

УДК 532.528

НЕСТАЦИОНАРНЫЕ ПРОЦЕССЫ ПРИ СУПЕРКАВИТАЦИОННОМ ДВИЖЕНИИ ТЕЛ

Ю. Н. САВЧЕНКО, В. Н. СЕМЕНЕНКО, С. И. ПУТИЛИН

Институт гидромеханики НАН Украины, Киев

Получено 24.12.98

Приведены результаты экспериментальных исследований и компьютерного моделирования нестационарных процессов при суперкавитационном движении тел в воде. Используется математическая модель, основанная на принципе независимости расширения каверны Г.В.Логвиновича. Результаты расчетов сравниваются с экспериментальными кинограммами. Разработан метод приближенного расчета сил и моментов, действующих на модель при взаимодействии с внутренней поверхностью каверны. Дан теоретический анализ устойчивости движения суперкавитирующих моделей.

Наведені результати експериментальних досліджень та комп'ютерного моделювання нестационарних процесів при суперкавітаційному русі тіл у воді. Використовується математична модель, яка ґрунтується на принципі незалежності розширення каверни Г.В.Логвиновича. Результати розрахунку порівнюються з експериментальними кінограммами. Розроблено метод наближеного розрахунку сил і моментів, які діють на модель при взаємодії з внутрішньою поверхнею каверни. Дасться теоретичний аналіз стійкості руху суперкавітуючих моделей.

Results of experimental investigation and computer simulation of the unsteady processes during supercavitating body motion in water are presented. Mathematical model based on G.V.Logvinovich principle of independence of cavity expansion is used. Calculation results are compared with experimental high-speed shooting. Method of approximate calculation of forces and moments, which act on a model at interaction with the internal cavity surface, is developed. Theoretical analysis of stability of the supercavitating model motion is given.

ВВЕДЕНИЕ

С начала 90-х годов в гидродинамической лаборатории Института гидромеханики НАН Украины проводятся экспериментальные исследования высокоскоростного движения тел в воде [1–3]. При этом возникает ряд проблем, вызванных сложными нестационарными гидродинамическими процессами суперкавитационного обтекания. Важную роль в понимании и решении этих проблем играет компьютерное моделирование нестационарных суперкавитационных течений.

В статье рассмотрены три круга вопросов:

1) нестационарные процессы, сопровождающие высокоскоростной вход в воду, формирование суперкаверны и движение моделей в воде по инерции;

2) особенности динамического поведения газонаполненных, в частности искусственно вентилируемых, каверн;

3) исследование динамики и устойчивости движения суперкавитирующих моделей.

Проведена классификация сил, действующих на суперкавитирующую модель, с точки зрения их влияния на устойчивость движения. При этом учтен ряд новых факторов, влияние которых ранее не рассматривалось, так как оно становится существенным лишь при очень больших скоростях движения: влияние внутренней среды каверны, поперечных сил и момента на кавитаторе и др.

Часть материалов, представленных в статье, докладывалась в 1997–1998 гг. на международных конференциях [4–9].

1. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Для расчета нестационарных осесимметричных каверн мы используем принцип независимости расширения сечений каверны Г.В.Логвиновича [10]. Математическим выражением принципа является уравнение расширения сечения каверны [11]:

$$\frac{\partial^2 S(\tau, t)}{\partial t^2} = -\frac{k_1 \Delta p(\tau, t)}{\rho}, \quad x - l \leq \xi \leq x, \quad (1)$$

где $\Delta p(\tau, t) = p_\infty(\xi) + p_1(t) - p_c(t)$; $\tau \leq t$ – момент образования сечения $\xi(\tau)$; $x(t)$ – текущая абсолютная координата кавитатора (рис. 1); $p_1(t)$ – заданное возмущение внешнего давления; $l(t)$ – длина каверны. Гидростатическое давление p_∞ может изменяться от сечения к сечению при расчете негоризонтального движения тела в весо-мой жидкости.

Уравнение (1) должно интегрироваться для $t > \tau$ при начальных условиях

$$S(\tau, \tau) = \frac{\pi D_n^2}{4}, \quad \frac{\partial S(\tau, \tau)}{\partial t} = \dot{S}_0, \quad (2)$$

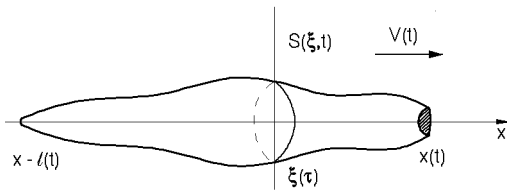


Рис. 1. Схема расчета нестационарной осесимметричной каверны

где D_n – диаметр кавитатора; \dot{S}_0 – начальная скорость расширения сечения каверны, которая определяется формой кавитатора (т. е. c_x) и мгновенной скоростью модели $V(\tau)$ и не зависит от числа кавитации. Согласно принципу независимости, константа k_1 и начальная скорость расширения сечения $\dot{S}(\tau, \tau) = \dot{S}_0(\tau)$ будут иметь те же значения, что для стационарной каверны. Для лучшего согласия с экспериментом они выбираются так, чтобы выполнялись полуэмпирические соотношения для основных размеров каверны [10]:

$$\dot{S}_0(\tau) = \frac{k_1 A}{4} D_n V(\tau) \sqrt{c_{x0}}, \quad k_1 = \frac{4\pi}{A^2}, \quad (3)$$

где $A \approx 2$ – эмпирическая константа.

Уравнение (1) позволяет рассчитать расширение каждого сечения каверны отдельно. Полный профиль каверны в фиксированный момент t можно рассчитать, полагая $t - 2t_c \leq \tau \leq t$, где t_c – время полного расширения сечения [10]. Для лучшего согласия с экспериментом форма начального участка каверны задается эмпирической степенной функцией [10]

$$\frac{R}{R_n} = \left(1 + \frac{3x}{R_n}\right)^{\frac{1}{5}}, \quad \frac{x}{R_n} < 3 \div 5. \quad (4)$$

где $R(x)$ – текущий радиус каверны. Здесь используется связанная с кавитатором система координат, абсцисса $x = 0$ соответствует плоскости срыва струй.

Уравнение (1) позволяет рассчитывать осесимметричную деформацию каверн под воздействием возмущений различной природы. Искажающее влияние сил весомости, а также наличия подъемной силы на кавитаторе приближенно учитываются с помощью теоремы импульсов и методом возмущений [10, 12, 13].

При компьютерном моделировании строится численное решение уравнения (1) в последовательные моменты времени $t^{(n)} = t^{(n-1)} + \Delta t$, $n = 2, 3, \dots$ при начальных условиях $x^{(1)} = 0$, $V^{(1)} = V_0$, $\sigma^{(1)} = \sigma_0$ и заданных функциях возмущений,

например $p_1(t)$. Через равное число шагов контуры каверны и модели стираются и заново выводятся на экран компьютера, что создает эффект движения (графическая анимация). Одновременно на экране рисуются графики изменения скорости модели $V(t)$, давления в каверне $p_c(t)$ (в случае газонаполненных каверн), длины каверны $l(t)$ и т.д. Графическая информация отображается на экране компьютера в удобном для анализа виде. Она может быть непосредственно сопоставлена с кинограммами опытов как в качественном, так и в количественном отношении.

С помощью компьютерного моделирования мы решаем следующие задачи: 1) проверка гипотез о действии тех или иных физических факторов в данном нестационарном процессе; 2) уточнение математической модели процесса и расчетного алгоритма; 3) постановка вычислительного эксперимента.

1.1. Экспериментальная проверка принципа независимости

Принцип независимости расширения каверны Г.В.Логвиновича имеет исключительно важное значение для исследования нестационарных кавитационных течений. Он дает простой, достаточно общий и чаще всего единственно возможный метод решения сложных нестационарных задач. Экспериментальная проверка принципа имеет большое методическое значение, поскольку уравнение (1) положено нами в основу программ компьютерного моделирования нестационарных суперкавитационных процессов.

Отметим, что экспериментальная проверка принципа независимости проводилась неоднократно и всегда давала удовлетворительные результаты [10, 13]. В нашей работе [3] описаны опыты, в которых осуществлялось резкое уменьшение сопротивления кавитатора при сохранении диаметра кавитационной кромки D_n . При этом, как и предсказывает принцип независимости, на каверне образуется ступенчатая граница, которая перемещается вдоль каверны со скоростью потока.

Для экспериментальной проверки принципа независимости при очень больших скоростях движения нами были поставлены опыты по прохождению суперкавитирующих моделей сквозь преграду – жесткий стальной лист толщиной 1.5 мм. Преграда располагалась на расстоянии 8.3 м от точки входа модели в воду перпендикулярно траектории движения.

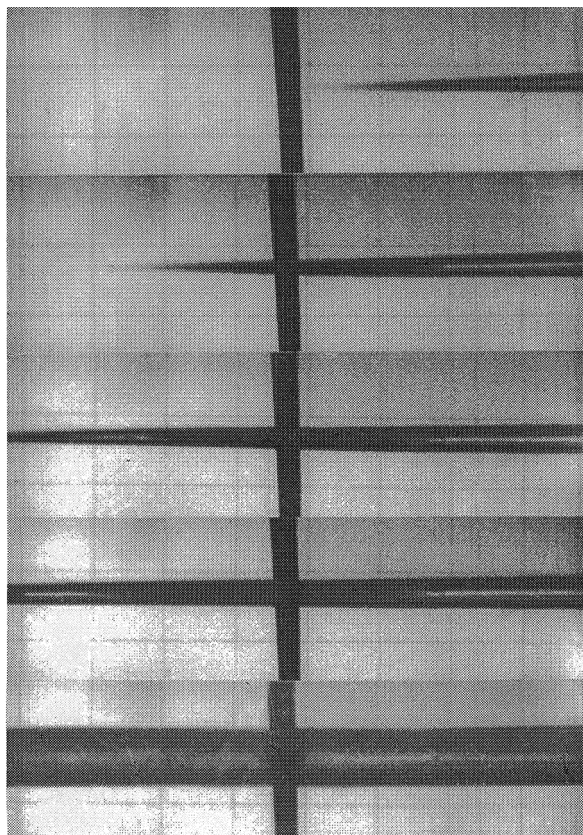


Рис. 2. Прохождение суперкавитирующей модели сквозь преграду: $D_n = 1.3$ мм, $V = 1000$ м/с

На рис. 2 представлена кинограмма опыта. Размер клетки координатной сетки составляет 0.1×0.1 м. Коэффициент оптического увеличения изображения относительно сетки равен 0.7 . На кинограмме видно, что наличие преграды, препятствующей перетеканию воды в продольном направлении, никак не влияет на развитие суперкаверны за преградой. Это свидетельствует о том, что:

1) движение жидкости вблизи тонкой суперкаверны происходит преимущественно в радиальном направлении;

2) соседние сечения суперкаверны, разделенные стальным листом, развиваются большую часть времени так, как если бы листа не было;

3) отсутствует продольное движение пара и газов вместе с суперкаверной, которое прекратилось бы при прохождении корпуса модели сквозь стальной лист, что повлияло бы на развитие суперкаверны за препятствием.

Описанный опыт наглядно демонстрирует справедливость принципа независимости расширения сечений осесимметричной каверны и, следовательно,

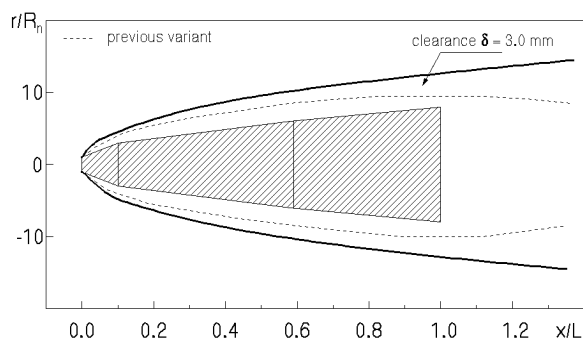


Рис. 3. Расчет формы суперкаверны: $D_n = 1.3$ мм, $H = 1$ м, $V = 1000$ м/с

но, адекватность основанного на нем приближенного уравнения (1) в рассматриваемом диапазоне скоростей.

2. ПРОЕКТИРОВАНИЕ ВЫСОКОСКОРОСТНЫХ МОДЕЛЕЙ

При постановке экспериментальных исследований высокоскоростного движения тел в воде [1, 3] форма моделей должна удовлетворять требованиям вписывания в естественную каверну и структурной устойчивости суперкавитационного режима движения на протяжении всей дистанции. Предположим сначала, что модель движется прямолинейно под действием только кавитационного сопротивления. В этом случае процесс описывается уравнением (1) и безразмерным уравнением движения модели по инерции:

$$\frac{dV}{dt} = \frac{1}{Fr^2} - \frac{\rho \pi D_n^3 c_{x0}}{8m} \left[V^2 + p_{atm} + \frac{2H(t)}{Fr^2} - p_c(t) \right], \quad (5)$$

где Fr – число Фруда; m – масса тела; D_n – диаметр кавитатора; c_{x0} – коэффициент кавитационного сопротивления при $\sigma = 0$; p_{atm} – атмосферное давление; $H = const$ при горизонтальном движении; $H = x(t)$ – при вертикальном.

На рис. 3 представлен фрагмент копии экрана компьютера при расчете положения модели в каверне. Форма модели и исходные данные соответствуют реальному эксперименту рис. 2. Вертикальный масштаб изображения для наглядности увеличен.

На рис. 4 приведены графики изменения длины каверны L_c и скорости V модели в зависимости от пройденного расстояния x . Расчет проведен для титановой модели $D_n = 1.5$ мм, $m = 49.0$ г,

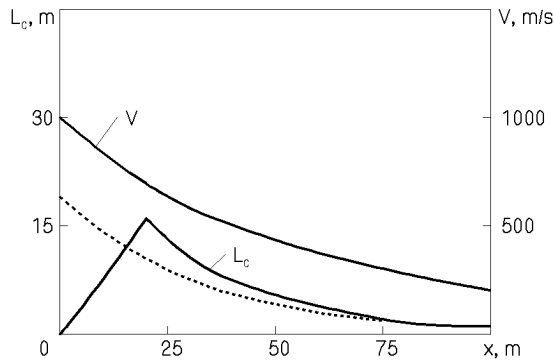


Рис. 4. Изменение скорости модели и длины каверны на дистанции: $D_n = 1.5$ мм, $m = 49.0$ г

$V_0 = 1000$ м/с. Предполагается, что в точке $x = 0$ модель входит в воду и далее движется по инерции. Начальный прямолинейный участок графика $L_c(x)$ соответствует участку формирования суперкаверны. Для сравнения штриховой линией нанесены также квазистационарные значения $L_c(x)$, т.е. рассчитанные при одинаковой для всех сечений каверны начальной скорости расширения (3), где $V(\tau) \equiv V(t)$ – мгновенная скорость модели.

3. ВЫСОКОСКОРОСТНОЙ ВХОД МОДЕЛЕЙ В ВОДУ

Одной из ключевых проблем при организации высокоскоростного движения в воде оказалась разработка схемы входа моделей из метательного устройства в воду, обеспечивающей формирование развитой каверны при сохранении устойчивости движения и минимальной потере кинетической энергии. Важную роль при практическом решении этой проблемы сыграло компьютерное моделирование процесса высокоскоростного входа тел в воду.

На рис. 5 представлена экспериментальная кинограмма начального участка движения модели. Размер клетки координатной сетки составляет 0.2×0.2 м. Коэффициент оптического увеличения изображения относительно сетки равен 0.7. Видно, что процесс формирования каверны проходит через стадию схлопывания, вызванного резким повышением давления в воде при выходе модели и спутных газов из катапульты в воду. Если при этом не происходит потери устойчивости движения модели, то в дальнейшем продолжается нормальное формирование суперкаверны.

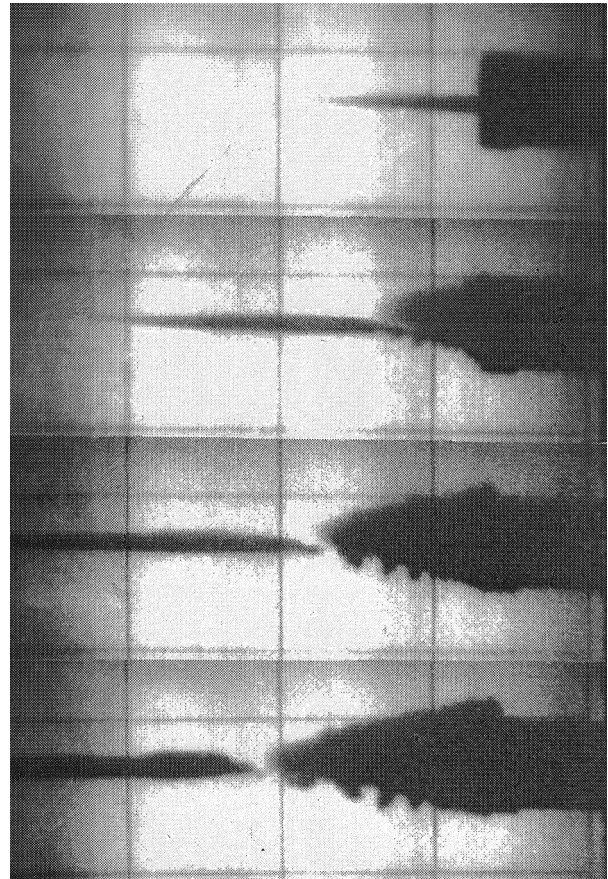


Рис. 5. Высокоскоростной вход модели в воду: $D_n = 1.5$ мм, $V_0 = 980$ м/с

3.1. Вход в воду через жесткую стенку

Форму импульса избыточного давления $p_1(t)$ можно оценить путем численного решения задачи о проникании в воду твердого тела вращения, форма которого в каждый момент времени совпадает с формой каверны (“принцип замораживания свободных границ”). В нашей работе [9] рассмотрена модельная задача о проникании тела вращения в полупространство, занятое идеальной, несжимаемой, невесомой жидкостью, через круглое отверстие в плоской недеформируемой стенке. Предполагается, что в каждый момент времени края отверстия соприкасаются с поверхностью тела.

Задача решалась в неподвижной цилиндрической системе координат $Ox\tau$, начало координат совпадает с центром отверстия на стенке. Кинематическая часть задачи сводится к определению функции тока $\psi(x, r, t)$, удовлетворяющей в

каждый момент времени t граничным условиям:

$$\begin{aligned} \psi &= \frac{VR^2}{2} \quad \text{на поверхности тела,} \\ \psi &= \frac{VR_w^2}{2} \quad \text{на стенке.} \end{aligned} \quad (6)$$

Здесь $R(x, t)$ – радиус сечений тела, $R_w(t)$ – радиус отверстия в стенке.

Распределим по поверхности тела круговые источники интенсивности q_j , имеющие радиусы r_j и абсциссы центров $x_j = x_n - jh/2$, $j = 1, 2, \dots, N$. Здесь h – шаг продвижения тела; N – количество сделанных шагов; $x_n = Nh$ – текущая абсцисса носовой точки тела.

Потенциал кругового источника единичной интенсивности с учетом стенки выражается через полный эллиптический интеграл 1-го рода [14]. Функция тока определяется численным интегрированием:

$$\psi = \int_0^r r \frac{\partial \varphi}{\partial x} dr + const. \quad (7)$$

Граничное условие на стенке (6) удается удовлетворить благодаря разрывности функции тока кругового источника. Произвольная постоянная в (7) выбирается так, чтобы выполнялось условие равенства суммарного расхода источников и скорости увеличения объема тела Q в воде:

$$2\pi \sum_{j=1}^N q_j = \frac{dQ}{dt}. \quad (8)$$

Таким образом, задача на N -м шаге сводится к определению интенсивностей кольцевых источников q_j ($j = 1, 2, \dots, N$) из системы линейных уравнений

$$\sum_{j=1}^N q_j \bar{\psi}(x_j, R_j; x_i, R_i) = \frac{R_i^2}{2}, \quad i = 1, 2, \dots, N. \quad (9)$$

Динамическая часть задачи состоит в определении избыточного давления на поверхности тела и стенки из интеграла Коши–Лагранжа [14].

На рис. 6 представлены графики зависимости давления в носовой точке тела ($x_n, 0$) от пройденного расстояния при проникании сферы и параболоида вращения $r = a\sqrt{x_n - x}$ при различных значениях "параметра тонкости" a .

Расчитанные функции использовались как входные данные $p_1(t)$ в уравнении (1). Компьютерное моделирование показало, что возникающий при входе модели импульс давления в воде приводит к местному "пережатию" каверны и

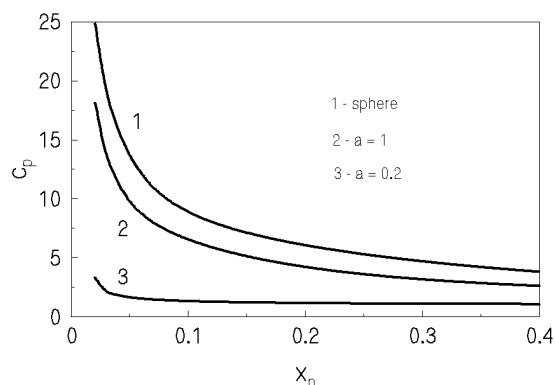


Рис. 6. Изменение давления в носовой точке тела

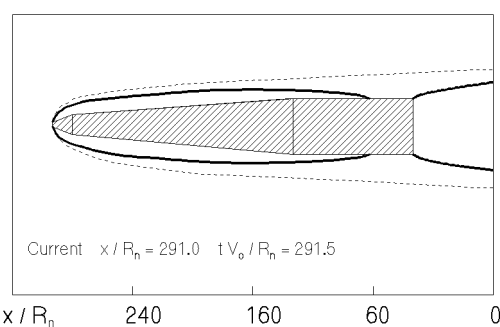


Рис. 7. Компьютерное моделирование проникания в воду через стенку

кольцевому замыканию модели. На рис. 7 приведен фрагмент копии экрана компьютера (здесь x , R_n – координата и радиус кавитатора, V_0 – начальная скорость входа). Тонкими линиями нанесен контур модели, жирными – контур каверны. Штриховой линией для сравнения показан контур каверны в отсутствие возмущения давления. Сравнение с рис. 5 показывает качественное соответствие расчета и эксперимента.

3.2. Вход в воду из расширяющегося газового пузыря

Один из возможных способов организации высокоскоростного входа модели в воду состоит в предварительном создании в воде газового пузыря (например, с помощью подводного взрыва). Рассмотрим задачу о входе модели в воду изнутри расширяющегося пузыря. В этом случае давление в воде можно вычислить точно [14]:

$$\frac{p - p_\infty}{\rho} = \frac{2R\dot{R}^2 + R^2\ddot{R}}{r} - \frac{R^4\dot{R}^2}{2r^4}, \quad r > R(t), \quad (10)$$

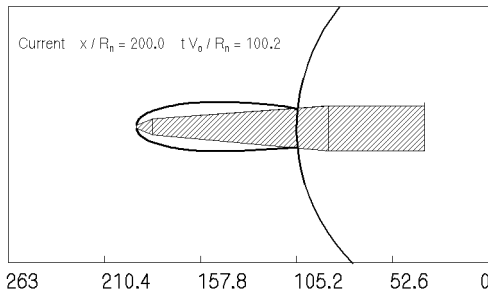


Рис. 8. Компьютерное моделирование проникания в воду из пузыря

где $R(t)$ – радиус пузыря; r – текущая радиальная координата. Если считать, что давление в пузыре поддерживается постоянным $p_j > p_\infty$ вследствие поступления газа из генератора, то, подставив в уравнение (10) $r = R$, найдем закон расширения пузыря:

$$\frac{3}{2} \dot{R}^2 + R \ddot{R} = \frac{p_j - p_\infty}{\rho}, \quad (11)$$

$$R(0) = R_0; \quad \dot{R}(0) = 0.$$

Напротив, зная закон расширения пузыря $R = R(t)$, например из эксперимента, из уравнения (10) можно найти давление в воде.

На рис. 8 представлен фрагмент копии экрана компьютера, показывающий характер деформации каверны при проникании модели в воду из газового пузыря. Предполагается, что скорость модели много больше скорости расширения пузыря: $V_0 \gg \dot{R}$. Давление в каверне на начальной стадии проникания полагается равным давлению в пузыре: $p_c = p_j$. Сопоставление с кинограммами соответствующих модельных экспериментов [8] показывает качественное соответствие расчетной и экспериментальной деформации формирующихся каверн.

4. ДИНАМИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ГАЗОНАПОЛНЕННЫХ КАВЕРН

При умеренных скоростях движения $V = 10 \div 100$ м/с в воде можно создать суперкавитационный режим обтекания, вдувая воздух или другой газ в область разрежения за телом [10]. При этом уменьшение числа кавитации $\sigma = 2(p_\infty - p_c)/\rho V^2$ достигается за счет повышения давления в каверне, т.е. уменьшения разности $p_\infty - p_c$. Такая форма кавитации называется искусственной кавитацией или вентиляцией.

При расчете нестационарных газонаполненных, в частности искусственно вентилируемых, каверн

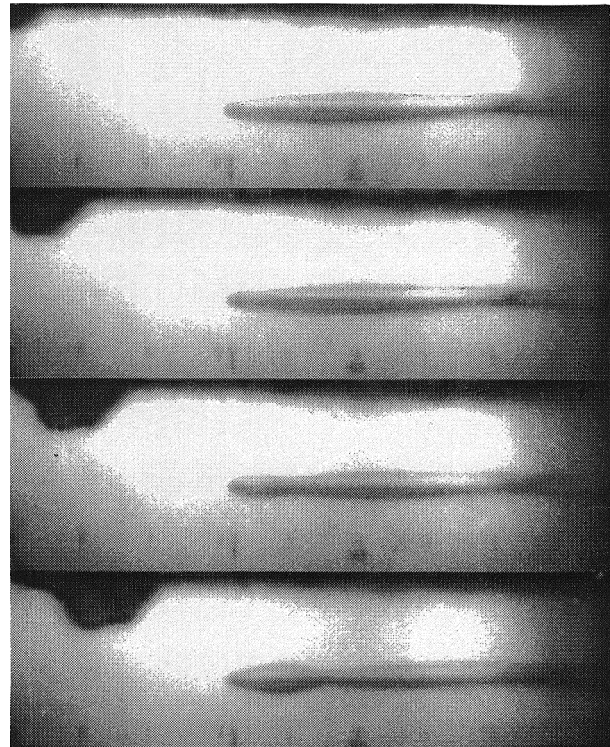


Рис. 9. Реакция каверны на импульс давления

к уравнению расширения сечения каверны (1) следует добавить уравнение баланса массы газа в каверне при его изотермическом расширении:

$$\frac{d}{dt} [(\beta - \bar{\sigma}(t)) Q(t)] = \beta [\dot{q}_{in} - \dot{q}_{out}(t)], \quad (12)$$

где $\beta = Eu/\sigma_0$, $\bar{\sigma}(t) = \sigma(t)/\sigma_0$; Eu – число Эйлера; σ_0 – начальное число кавитации; Q – объем каверны; \dot{q}_{in} и $\dot{q}_{out}(t)$ – секундные объемные расходы поддува воздуха в каверну и уноса из каверны соответственно (для вентилируемых каверн). Предполагается, что давление $p_c(t)$ изменяется синхронно по всей длине каверны. Объем каверны вычисляется по формуле

$$Q(t) = \int_{l(t)-t}^t S(\tau, t) d\tau. \quad (13)$$

Расход на поддув в каверну \dot{q}_{in} может быть постоянным либо быть заданной функцией времени (в задачах управления искусственной каверной). Унос газа из каверны \dot{q}_{out} является неизвестной функцией времени, зависящей от $p_c(t)$ и от типа уноса газа из каверны [10]. Установление конкретного вида функции $\dot{q}_{out}(t)$ для данных условий те-

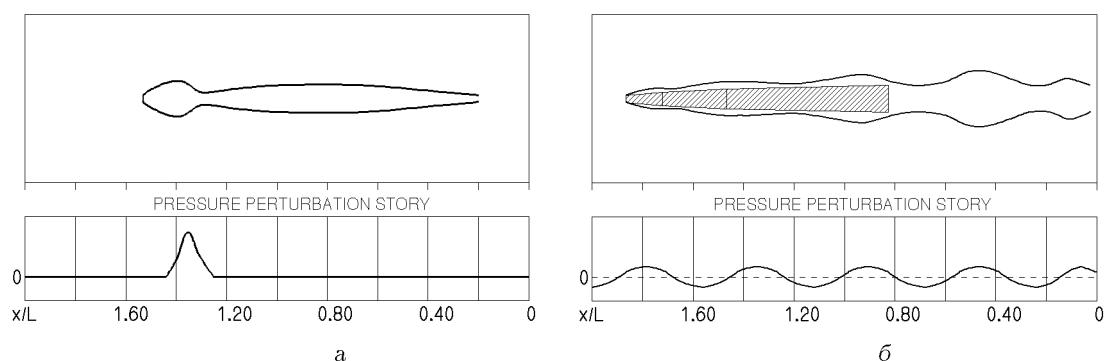


Рис. 10. Компьютерное моделирование реакции каверны на возмущение внешнего давления: а – импульс давления, б – пульсирующее давление

чения представляет собой наиболее трудную проблему теории искусственной кавитации.

4.1. Реакция каверн на возмущение внешнего давления

Мы экспериментально исследовали реакцию искусственных каверн на воздействие импульсного давления. Опыты проводились в гидродинамической трубе с открытым рабочим участком при скорости набегающего потока $V = 8.9$ м/с. Импульс давления в воде создавался с помощью пневмокатапульты [15]. На рис. 9 приведена кинограмма деформации каверны под воздействием импульса давления. В верхней части кадров виден образованный катапультной воздушный пузырь, который сносится потоком. Кинограмма показывает, что воздействие импульса давления приводит к осесимметричному пережатию каверны.

На рис. 10, а представлен результат компьютерного моделирования воздействия на каверну импульса внешнего давления, имитирующего воздействие подводного взрыва. Форма импульса аппроксимируется участком косинусоиды. В этом случае при достаточной величине амплитуды импульса давления также происходит схлопывание каверны, качественно соответствующее экспериментальной кинограмме рис. 9. На рис. 10, б представлен результат компьютерного моделирования воздействия на каверну пульсирующего внешнего давления.

4.2. Автоколебания вентилируемых каверн

Линейный анализ устойчивости газонаполненных осесимметричных каверн на основе уравнений (1), (12) впервые дан в [16]. Согласно [16], газонаполненная каверна представляет собой дина-

мическую систему с запаздыванием, обладающую серией собственных приведенных частот

$$k = \frac{\omega l}{V_0} = 2\pi n \quad \text{при} \quad \beta_n \leq \beta < \beta_{n+1},$$

$$\beta_n = 1 + \frac{(\pi n)^2}{6}, \quad n = 1, 2, \dots, \quad (14)$$

где ω – круговая частота колебаний. Вследствие пульсаций давления в каверне ее граница согласно уравнению (1) приобретает волнообразную форму, при этом на длине каверны укладывается приблизительно n волн.

Мы разработали алгоритм численного решения системы нелинейных уравнений (1), (12) [17]. Расчеты показали, что при попадании в зону линейной неустойчивости $\beta > \beta_1 = 2.645$ в динамической системе (1), (12) развиваются колебания до установления стационарного режима периодических или квазипериодических автоколебаний с разрывной зависимостью $l(t)$. Полученные временные ряды $\bar{\sigma}^{(n)} = \bar{\sigma}(t^{(n)})$, $l^{(n)} = l(t^{(n)})$ анализировались методами теории нелинейных колебаний. Показано, что рост бифуркационного параметра \dot{q}_{in} сопровождается скачкообразным появлением в спектре \bar{p}_c новых частот и их линейных комбинаций, что соответствует переходу к более высоким режимам пульсаций каверны. Внутри каждого режима спектр \bar{p}_c усложняется, оставаясь линейчатым, при этом основная гармоника меняется слабо. Такое же поведение неустойчивых искусственных каверн наблюдается в эксперименте (ссылки на экспериментальные работы приведены в [17]).

4.3. Управление искусственными кавернами

Под задачей управления искусственной каверной здесь понимается задача о поддержании каверны заданных размеров либо об изменении раз-

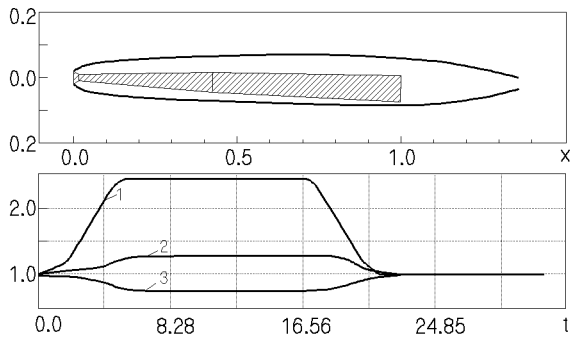


Рис. 11. Компьютерное моделирование управления искусственной каверной: 1 - \dot{q}/\dot{q}_0 , 2 - l/l_0 , 3 - σ/σ_0

меров каверны по заданному закону путем изменения расхода газа на поддув каверны $\dot{q}_{in}(t)$. Примеры типичных задач управления:

- 1) как нужно менять расход газа для поддержания каверны постоянных размеров при изменении скорости и/или глубины движения?
- 2) по какому закону происходит схлопывание каверны при внезапном прекращении поддува?

Область эффективного управления поддувом в режиме искусственной кавитации ограничивается значениями $\sigma_{min} = gD_c/V^2$ и наступлением паровой кавитации при $\sigma \leq \sigma_v$, где σ_v – паровое число кавитации.

Трудность задач управления искусственными кавернами вызвана нелинейностью и немонотонностью зависимости $\dot{q}_{in} = f(\sigma)$ [10], а также многопараметричностью и слабой изученностью законов уноса газа из каверны при переменных (нестационарных) условиях обтекания.

Компьютерное моделирование, позволяющее задавать любые законы поддува и уноса, оказалось весьма полезным инструментом исследования данной проблемы. Расчеты показали, что динамическое поведение искусственной каверны определяется изменением давления в каверне $p_c(t)$, законом изменения уноса газа из каверны $\dot{q}_{out}(t)$, а также упругостью газа в каверне. При определенных условиях искусственная каверна при изменении поддува может потерять устойчивость и перейти в режим автоколебаний [17].

На рис. 11 приведен пример компьютерного моделирования управления искусственной суперкаверной с учетом искривления оси каверны под действием силы веса и угла тангажа модели $\psi = 1^\circ$. Использовался модельный квазистационарный закон уноса газа из каверны:

$$\dot{q}_{out}(t) = \frac{2 \cdot 10^{-5}}{\sigma^4(t)},$$

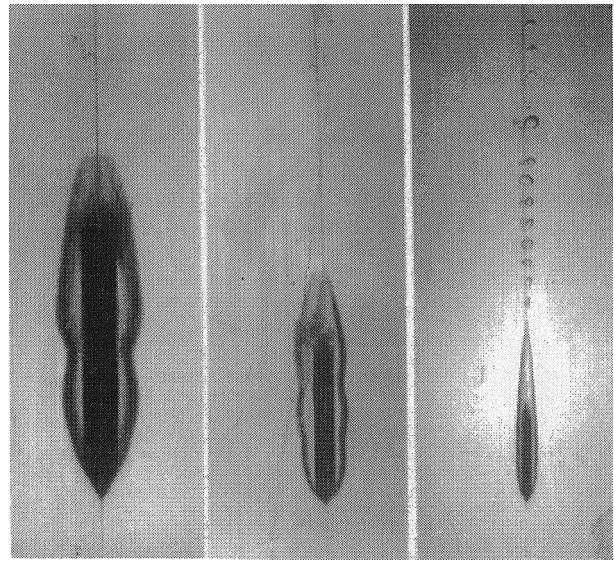


Рис. 12. Каверны при вертикальном проникании в воду: а - М1, б - М2, в - М3

соответствующий так называемому “второму типу” уноса по вихревым шнурам [10].

В процессе расчета расход газа в каверну увеличивается в 2.4 раза в течение промежутка безразмерного времени $\Delta \bar{t} = 0.5$, сохраняется постоянным в течение промежутка $\Delta \bar{t} = 1.0$ и затем уменьшается до своего первоначального значения. Расчет дает характерную запаздывающую реакцию каверны на изменение расхода, которая наблюдается в эксперименте.

4.4. Вход в воду из атмосферы

Известно, что при вертикальном входе в воду в зависимости от начальных условий происходит глубинное либо поверхностное смыкание образующейся воздушной полости [18]. Эксперименты показывают, что влияние свободной поверхности воды на коэффициент сопротивления и форму каверны распространяется на глубину порядка $1 \div 2$ диаметра кавитатора. Это дает основание для использования упрощенного уравнения (1) для компьютерного моделирования проникания моделей через свободную поверхность воды.

Мы экспериментально обнаружили интересное явление волнообразных деформаций каверн, образующихся при вертикальном входе тел через свободную поверхность в воду [19]. Опыты проводились в остекленном баке глубиной 2.0 м, сечением 1.0×0.6 м, в который с высоты H сбрасывали

Табл. 1. Данные опытов рис. 12

| Модель | D , мм | m , г | α | Fr_0 | Eu_0 | N |
|--------|----------|---------|------------|--------|--------|-----|
| M1 | 48 | 1364 | 60° | 13.8 | 3.40 | 2-3 |
| M2 | 30 | 418 | 90° | 16.6 | 4.83 | 3 |
| M3 | 14 | 20 | 60° | 27.6 | 3.77 | 5 |

сывались модели в виде цилиндров со сменными коническими головками. Для обеспечения идентичности условий входа в воду модели двигались вдоль вертикально натянутой струны. Каждый опыт повторялся несколько раз с фотографированием модели на последовательно увеличивающейся глубине, что позволило получить качественные кинограммы развития каверн. Скорость входа $V_0 = \sqrt{2gH}$ в разных опытах варьировалась в пределах $6 \div 9$ м/с.

В большинстве проведенных опытов сразу после глубинного смыкания на кавернах возникало от 2 до 5 более или менее выраженных волн. На рис. 12 представлены образцы фотографий каверн за моделями трех масштабов. Данные соответствующих опытов приведены в табл. 1. Здесь $Fr_0 = V_0/\sqrt{gD}$, $Eu_0 = 2p_{атм}/\rho V_0^2$ – начальные числа Фруда и Эйлера соответственно.

Анализ кинограмм показал, что число и интенсивность волн зависит от каждого из параметров Fr_0 , Eu_0 , угла конусности α , от типа смыкания полости, а также от степени загромождения каверны твердым корпусом модели. Наибольшая амплитуда волн наблюдалась при “чисто” глубинном смыкании, когда давление в образовавшейся каверне близко к атмосферному (рис. 12, а). Если глубинному смыканию предшествовало поверхностное смыкание, то давление в полости к моменту глубинного смыкания падало на $20 \div 25$ % за счет увеличения объема полости без доступа атмосферного воздуха. При этом волны на поверхности каверны выражены слабее (рис. 12, б). В опытах с малой моделью M3 кроме эффекта раннего поверхностного смыкания сказывалось сглаживающее влияние поверхностного натяжения (рис. 12, в). В этом случае волны на каверне столь слабо выражены, что непосредственно подсчитать их число затруднительно. Мы считали, что оно равно количеству пузырей, образовавшихся вследствие отрыва порций каверны, на отрезке, равном длине каверны.

Мы показали, что причина данного явления – возбуждение одной из собственных частот (14) колебаний каверны, заполненной захваченным из атмосферы воздухом. В случае достаточно больших массы тела и начального числа Фруда Fr_0 полу-

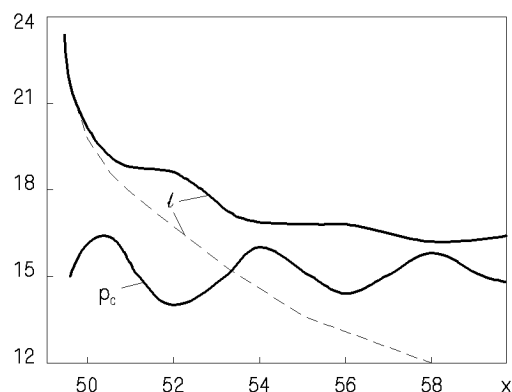


Рис. 13. Изменение давления в каверне и длины каверны при вертикальном проникании

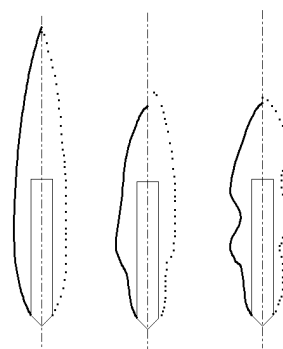


Рис. 14. Сравнение вычисленной и экспериментальной форм каверны: — — расчет, ···· — эксперимент

чена простая априорная оценка числа волн N на каверне:

$$N = \left[\frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{2Eu_0 Fr_0}{B}} \right], \quad \text{где } B = \sqrt{\sqrt{c_x}}. \quad (15)$$

В последней колонке табл. 1 приведены оценки числа волн для трех опытов рис. 12.

Процесс вертикального проникания модели в воду до момента глубинного смыкания полости описывается уравнениями (1), (5). Координата глубинного смыкания x_d находилась по методике работы [13]. В частном случае больших m , Fr_0 полость смыкается на середине своей длины, причем

$$x_d = Fr_0 \sqrt{\frac{A\sqrt{c_{x0}}}{2}}.$$

Расчетная модель данного процесса после глубинного смыкания полости включает три уравнения (1), (5), (12). На каждом шаге их решение находится с помощью итерационного процесса Стеффенсена. Результаты компьютерного моделирования

эволюции каверны при вертикальном погружении диска и конусов хорошо согласуются как с кинограммами опытов, так и с оценкой (15). На рис. 13 приведены графики изменения длины каверны l и давления в каверне p_c от глубины погружения кавитатора x . Штриховой линией нанесен график зависимости $l(x)$, рассчитанной без учета упругости воздуха в каверне. На рис. 14 дано сравнение вычисленной и экспериментальной форм каверны для трех последовательных моментов времени для модели М2.

5. ДИНАМИКА СУПЕРКАВИТИРУЮЩИХ МОДЕЛЕЙ

Выше мы предполагали, что высокоскоростные суперкавитирующие модели движутся в воде по прямолинейной траектории под действием только силы сопротивления на кавитаторе. При этом их динамика описывалась одним уравнением (5).

В действительности при входе в воду модели всегда получают некоторые начальные возмущения угла тангажа ψ и угловой скорости ω . При дальнейшем движении наличие начальных возмущений может привести к соприкосновению корпуса модели и внутренней поверхности каверны, замыву модели и потере структурной устойчивости движения. Обеспечение устойчивости движения суперкавитирующих моделей является одной из основных проблем при организации высокоскоростного движения в воде.

Анализ показал, что по мере возрастания скорости суперкавитирующих моделей последовательно действуют четыре механизма самостабилизации движения [3]: 1) обтекание по двухкаверновой схеме; 2) глиссирование по внутренней поверхности каверны; 3) ударное взаимодействие со стенками каверны; 4) аэродинамическое взаимодействие с внутренней средой каверны.

На рис. 15 показан внешний вид суперкаверны, возмущенной ударами хвостовой части модели последовательно о верхнюю и нижнюю внутренние границы каверны при реализации в эксперименте третьего типа самостабилизации движения. Темная полоса в центре кадров – лист плотной бумаги, натянутый поперек траектории, сквозь который проходит суперкавитирующая модель. В нашей работе [3] приведена экспериментальная кинограмма, на которой можно проследить развитие локального возмущения каверны, возникшего в результате более мягкого взаимодействия модели с внутренней границей каверны.

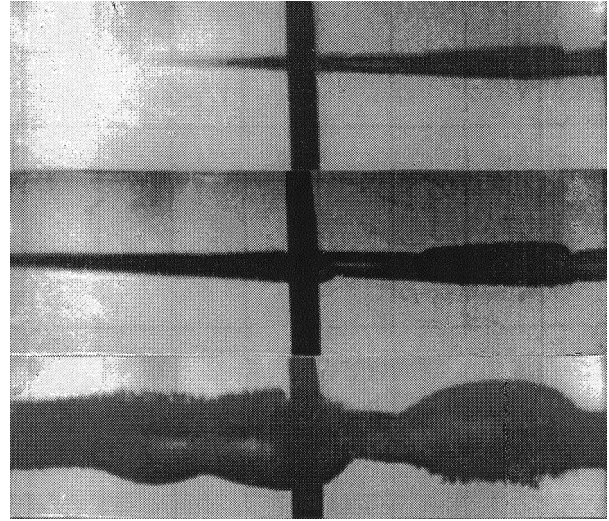


Рис. 15. Развитие возмущений каверны, вызванных ударами модели: $D_n = 1.2$ мм, $V = 890$ м/с.

5.1. Уравнения движения

Полная система уравнений динамики для скорости центра инерции модели \vec{V} и ее угловой скорости $\vec{\omega}$, записанная в безразмерной форме, имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{d\vec{V}}{ds} &= \frac{\vec{g}L_0}{V^2} + \frac{\rho S_0 L_0}{2m} (\vec{c}_{fp} \vec{S}_p + \vec{c}_{fc} + \bar{\rho}_a \vec{c}_{fa}), \\ \frac{d\vec{\omega}}{ds} &= \frac{\rho S_0 L_0^3}{2m R_i^2} (\vec{c}_{mp} \vec{S}_p r_p + \vec{c}_{mc} + \bar{\rho}_a \vec{c}_{ma}), \end{aligned} \quad (16)$$

где s – пройденный путь; L_0 – длина модели; S_0 – характерная площадь; g – ускорение свободного падения; ρ , ρ_a – соответственно плотность воды и газа внутри каверны, $\bar{\rho}_a = \rho_a/\rho$; R_i – радиус инерции модели; \vec{S}_p – площадь кавитатора, отнесенная к S_0 ; r_p – радиус кавитатора, отнесенный к L_0 ; c_f , c_m – коэффициенты сил и моментов.

Индексы p , c и a обозначают составляющие общей силы и момента, возникающие соответственно на кавитаторе, на боковой поверхности модели при взаимодействии с границей каверны и на боковой поверхности модели при взаимодействии с газовой и брызговой внутренней средой каверны.

Коэффициенты сил и моментов, входящие в правую часть уравнений (16), зависят от безразмерных параметров движения – угла атаки и угловой скорости – и от взаимного положения модели и каверны, поэтому система уравнений (16) должна быть дополнена соотношениями, связывающими коэффициенты сил и моментов с кинематическими параметрами движения.

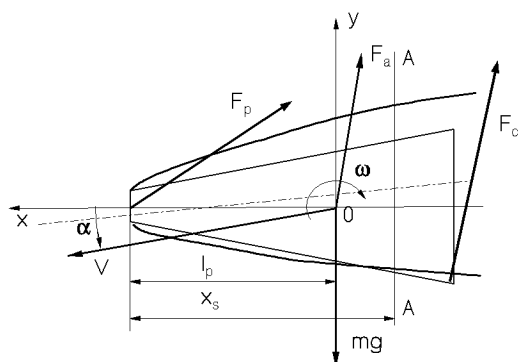


Рис. 16. Схема сил, действующих на модель

В систему (16) входят безразмерные комплексы, являющиеся параметрами процесса:

$\rho S_0 L_0 / m = \mu$, который можно трактовать как отношение плотностей жидкости и модели;

gL_0 / V^2 , который можно трактовать как число Фруда;

$i = mR_i^2 / \rho S_0 L_0^3 = r_i^2 / \mu$ – безразмерный момент инерции модели.

5.2. Силы и моменты, действующие на погруженную модель

Остановимся подробнее на силах различной физической природы, возникающих при движении суперкавитирующей модели. Схема сил показана на рис. 16.

Силы, возникающие на кавитаторе, включают продольную и поперечную составляющие. Продольная составляющая подробно исследована как теоретически, так и экспериментально. Напротив, исследованию поперечной составляющей, данные о которой необходимы для анализа устойчивости движения, посвящено незначительное количество работ.

В нашей работе [20] исследуются силы на наклоненном кавитаторе произвольной формы с помощью решения плоской задачи о струйном обтекании контура, представляющего собой меридиональное сечение реального кавитатора. Приведенных в этой работе данных достаточно для качественного анализа влияния поперечной силы на устойчивость движения модели.

Наибольшие по величине поперечные силы возникают на модели при взаимодействии ее кормовой части с границей жидкости. Процесс такого взаимодействия можно рассматривать как глиссирование удлиненного тела по криволинейной границе жидкости и рассчитать возникающие при

этом силы на основе гипотезы плоских сечений. Предварительно должна быть решена задача о погружении круговой дужки через криволинейную свободную границу.

Силы, возникающие на боковой поверхности модели при взаимодействии с газовой и брызговой средой внутри каверны, ранее практически не исследовались.

5.3. Модели внутренней среды каверны

Взаимодействие модели с внутренней средой каверны может быть одним из факторов, существенно влияющих на устойчивость при высоких скоростях движения. Внутренняя среда каверны состоит из водяного пара, газа, водяных брызг и струй. Математическое описание такой среды достаточно сложно и приходится пользоваться упрощенными моделями. Перечислим некоторые из возможных моделей:

- 1) модель разреженного газа;
- 2) модель сплошной однородной среды (газа);
- 3) модель многослойной жидкости;
- 4) модель многокомпонентной жидкости.

Остановимся на первых трех.

1) Модель разреженного газа позволяет оценить влияние водяных брызг и струй. Она предполагает, что брызги и струи редки и движутся со скоростью набегающего потока, не взаимодействуя между собой. Достигнув поверхности тела, они передают телу часть своего количества движения. При этом нормальная составляющая передается полностью, а касательная – частично.

Если передаваемая телу часть касательной составляющей импульса мала, то приходим к задаче об обтекании тела потоком идеального разреженного газа [21]. Теория дает достаточно простые соотношения для расчета действующих на тело сил.

2) Если принять, что внутренняя среда каверны однородна и непрерывна, то задача сводится к задаче об обтекании модели потоком газа, плотность которого определена таким образом, чтобы учесть наличие водяных брызг и струй. Тогда для расчета сил можно воспользоваться известными методами аэродинамики. Однако в ограниченном пространстве, каким является пространство между телом и каверной, коэффициенты гидродинамических сил и моментов зависят от радиуса каверны и от положения тела в каверне. Необходимые для расчета данные можно найти в [22] и других работах.

3) Струи и брызги распределены по сечению

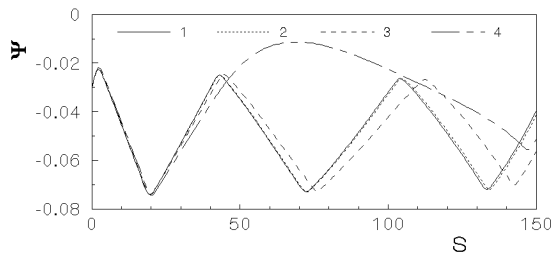


Рис. 17. Влияние плотности среды на изменение угла тангажа.
Кривые 1–4 соответствуют плотностям $\rho_a = 0, 0.2, 2.0, 5.0 \text{ кг/м}^3$ соответственно

каверны неравномерно. Их концентрация максимальна у границы каверны и убывает по направлению к оси. Кроме того, сама граница каверны не является идеально гладкой поверхностью. Напротив, она обычно представляет собой последовательность впадин и выступов.

Такое представление о строении внутренней среды каверны позволяет использовать многослойную схему: внутренность каверны разбивается на слои, заполненные жидкостью, плотность которой постоянна для данного слоя и меняется от слоя к слою.

На рис. 17 в качестве примера представлена зависимость угла тангажа модели ψ от пути s , полученная в результате расчета с применением второй модели при значениях плотности среды от 0 до 5 кг/м^3 . Видно, что с ростом плотности частота колебаний уменьшается. При большой плотности движение становится аperiodическим.

5.4. Погружение дуги окружности в свободную поверхность воды

Плоская задача о взаимодействии дуги с криволинейной поверхностью может быть сведена к задаче о взаимодействии дуги некоторой другой формы с плоской поверхностью. Эта задача подробно изучена в ряде работ, например [23]. Соответствующее преобразование наиболее просто, если свободная граница круговая [24, 25], поэтому ниже рассматривается только такая форма границы.

Пусть идеальная несжимаемая жидкость плотности ρ занимает внешность круга, с центром в неподвижной точке O_Σ (см. рис. 18). Радиус круга зависит от времени: он уменьшается со скоростью V_2 и в момент t равен $R(t)$.

Непроницаемый контур S , имеющий форму дуги окружности радиуса R_S , движется таким образом,

что в момент времени $T = 0$ касается свободной поверхности жидкости Σ , радиус которой в этот момент равен R_0 . В дальнейшем дужка S , двигаясь со скоростью V_1 вниз и со скоростью V_3 вправо, погружается в жидкость. Величины V_1, V_2, V_3 считаются постоянными.

В процессе погружения давление на свободной поверхности жидкости Σ остается постоянным, а на смоченной поверхности дужки выполняется условие непротекания:

$$V_n = V_1 \cos \varphi + V_3 \sin \varphi + V_2 \cos(\varphi - \theta), \quad (17)$$

где φ – угол между осью $O\eta$ и радиусом, идущим из точки O_2 в рассматриваемую точку B дужки; θ – угол между осью $O\eta$ и радиусом, идущим из точки θ_Σ в ту же точку B .

Обозначим смещение нижней точки дужки относительно нижней точки свободной поверхности в направлении осей $O\xi$ и $O\eta$ соответственно через h_1 и h_2 , а расстояние между точками O_Σ и B через r . В дальнейшем рассматривается случай, когда разность радиусов $\Delta = R_\Sigma - R_S$ и смещения h_1 и h_2 малы по сравнению с R_S .

Из малости величин Δ, h_1 и h_2 следует близость границ Σ и S , поэтому в дальнейшем приближенно можно считать, что условие непротекания выполняется не на поверхности дужки, а на невозмущенной поверхности жидкости. В случае малых возмущений условие постоянства давлений на свободной поверхности сводится к условию отсутствия касательных скоростей на невозмущенной свободной поверхности.

5.4.1. Расчет вызванных скоростей

Жидкость считается идеальной и несжимаемой, а течение при $t < 0$ – потенциальным, следовательно оно останется потенциальным в дальнейшем и может быть описано комплексным потенциалом $W(\zeta)$, где $\zeta = \xi + i\eta$.

Отобразим область течения на вспомогательную плоскость $z = x + iy$ таким образом, чтобы свободная поверхность жидкости перешла в вещественную ось плоскости z .

Течение в плоскости z представляет собой течение, вызванное погружением пластины с неравномерным распределением скоростей в прямолинейную границу. Пользуясь аналогией Вагнера [26], заменим пластину вихревым слоем неизвестной интенсивности γ . Тогда для вызванной скорости, с учетом влияния свободной поверхности,

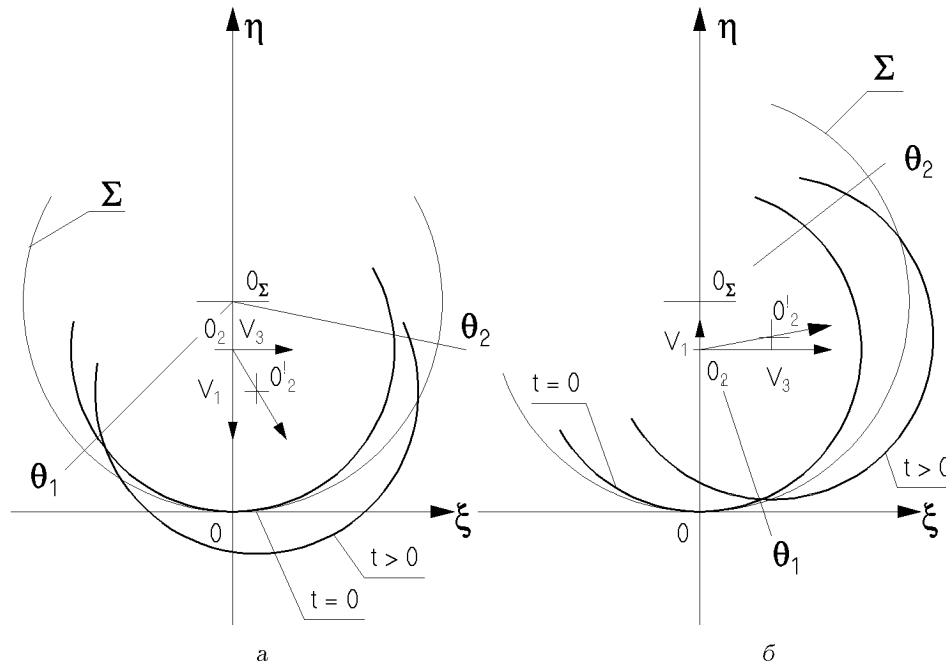


Рис. 18. Несимметричное погружение дужки:
 а – малая поперечная скорость V_3 , б – большая поперечная скорость V_3

получим соотношение [24]

$$\frac{dW}{dz} = -\frac{i}{\pi} \int_{a_1}^{a_2} \gamma(s) \frac{ds}{s-z}, \quad (18)$$

где a_1 и a_2 – образы левого и правого концов замкнутого участка дужки.

Условие на свободной поверхности выполняется автоматически, а условие непротекания на дужке приводит к сингулярному интегральному уравнению относительно $\gamma(s)$ [27]. Решая его, получим выражение для комплексной скорости в виде

$$\frac{dW}{dz} = V_1 \frac{dW_1}{dz} + V_2 \frac{dW_2}{dz} + V_3 \frac{dW_3}{dz} + \Gamma_0 \frac{dW_4}{dz}, \quad (19)$$

где Γ_0 – произвольная постоянная.

Из формул (19) можно получить выражение для нормальной скорости на свободной поверхности Σ и касательной скорости на контуре S в физической плоскости. В частном случае симметричной дужки ($a_1 = -a_2$, $V_3 = 0$) формулы для вызванных скоростей переходят в выражения, полученные ранее в работах [28, 29] и др.

В случае симметричного погружения дужки входящая в решение задачи произвольная постоянная Γ_0 легко определяется из условия симметрии течения. В случае косоугольного погружения эти соображения неприменимы и требуется более глубокий анализ.

Рассматриваемое течение жидкости возникает под действием давлений и по своей структуре аналогично течению, вызванному движением тонкого крылового профиля в безграничной жидкости (но при наличии особенностей), поэтому вихри могут находиться только в следе за задней кромкой смоченной поверхности, а циркуляция скорости по любому контуру, охватывающему дужку и след, равна нулю.

В случае, если отношение скоростей V_3 и V_1 достаточно мало, след за дужкой вообще не образуется. При этом (см. рис. 18, а) смещение заднего (в данном случае левого) конца смоченной части дужки вправо за счет скорости V_3 меньше, чем ее смещение влево за счет погружения со скоростью V_1 . В противном случае (см. рис. 18, б) за дужкой может образоваться вихревой след.

Далее исследуется случай, когда циркуляция вокруг дужки остается равной нулю во все время движения.

Анализ выражений (19) показывает, что первые три составляющие комплексной скорости дают нулевую циркуляцию, а слагаемому dW_4/dz соответствует отличная от нуля циркуляция. Следовательно, при движении дужки с малым углом скольжения следует принять $\Gamma_0 = 0$. При этом потенциал скорости $\varphi(\zeta)$ принимает равные значения на концах замкнутой части дужки.

5.4.2. Определение смоченной поверхности дужки

Положение границ замытой части дужки получается из тех же соображений, что и в случае погружения клина [10]: на границе замытой части дужки расстояние между точкой на дужке и соответствующей точкой на деформированной поверхности жидкости равно нулю (рис. 18). В результате получаем систему интегральных уравнений

$$R(t) - \int_0^T u_n(t, \theta_1) dt = R_S + h_1 \cos \theta_1 + h_2 \sin \theta_1,$$

$$R(t) - \int_0^T u_n(t, \theta_2) dt = R_S + h_1 \cos \theta_2 + h_2 \sin \theta_2, \quad (20)$$

где θ_1 и θ_2 – соответственно левая и правая границы замытого участка дужки в момент $t = T$.

Левая часть этих уравнений дает радиус свободной поверхности Σ в момент времени T в точке, определяемой координатой θ_1 или θ_2 , правая – положение соответствующей точки дужки S .

В настоящей работе предлагается приближенное решение системы (20), пригодное при малых отношениях $|V_3| / |V_1 + V_2|$. Предполагается, что в этом случае течение близко к течению в симметричном случае ($V_3 = 0$) и может быть найдено методом последовательных приближений, причем за исходное приближение берется решение симметричной задачи.

В этом случае $a_2 = -a_1 = b$, и формула для вызванной скорости существенно упрощается. Подстановка соответствующего выражения в уравнения (20) и замена переменных

$$s = 1 + \frac{b^2}{4}, \quad p = 1 + \frac{x^2}{4} \quad (21)$$

при $V_3 = 0$ приводят к уравнению типа Абеля [30], в котором время T рассматривается как функция параметра s , определяющего смоченную ширину. Метод решения этого уравнения описан в литературе. При $V_3 = 0$ решением является функция [28]

$$T_0(s) = \Delta_0 \frac{s - 1}{V_1 + V_2 s}. \quad (22)$$

Приближенное решение исходного уравнения можно получить в виде

$$T(s) = T_0(s) \mp \Delta T(s), \quad (23)$$

где

$$\Delta T = V_3 \frac{\Delta_0 (V_1 + V_2)}{V_1^3} U(s, \alpha_1),$$

$$\alpha_1 = \frac{V_2}{V_1}, \quad \Delta_0 = R(T_0) - R_s.$$

Функция $U(s, \alpha_1)$ представляется двойным интегралом.

Соотношение (23) определяет моменты времени T_1 и T_2 , когда граница замыва достигнет точки, соответствующей заданной координате s_0 . Эти моменты различны для левой и правой сторон дужки. Для заданного момента T_0 границы замыва слева $s_1(T_0)$ и справа $s_2(T_0)$ с принятой степенью точности равны

$$s_{1,2}(T_0) = s_0(T_0) \mp \frac{V_3}{V_1} (1 + \alpha_1 s)^2 U(s_0, \alpha_1), \quad (24)$$

где s_0 определяется без учета скольжения дужки.

Расчеты показали, что функция U сильно зависит от параметра α_1 , т.е. от V_1/V_2 , особенно при малых его значениях. Однако соотношение (24) можно видоизменить и ввести новую функцию U_a , которая слабо зависит от α_1 и может быть аппроксимирована простой аналитической зависимостью от s . Это упростит применение полученных результатов.

5.4.3. Расчет сил при несимметричном погружении дужки

Очевидно, что гидродинамические силы, действующие на дужку, сводятся к одной силе, проходящей через ее центр. Проекция этой силы на оси 0ξ и 0η можно определить интегрированием давлений по поверхности дужки и представить через интегралы от касательной составляющей вызванной скорости u_τ . Подстановка в соответствующие формулы точных выражений для u_τ приводит к довольно сложным вычислениям, поэтому целесообразно воспользоваться приближенным приемом.

Разобьем область интегрирования на участки от θ_1 до 0 и от 0 до θ_2 , соответствующие левой и правой сторонам дужки, и примем, что распределение скоростей на каждой части таково, как при симметричном погружении и замыве до угла θ_1 или θ_2 соответственно.

Составляющие скорости u_t , вызванные движением дужки в направлении оси 0η и сжатием свободной поверхности, имеют разные знаки на правой и левой сторонах дужки. Составляющая же, вызванная движением вдоль оси 0ξ , не меняет знака при переходе с левой на правую сторону дужки. Поэтому, положив $b = a_2$ для правой стороны дужки и $b = -a_1$ для левой ее стороны и выполнив интегрирование отдельно для каждой из сторон,

найдем приближенное выражение для N_η в виде

$$N_\eta = \rho\pi R_s^2 \frac{d}{dt} \left\{ V_1 \left[f_{1\eta}(s_2) + f_{1\eta}(|s_1|) \right] + V_2 \left[f_{2\eta}(s_2) + f_{2\eta}(|s_1|) \right] + V_3 \left[f_{3\eta}(s_2) - f_{3\eta}(|s_1|) \right] \right\}, \quad (25)$$

где $f_{1\eta}(s)$, $f_{2\eta}$ и $f_{3\eta}(s)$ – известные функции.

Значения s_2 и s_1 , связаны с параметром замыка симметричной дужки s_0 зависимостями (24). Опуская члены, содержащие множители $(\Delta s)^2$ и $\Delta s V_3$ как малые, убеждаемся, что с принятой степенью точности для силы N_η остается справедливой формула, полученная в [28] для случая симметричного погружения.

Аналогичный анализ показывает, что составляющая гидродинамической силы в направлении оси $O\xi$ может быть представлена в виде суммы трех слагаемых, зависящих от скоростей V_1, V_2, V_3 . В этой сумме первые два слагаемые меняют знак при переходе с левой стороны на правую, третье – нет, поэтому общая сила в направлении оси $O\xi$ будет

$$N_\xi = 2\rho\pi R_s^2 \frac{d}{dt} \left\{ \left[V_1 f'_{1\xi}(s_0) + V_2 f'_{2\xi}(s_0) \right] \Delta s + V_3 f_{3\xi}(s_0) \right\}. \quad (26)$$

Таким образом, движение дужки в направлении оси $O\xi$ не влияет на величину силы, действующей вдоль оси $O\eta$, но приводит к появлению силы, препятствующей этому движению.

5.4.4. Силы и моменты при стационарном несимметричном глассировании

Приведенные в предыдущем разделе формулы для сил, возникающих при погружении дужки, записаны таким образом, что позволяют легко рассчитать суммарные силы, возникающие при стационарном глассировании путем интегрирования нагрузки N_η или N_ξ по длине тела.

Для этого используем соотношение (22) между временем T_0 погружения сечений цилиндра в данный слой жидкости и параметром s_0 , определяющим ширину замытой части цилиндра. Для вертикальной составляющей получим [28]:

$$R_y = \rho\pi R_s^2 V \left\{ 2V_1 \left(1 - \frac{1}{s_{0e}^2} \right) + 4V_2 \left(1 - \frac{1}{s_{0e}} \right) \right\},$$

где V – скорость глассирования; s_{0e} – значение параметра s_0 на хвостовом конце цилиндра.

Отсюда легко получить простое выражение для силы R_y через характеристики каверны и тела в хвостовой части последнего. Для продольного момента M_z такое выражение получить в общем случае не удастся, и момент придется определять численным интегрированием.

Поскольку вертикальная составляющая нагрузки не зависит от скорости поперечного скольжения V_3 , для подъемной силы R_y и продольного момента M_z справедливы формулы, выведенные для случая симметричного глассирования.

Аналогичным образом можно рассчитать боковую силу R_z . Используя зависимость (26), получаем:

$$R_z = 2\pi\rho R_s^2 V \left\{ \left[V_1 f'_{1\xi}(s_{0e}) + V_2 f'_{2\xi}(s_{0e}) \right] \Delta s + V_3 f_{3\xi}(s_{0e}) \right\}.$$

Величина Δs определяется как функция s_{0e} . Поперечный момент M_y также придется определять численно.

5.5. Результаты расчетов

По полученным формулам были проведены расчеты границ смоченной поверхности цилиндра и действующих на него сил.

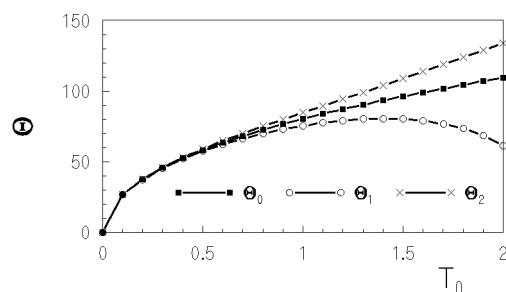


Рис. 19. Границы замытой части цилиндра

На рис. 19 показана типичная зависимость значений углов θ , соответствующих границам замытой части цилиндра, от переменной T_0 , которая связана зависимостью $T_0 = X_s/V$ с расстоянием X_s от начала замытой части цилиндра до рассматриваемого сечения. Симметричному глассированию соответствует θ_0 . При несимметричном глассировании левой границе соответствует θ_1 , правой – θ_2 .

Видно, что в начале замытая часть поверхности дужки расширяется в обе стороны. При некотором значении T_0 величина θ_1 достигает максимума и в дальнейшем уменьшается.

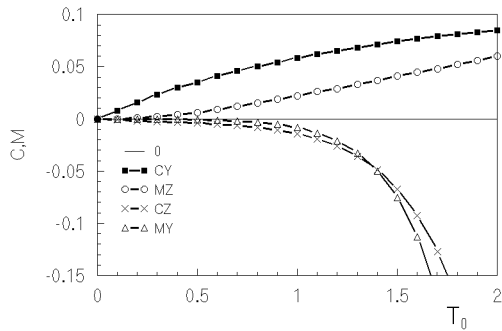


Рис. 20. Силы и моменты при несимметричном глиссировании цилиндра

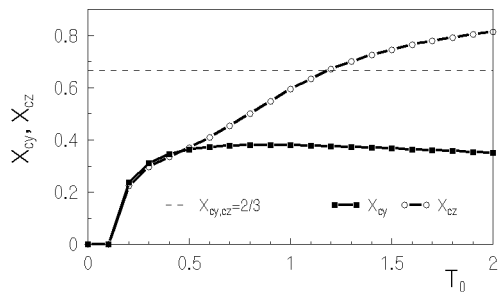


Рис. 21. Координаты центров приложения сил

С этого момента изложенная теория становится несправедливой, так как за подветренной стороной сечения цилиндра может сформироваться вихревой след.

На рис. 20 показана зависимость подъемной и боковой сил и соответствующих моментов от длины глиссирующей части цилиндра. Последняя определяется соотношением $L = T_0 V$. На рис. 21 показана соответствующая зависимость положения центров приложения этих сил

$$x_{cy} = \frac{M_z}{R_y L}, \quad x_{cz} = \frac{M_y}{R_z L}.$$

Там же штриховой линией показана зависимость $x_c = 2/3$, используемая при приближенных оценках.

6. УСТОЙЧИВОСТЬ ДВИЖЕНИЯ СУПЕРКАВИТИРУЮЩЕЙ МОДЕЛИ

Система уравнений плоского движения суперкавитирующей модели (16) включает три уравнения для продольной и поперечной составляющих скорости центра инерции и угловой скорости. Урав-

нение для поперечной скорости обычно сводится к уравнению для угла атаки.

Численное решение системы уравнений (16) с использованием приведенных выше зависимостей для гидродинамических сил позволяет исследовать влияние параметров модели на характер ее движения. Ниже приведены примеры таких расчетов.

Однако влияние отдельных факторов на поведение модели становится более понятным при анализе движения на основе упрощенных схем.

6.1. Влияние поперечных сил на кавитаторе

Рассмотрим сначала силы, возникающие на кавитаторе, и их влияние на поведение модели. При этом для простоты ограничимся случаем постоянной скорости движения.

Величина составляющих силы и момента на кавитаторе зависит от угла между осью кавитатора и скоростью набегающего на кавитатор потока α_p . Последний связан с углом атаки в центре инерции модели α и ее безразмерной угловой скоростью ω соотношением

$$\alpha_p = \alpha - \omega l_p, \tag{27}$$

где l_p – расстояние от кавитатора до центра инерции.

При малых углах α_p можно принять линейную зависимость коэффициентов силы касательной к кавитатору c_{yp} и действующего на кавитатор момента m_{zp} от α_p :

$$c_{yp} = c_{yp}^\alpha \alpha_p, \quad m_{zp} = m_{zp}^\alpha \alpha_p. \tag{28}$$

Коэффициенты c_{yp}^α и m_{zp}^α могут быть определены по данным работы [20].

Рассмотрим случай, когда корпус модели не взаимодействует с границей каверны и единственной действующей на модель гидродинамической силой является сила на кавитаторе.

Приняв для коэффициентов аэродинамической силы и момента представления, аналогичные соотношениям (28), придем к системе уравнений, по форме совпадающей с системой уравнений поперечного движения летательного аппарата [31]. Ее характеристическое уравнение имеет вид

$$\lambda^2 + 2P\lambda + Q = 0. \tag{29}$$

Если опустить слагаемые, связанные с аэродинамикой, получим

$$P = \frac{\mu \bar{S}_p}{4} \left[c_{yp}^\alpha \left(1 + \frac{l_p^2}{r_i^2} \right) + m_{zp}^\alpha \frac{l_p r_p}{r_i^2} \right],$$

$$Q = -\frac{\mu \bar{S}_p}{2r_i^2} (c_{yp}^\alpha l_p + m_{zp}^\alpha r_p).$$

Корни характеристического уравнения (28):

$$\lambda_{1,2} = -P \pm \sqrt{P^2 - Q}.$$

Отсюда видно, что при положительных значениях c_{yp}^α и m_{zp}^α корни вещественны, один из них положителен. Следовательно, начальные возмущения нарастают по экспоненциальному закону. Такое поведение модели можно назвать статически неустойчивым [20].

При отрицательных c_{yp}^α и m_{zp}^α корни либо вещественны, причем один из них положителен, либо комплексны, но имеют положительную вещественную часть. Следовательно, движение неустойчиво вследствие отсутствия демпфирования колебаний.

Расчеты по полным уравнениям движения (16) позволяют сравнить поведение моделей с положительным и отрицательным коэффициентом c_{yp}^α . На рис. 22 приведен пример расчета. Видно, что в данном случае модель с положительным c_{yp}^α вышла на неколебательный режим движения с медленно нарастающим углом тангажа ψ . При меньших значениях c_{yp}^α модель совершает колебания с частотой, меньшей, чем у модели с нейтрально устойчивым кавитатором [20].

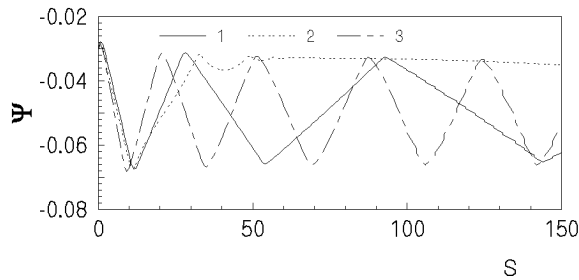


Рис. 22. Изменение угла тангажа ψ для различных кавитаторов: 1 - $c_{yp}^\alpha = 0$, 2 - $c_{yp}^\alpha = 0.1$, 3 - $c_{yp}^\alpha = -0.1$

Модель с отрицательным c_{yp}^α вышла на колебательный режим с частотой, большей, чем у модели с нейтрально устойчивым кавитатором.

6.2. Влияние поперечного движения кавитатора

Поперечное смещение кавитатора приводит к смещению границы каверны, которое передается кормовой части модели. Рассмотрим влияние этого процесса на устойчивость ее движения.

Предположим, что модель глиссирует по поверхности каверны, не отрываясь от нее; сила, действующая на головную часть модели, постоянна, а сила, действующая на кормовую ее часть, линейно зависит от погружения кормовой оконечности модели в границу каверны. Продольное смещение линии действия кормовой силы будем считать малым по сравнению с длиной модели.

Используя инерциальную систему координат и принимая во внимание, что при отсутствии возмущений все силы уравновешены, запишем уравнения возмущенного движения в виде

$$\begin{aligned} \frac{d^2 y(t)}{dt^2} &= a [y_p(t - t_l) - y_k(t)], \\ \frac{d^2 \psi(t)}{dt^2} &= b [y_p(t - t_l) - y_k(t)], \end{aligned} \quad (30)$$

где y_p и y_k — координаты носовой и кормовой оконечностей модели. Они связаны с координатой ее центра инерции y_k и углом тангажа $\psi(t)$ зависимостью

$$y_p(t) = y(t) + l_p \psi(t), \quad y_k(t) = y(t) - l_e \psi(t), \quad (31)$$

где l_p и l_e — отнесенные к длине модели L_0 расстояния ее носовой и кормовой оконечностей от центра инерции; $t_l = L_0/V$.

Коэффициенты a и b характеризуют жесткость взаимодействия модели с границей каверны и выражаются через производную от силы F_{Gy} , действующей на кормовую часть модели, по величине погружения последней в границу каверны, причем

$$b = -a \frac{l_e}{r_i^2}, \quad (32)$$

где r_i — радиус инерции модели, отнесенный к ее длине L_0 .

Совокупность этих величин определяет характерный для данной модели период T_b свободных колебаний, которые она совершала бы при отсутствии возмущений границы каверны.

Эта система уравнений представляет собой систему уравнений с отклоняющимся аргументом запаздывающего типа [32]. Ее частное решение определяется значениями неизвестных на интервале $0 < t < t_l$. Решение для последующего интервала $t_l < t < 2t_l$ может быть построено как решение системы уравнений без запаздывания. Этот процесс может быть продолжен. Отметим, что существует одинаковая для всех решений связь между углом тангажа и вертикальным смещением центра инерции.

Расчеты показали, что на возмущенное движение модели существенно влияют положение центра

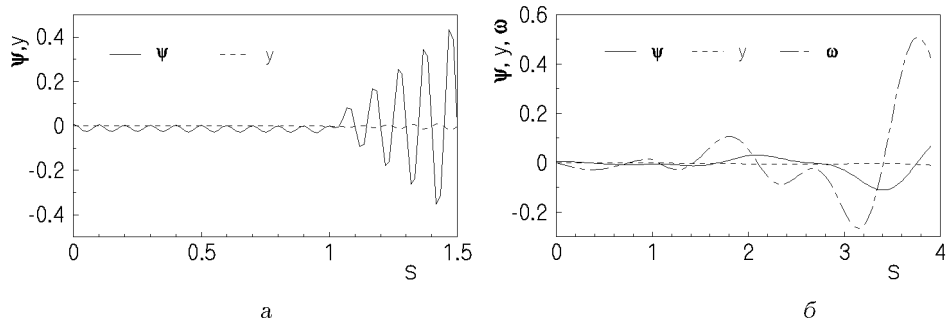


Рис. 23. Влияние периода свободных колебаний T_b :
 $a - T_b = 0.1L_0/V$, $b - T_b = 1.3L_0/V$

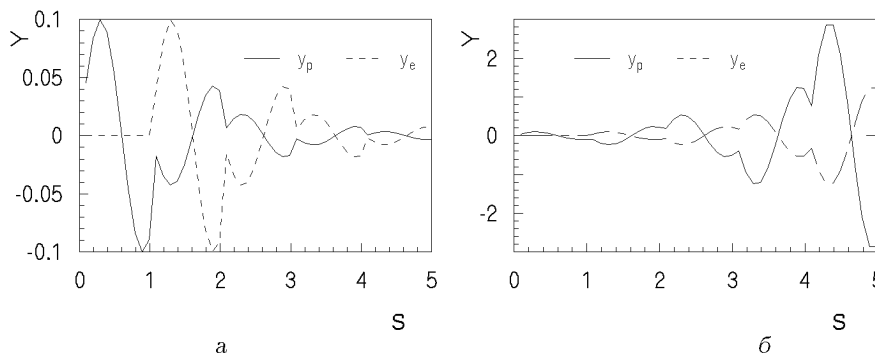


Рис. 24. Влияние положения центра инерции:
 $a - l_p = 0.3$, $b - l_p = 0.7$

инерции, величина ее радиуса инерции и величина коэффициента a .

На рис. 23 показано изменение координаты центра инерции y , угла тангажа ψ и угловой скорости модели ω , вызванное начальными возмущениями угла тангажа при движении моделей с различным периодом свободных колебаний T_b .

Влияние положения центра инерции модели и величины ее радиуса инерции можно рассмотреть на основе дальнейшего упрощения схемы движения. Предположим, что изменения погружения кормовой части модели в поток бесконечно малы, т.е. кормовая часть модели строго следует за изменением положения границы каверны. Последняя следует изменению положения кавитатора, поэтому $y_e(t) = y_p(t - t_l)$. При указанных условиях движение модели представляет собой вращение вокруг фиксированной точки C_u , отстоящей от центра инерции на расстояние $x_u = r_i^2/l_e$.

Если начальные возмущения для интервала времени $0 < t < t_l$ заданы в виде $y_p(t) = f(t)$, то решением для любого интервала $nt_l < t < (n+1)t_l$ будет функция

$$y_p(t) = \left(-\frac{l_p - x_u}{l_e + x_u} \right)^n f(t - t_l).$$

Если $l_p - x_u > l_e + x_u$, то возмущения возрастают, в противном случае затухают.

Если центр вращения находится вблизи переднего конца модели, то колебания кормовой части модели не будут вызывать возмущений каверны, и колебания модели будут затухать. В противном случае возможно их самовозбуждение.

На рис. 24 показано изменение координат носовой (кривая y_p) и кормовой (кривая y_e) оконечностей для моделей с различным положением центра инерции.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Для исследования сложных нестационарных процессов при проникании тел в воду и суперкавитационном движении тел в воде мы применяем комплексный подход, заключающийся в сочетании физического эксперимента и компьютерного моделирования. Опыт расчетов и сравнение с экспериментальными данными показывают, что приближенные уравнения (1), (5), (12) удовлетворительно описывают нестационарные суперкавитационные течения в широком диапазоне параметров.

Нами разработан ряд компьютерных программ,

позволяющих воспроизводить на экране компьютера нестационарные суперкавитационные процессы различной природы, такие как реакция каверн на внешние возмущения, автоколебания газонаполненных каверн, управление кавернами поддувом газа и др.. Эти программы могут использоваться как удобный “виртуальный инструмент” в исследовательской и проектной работе, а также в учебном процессе.

Компьютерное моделирование сыграло важную роль в успешном решении проблем проектирования высокоскоростных суперкавитирующих моделей и организации входа моделей в воду. В результате нами был разработан и реализован ряд технических решений, обеспечивающих вход моделей из метательного устройства в воду со скоростью до 1500 м/с при минимальном уровне возмущений.

Введение разумных упрощений в уравнения динамики позволило получить ряд важных заключений о влиянии различных факторов на устойчивость суперкавитационного движения моделей. Наиболее существенным результатом является теоретическое предсказание возможности самостабилизации движения путем ударного взаимодействия хвостовой части модели с внутренними стенками каверны. Прямая киносъемка опытов подтвердила, что такой механизм самостабилизации действительно реализуется при скоростях движения от 300 до 1000 м/с.

При скоростях движения 1000 м/с и выше существенное влияние на устойчивость движения суперкавитирующих моделей может оказывать аэродинамическое взаимодействие модели с газо-паробрызговой средой, заполняющей каверну.

1. Савченко Ю.Н., Семенов В.Н., Серебряков В.В. Экспериментальное исследование развитых кавитационных течений при дозвуковых скоростях обтекания // Докл. АН Украины.– 1993.– № 2.– С. 64–69.
2. Савченко Ю.Н. О движении в воде на суперкавитационных режимах обтекания // Гидромеханика.– 1996.– Вып. 70.– С. 105–115.
3. Савченко Ю.Н., Власенко Ю.Д., Семенов В.Н. Экспериментальные исследования высокоскоростных кавитационных течений // Гидромеханика.– 1998.– Вып. 72.– С. 103–111.
4. Savchenko Yu.N. Investigation of high-speed supercavitating underwater motion of bodies // High Speed Body Motion in Water (AGARD Report 827). Proc. Fluid Dynamics Panel Workshop. – Kiev, 1997.
5. Semenenko V.N. Computer Simulation of the Unsteady Supercavitating Flows // Ibid.
6. Putilin S.I. Stability of supercavitating slender body during water entry and underwater motion // Ibid.
7. Semenenko V.N. Instability and oscillation of gas-filled supercavities // Proc. Third International Symp. on Cavitation. – Vol. 2.– Grenoble (France), 1998.– P. 25–30.
8. Vlasenko Yu.D. Experimental investigations of high-speed unsteady supercavitating flows // Ibid. – P. 39 – 44.
9. Семенов В.Н. Проникание тел вращения в воду через жесткую стенку // Тр. VII международного симпозиума “Методы дискретных особенностей в задачах математической физики”.– Феодосия, 1997.– С. 132–134.
10. Логвинович Г.В. Гидродинамика течений со свободными границами.– К.: Наук. думка, 1969.– 208 с.
11. Логвинович Г.В., Серебряков В.В. О методах расчета формы тонких осесимметричных каверн // Гидромеханика.– 1975.– Вып. 32.– С. 47–54.
12. Буйвол В.Н. Тонкие каверны в течениях с возмущениями.– К.: Наук. думка, 1980.– 296 с.
13. Журавлев Ю.Ф. Методы теории возмущений в пространственных струйных течениях // Тр. ЦАГИ.– 1973.– Вып. 1532.– С. 1–22.
14. Милл-Томсон Л.М. Теоретическая гидродинамика.– М.: Мир, 1964.– 656 с.
15. Способ моделирования эффектов поверхностного взрыва и устройство для его осуществления. А.с. № 1485779 / Савченко Ю.Н., Семенов В.Н., Савченко В.Т., Иванюк В.Ф. – М.: ВНИИПИ. – 1989.
16. Парышев Э.В. Теоретическое исследование устойчивости и пульсаций осесимметричных каверн // Тр. ЦАГИ.– 1978.– Вып. 1907.– С. 17–40.
17. Семенов В.Н. Компьютерное моделирование пульсаций вентилируемых суперкаверн // Гидромеханика.– 1997.– Вып. 71.– С. 110–118.
18. Кнэп Р., Дейли Дж., Хэммит Ф. Кавитация.– М.: Мир, 1974.– 688 с.
19. Савченко Ю.Н., Семенов В.Н. Волнообразование на границах каверн, образующихся при входе в воду диска и конусов.– Пробл. гидродин. больш. скоростей: Чебоксары: Изд-во Чуваш. ун-та, 1993.– 231–239 с.
20. Савченко Ю.Н., Семенов В.Н., Наумова Е.И. Гидродинамические характеристики полигональных контуров при суперкавитационном обтекании // Докл. НАН Украины.– 1997.– № 7.– С. 97–103.
21. Краснов Н.Ф. Аэродинамика тел вращения.– М.: Машиностроение, 1964.– 572 с.
22. Капанкин Е.Н. Удар кругового цилиндра в жидкости с внешней жесткой или свободной границей в виде окружности // Тр. ЦАГИ.– 1969.– Вып. 1154.– С. 1–24.
23. Кубенко В.Д. Проникание упругих оболочек в сжимаемую жидкость.– К.: Наук. думка, 1981.– 159 с.
24. Течения со свободными поверхностями / Логвинович Г.В., Буйвол В.Н., Дудко А.С. и др. – К.: Наук. думка, 1985.– 296 с.
25. Попов В.В., Путилин С.И. О задаче входа тонкого тела в несжимаемую жидкость // Гидромеханика.– 1979.– Вып. 40.– С. 16–20.
26. Wagner H. Über Stoss- und Gleitvorgänge der Oberfläche von Flüssigkeiten // ZAMM.– 1932.– 4.– S. 199–215.
27. Гахов Ф.Д. Краевые задачи. 3-е изд., перераб. и доп.– М.: Физматгиз, 1977.– 640 с.
28. Логвинович Г.В. Некоторые вопросы глассирования // Тр. ЦАГИ.– 1980.– Вып. 2052.– С. 3–12.
29. Парышев Э.В., Рыков В.И. Экспериментальное исследование глассирования цилиндра по поверхности воды // Тр. ЦАГИ.– 1984.– Вып. 2242.– С. 21–25.
30. Гурса Э. Курс математического анализа. Т. 2.– М.-Л.: ГТТИ, 1933.– 287 с.
31. Лебедев А.А., Чернобровкин Л.С. Динамика полета беспилотных летательных аппаратов.– М.: Машиностроение, 1973.– 616 с.
32. Асимптотические методы в теории линейных дифференциальных уравнений с отклоняющимся аргументом / Фещенко С.Ф., Шкиль Н.И., Пидченко Ю.П. и др. – К.: Наук. думка, 1981.– 294 с.