УДК 519.711

Н.Б. Копытчук, П.М. Тишин, К.В. Ботнарь

РЕШЕНИЕ ОПТИМИЗАЦИОННЫХ ЗАДАЧ ДЛЯ СИСТЕМ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ С ОТКАЗАМИ В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ

Построены математические модели расчета показателей качества функционирования вычислительных сетей, которые можно представить в виде сетей массового обслуживания с отказами. Сформулированы задачи оптимизации показателей качества функционирования таких сетей при заданных ограничениях на максимальную пропускную способность каналов связи и на выделяемые для модернизации сети ресурсы. Построены алгоритмы, которые позволяют решать поставленные оптимизационные задачи в рамках оговоренных ограничений.

Вступление

В работе [1] авторами рассматривались вычислительные сети, в которых задержка передачи сообщений не была критичным показателем качества функционирования. Однако данное утверждение не всегда справедливо и имеет смысл рассмотреть задачу, когда в сеть поступают сообщения, которые не допускают задержки. Это характерно для передачи данных в режиме реального времени. Так как пропускные способности каналов ограничены, а задержки передачи сообщений недопустимы, то в такой системе будут иметь место отказы обслуживания поступающих заявок.

В работе [2] рассмотрена подобная задача, однако она рассматривалась в условиях полной определенности исходных данных. Но, следует заметить, что четкость и определенность исходных данных не всегда возможна. В данной работе рассматриваются оптимизационные задачи для сетей, которые можно описать моделями систем с отказами, и параметры которых заданы нечетко.

Постановка оптимизационной задачи сформулирована аналогично [1], при этом в качестве показателя качества функционирования системы выступает вероятность отказа передачи сообщений. Аналогичная постановка задачи, но без верхнего ограничения на увеличение пропускной способности каналов связи и с четко заданными параметрами, описана в [2]. В той постановке, в которой задача рассматривается в данной работе, задача не решалась.

Нечеткие модели расчета вероятностных характеристик для СМО с отказами

Модели систем массового назначения с отказами. Введем в рассмотрение модель некоторой подсети, которая имеет радиальную структуру. Входящие сообщения поступают на некоторые периферийные системы обслуживания (ПСО), в качестве которых могут выступать, например, терминалы, которые при возможности передают сообщения по соответствующим каналам связи центральному устройству (ЦУ). В качестве ЦУ в самом простом случае могут выступать, например, мультиплексор или концентратор. ЦУ в свою очередь передает сообщения далее в сеть по выходному каналу. На каждое ПСО поступает поток заявок интенсивностью $\lambda_j, j = 1..n$, и при этом каждый канал связи (КС) ограничен максимально возможной скоростью передачи данных $C_j, j = 1..n$. Выходной канал связи в ЦУ также ограничен по скорости передачи данных величиной C_Σ. Такую систему можно представить, так как показано на рис. 1.

Введем соотношение, которое будет определять связь между скоростями передачи данных выходного КС ЦУ и входящими каналами:

$$C_\Sigma = \sum_{j=1}^{n} C_j . \quad (1)$$

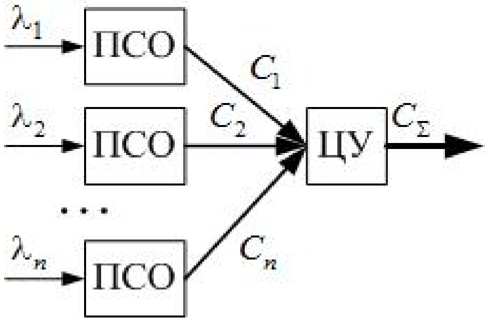

Рис. 1. СМО с отказами

Такое описание системы позволяет сформулировать задачу поиска значений пропускных способностей КС C_j, при которых с учетом заданной структуры сети, входящих потоков заявок и выходного канала ЦУ потери сообщений были бы минимальны, т. е. вероятность отказа на периферийных системах была бы минимальна. Ограничениями для такой оптимизационной задачи может послужить выражение (1). Подобная задача может возникнуть как при проектировании сети, так и при ее модернизации, когда изменение потоков входящих сообщений ведет к перегрузке КС и соответственно повышению вероятности отказа на ПСО.

В случае модернизации системы задачу можно сформулировать в терминах затрат ресурсов на увеличение пропускной способности КС с целью минимизации вероятности отказа. Тогда в качестве ограничений при оптимизации показателя вероятности отказа может послужить сумма выделяемых ресурсов. Такое ограничение можно описать следующим образом:

$$\sum_{j=1}^{n} s_j x_j \le S_0 . \qquad (2)$$

Здесь

$$x_j = C_j - C_{0j} , \qquad (3)$$

где C_j – значение скорости передачи данных для j-го КС после модернизации; C_{0j} – скорость передачи данных в j-м КС до модернизации; s_j – удельная стоимость увеличения скорости передачи данных для j-го КС.

Для расчета показателя вероятности отказа передачи сообщения введем следующие обозначения:

$$u_j = \lambda_j l_j , \quad f_j = u_j + C_{0j} , \qquad (4)$$

где l_j – средняя длина сообщений в j-м КС.

Учитывая выражения (3) и (4) вероятность отказа передачи сообщения по j-у КС P_j можно рассчитать по следующему соотношению [2]:

$$P_j = \frac{u_j}{x_j + f_j} . \qquad (5)$$

Выражение для расчета среднесетевого значения показателя для рассматриваемой подсети из n КС такое:

$$P_C = \frac{1}{\lambda_\Sigma} \sum_{j=1}^{n} \frac{\lambda_j u_j}{x_j + f_j} , \qquad (6)$$

где λ_Σ – суммарный поток заявок в рассматриваемой подсети.

Выражение (6) дает возможность оценить среднесетевую вероятность отказа в рассматриваемой подсети в случае, когда все исходные данные заданы точно. Однако в реальной ситуации часто такие параметры, как средняя длина сообщений l_j, интенсивность входящего потока λ_j и удельная стоимость модернизации сети s_j не могут быть заданы четко.

Для учета нечеткости исходных данных представим их в виде нечетких величин $\tilde{l}_j$, $\tilde{\lambda}_j$, $\tilde{s}_j$, каждая из которых определена на своем полном ортогональном семантическом пространстве (ПОСП): $\tilde{l}_j \in \Pi_l$, $\tilde{s}_j \in \Pi_s$, $\tilde{\lambda}_j \in \Pi_\lambda$. Далее будем рассматривать ПОСП с функциями принадлежности в виде трапеций. В соответствии с условиями формирования ПОСП, описанными в [3], функции принадлежности параметров примут вид (7). При этом количество термов в ПОСП определяется на основе степени нечеткости, значение которой задается исходя из конкретной решаемой задачи.

$$p_j \Rightarrow \tilde{p}_j \in \Pi_p \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \mu_k^p(p_j) = \begin{cases} 0, & p_j \le p_{kb}, p_j \ge p_{ke} \\ \dfrac{p_j - p_{kb}}{p_{kb_1} - p_{kb}}, & p_{kb} < p_j < p_{kb} \\ 1, & p_{kb_1} \le p_j \le p_{ke_1}, \\ \dfrac{p_j - p_{ke}}{p_{ke_1} - p_{ke}}, & p_{ke_1} < p_j < p_{ke} \end{cases} \quad (7)$$

$k = 1..K_p$,

где K_p – количество нечетких значений в пространстве Π_p, принимаемых некоторым параметром p, в виде нечетких чисел с трапецеидальной функцией принадлежности μ_k^p, которая положительно определена на некотором интервале (p_{kb}, p_{ke}), а (p_{kb_1}, p_{ke_1}) – интервал, на котором функция принадлежности равна единице.

Нечеткое описание исходных данных трапецеидальными функциями принадлежности приводит к нечеткому виду параметров и значения показателя эффективности функционирования системы. Для расчета нечетких значений параметров в соответствующих ПОСП используем модели, описанные в [3].

Следует отметить, что при расчете нечеткого значения некоторого параметра его рассчитанная функция принадлежности в общем случае не будет совпадать ни с одной из функций принадлежности термов его ПОСП. Для расчета значения параметра в ПОСП введем следующие обозначения: $\tilde{p}$ – нечеткое значение параметра p, $\tilde{p}_k$ – k-ый терм соответствующего ПОСП, p' – нечеткое значение параметра, полученное в результате расчетов на основе нечетких исходных данных. С учетом трапецеидальной формы функций принадлежности поиск соответствующего семантического значения будем осуществлять по соотношениям:

$$\tilde{p} = \arg\min_{k=1..K_p} f_d(\tilde{p}_k, p'), \quad (8)$$

где

$$f_d(\tilde{p}_k, p') = \left|\sigma_1(\tilde{p}_k, p') + \sigma_2(\tilde{p}_k, p') + \sigma_3(\tilde{p}_k, p')\right|,$$

в котором сумма функций $\sigma_s(\tilde{p}_k, p')$ берется по модулю, так как $f_d(\tilde{p}_k, p')$ описывает расстояние между двумя трапецеидальными функциями принадлежности – рассчитанной и некоторой функцией принадлежности в ПОСП.

При этом

$$\sigma_s(\tilde{p}_k, p') = \Xi_s\left(p_{ke}, p'_e, p_{kb}, p'_b, p_{ke_1}, p'_{e_1}, p_{kb_1}, p'_{b_1}\right), s = 1..3;$$

где

$$\Xi_1\left(p_{ke}, p'_e, p_{kb}, p'_b, p_{ke_1}, p'_{e_1}, p_{kb_1}, p'_{b_1}\right) = p_{ke} - p'_e + p_{kb} - p'_b;$$

$$\Xi_2\left(p_{ke}, p'_e, p_{kb}, p'_b, p_{ke_1}, p'_{e_1}, p_{kb_1}, p'_{b_1}\right) = \frac{p_{ke}p_{ke_1} - p_{kb}p_{kb_1}}{p_{ke} - p_{kb}} - \frac{p'_e\, p'_{e_1} - p'_b\, p'_{b_1}}{p'_e - p'_b};$$

$$\Xi_3\left(p_{ke}, p'_e, p_{kb}, p'_b, p_{ke_1}, p'_{e_1}, p_{kb_1}, p'_{b_1}\right) = \frac{(p_{ke_1})^2 - (p_{kb_1})^2}{p_{ke} - p_{kb}} - \frac{(p'_{e_1})^2 - (p'_{b_1})^2}{p'_e - p'_b}.$$

Используя описанные соотношения рассчитаем значения параметров u_j и f_j.

$$\tilde{u}_j = \tilde{u}_k = \arg\min_{k=1..K_u} f_d(\tilde{u}_k, u'_j), \quad (9)$$

$$\tilde{f}_j = \tilde{f}_k = \arg\min_{k=1..K_f} f_d(\tilde{f}_k, f'_j), \quad (10)$$

где

$$\sigma_s(\tilde{u}_k, u'_j) = \Xi_s\left(u_e^k, \lambda_{je} l_{je}, u_b^k, \lambda_{jb} l_{jb}, u_{e_1}^k, \lambda_{je_1} l_{je_1}, u_{b_1}^k, \lambda_{jb_1} l_{jb_1}\right), s = 1..3.$$

$$\sigma_s(\tilde{f}_k, f'_j) = \Xi_s\left(f_e^k, u_{je} + C_{0je}, f_b^k, u_{jb} + C_{0jb}, f_{e_1}^k, u_{je_1} + C_{0je_1}, f_{b_1}^k, u_{jb_1} + C_{0jb_1}\right), s = 1..3.$$

Будем считать, что параметр x_j определяется четко. Тогда значения показателей вероятности отказа передачи по j-у КС и среднесетевые значения могут быть рассчитаны по соотношениям:

$$\widetilde{P}_j = \widetilde{P}_k = \arg\min_{k=1..K_P} f_d(\widetilde{P}_k, P'_j). \qquad (11)$$

Здесь

$$\sigma_s(\widetilde{P}_k, P'_j) = \Xi_s\left(P_{ke}, p_1, P_{kb}, p_2, P_{ke_1}, p_3, P_{kb_1}, p_4\right), s = 1..3,$$

где

$$p_1 = \frac{u_{je}}{x_j + f_{jb}}, \quad p_2 = \frac{u_{jb}}{x_j + f_{je}},$$

$$p_3 = \frac{u_{je_1}}{x_j + f_{jb_1}}, \quad p_4 = \frac{u_{jb_1}}{x_j + f_{je_1}}.$$

Выражения для нахождения нечеткого значения среднесетевой вероятности отказа в доставке сообщения в рассматриваемой подсети будут иметь вид:

$$\widetilde{P}_C = \widetilde{P}_k = \arg\min_{k=1..K_P} f_d(\widetilde{P}_k, P'_C). \qquad (12)$$

Здесь

$$\sigma_s(\widetilde{P}_k, P'_C) = \Xi_s\left(P_{ke}, p_1, P_{kb}, p_2, P_{ke_1}, p_3, P_{kb_1}, p_4\right), s = 1..3,$$

где

$$p_1 = \frac{1}{\lambda_{\Sigma,b}} \sum_{j=1}^{n} \lambda_{je} P_{je}, \quad p_2 = \frac{1}{\lambda_{\Sigma,e}} \sum_{j=1}^{n} \lambda_{jb} P_{jb},$$

$$p_3 = \frac{1}{\lambda_{\Sigma,b_1}} \sum_{j=1}^{n} \lambda_{je_1} P_{je_1}, \quad p_4 = \frac{1}{\lambda_{\Sigma,e_1}} \sum_{j=1}^{n} \lambda_{jb_1} P_{jb_1}.$$

Модели систем уникального назначения с отказами. Вышерассмотренная модель сети описывает систему массового назначения. Это означает, что значения показателей эффективности функционирования рассматриваемой подсети в равной степени зависели от всех элементов. То есть при ухудшении показателей некоторого КС, среднесетевой показатель можно было улучшить за счет улучшения показателей качества по другим каналам связи. Такие модели адекватны, когда в подсети все элементы равноправны. Однако, при наличии КС, от работы которых зависит функционирование всей системы, разработанные модели будут неэффективными.

Рассмотрим случай, когда вышеописанная подсеть является уникальной. В этом случае вероятность отказа сети надо измерять не среднесетевым значением, а вероятностью отказа хотя бы в одном КС хотя бы для одного сообщения. В этом случае задача поиска минимума показателя вероятности отказа сведется к поиску максимума показателя W, который для некоторого j-го КС определяется следующим соотношением [1]:

$$W_j = \ln\left(1 - \frac{u_j}{x_j + f_j}\right), \qquad (13)$$

где параметры x_j, u_j и f_j определяются соотношениями (3) и (4).

Среднесетевое значение показателя W будем вычислять по формуле

$$W = \frac{1}{\lambda_\Sigma} \sum_{j=1}^{n} \lambda_j W_j. \qquad (14)$$

Определяя параметры показателя W как нечеткие переменные с функциями принадлежности вида (7), можно описать расчет нечеткого значения показателей $\widetilde{W}_j$ и $\widetilde{W}$. В этом случае значения переменных $\widetilde{u}_j$ и $\widetilde{f}_j$ определяются из выражений (9) и (10), а для показателя $\widetilde{W}$ строиться соответствующее ПОСП Π_W.

Нечеткое значение $\widetilde{W}_j$ для j-го КС определяется по следующим соотношениям:

$$\widetilde{W}_j = \widetilde{W}_k = \arg\min_{k=1..K_W} f_d(\widetilde{W}_k, W'_j). \qquad (15)$$

Здесь

$$\sigma_s(\widetilde{W}_k, W'_j) = \Xi_s\left(W_{ke}, w_1, W_{kb}, w_2, W_{ke_1}, w_3, W_{kb_1}, w_4\right), s = 1..3,$$

где

$$w_1 = \ln\left(1 - \frac{u_{jb}}{x_j + f_{je}}\right), \quad w_2 = \ln\left(1 - \frac{u_{je}}{x_j + f_{jb}}\right),$$

$$w_3 = \ln\left(1 - \frac{u_{jb_1}}{x_j + f_{je_1}}\right), \quad w_4 = \ln\left(1 - \frac{u_{je_1}}{x_j + f_{jb_1}}\right).$$

Следует отметить, что в силу теорем, доказанных в [4], функция принадлежности нечеткой величины $\widetilde{W}_j$ будет иметь трапецеидальную форму, что позволяет нам и дальше оперировать этой величиной, применяя формулы (8). Среднесетевой показатель эффективности функционирования подсети будет вычисляться по соотношениям следующего вида:

$$\widetilde{W} = \widetilde{W}_k = \arg \min_{k=1..K_W} f_d(\widetilde{W}_k, W'). \qquad (16)$$

Здесь

$$\sigma_s(\widetilde{W}_k, W') = \Xi_s\left(W_e^k, w_1, W_b^k, w_2, W_{e_1}^k, w_3, W_{b_1}^k, w_4\right), s = 1..3,$$

где

$$w_1 = \frac{1}{\lambda_{\Sigma b}} \sum_{j=1}^{n} \lambda_{je} W_{je}, \quad w_2 = \frac{1}{\lambda_{\Sigma e}} \sum_{j=1}^{n} \lambda_{jb} W_{jb},$$

$$w_3 = \frac{1}{\lambda_{\Sigma b_1}} \sum_{j=1}^{n} \lambda_{je_1} W_{je_1}, \quad w_4 = \frac{1}{\lambda_{\Sigma e_1}} \sum_{j=1}^{n} \lambda_{jb_1} W_{jb_1}.$$

Полученная в результате нечеткая величина $\widetilde{W}$ является показателем степени экспоненты при вычислении вероятности передачи сообщения, т. е.

$$\widetilde{Q}_j = e^{\widetilde{W}_j}, \qquad (17)$$

$$\widetilde{Q}_C = e^{\widetilde{W}}. \qquad (17')$$

Алгоритмы решения оптимизационных задач

Алгоритм для систем массового назначения. Рассмотрим задачу, которую формально можно представить в следующем виде:

$$\widetilde{P}_C = \frac{1}{\widetilde{\lambda}_\Sigma} \sum_{j=1}^{n} \frac{\widetilde{\lambda}_j \widetilde{u}_j}{x_j + \widetilde{f}_j} \Rightarrow \min,$$

$$\sum_{i=1}^{n} \widetilde{s}_i x_i \le S_0, \qquad (18)$$

$$0 \le x_i \le a_i.$$

Так как функция, описывающая зависимость $\widetilde{P}_{\tilde{N}}$ от величины x_j является выпуклой и монотонно убывающей, то к решению задачи (18) можно применить алгоритм, аналогичный алгоритму решения задач, описанных в [1]. Для этого введем параметр, по которому будет проводиться упорядочивание КС в зависимости от необходимости их модернизации относительно заданного показателя качества.

$$\widetilde{\nu}_j = \frac{\widetilde{\lambda}_j \widetilde{u}_j}{\widetilde{f}_j^2}. \qquad (19)$$

Как видно из формулы (19) параметр $\widetilde{\nu}_j$ представляет собой нечеткое трапецеидальное число, также как и параметры $\widetilde{\lambda}_j$, $\widetilde{u}_j$, $\widetilde{f}_j$. Данный параметр рассчитывается отдельно для каждого *j*-го КС и является параметром, определяющим порядок модернизации КС при заданной величине ресурса. Каналы связи модернизируются в порядке убывания величины $\widetilde{\nu}_j$.

Для построения алгоритма решения задачи (18) построим ПОСП Π_ν для параметра $\widetilde{\nu}_j$. Определим нечеткое значение $\widetilde{\nu}_j$ из Π_ν, применив следующие соотношения:

$$\widetilde{\nu}_j = \widetilde{\nu}_k = \arg \min_{k=1..K_\nu} f_d(\widetilde{\nu}_k, \nu'_j), \qquad (20)$$

где

$$\sigma_s(\widetilde{\nu}_k, \nu'_j) = \Xi_s\left(\nu_{ke}, \frac{\lambda_{je} u_{je}}{f_{jb}^2}, \nu_{kb}, \frac{\lambda_{jb} u_{jb}}{f_{je}^2}, \nu_{ke_1}, \frac{\lambda_{je_1} u_{je_1}}{f_{jb_1}^2}, \nu_{kb_1}, \frac{\lambda_{jb_1} u_{jb_1}}{f_{je_1}^2}\right), s = 1..3.$$

Алгоритм решения рассматриваемой задачи во многом схож с алгоритмами, описанными в [1]. Отличия заключаются только в рассчитываемых величинах, а порядок действий остается таким же.

Алгоритм 1.

1. Определить нечеткие значения параметров $\widetilde{u}_j$, $\widetilde{f}_j$, $\widetilde{s}_j$ $j = 1..n$.

2. Задать количество термов и параметры трапецеидальных функций принадлежности каждого терма на ПОСП Π_u, ПОСП Π_f и ПОСП Π_s.

3. Выполнить операции дефаззификации параметров $\widetilde{u}_j$, $\widetilde{f}_j$ и $\widetilde{s}_j$.

4. Задать количество термов и параметры трапецеидальных функций принадлежности каждого терма на Π_{ν}.

5. Рассчитать параметр $\tilde{\nu}_j$ для каждого НС по формуле (20).

6. Выполнить операцию дефаззификации для параметров $\tilde{\nu}_j$ и $\tilde{f}_j$. В результате получаем значения ν_j^D и f_j^D соответственно.

7. Задать величину a, соответствующую $S_{\min}$, и $s = 0$.

8. Задать $j = 1$.

9. Рассчитать величину

$$z_j = f_j^D\left(a \cdot \sqrt{\nu_j^D} - 1\right).$$

10. Если $z_j \le 0$, то перейти к пункту 11, иначе перейти к пункту 12.

11. Присвоить переменной x_j значение нуль, где x_j – приращение к скорости передачи данных по j-у КС и перейти к пункту 14.

12. Если выполняется неравенство

$$\nu_j^D \ge \left(\frac{1 + a_j / f_j^D}{a}\right)^2,$$

то присвоить x_j значение a_j и перейти к пункту 14, иначе перейти к пункту 13.

13. Присвоить переменной x_j значение z_j, где x_j – приращение к пропускной способности j-го КС.

14. $j = j + 1$.

15. Если $j > n$, то параметр x_j рассчитан для всех КС, переходим к пункту 15, иначе к пункту 10.

16. Расчет трапецеидального нечеткого числа $P'_C = (p_2, p_4, p_{3,} p_1)$.

17. $s = s + 1$. Задать a, соответствующее $S_{\min} + s$.

18. Если $a > a_{\max}$, где $a_{\max}$ соответствует $S_{\max}$, то перейти к пункту 19, иначе к пункту 8.

19. Конец.

Полученный набор величин P'_C отображает изменение вероятности отказа передачи сообщения в подсети при увеличении выделяемых ресурсов на модернизацию КС.

В алгоритме 1 на шаге 3–6 делается переход к четким значениям параметров подсети, что дает возможность рассчитать четкое решение $(x_j)_{j=1}^n$. При этом величина x_j характеризует приращение к скорости передачи данных по j-у КС.

Алгоритм для систем уникального назначения. Когда рассматриваемая подсистема является уникальной, т. е. от ее функционирования зависит функционирование всей сети, то рассмотренные ранее модели оказываются неэффективными для расчета сетевых показателей качества. Выражения (13–17) дают возможность описать процесс расчета оптимальных показателей и для систем уникального назначения (СУН). Причем, алгоритм расчета оптимальных показателей будет схожим с уже описанным алгоритмом для систем массового назначения (СМН).

Формально постановку задачи поиска оптимального значения показателя качества при ограничениях на развитие КС и нечетких исходных данных можно записать в следующем виде:

$$\tilde{W} = \frac{1}{\tilde{\lambda}_\Sigma}\sum_{j=1}^{n}\tilde{\lambda}_j \ln\left(1 - \frac{\tilde{u}_j}{x_j + \tilde{f}_j}\right) \Rightarrow \max,$$
$$\sum_{i=1}^{n}\tilde{s}_i x_i \le S_0, \qquad (21)$$
$$0 \le x_i \le a_i.$$

Показатель $\tilde{W}$ необходимо максимизировать, так как он является показателем степени экспоненты при расчете вероятности передачи сообщения, что показано в соотношениях (17).

Для решения задачи (21) введем параметр φ_j, который будет характеризовать степень необходимости модернизации КС с учетом оптимизации показателя $\tilde{W}$:

$$\varphi_j = \frac{\lambda_j u_j}{s_j f_j C_{0j}}.$$

Как и ранее, большее значение параметра $\widetilde{\varphi}_j$ означает большую степень необходимости модернизации *j*-го КС. Так как исходные параметры заданы в виде нечетких трапецеидальных чисел, то и в результате получиться трапецеидальное нечеткое число из ПОСП Π_φ. Для определения нечеткого значения $\widetilde{\varphi}_j$ применим следующие соотношения:

$$\widetilde{\varphi}_j = \widetilde{\varphi}_k = \arg\min_{k=1..K_\nu} f_d(\widetilde{\varphi}_k, \varphi'_j), \qquad (22)$$

где

$$\sigma_s(\widetilde{\varphi}_k, \varphi'_j) = \Xi_s\left(\varphi_{ke}, \frac{\lambda_{je}u_{je}}{s_{jb}f_{jb}C_{0j}}, \varphi_{kb}, \frac{\lambda_{jb}u_{jb}}{s_{je}f_{je}C_{0j}},\right.$$

$$\left.\varphi_{ke_1}, \frac{\lambda_{je_1}u_{je_1}}{s_{jb_1}f_{jb_1}C_{0j}}, \varphi_{kb_1}, \frac{\lambda_{jb_1}u_{jb_1}}{s_{je_1}f_{je_1}C_{0j}}\right), s = 1..3.$$

Алгоритм решения задачи (21) с учетом описанного в (22) параметра $\widetilde{\varphi}_j$ может быть представлен в следующем виде:

Алгоритм 2.

1. Определить нечеткие значения параметров $\widetilde{u}_j$, $\widetilde{f}_j$, $\widetilde{s}_j$ $j = 1..n$.

2. Задать количество термов и параметры трапецеидальных функций принадлежности каждого терма на ПОСП Π_u, ПОСП Π_f и ПОСП Π_s.

3. Выполнить операции дефаззификации параметров $\widetilde{u}_j$, $\widetilde{f}_j$ и $\widetilde{s}_j$.

4. Задать количество термов и параметры трапецеидальных функций принадлежности каждого терма на Π_φ.

5. Рассчитать параметр $\widetilde{\varphi}_j$ для каждого КС по формуле (22).

6. Построить Π_φ и выполнить операцию дефаззификации для параметра $\widetilde{\varphi}_j$.

7. Задать *а*, соответствующее $S_{\min}$ и $s = 0$.

8. Задать $j = 1$.

9. Рассчитать величину

$$z_j = f_{1j}\left(\sqrt{1 - f_{2j} + f_{2j}\varphi_j^D a^2} - 1\right),$$

где

$$f_{1j} = \frac{C_{0j} + f_j^D}{2}, \quad f_{2j} = \frac{C_{0j} f_j^D}{f_{1j}^2}.$$

10. Если $z_j \le 0$, то перейти к пункту 11, иначе перейти к пункту 12.

11. Присвоить переменной x_j значение нуль, где x_j – приращение к скорости передачи данных по *j*-у КС и перейти к пункту 14.

12. Если выполняется неравенство

$$\varphi_j^D \ge \frac{a_j + f_j^D C_{0j}}{f_j^D C_{0j} a^2},$$

то присвоить x_j значение a_j и перейти к пункту 14, иначе перейти к пункту 13.

13. Присвоить переменной x_j значение z_j, где x_j – приращение к пропускной способности *j*-го КС.

14. $j = j + 1$.

15. Если $j > n$, то параметр x_j рассчитан для всех КС, переходим к пункту 15, иначе к пункту 10.

16. Расчет трапецеидального нечеткого числа $W' = (w_2, w_4, w_3, w_1)$.

17. $s = s + 1$. Задать *a*, соответствующее $S_{\min} + s$.

18. Если $a > a_{\max}$ где $a_{\max}$ соответствует $S_{\max}$, то перейти к пункту 19, иначе к пункту 8.

19. Конец.

Подставляя полученный в описанном алгоритме набор величин W' в соотношения (17), можно рассчитать набор значений вероятности передачи сообщения Q'_j по *j*-у КС и по всей сети Q'_C. Для определения соответствующих нечетких значений на ПОСП Π_Q.

$$\tilde{Q}_j = \tilde{Q}_k = \arg\min_{k=1..K_Q} f_d(\tilde{Q}_k, Q'_j), \qquad (23)$$

$$\tilde{Q}_C = \tilde{Q}_k = \arg\min_{k=1..K_Q} f_d(\tilde{Q}_k, Q'_C), \qquad (24)$$

где

$$\sigma_s(\tilde{Q}_k, Q'_j) = \Xi_s\Bigg(Q_e^k, \left(e^{\tilde{W}_j}\right)_e, Q_b^k, \left(e^{\tilde{W}_j}\right)_b,$$

$$Q_{e_1}^k, \left(e^{\tilde{W}_j}\right)_{e_1}, Q_{b_1}^k, \left(e^{\tilde{W}_j}\right)_{b_1}\Bigg), s = 1..3,$$

$$\sigma_s(\tilde{Q}_k, Q'_C) = \Xi_s\Big(Q_e^k, \left(e^{\tilde{W}}\right)_e, Q_b^k, \left(e^{\tilde{W}}\right)_b,$$

$$Q_{e_1}^k, \left(e^{\tilde{W}}\right)_{e_1}, Q_{b_1}^k, \left(e^{\tilde{W}}\right)_{b_1}\Big), s = 1..3.$$

Результаты моделирования

Для оценки точности алгоритмов 1 и 2 были построены имитационные модели. Исходные данные при моделировании определялись следующим множеством параметров:

- *count* – количество экспериментов;
- *n* – количество каналов;
- dl_j – средняя длина сообщений в *j*-м КС;
- r_j – скорость *j*-го КС;
- a_j – максимально возможная скорость *j*-го КС;
- λ_j – интенсивность нагрузки *j*-го КС;
- s_j – удельная стоимость повышения пропускной способности *j*-го КС;
- S_0 – сумма, выделенная на модернизацию подсети;
- N_{mf} – количество термов на ПОСП соответствующего параметра;
- *angle* – доля проекции ребра трапеции на носитель соответствующего терма.

Функции принадлежностей нечетких параметров задавались в виде равнобедренных трапеций. При проведении имитационного моделирования для одних и тех же исходных данных выполнялись расчеты по алгоритмам четких моделей, оптимизирующих показатели функционирования подсети, взятые из [1], и расчеты по алгоритмам 1 и 2. Итогом моделирования является оценка ошибки расчета показателей с помощью разработанных алгоритмов относительно значений, полученных в четком случае вычислений.

Далее приведены результаты проведенного моделирования для вероятности отказа доставки сообщения в сети. При этом параметры определены следующим образом:

- *count* = 50 экспериментов;
- *n* = 200 каналов;
- dl_j – с лучайная величина до 1024 бит;
- r_j – случайная величина, принимаемая значения из множества {64, 128, 256, 512} Кбит/с;
- a_j = 1 Мбит/с.;
- *angle* = 0,3;
- S_0 – изменяется в пределах от 1 до 200 у.е.;
- λ_j – выбиралось случайно для каждого *j*-го КС при максимально допустимом значении 50 сообщений в секунду;
- s_j – выбиралась случайно для каждого *j*-го КС при максимально допустимом значении 10 условных единиц.

Чтобы показать, что нечеткая модель соответствует четкой модели, необходимо, чтобы при уменьшении степени нечеткости ПОСП показателей уменьшалась относительная ошибка расчета. Очевидно, что степень нечеткости ПОСП будет обратно пропорциональна количеству заданных на нем термов. Поэтому было проведено моделирование при вышеописанных значениях параметров для различного количества термов на семантических пространствах нечетких переменных. На рис. 2–4 показаны графики изменения относительной ошибки расчета вероятности отказа доставки сообщения в рассматриваемой подсети (ось ординат) при увеличении выделяемых на модернизацию ресурсов (ось абсцисс) для значений параметра N_{mf} 10, 50 и 100 соответственно.

Аналогичные эксперименты были проведены для СУН с отказами. Результаты моделирования показаны на рис. 5–7.

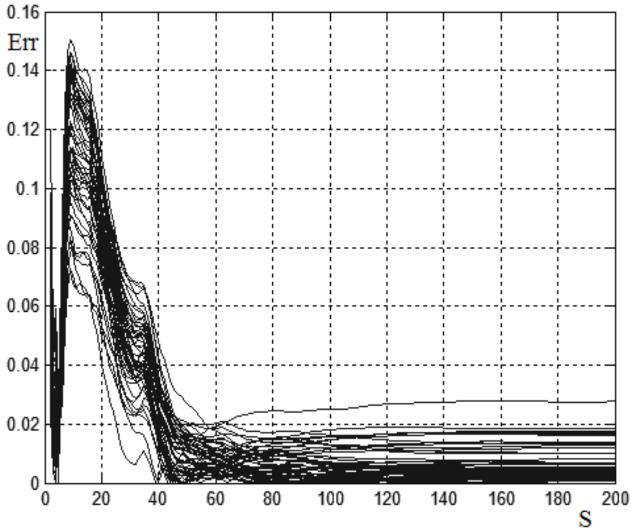

Рис. 2. Ошибка расчета показателя P_C, при N_{mf} =10 для СМН

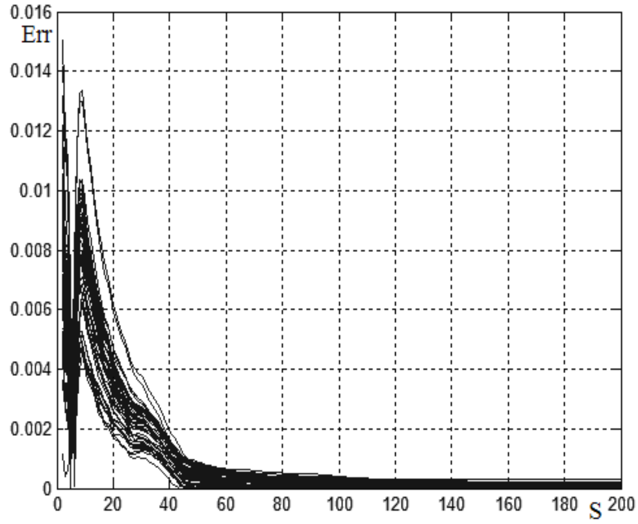

Рис. 5. Ошибка расчета показателя P_C, при N_{mf} =10 для СУН

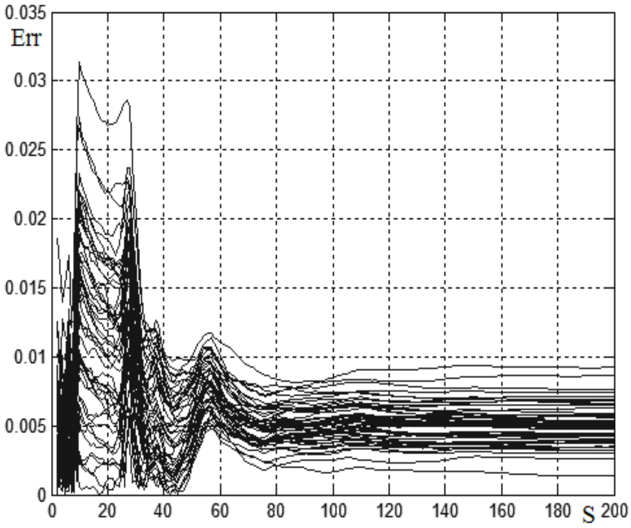

Рис. 3. Ошибка расчета показателя P_C, при N_{mf} =50 для СМН

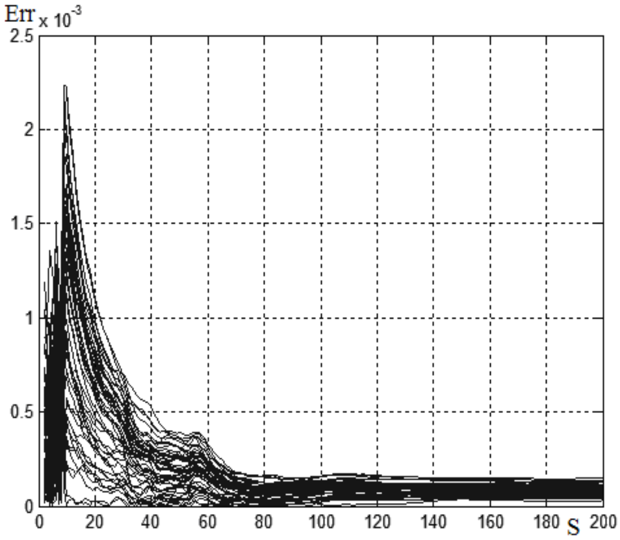

Рис. 6. Ошибка расчета показателя P_C, при N_{mf} =50 для СУН

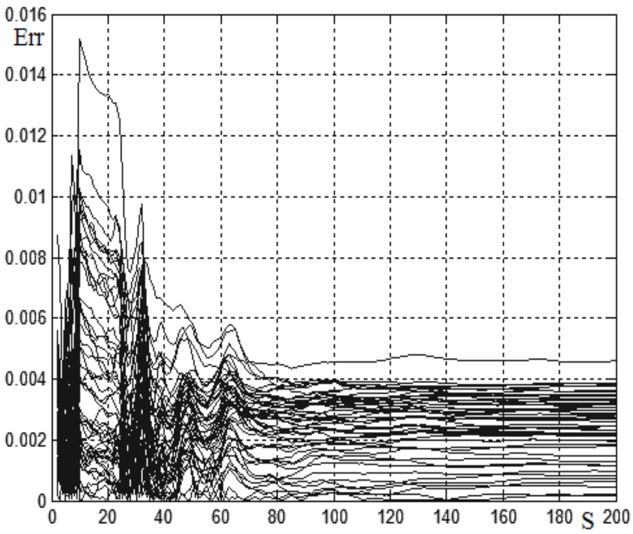

Рис. 4. Ошибка расчета показателя P_C, при N_{mf} =100 для СМН

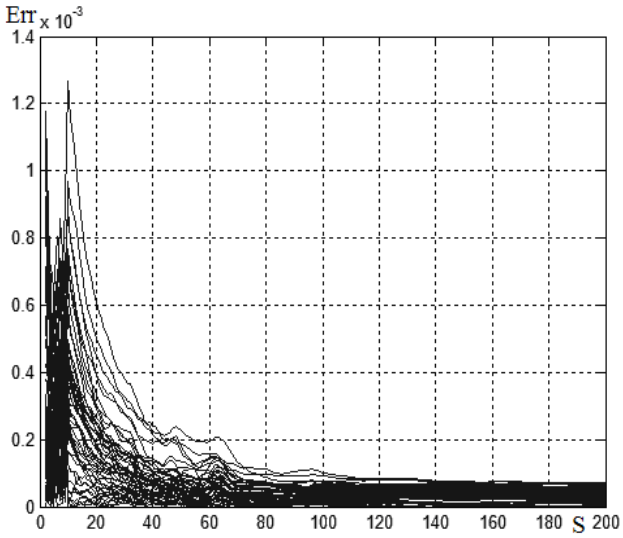

Рис. 7. Ошибка расчета показателя P_C, при N_{mf} =100 для СУН

Из вышеприведенных графиков видно, что наибольшая ошибка расчета показателей находиться в области низких значений параметра S_0, при этом четко прослеживается уменьшение ошибки при увеличении количества термов на семантических пространствах нечетких параметров. Это дает право утверждать, что построенная нечеткая модель соответствует четкой модели, и может применяться в случаях, когда некоторые параметры расчета показателей функционирования подсети заданы в нечетком виде.

Выводы

В работе описаны нечеткие модели расчета вероятности отказа доставке сообщения в некоторой вычислительной сети, которую можно представить в виде сети массового обслуживания с отказами. Приведенные модели позволяют перейти от четкой задачи оптимизации показателей качества функционирования при изменении параметров каналов связи к нечеткой оптимизационной задаче, а построенные алгоритмы позволили реализовать описанные нечеткие модели.

1. *Тишин П.М., Ботнарь К.В.* Сравнение характеристик двух моделей описания развития направлений связи // Наукові записки УНДІЗ. – Киев: УНИИС, 2009. – С. 77–88.
2. *Дымарский Я.С.* Задачи и методы оптимизации сетей связи: Учебное пособие // СПб. –ГУТ. СПб, 2005. – С. 207.
3. *Тишин П.М., Ботнарь К.В.* Нечеткие модели сетей связи // Холодильная техника и технология. – Одесса: ОГАХ, 2009.– №8.– С. 60–67.
4. *Ботнарь К.В.* Методы и модели описания характеристик телекоммуникационной сети в условиях неопределенности : дис. ... канд. техн. наук // Киев, Государственный университет информационно-коммуникационных технологий, 2010. – С. 184.

Получено 13.05.2011

Об авторах:

Копытчук Николай Борисович,
доктор технических наук, профессор, проректор по научной и научно-педагогической работе,

Тишин Петр Метталинович,
кандидат физико-математических наук, доцент кафедры компьютерных интеллектуальных систем и сетей,

Ботнарь Константин Васильевич,
кандидат технических наук.

Место работы авторов:

Одесский национальный политехнический университет.
65044, проспект Шевченко, 1,
г. Одесса, Украина.
Тел.: +38(095)302 0265.
e-mail: botnar_k@bk.ru