

УДК 532.59

# ГЕНЕРАЦИЯ ПОВЕРХНОСТНЫХ ВОЛН И ВИХРЕЙ ПРИ СМЕЩЕНИЯХ ЭЛЛИПТИЧЕСКОГО УЧАСТКА ДНА БАССЕЙНА

С. Ф. ДОЦЕНКО

*Морской гидрофизический институт НАН Украины, Севастополь*

*Получено 15.06.2000*

В рамках линейной модели длинных волн выполнен анализ процессов генерации пространственных волн и вихрей во вращающемся слое жидкости постоянной глубины. Источник возбуждения – малые вертикальные смещения конечной длительности участка дна бассейна. Найдены интегральные выражения для гидродинамических полей и полной энергии движений жидкости. Установлен ряд общих свойств динамического процесса. Количественные оценки влияния вращения среды на динамику жидкости получены на основе расчета двойных интегралов в случае деформаций эллиптического участка дна бассейна, происходящих по линейному закону в течение конечного временного интервала. Задача представляет интерес для изучения эффектов, сопутствующих сейсмической генерации волн цунами в океане.

В рамках лінійної моделі довгих хвиль виконано аналіз процесів генерації просторових хвиль та вихорів в шарі рідини скінченної глибини, який обертається. Джерело збурення - малі вертикальні зміщення скінченної протяжності ділянки дна басейну. Знайдено інтегральні вирази для гідродинамічних полів та повної енергії руху рідини. Встановлено ряд загальних властивостей динамічного процесу. Кількісні оцінки впливу обертання середовища на динаміку рідини отримані на основі розрахунку подвійних інтегралів для випадку деформацій еліптичної ділянки дна басейну, які здійснюються за лінійним законом на протязі скінченного проміжку часу. Задача представляє інтерес для вивчення ефектів, що супроводжують сейсмічну генерацію хвиль цунами в океані.

The analysis of generation of 3D waves and vortices in the rotating fluid layer of finite depth is carried out in the framework of linear long wavelength model. The source of disturbance is the small vertical bottom displacements of finite bottom region. The integral expressions for hydrodynamic fields and total energy of fluid motion are found. Some general features of the dynamic process are established. Quantative estimations of the influence of medium rotation on the fluid dynamics are obtained on the basis of calculation of the double integrals for the case of deformations of elliptical bottom form, which take place under a linear law during a finite time. This problem is important for studying the effects accompanying the seismic tsunami wave generation in the ocean.

## ВВЕДЕНИЕ

Математическое моделирование движений жидкости, возникающих при деформациях дна бассейна, стимулируется исследованиями реакции океана на подводные землетрясения. К наиболее важным последствиям сейсмических событий относятся волны цунами, представляющие реальную опасность в прибрежных районах Мирового океана [1,2]. Процессы генерации и распространения цунами сопровождаются акустическими, геомагнитными и геоэлектрическими явлениями, изменениями гравитационного поля Земли, уровня и химического состава грунтовых вод, возмущениями в атмосфере и иными процессами [2–4]. Характер реакции океана на сейсмическое событие зависит от широкого набора физико-географических факторов. Их роль в динамике океанской среды до конца не исследована. В настоящей работе анализируется влияние вращения Земли на длинноволновые движения жидкости, генерируемые при малых вертикальных смещениях эллиптического участка дна бассейна. Совместный учет асимметрии зоны генерации и вращения среды определяют новизну

данного исследования. Асимметрия области смещений дна приводит к преобладающему излучению волн в направлении, перпендикулярном наибольшей оси зоны донных возмущений [5]. Особенности направленного излучения волн применительно к изучению волн цунами рассматривались в работах [5–16] с использованием гидродинамических моделей различного уровня сложности. Вращение жидкости ответственно за образование со временем над зоной деформаций дна стационарного вихревого поля [17,18]. Общие условия его генерации в стратифицированном океане получены в [19] для различных механизмов генерации цунами. Образование геострофического вихря в очаге цунами влияет на амплитудные и энергетические характеристики излученных волн. Анализ эффектов вращения Земли на движения океана, вызванные осесимметричными смещениями участка дна, содержится в работе [20]. Рассмотрение эллиптических зон генерации в большей степени отражает океанические условия, поскольку очаги реальных цунами принято аппроксимировать эллипсами. Для нахождения параметров такого генератора цунами (поршневая модель) в зависимости от магнитуды подводного землетрясения в [21] пред-

ложены приближенные формулы, основанные на эмпирических данных.

### 1. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Безграничный по горизонтальным координатам  $x_*, y_*$  слой идеальной несжимаемой однородной жидкости постоянной глубины  $H$  вращается с угловой скоростью  $l/2$ , где  $l$  – параметр Кориолиса, относительно вертикальной оси  $Oz_*$ . В моменты времени  $t \leq 0$  возмущения свободной поверхности и поле скорости в жидкости отсутствуют. При  $0 < t \leq T$  дно бассейна деформируется по закону  $z_* = -H + h_*(x_*, y_*, t_*)$ , совершая малые и затухающие на бесконечности в любой момент времени вертикальные смещения дна. Это означает, что

$$\begin{aligned} h_* &= 0 \quad (t \leq 0), \max |h| \ll H, \\ h_* &= h_*^0(x_*, y_*) \quad (t_* \geq T), \\ h_* &= O(R_*^{-s}), \\ (R_* &= \sqrt{x_*^2 + y_*^2} \rightarrow \infty, t_* > 0, s > 1). \end{aligned} \quad (1)$$

Следуя работам [5,20], введем безразмерные переменные и параметры по формулам

$$\begin{aligned} \{x; y; R\} &= L^{-1}\{x_*; y_*; R_*\}, t = L^{-1}ct_*, \\ \{u; v\} &= c(ag)^{-1}\{u_*; v_*\}, \\ \{\zeta; h; h_0\} &= a^{-1}\{\zeta_*; h_*; h_*^0\}, \\ \gamma &= \frac{lL}{c}, K = \frac{cT}{L}. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь, как и ранее, знаком \* помечены размерные величины. Переменные  $(u_*; v_*)(x_*, y_*, t_*)$  и  $\zeta_*(x_*, y_*, t_*)$  – проекции горизонтальной скорости и вертикальные смещения свободной поверхности жидкости;  $c = \sqrt{gH}$  – скорость распространения длинных волн;  $L, a$  – характерные горизонтальный и вертикальный масштабы движения соответственно, удовлетворяющие условиям  $|a| \ll H \ll L$ ;  $g$  – ускорение свободного падения.

В рамках линейной теории длинных волн без дисперсии движение вращающейся жидкости, вызванное деформациями дна (1), в безразмерных переменных при  $t \geq 0$  описывается задачей

$$\frac{\partial u}{\partial t} - \gamma v = -\frac{\partial \zeta}{\partial x}, \frac{\partial v}{\partial t} + \gamma u = -\frac{\partial \zeta}{\partial y}, \quad (3)$$

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{\partial h}{\partial t}, \quad (4)$$

$$u = v = \zeta = 0 \quad (t = 0). \quad (5)$$

Величины (2) – основные безразмерные параметры задачи. Первый из них связан с вращением жидкости, второй характеризует в безразмерных переменных продолжительность деформаций дна бассейна ( $h = h_0(x, y)$  при  $t \geq K$ ) и известен в литературе по проблеме цунами как параметр Каджуры [5].

### 2. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ В ИНТЕГРАЛЬНОЙ ФОРМЕ

Гидродинамические поля находятся из задачи (3)–(5) с помощью двукратного преобразования Фурье по  $x, y$  и преобразования Лапласа по  $t$ . Трансформанты Фурье–Лапласа искомых функций имеют вид

$$\begin{Bmatrix} \tilde{u} \\ \tilde{v} \end{Bmatrix} = -\frac{1}{\alpha^2 + \omega^2} \begin{Bmatrix} m\alpha + n\gamma \\ n\alpha - m\gamma \end{Bmatrix} \tilde{h}(m, n, \alpha), \quad (6)$$

$$\tilde{\zeta} = \left( \frac{\alpha^2 + \gamma^2}{\alpha^2 + \omega^2} \right) \tilde{h}(m, n, \alpha), \quad (7)$$

где  $\omega = \sqrt{r^2 + \gamma^2}$ ;  $(m, n)$  и  $\alpha$  – параметры преобразований Фурье и Лапласа соответственно; знаком  $\sim$  помечены интегральные преобразования соответствующих функций.

Применим к равенствам (6) и (7) обратные интегральные преобразования Фурье и Лапласа. Используя при вычислении обратного преобразования Лапласа теорему о свертке, окончательно найдем

$$u = u^g + u^w, \quad v = v^g + v^w, \quad \zeta = \zeta^g + \zeta^w, \quad (8)$$

$$u^g = -\frac{i\gamma}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{nD(m, n, t)}{\omega^2} e^{i(mx+ny)} dm dn, \quad (9)$$

$$u^w = \frac{i}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\gamma n C(m, n, t) - m\omega S(m, n, t)}{\omega^2} \times e^{i(mx+ny)} dm dn, \quad (10)$$

$$v^g = \frac{i\gamma}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{mD(m, n, t)}{\omega^2} e^{i(mx+ny)} dm dn, \quad (11)$$

$$v^w = -\frac{i}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\gamma m C(m, n, t) + n\omega S(m, n, t)}{\omega^2} \times e^{i(mx+ny)} dm dn, \quad (12)$$

$$\zeta^g = \frac{\gamma^2}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{D(m, n, t)}{\omega^2} \times e^{i(mx+ny)} dmdn, \quad (13)$$

$$\zeta^w = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{r^2 C(m, n, t)}{\omega^2} e^{i(mx+ny)} dmdn, \quad (14)$$

$$\begin{Bmatrix} C \\ S \end{Bmatrix} = \int_0^t \begin{Bmatrix} \cos \\ \sin \end{Bmatrix} [\omega(t-\tau)] \frac{\partial D(m, n, \tau)}{\partial \tau} d\tau, \quad (15)$$

$$D = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} h(x, y, t) e^{-i(mx+ny)} dx dy. \quad (16)$$

Формулы (8)–(16) описывают неустановившееся длинноволновое движение жидкости, вызываемое произвольными малыми деформациями участка дна бассейна.

### 3. ПОЛНАЯ ЭНЕРГИЯ ВОЗМУЩЕНИЯ ЖИДКОСТИ

Введем величины

$$e(x, y, t) = \frac{1}{2}(u^2 + v^2 + \zeta^2),$$

$$E(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} e(x, y, t) dx dy,$$

означающие в безразмерных переменных соответственно полную энергию возмущения жидкости в вертикальном столбе единичного сечения и энергию возмущения жидкости в целом. Дифференцирование выражения  $e$  по времени  $t$  с учетом уравнений движения (3) и (4) приводит к равенству

$$\frac{\partial e}{\partial t} = -\frac{\partial(u\zeta)}{\partial x} - \frac{\partial(v\zeta)}{\partial y} + \zeta \frac{\partial h}{\partial t}.$$

Проинтегрируем его по всем  $-\infty < x, y < +\infty$  с учетом затухания  $u, v$  и  $\zeta$  при  $R \rightarrow \infty$  в любой фиксированный момент времени  $t$ . Получим

$$E'(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \zeta(x, y, t) \frac{\partial h(x, y, t)}{\partial t} dx dy. \quad (17)$$

Из формулы (17) следует постоянство полной механической энергии движущейся жидкости после прекращения при  $t = K$  деформаций участка

дна бассейна. При воздействии на жидкость поверхностных давлений, изменяющихся в течение конечного промежутка времени  $0 \leq t \leq K$ , полная энергия возмущений жидкости изменяется со временем при  $t > K$  [22]. Очевидно, что из (17) вытекает единственность решения задачи (3)–(5).

Применение к интегралу (17) равенства Парсеваля [23] приводит к формуле

$$E'(t) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} Y(m, n, t) \frac{\partial D(-m, -n, t)}{\partial t} dmdn, \quad (18)$$

в которой  $Y$  – преобразование Фурье функции  $\zeta$  по  $x$  и  $y$ . Использовано свойство интегралов Фурье, согласно которому замена  $(m, n) \rightarrow (-m, -n)$  в них эквивалентна операции комплексного сопряжения.

Воспользуемся решением (8), (13), (14) и проинтегрируем равенство (18) по интервалу  $0 \leq t \leq K$  с учетом условия  $E(0) = 0$ . Получим выражение для полной механической энергии  $E_0 = E(t)|_{t=K}$  слоя жидкости:

$$E_0 = E^g + E^w, \quad (19)$$

$$\begin{aligned} E^g &= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} [(u^g)^2 + (v^g)^2 + (\zeta^g)^2] |_{t \geq K} dx dy, = \\ &= \frac{\gamma^2}{8\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{|D_0(m, n)|^2}{\omega^2} dmdn, \end{aligned} \quad (20)$$

$$E^w = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{r^2}{\omega^2} \times$$

$$\times \left[ \int_0^K C(m, n, t) \frac{\partial D(-m, -n, t)}{\partial t} dt \right] dmdn. \quad (21)$$

Здесь  $D_0(m, n)$  – преобразование Фурье по  $x, y$  распределения остаточных смещений дна бассейна  $h_0(x, y)$ .

### 4. ОБЩИЕ ЗАКОНОМЕРНОСТИ ДИНАМИЧЕСКОГО ПРОЦЕССА

Рассмотрим асимптотическое поведение свободной поверхности жидкости  $\zeta$  при больших временах, полагая  $t \rightarrow \infty$  в интегралах (13), (14).

После прекращения деформаций дна  $D = D_0(m, n)$  и поэтому при  $t \geq K$  поля в стационарном геострофическом вихре описываются формулами (9), (11) и (13), если во всех интегралах функцию  $D$  заменить на  $D_0$ .

Легко проверить, что стационарные поля (9), (11) и (13) связаны соотношениями

$$u^g = -\frac{1}{\gamma} \frac{\partial \zeta^g}{\partial y}, v^g = \frac{1}{\gamma} \frac{\partial \zeta^g}{\partial x}, \quad (22)$$

которые формально следуют из уравнений (3), если в них положить  $\partial/\partial t \equiv 0$ .

Из уравнения (15) при  $t \geq K$  получаем

$$C = A(m, n) \sin \omega t + B(m, n) \cos \omega t,$$

$$\begin{cases} A \\ B \end{cases} = \int_0^K \frac{\partial D(m, n, \tau)}{\partial \tau} \begin{cases} \sin \\ \cos \end{cases} (\omega \tau) d\tau.$$

В общем случае  $|A(0, 0)| + |B(0, 0)| > 0$ . В полярных координатах интеграл (14) можно представить в виде суммы выражений

$$Q_1 = \int_0^\infty r^3 F_1(r, x, y) \sin \omega t dr,$$

$$Q_2 = \int_0^\infty r^3 F_2(r, x, y) \cos \omega t dr,$$

в которых  $F_{1,2}(0, x, y) \neq 0$ . Применив к  $Q_{1,2}$  интегрирование по частям, получим асимптотическую оценку для  $\zeta^w$  по времени в фиксированной точке  $x, y$ :

$$\zeta^w = O(t^{-\beta}) \quad (t \rightarrow \infty), \quad (23)$$

где показатель степени  $\beta = 2$  при  $\gamma > 0$ , но  $\beta = 4$ , если  $\gamma = 0$ .

Таким образом, из решения (8)–(14) следует, что вызванное деформациями дна бассейна движение жидкости является суперпозицией двух качественно различных типов движений. Одно из них (помечено верхним индексом  $w$ ) затухает со временем в любой точке жидкости по степенному закону (23). Более того, применение к интегралу (14) метода стационарной фазы при  $R, t \rightarrow \infty$  и  $R/t = O(1)$  позволяет установить, что движение первого типа является волновым. Оно представляет собой затухающие с расстоянием и временем длинные волны с наибольшей амплитудой в области  $R \leq t$ .

Вторая составляющая движения жидкости описывается формулами (9), (11) и (13). Это стационарное динамическое образование (помечено верхним индексом  $g$ ), поля в котором связаны геострофическими соотношениями (22). Такое движение возможно только во вращающейся жидкости и в нем сбалансированы градиент давления и сила Кориолиса [24]. В силу соотношений (22) линии тока геострофического течения совпадают с изолиниями смещений свободной поверхности  $\zeta^g$ . Из формул (9), (11), (13) следует, что для генерации стационарного геострофического течения в результате деформаций дна конечной продолжительности необходимо и достаточно существование остаточных смещений дна бассейна [6, 14, 17, 19, 20]. Возникающее вихревое поле не зависит от конкретного временного закона движений дна при  $0 \leq t \leq K$ . Его интенсивность и пространственная структура определяются исключительно распределением остаточных деформаций дна бассейна  $h_0(x, y)$ .

## 5. ДЕФОРМАЦИИ ДНА СПЕЦИАЛЬНОГО ВИДА

Рассмотрим модельные деформации дна бассейна, происходящие по закону

$$h = h_0(x, y)q(t), \quad (24)$$

$$h_0 = \exp \left[ -d \left( \frac{x^2}{\mu^2} + y^2 \right) \right],$$

$q = 0$  ( $t \leq 0$ ),  $q = t/K$  ( $0 < t \leq K$ ),  $q = 1$  ( $t > K$ ), где  $d = \ln 10$ ,  $\mu \geq 1$ . Смещения дна изменяются линейно со временем при  $t \in [0, K]$  и характеризуются остаточными деформациями дна  $h_0$ . Изолинии  $h$  в любой момент времени образуют систему вложенных эллипсов с условной границей  $x^2/\mu^2 + y^2 = 1$ , на которой  $h_0 = 0.1$ . Таким образом, можно считать, что зона деформаций дна имеет форму эллипса с малой полуосью (вдоль оси  $Oy$ ) фиксированной единичной длины и равной  $\mu \geq 1$  большой полуосью (вдоль оси  $Ox$ ).

Для деформаций дна вида (24) интегралы (15) и (16) вычисляются. Это позволяет, используя формулы (8), (13), (14) и (19)–(21), получить следующие выражения для формы свободной поверхности жидкости  $\zeta$  при  $t > 0$  и полной энергии  $E_0$ , переданной жидкости при деформациях дна бассейна:

$$\zeta = \zeta^g(x, y, t) + \zeta^w(x, y, t), \quad (25)$$

$$\zeta^g = \frac{\mu \gamma^2 q(t)}{\pi d} \int_G \frac{1}{\omega^2} P(m, n) \cos mx \cos ny dm dn, \quad (26)$$

$$\zeta^w = \frac{\mu}{\pi d} \int_G \frac{r^2}{\omega^2} P(m, n) M(r^2, t) \times \cos mx \cos ny dmdn, \quad (27)$$

$$E_0 = E^g + E^w, \quad (28)$$

$$E^g = \frac{\mu^2 \gamma^2}{2d^2} \int_G \frac{1}{\omega^2} P^2(m, n) dmdn, \quad (29)$$

$$E^w = \frac{2\mu^2}{d^2 K^2} \int_G \frac{r^2}{\omega^2} P^2(m, n) \sin^2 \left( \frac{1}{2} K \omega \right) dmdn, \quad (30)$$

$$M(r^2, t) = \frac{\sin \omega t - E(t - K) \sin \omega(t - K)}{K \omega},$$

$$P = \exp \left[ -\frac{\mu^2 m^2 + n^2}{4d} \right],$$

где  $E(t)$  – функция Хевисайда; область интегрирования  $G = (m, n) : m \geq 0, n \geq 0$ .

Для мгновенного смещения участка дна, соответствующего  $K \rightarrow 0$  или  $q(t) = E(t)$ , получаем  $M(r^2, t) = \cos \omega t$ . Используя (25)–(30), находим

$$\zeta = \frac{\mu}{\pi d} \int_G \frac{\gamma^2 + r^2 \cos \omega t}{\omega^2} P(m, n) \times \cos mx \cos ny dmdn, \quad (31)$$

$$E_0 = \frac{1}{2} \int_G h_0^2(x, y) dx dy = \frac{\pi \mu}{4d},$$

$$E^w = \frac{\mu^2}{2d^2} \int_G \frac{r^2}{\omega^2} P^2(m, n) dmdn. \quad (32)$$

Из выражений (31), (32) для мгновенной подвижки дна бассейна при  $t \rightarrow 0$  находим  $\zeta = h_0(x, y)$ ,  $u = v = 0$ . Поэтому задача о генерации волн и вихрей в слое жидкости импульсными смещениями участка дна бассейна эквивалентна задаче Коши с начальными условиями  $\zeta = h_0(x, y)$ ,  $u = v = 0$  ( $t = 0$ ). Такая замена правомерна вне зависимости от учета или пренебрежения вращением жидкости и традиционно используется при моделировании волн цунами [1, 2, 25].

## 6. ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ ДИНАМИЧЕСКОГО ПРОЦЕССА

Исследование волно-вихревых движений жидкости, вызванных деформациями дна бассейна (24), проводился путем численного анализа интегрального решения (25)–(32). Характеристики динамического процесса зависят от трех безразмерных

параметров:  $\gamma$ ,  $K$  и  $\mu$ . При численных расчетах их значения изменялись в диапазонах

$$0 \leq K \leq 1, \quad 0 \leq \gamma \leq 1, \quad 1 \leq \mu \leq 10,$$

которые охватывают возможные океанические ситуации. Из формул (25)–(30) следует, что динамика пространственных волн зависит от всех трех безразмерных параметров задачи, геострофического вихря – только от  $\gamma$  и  $\mu$ .

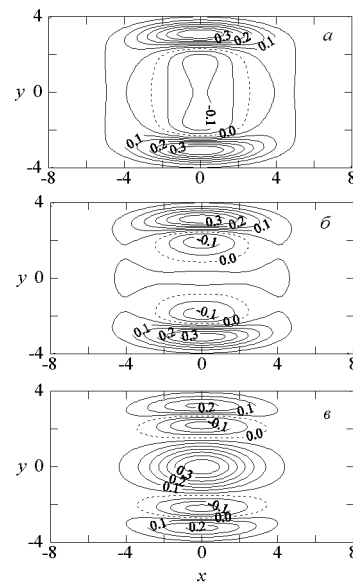


Рис. 1. Пространственная структура возмущений свободной поверхности в момент времени  $t = 3$ , вызванных кратковременным смещением эллиптического участка дна с отношением осей  $\mu = 4$ : а –  $\gamma = 0$ ; б –  $\gamma = 0.5$ ; в –  $\gamma = 1$

Типичная пространственная структура волны, образовавшейся в результате кратковременного смещения дна бассейна рассматриваемого типа, показана на рис. 1. Она описывается формулой (31). При отсутствии вращения жидкости (рис. 1, а) возмущение свободной поверхности включают две головные волны серповидной формы, которые распространяются в противоположных направлениях перпендикулярно большой оси области деформаций дна. Скорость их распространения, по полученным оценкам, близка к скорости распространения длинных волн. Над зоной генерации возникает область отрицательных значений  $\zeta$ .

В случае вращающейся жидкости (рис. 1, б, в) помимо двух направленных волн серповидной формы образуется стационарное смещение свободной поверхности над областью остаточных деформаций дна бассейна. При достаточно больших значениях параметра  $\gamma$  (рис. 1, в) происходит замет-

ное ослабление излученных волн, а смещение поверхности жидкости в зоне геострофического вихря может превысить высоту направленной волны.

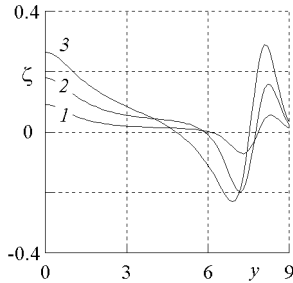


Рис. 2. Сечения свободной поверхности жидкости вдоль положительной полуоси  $Oy$  в момент времени  $t = 8$  при  $K = 0.1$ ,  $\gamma = 0.5$  и отношения осей эллиптической области деформаций дна, равного 1,3 и 15 (кривые 1–3 соответственно)

Интенсивность направленной волны усиливается, как и следовало ожидать из физических соображений, с ростом асимметрии эллиптической зоны деформаций дна (рис. 2). Это выражается в увеличении амплитуд волн повышения и понижения, а также стационарного геострофического смещения свободной поверхности жидкости над зоной деформаций дна бассейна.

Увеличение параметра  $\mu$  приближает движение в направлении оси  $Oy$  к плоскому. В последнем случае, если вращение жидкости отсутствует, профиль волны в сечении  $x = 0, y \geq 0$  близок к распределению  $\zeta = 0.5h_0(0, y - t)$  [14]. Тем самым, возмущение свободной поверхности жидкости, вызванное одномерным смещением дна бассейна (полоса вдоль оси  $Ox$ ), в процессе эволюции расщепляется на две длинные волны, распространяющиеся в противоположных направлениях без изменения формы. Такое поведение волн отражает свойства решений задачи Коши для одномерного волнового уравнения.

Как видно из рис. 3, вращение жидкости, во-первых, вызывает изменение формы поверхности жидкости в области стационарного геострофического вихря, во-вторых, приводит к образованию знакопеременной волны с ярко выраженной волной понижения. Оба эффекта усиливаются при увеличении параметра  $\gamma$ .

Рассмотрим теперь энергетические характеристики динамического процесса. Энергия  $E_0$ , переданная жидкости при деформациях дна бассейна, распределяется между стационарным геострофическим образованием и волновым полем. При

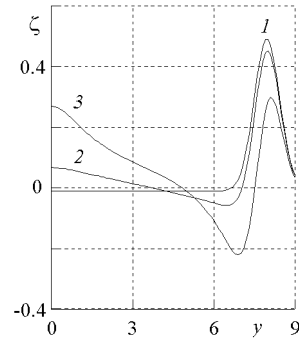


Рис. 3. Форма свободной поверхности жидкости вдоль положительной полуоси  $Oy$  в момент времени  $t = 8$  для  $K = 0.1$ ,  $\mu = 30$  и значений параметра  $\gamma = 0, 0.2$  и  $0.5$  для кривых 1, 2 и 3 соответственно

отсутствии вращения жидкости она целиком расходуется на волнообразование. В общем случае энергия волнового поля зависит от всех безразмерных параметров  $K, \gamma$  и  $\mu$ .

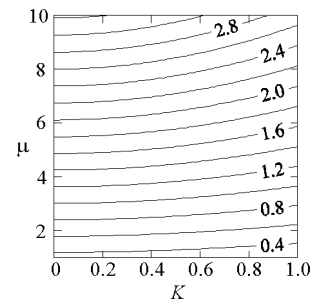


Рис. 4. Зависимость безразмерной энергии волнового поля  $E^w$  от параметров  $K$  и  $\mu$  при  $\gamma = 0.1$

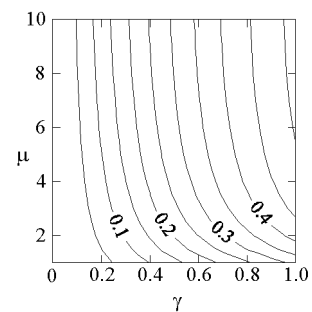


Рис. 5. Зависимость отношения энергии геострофического вихря к полной энергии возмущения жидкости  $E^g/E_0$  от параметров  $\gamma$  и  $\mu$  при  $K = 0.1$

В соответствии с рис. 4 полная энергия волн возрастает как при увеличении параметра асимметрии зоны деформаций дна, так и при уменьшении длительности движений донной поверхности. Это означает, что при одной и той же малой оси

эллиптической зоны деформаций дна волны наиболее эффективно генерируются при кратковременных смещениях дна сильно вытянутых участков дна бассейна. Зависимость энергии волнового поля от асимметрии зоны генерации ярко выражена. Ослабление эффективности генерации пространственных волн при увеличении длительности монотонного смещения участка дна ранее отмечалось во многих работах [5, 6, 12–14, 16, 18, 20, 25, 26]. При движениях дна, включающих подъем и возврат участка дна в первоначальное положение ("мембранная" подвижка дна), в зависимости от длительности деформационного процесса возможно как усиление, так и ослабление эффективности возбуждения волновых движений жидкости [6, 14, 16, 27].

Представляют интерес оценки величины  $\theta = E^g/E_0$ , характеризующей долю полной энергии возмущенного состояния жидкости после завершения деформаций дна, приходящуюся на геострофическое вихревое поле. Во всех случаях  $0 \leq \theta < 1$  и только при отсутствии вращения жидкости  $\theta = 0$ . Часть полной энергии жидкости, переносимая волнами, равна  $1 - \theta$ . Таким образом, чем больше значение  $\theta$ , тем существеннее влияние вращения Земли на динамику и энергетику длинных волн.

Изменение функции  $\theta$  в плоскости параметров  $(\gamma, \mu)$  иллюстрирует рис. 5. Увеличение  $\gamma$  или  $\mu$  приводит к росту относительного вклада геострофического вихря в полную энергию волно-вихревых движений жидкости, то есть приводит к ослаблению волнового движения жидкости в целом. При кратковременных смещениях дна и значениях  $\gamma \leq 0.2$ ,  $1 \leq \mu \leq 10$  энергия геострофического образования не превышает 13% от полной энергии возмущения жидкости. Влияние вращения Земли на волны проявляется в наибольшей степени для протяженных источников генерации, в мелководных бассейнах и усиливается с ростом угловой скорости вращения среды.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В рамках линейной теории длинных волн выполнен анализ влияния вращения на движения жидкости, вызванные деформациями дна бассейна конечной продолжительности. С помощью интегральных преобразований найдены общие выражения для гидродинамических полей и их энергетических характеристик. Установлен ряд общих свойств динамического процесса. Количественные оценки получены путем расчета двойных интегралов в случае деформаций эллиптиче-

ского участка дна бассейна, происходящих по линейному временному закону.

Отклик вращающегося слоя жидкости на движение участка дна бассейна формируется из движений двух типов: поверхностных гравитационных волн, распространяющихся из зоны генерации; стационарного геострофического вихревого поля над зоной деформаций дна. Последний компонент движения возникает только при условии существования остаточных деформаций дна бассейна. Временной закон движений дна влияет на волновое поле, но является несущественным для геострофического вихревого поля. В результате количественного анализа волно-вихревых движений жидкости установлено, что влияние вращения жидкости на неустановившиеся волны наиболее существенно для протяженных асимметричных зон генерации и мелководных бассейнов. В этих же случаях генерация геострофического вихревого поля наиболее эффективна.

Для океанических условий можно принять такие диапазоны изменения физических параметров модели:  $H = 100 - 4000$  м,  $L = 10 - 200$  км,  $T \leq 60$  с,  $l = 10^{-4}$  с $^{-1}$ . Тогда  $\gamma \leq 0.33$  и  $K \leq 1.19$ . На долю геострофического вихря при изменении отношения осей области генерации от 1 до 10 приходится, соответственно, от 8 до 22% полной энергии возмущений океана, переданной ему в результате движений дна бассейна. Для открытых районов океана влияние вращения Земли на динамику океана при подводных землетрясениях незначительно. Экспериментальные подтверждения генерации вихрей в океане при сейсмических событиях в настоящее время отсутствуют.

1. Соловьёв С. Л. Проблема цунами и ее значение для Камчатки и Курильских островов // Проблема цунами. – М.: Наука, 1968. – 7–50 с.
2. Мурти Т. С. Сейсмические морские волны цунами. – Л.: Гидрометеоздат, 1981. – 447 с.
3. Асада Т., Исбаси К., Матсуда Т. и др. Методы прогноза землетрясений. Их применение в Японии; Под ред. Т. Асада. – М.: Недра, 1984. – 312 с.
4. Рикигаке Т. Предсказание землетрясений. – М.: Мир, 1979. – 388 с.
5. Kajiwara K. Tsunami source, energy and directivity of wave radiation // Bull. Earthq. Res. Inst. Tokyo Univ. – 1970. – 48, N 5. – P. 835–870.
6. Доценко С. Ф., Соловьёв С. Л. Математическое моделирование процессов возбуждения цунами подвижками океанского дна // Исследования цунами. – М., 1990. – N 4. – С. 8–20.
7. Driessche P. V. D., Braddock R. D. On the elliptic generation region of tsunami // J. Marine Res. – 1972. – 30, N 2. – P. 217–226.
8. Войт С. С., Лебедев А. Н., Себекин Б. И. О формировании направленной волны цунами в очаге

- возбуждения // Известия АН СССР. Физика атмосферы и океана. – 1981. – 17, N 3. – С. 296–304.
9. Доценко С. Ф., Сергеевский Б. Ю., Черкесов Л. В. Пространственные волны цунами, вызванные знакопеременным смещением поверхности океана // Исследования цунами. – М., 1986. – N 1. – С. 7–14.
  10. Себекин Б. И. Влияние дисперсии волн на направленное распространение цунами // Известия АН СССР. Физика атмосферы и океана. – 1986. – 22, N 9. – С. 960–968.
  11. Lee J. J., Chang J. J. Nearfield tsunamis generated by three dimensional bed motions // 22nd Coastal Eng. Conf. – Proc. Int. Conf.: Delft, July 2–6. – 1990. – 1. – P. 1172–1185.
  12. Доценко С. Ф. Направленное излучение длинных волн при деформациях дна конечной продолжительности // Морской гидрофизический журнал. – 1992. – N 1. – С. 3–9.
  13. Доценко С. Ф., Сергеевский Б. Ю. Дисперсионные эффекты при генерации и распространении направленной волны цунами // Исследования цунами. – М., 1993. – N 5. – С. 21–32.
  14. Доценко С. Ф. Влияние остаточных смещений дна океана на эффективность генерации направленных волн цунами // Известия РАН. Физика атмосферы и океана. – 1995. – 31, N 4. – С. 570–576.
  15. Носов М. А., Шелковников Н. К. К вопросу о направленности излучения диспергирующих волн цунами асимметричными очагами // Вестник Московского ун-та. – Серия 3. Физика. Астрономия. – 1996. – N 3 – С. 86–91.
  16. Носов М. А., Миронюк С. В., Шелковников Н. К. Направленность излучения диспергирующей волны цунами и особенности движения дна в очаге // Вестник Московского ун-та. – Серия 3. Физика. Астрономия. – 1997. – N 2 – С. 68–70.
  17. Доценко С. Ф. Возбуждение волн цунами в непрерывно стратифицированном океане подвижками участка дна // Исследования цунами. – 1988. – N 3. – С. 40–52.
  18. Бобрович А. В. Генерация волн и вихрей в океане подводными землетрясениями // Исследования цунами. – 1990. – N 4. – С. 33–41.
  19. Доценко С. Ф., Шокин Ю. И. Условия генерации вихревого поля в очагах цунами // Вычислительные технологии. – 1997. – 2, N 2. – С. 48–54.
  20. Доценко С. Ф. Эффекты вращения Земли при генерации цунами подводными землетрясениями // Известия РАН. Физика атмосферы и океана. – 1999. – 35, N 5. – С. 706–714.
  21. Пелиновский Е. Н. Нелинейная динамика волн цунами. – Горький: ИПФ АН СССР, 1982. – 226 с.
  22. Доценко С. Ф. Динамика баротропного океана при локальных изменениях атмосферного давления // Известия РАН. Физика атмосферы и океана. – 1997. – 33, N 6. – С. 819–827.
  23. Бохнер С. Лекции об интегралах Фурье. – М.: Физматгиз, 1962. – 360 с.
  24. Педлоски Дж. Геофизическая гидродинамика. – 1. – М.: Мир, 1984. – 400 с.
  25. Марчук Ан. Г., Чубаров Л. Б., Шокин Ю. И. Численное моделирование волн цунами. – Новосибирск: Наука, 1983. – 175 с.
  26. Селезов И. Т., Сидорчук В. Н., Яковлев В. В. Трансформация волн в прибрежной зоне шельфа. – Киев: Наукова думка, 1983. – 207 с.
  27. Носов М. А., Шелковников Н. К. Возбуждение диспергирующих волн цунами "поршневыми" и "мембранными" подвижками дна // Известия РАН. Физика атмосферы и океана. – 1997. – 33, N 1. – С. 145–151.