличия только одна имеет точку (набор), в которой достигается максимальная полезность от функционирования скважины. В каждом конкретном случае оптимальный набор геолого-промышленных факторов, обеспечивающих эффективность нефтедобычи, можно получить на основе следующей классической модели:

$$\begin{cases} A_1 \leq x_1 \leq B_1, \\ A_2 \leq x_2 \leq B_2, \\ \dots\dots\dots, \\ A_n \leq x_n \leq B_n, \end{cases} \quad (1)$$

$$U(x_1, x_2, \dots, x_n) \rightarrow \max, \quad (2)$$

где A_i и B_i являются количественными нормативными ограничениями i -го геолого-промыслового фактора в условиях функционирования конкретной скважины.

Для определения полезности скважины в каждом конкретном случае необходимо иметь в виду, что в условиях динамических изменений природной структуры месторождения нефти A_i и B_i не могут оставаться строго фиксированными. В результате они и сами факторы варьируются в определённых пределах и на краткосрочном периоде характеризуются усреднёнными величинами. В итоге это оказывает существенное влияние на адекватность получаемых результатов. Вследствие этого, геолого-промысловые факторы мы будем описывать посредством термов (значений соответствующих лингвистических переменных), для чего переформулируем модель (1) – (2) в виде нечёткого её аналога:

$$\begin{cases} \tilde{A}_1 \leq \tilde{x}_1 \leq \tilde{B}_1, \\ \tilde{A}_2 \leq \tilde{x}_2 \leq \tilde{B}_2, \\ \dots\dots\dots, \\ \tilde{A}_n \leq \tilde{x}_n \leq \tilde{B}_n, \end{cases} \quad (\tilde{2})$$

$$U(\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \dots, \tilde{x}_n) \rightarrow \max, \quad (\tilde{3})$$

где \tilde{A}_i и \tilde{B}_i являются нечёткими ограничениями i -го геолого-промыслового фактора в условиях функционирования конкретной скважины. Тогда функциональную зависимость для целевой функции полезности установим в виде нечётких имплицативных правил вида «If..., then...». В итоге можно построить семейство нечётких уровней полезности скважины с дефазифицированными значениями как условными альтернативными значениями требуемой функции полезности.

Рассмотрим скважину, характеризуемую различными наборами следующих агрегированных геолого-промысловых факторов, влияющих на производительность ее функционирования в процессе развития месторождения:

- изменение осадочных пород (x_1);
- ухудшение технического состояния скважины (x_2);
- накопление жидкости в скважине (x_3).

Каждый из этих факторов и соответствующие им полезности можно представить соответственно в виде входных и выходных лингвистических переменных, принимающих значения в виде нечётких терм-множеств, таких как «НИЗКИЙ», «НИЖЕ СРЕДНЕГО», «СРЕДНИЙ», «ВЫШЕ СРЕДНЕГО» и «ВЫСОКИЙ». Далее отображение «набор факторов – полезность» представим в виде следующего набора имплицативных правил:

e_1 : If x_1 =НИЗКИЙ and x_2 =НИЗКИЙ and x_3 =НИЗКИЙ, then U =ВЫСОКИЙ;

e_2 : If x_1 =НИЖЕ СРЕДНЕГО and x_2 =НИЖЕ СРЕДНЕГО and x_3 =НИЖЕ СРЕДНЕГО, then U =ВЫШЕ СРЕДНЕГО;

e_3 : If x_1 =СРЕДНИЙ and x_2 =СРЕДНИЙ and x_3 =СРЕДНИЙ, then U =СРЕДНИЙ;

e_4 : If x_1 =ВЫШЕ СРЕДНЕГО and x_2 =ВЫШЕ СРЕДНЕГО and x_3 =ВЫШЕ СРЕДНЕГО, then U =НИЖЕ СРЕДНЕГО;

e_5 : If x_1 =ВЫСОКИЙ and x_2 =ВЫСОКИЙ and x_3 =ВЫСОКИЙ, then U =НИЗКИЙ.

Для придания большей адекватности данной модели можно разнообразить набор этих правил посредством различных комбинаций входных переменных x_1, x_2 и x_3 ¹.

Выбранный фрагмент допустимых нечётких импликативных правил реализован в программной оболочке MATLAB\Fuzzy Logic Toolbox, где для фазификации входных термов была использована гауссовская функция принадлежности:

$$\mu_x(t) = e^{-\frac{(t-t_0)^2}{\sigma^2}}$$

с центром в точке t_0 и плотностью распределения элементов σ^2 . Дефазификация нечётких выводов (нечётких уровней полезности) осуществлена центроидным методом. Далее полученное отображение $(x_1, x_2, x_3) \rightarrow u$ было использовано для вычисления исходов (дефазифицированных уровней полезности) 15-ти сценариев функционирования скважины (табл. 1).

Таблица 1. Производственные полезности скважины по результатам 15-ти сценариев

Поряд. номер сценария	Дефазифицированные значения уровней агрегированных факторов			Точечные значения полезности (u)
	x_1	x_2	x_3	
1	0,114	0,139	0,307	0,745
2	0,922	0,235	0,849	0,260
3	0,428	0,404	0,259	0,685
4	0,753	0,259	0,813	0,304
5	0,392	0,548	0,127	0,739
6	0,873	0,392	0,464	0,499
7	0,982	0,946	0,054	0,285
8	0,560	0,898	0,163	0,510
9	0,283	0,765	0,199	0,719
10	0,512	0,669	0,512	0,451
11	0,729	0,307	0,873	0,263
12	0,331	0,476	0,777	0,508
13	0,934	0,970	0,934	0,168
14	0,175	0,608	0,187	0,729
15	0,910	0,102	0,873	0,257

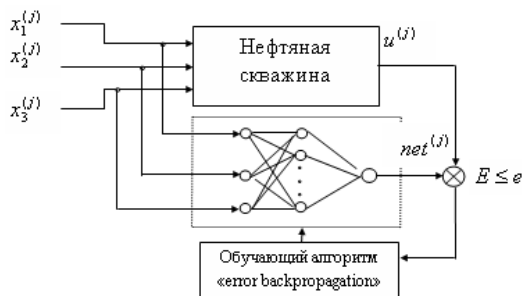


Рис. 1. Нейронная идентификация производственной полезности нефтяной скважины

Полученный набор 15-ти пар вида «факторы–полезность» $\{(x_{1j}, x_{2j}, x_{3j})\}_{j=1,15}$ используем для идентификации нечёткой функции полезности посредством трёхслойной feedforward нейронной сети (рис. 1).

После успешного обучения посредством алгоритма «error backpropagation», использующего критерий среднеквадратического

¹ Оптимальный набор правил в различных конфигурациях может быть установлен экспертом из предметной области или автоматически – посредством Neural Network based Fuzzy Inferences System [3].

отклонения

$$E = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{15} (u_j - u_j^{net})^2, \quad (3)$$

нейронная сеть на своём выходе будет индуцировать сигнал

$$u^{net} = \sum_{k=1}^n \xi_k^* \varphi \left(\sum_{i=1}^3 \omega_{ki}^* x_i - \theta_k^* \right). \quad (4)$$

Это выражение можно рассматривать как аналитический вид функции полезности, где ω_{ki}^* и ξ_{ki}^* являются оптимальными значениями входных и выходных связей соответственно, θ_k^* – оптимальные значения порогов нелинейных нейронов из скрытого слоя, n – число нейронов в скрытом слое, подбирающееся методом проб и ошибок так, чтобы удовлетворять допустимой идентификационной ошибке e .

5. Прогнозирование добычи на нефтяной скважине

Очевидно, что специалистов интересуют не только текущие условия работы нефтяной скважины, но и ее эффективность в будущем. Поэтому имеет смысл прогнозировать будущую эффективность скважины с точки зрения ее полезности. В качестве модели можно выбрать временные ряды по трем агрегированным факторам. Так как каждый агрегированный фактор описывается в виде нечёткого множества, то эти временные ряды будут слабоструктурированными. Прогнозируя слабоструктурированный ряд для каждого фактора на короткий промежуток времени, можно идентифицировать полезность скважины по предложенной выше технологии.

Предположим, что мы имеем нечёткие данные об агрегированных факторах x_1 , x_2 и x_3 , характеризующих работу скважины за последние n отчётных периодов. Сгруппируем эти данные для каждого фактора в виде следующего нечёткого (слабоструктурированного) временного ряда:

$$\left\{ \tilde{A}_i(t_k) / \mu_{\tilde{A}_i} \right\}_{k=1}^n, \quad i = \overline{1,3}, \quad (5)$$

где $\mu_{\tilde{A}_i} \rightarrow [0,1]$ является функцией принадлежности нечёткого терм-множества \tilde{A}_i , описывающего интервальную оценку i -го агрегированного фактора.

Далее примем следующие априорные допущения об инвариантах динамик временных рядов, которые способны существенно повысить качество прогнозов:

1) характер функции принадлежности $\mu_{\tilde{A}_i}$ остается неизменным на протяжении всего существования временного ряда. В нашем случае временной ряд характеризуется двумя параметрами: «чётким» значением $A_i(t) \in r_{A_i} = [A_i^{\min}(t), A_i^{\max}(t)]$, где $r_{A_i}(t)$ есть граница значений, и значением $\mu_{\tilde{A}_i}$;

2) прогнозирование нечёткого временного ряда (5) может быть реализовано независимо для $A_i(t)$, $r_{A_i}(t)$ и $\mu_{\tilde{A}_i}$. В этом случае целесообразно сгенерировать три комитета нейронных

сетей для прогнозирования соответствующих временных рядов:

$$\{A_i(t_1), A_i(t_2), \dots, A_i(t_n)\}, \{r_{A_i}(t_1), r_{A_i}(t_2), \dots, r_{A_i}(t_n)\}, \{\mu_{\tilde{A}_i}(t_1), \mu_{\tilde{A}_i}(t_2), \dots, \mu_{\tilde{A}_i}(t_n)\}. \quad (6)$$

До прогнозирования этих рядов необходимо сформировать три последовательности: валидную, обучающую и тестовую. Первая используется для выбора оптимальной архитектуры нейронной сети, вторая – для настройки параметров нейронной сети (весовых коэффициентов связей) после ее структурного обучения, третья, которая не используется в процессе обучения, служит для проверки качества прогноза после обучения нейронной сети. В этом случае все временные ряды с длиной n разобьём на окна длины l :

$$\left\{ \begin{array}{l} A_i(t_1), A_i(t_2), \dots, A_i(t_l) \\ A_i(t_2), A_i(t_3), \dots, A_i(t_l), A_i(t_{l+1}) \\ \dots \\ A_i(t_p), A_i(t_{p+1}), \dots, A_i(t_{l+p-1}), A_i(t_n) \end{array} \right\}. \quad (7)$$

Тогда обучающую выборку выберем в виде

$$A_i(t_r), A_i(t_{r+1}), \dots, A_i(t_{l+r+1}) \rightarrow A_i(t_{l+r}) \quad ((r = \overline{1, n-l})). \quad (8)$$

В результате поступления вектора $X_i(t_r), X_i(t_{r+1}), \dots, X_i(t_{l+r+1})$ на вход сети значение $X_i(t_{l+r})$ будет сниматься с ее выхода.

В качестве функции принадлежности $\mu_{\tilde{A}_i}$ можно выбрать симметрическую функцию, например, (L, R) – функцию, определенную как

$$\mu_{\tilde{A}_i} = \begin{cases} L\left(\frac{a_i - x_i}{\alpha_i}\right), & x_i \leq a_i, \\ R\left(\frac{x_i - a_i}{\beta_i}\right), & x_i > a_i, \end{cases} \quad (9)$$

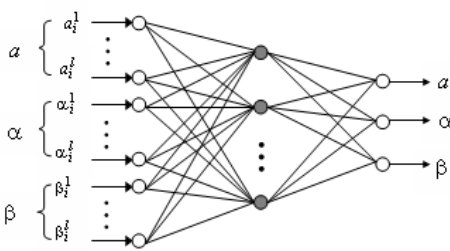


Рис. 2. Прогнозирование временного ряда посредством нейронной сети

где $\mu_{\tilde{A}_i}(a_i) = 1$; $a_i > 0$, $b_i > 0$ являются левым и правым коэффициентами нечёткости. Тогда, устанавливая значения для $L(\cdot)$ и $R(\cdot)$, нечёткое множество \tilde{A}_i можно определить посредством тройки $\langle a_i, \alpha_i, \beta_i \rangle$, а само прогнозирование может быть выполнено посредством нейронной сети (рис. 2) для каждого из следующих временных рядов:

$$a_i = \{a_i(t_1), a_i(t_2), \dots, a_i(t_n)\}; \alpha_i = \{\alpha_i(t_1), \alpha_i(t_2), \dots, \alpha_i(t_n)\}; \beta_i = \{\beta_i(t_1), \beta_i(t_2), \dots, \beta_i(t_n)\}.$$

Если агрегированные в виде нечётких временных рядов приближенные данные каждого агрегируемого фактора определить в форме тройки $\{A_i^{\min}, A_i, A_i^{\max}\}$, где $A_i \in [A_i^{\min}, A_i^{\max}]$, тогда на базе предлагаемой трехслойной нейронной сети можно получить обоснованный краткосрочный прогноз эффективности работы скважины. Результаты прогнозирования нечёткого временного

ряда на примере произвольно выбранных троек параметров $\{A_i^{\min}, A_i, A_i^{\max}\}$ одного из агрегированных геолого-промысловых факторов показаны на рис. 3.

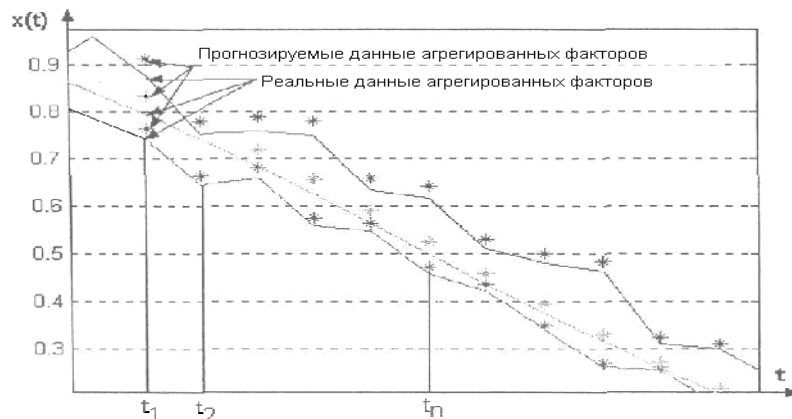


Рис. 3. Результат прогнозирования нечёткого временного ряда

6. Выводы

Предложен принципиально новый подход для определения эффективности нефтяной скважины, основанный на применении её производственной функции полезности. Формализация слабоструктурированной категории производственной полезности для нефтяной скважины осуществлена на основе применения механизма нечёткого логического вывода, предусматривающего комбинированное использование достаточного набора непротиворечивых импликативных правил вида «If-then». Полученная путём применения этих правил, выборка структурированных данных вида «геолого-промысловые факторы – полезность» использована для аппроксимации производственной функции полезности нефтяной скважины посредством трёхслойной feedforward нейронной сети.

Рассмотренный метод для оценки эффективности нефтяной скважины может быть экстраполирован на прогнозируемые периоды её функционирования. Для этого предлагается формировать нечёткие временные ряды по геолого-промысловым факторам, влияющим на эффективность скважины, прогнозировать эти ряды (например, с помощью трёхслойных feedforward нейронных сетей) и для каждой полученной прогнозной тройки агрегированных факторов оценивать перспективную эффективность нефтяной скважины по описанной методике. При этом используемые нейронные сети за счёт предлагаемого способа их обучения позволяют обеспечить достоверность прогнозов на среднесрочную перспективу.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Boumol U. Economics and operational research: Trans. from English / Boumol U.; M.M. Holansky, Y.Y. Olsevich (Ed.). – М.: Progress, 1965. – 496 p.
2. Zadeh L. The concept of a linguistic variable and its application to approximate reasoning. American Elsevier / Zadeh L. – New York: Publishing Company, 1974. – 224 p.
3. Lin C.T. Supervised and Unsupervised Learning with Fuzzy Similarity for Neural Network. – Based Fuzzy Logic Control Systems. Fuzzy Sets, Neural Networks and Soft Computing / C.T. Lin, George C.S. Lee; R.R. Yager, L.A. Zadeh (Ed). – New York: Van Nostrand Reinhold, 1994. – P. 85 – 125.
4. Intrilligator M. Mathematical methods of optimization and economics: Trans. from English / Intrilligator M.; A.A. Konyusa (Ed). – М.: Progress, 1975. – 606 p.

Стаття надійшла до редакції 07.09.2009