

УДК 519.816

С. В. Каденко

Інститут проблем реєстрації інформації НАН України
вул. М. Шпака, 2, 03113 Київ, Україна

Правила підвищення узгодженості індивідуальних експертних ранжирувань під час проведення групових експертиз

Викладено ідею алгоритму організації зворотного зв'язку з експертами з метою підвищення узгодженості індивідуальних ранжирувань альтернатив при їхній агрегації. Множину індивідуальних ранжирувань запропоновано вважати достатньо узгодженою для агрегації, якщо підсумкове відношення, що отримано на їхній основі, є транзитивним. Якщо відношення не є транзитивним, агрегація індивідуальних ранжирувань вважається неприпустимою, і слід звертатися до експертів із пропозиціями щодо змін попередньо заданих ними ранжирувань альтернатив, які б дозволили зробити підсумкове відношення транзитивним. Представлено строгу постановку задачі та ідею алгоритму її розв'язання.

Ключові слова: експертна оцінка, ранжирування, ранг, транзитивність, альтернатива.

Вступ: аналіз стану проблеми

На сучасному етапі ординальне (рангове, порядкове) експертне оцінювання застосовується у багатьох галузях людської діяльності, які, внаслідок слабкої структурованості властивих їм проблем, вимагають залучення експертів до процесу прийняття рішень. При цьому залишається актуальною проблема адекватної та «справедливої» агрегації індивідуальних ранжирувань альтернатив. Критерієм проведення агрегації є достатність узгодженості індивідуальних ранжирувань для їх узагальнення у підсумкове, групове ранжирування, яке, власне, впливатиме на прийняття рішення.

У [1] було запропоновано підходи до визначення порогових значень показників узгодженості ординальних оцінок: коефіцієнтів конкордації та рангової кореляції, введених Кенделом [2]. Втім, для обчислення цих порогів, особа, що приймає рішення (ОПР) має сама задавати значення максимально припустимої різниці між ранжируваннями (кількість перестановок сусідніх пар альтернатив, необхідну для того, щоб отримати з одного індивідуального ранжирування інше).

© С. В. Каденко

У [3] показано, що коефіцієнти конкордації та рангової кореляції не залежать монотонно від мінімальної кількості перестановок, яка необхідна для зміни підсумкового (групового) ранжирування альтернатив. У тому ж джерелі описано критерій достатності узгодженості індивідуальних ординальних експертних оцінок альтернатив. Запропоновано вважати множину індивідуальних ранжирувань достатньо узгодженою для агрегації, якщо підсумкове відношення, отримане на їхній основі є транзитивним. Підсумкове відношення побудовано у вигляді матриці домінування (див. нижче). Якщо відношення не транзитивне, агрегація індивідуальних ранжирувань вважається неприпустимою, і слід звертатися до експертів із пропозицією змінити свої ранжирування альтернатив таким чином, щоб підсумкове відношення стало транзитивним.

Важливо зазначити, що організація зворотного зв'язку не має спричиняти тиск на попередньо висловлену думку експерта. Для виконання цієї умови необхідно, щоб експерт завжди мав можливість відхилити пропозиції щодо зміни свого ранжирування альтернатив.

Далі наведено строгу постановку задачі та опис процедури її розв'язання.

Постановка задачі

Дано: множина альтернатив, що оцінюються $A = \{A_i; i = 1..m\}$; множина строгих ранжирувань цих альтернатив, що виконані n експертами; $R = \{r_{ij}; i = 1..m; j = 1..n\}$; підсумкове відношення, у загальному випадку, не транзитивне, задане у вигляді матриці, побудованої шляхом агрегації індивідуальних ранжирувань за методом Кондорсе [1, 4, 5] $D = \{d_{ij}; i, j = 1..m\}$; $d_{ij} = 1, A_i \succ A_j$; $d_{ij} = -1, A_i \prec A_j$; $d_{ij} = 0, A_i \equiv A_j$ (символ « \succ » означає відношення «домінування»).

Треба організувати зворотний зв'язок з експертами, який дозволить зробити підсумкове відношення D транзитивним.

Тобто, слід побудувати процедуру, яка послідовно визначатиме, до кого саме з групи експертів слід звертатись, і які саме альтернативи пропонувати експертам для перестановки в їхніх індивідуальних ранжируваннях.

Ідея алгоритму розв'язання

Як відомо з численних джерел [5, 7–10], на порушення транзитивності вказує наявність у відношенні циклів (3-циклів, циклічних тріад). Три довільні альтернативи (A_1, A_2, A_3) утворюють цикл (циклічну тріаду), якщо має місце співвідношення виду: $A_1 \succ A_2 \succ A_3 \succ A_1$ (альтернативи завжди можна перенумерувати саме таким чином). Кілька циклів довжини 3 можуть утворювати цикли більшої довжини.

Отже, для того, щоб підсумкове відношення стало транзитивним, необхідно позбутися циклів у ньому. Для цього експертам слід переставити відповідні пари альтернатив в індивідуальних ранжируваннях.

Процедури однозначного вибору експертів, оцінки яких «псувають» підсумкове відношення, та альтернатив, які слід переставляти в першу чергу, не існує. Втім, з огляду на підвищення ефективності зворотного зв'язку (очевидно, що слід

завжди намагатися мінімізувати витрати часу та коштів на проведення експертизи, не ставлячи при цьому під загрозу достовірність її потенційних результатів), підчас повторного опитування експертів доцільно керуватися кількома евристичними припущеннями.

1. Перестановка пари альтернатив A_i та A_j у відношенні не повинна призводити до появи нових циклів. Необхідну і достатню умову для цього сформулювали Кендал і Сміт у відповідній праці [7]. За цією умовою, якщо на множині альтернатив $A = \{A_k, k = 1..m\}$ задане не транзитивне відношення переваг, а пара альтернатив A_i та A_j з цієї множини, така що $A_i \succ A_j$, входить у 3-цикл, і для ліквідації циклу її необхідно переставити, то внаслідок цієї перестановки не виникне нових циклів тоді і тільки тоді, коли $\alpha \leq \beta$, де α та β — кількість альтернатив, над якими у відношенні переваг домінують відповідно альтернативи A_i та A_j .

2. Слід переставляти пари альтернатив, які входять до найбільшої кількості 3-циклів. Адже, після відповідної перестановки пари альтернатив, зникають одразу всі цикли, до яких ці альтернативи входять. До того ж, зникнення кількох циклів довжини 3 також призводить до того, що внаслідок відновлення транзитивності відношення зникають і цикли більшої довжини, що їх включають [7, 10].

3. Слід мінімізувати кількість повторних звернень до експертів. Для цього необхідно обирати для перестановки ті пари альтернатив, які доведеться переставляти мінімальній кількості експертів. Чим більшої кількості експертів пропонується переставляти альтернативи в індивідуальних ранжируваннях (змінювати свої оцінки), тим імовірніше хтось із них не погодиться цього зробити. До того ж, повторне звернення до експертів вимагатиме додаткових витрат їхнього часу, і, відповідно, коштів на його оплату.

4. Слід обирати для перестановки пари альтернатив, різниця рангів яких є мінімальною. Це означає, що такі альтернативи стоять близько одна від одної в індивідуальному ранжируванні (можливо, будуть сусідніми), і експерт більш охоче погодиться переставити їх, аніж пару більш віддалених об'єктів.

5. Якщо немає додаткової інформації про переваги експертів та про ступінь їхньої впевненості в тому, що альтернативи оцінені вірно (згадаймо, що принциповою ознакою процедури експертного оцінювання, як правило, є відсутність еталонів), слід пропонувати експертам переставляти альтернативи, які розташовані ближче до кінця ранжирування. Доцільно припустити, що альтернативи, які стоять на перших місцях у ранжируванні (мають найменші ранги), важливіші для експерта (а також для ОПП чи організатора експертизи), тому перестановка альтернатив з більшими номерами буде меншою «жертвою», або «поступкою» з його боку. І, навпаки, якщо рішення полягає, наприклад, у тому, щоб відсіяти одну альтернативу із заданої множини (вилучити найгіршу з них), слід пропонувати експерту для перестановки пари альтернатив, що стоять на початку ранжирування.

6. Якщо це можливо, слід уникати повторних звернень до одного й того ж експерта в процесі зворотного зв'язку. Так, наприклад, якщо в індивідуальних ранжируваннях кількох експертів альтернативи, які слід поміняти місцями, мають однакові ранги, то перестановку цих альтернатив доцільно здійснювати у ранжируванні, побудованого експертом, до якого в процесі зворотного зв'язку організатор експертизи звертався найменшу кількість разів.

Пропонується висувати вимоги до пар альтернатив, що мають бути переставлені, саме в наведеному порядку. Безсумнівно, виконання умови Кендела–Сміта, слід перевіряти у першу чергу, але порядок порівняння «пар-кандидатів» для перестановки за іншими сформульованими критеріями, може варіюватися.

Викладені міркування дозволяють побудувати досить чітку процедуру організації зворотного зв'язку з експертами.

Спершу пропонується визначити усі цикли довжини 3 (циклічні тріади, 3-цикли), внаслідок існування яких порушується транзитивність підсумкового відношення. Після цього слід знайти пари альтернатив, які входять до найбільшої кількості циклів, і при цьому задовольняють умові невиникнення нових циклів Кендела–Сміта [7]. Якщо таких пар декілька, слід з'ясувати, яку кількість експертів доведеться повторно опитати для того, щоб альтернативи, які утворюють вказані пари, помінялися місцями у підсумковому відношенні. При цьому слід мати на увазі, що, в першу чергу доцільно пропонувати переставляти ті альтернативи, порядок яких доведеться змінювати найменшій кількості експертів. Число експертів, яким слід запропонувати змінити свою думку щодо взаємного розташування заданої пари альтернатив у ранжируванні, можна визначити за елементом матриці сум індивідуальних ординальних парних порівнянь. Якщо один експерт міняє місцями дві альтернативи A_i та A_j в індивідуальному ранжируванні, то елемент a_{ij} (i , відповідно, a_{ji}) матриці сум ординальних парних порівнянь змінюється на 2.

Також слід пам'ятати про останню умову і, якщо це можливо, уникати повторних звернень до одних і тих же експертів з пропозиціями перестановки альтернатив у побудованих ними індивідуальних ранжируваннях.

Неважко побачити, що навіть пар альтернатив, які є «оптимальними кандидатами» для перестановки за всіма вказаними критеріями, може бути декілька, тому процедура зворотного зв'язку характеризуватиметься певною неоднозначністю. Цю неоднозначність слід мати на увазі під час програмної реалізації алгоритму в автоматизованих системах підтримки прийняття рішень (СППР). У програмі можна задати «штучне» правило для усунення неоднозначності: наприклад, переставляти пари альтернатив у порядку їхньої нумерації. Також неоднозначність має і свій позитивний бік — чим більше можливих перестановок альтернатив існує на кожній ітерації алгоритму, тим більше варіантів звернень до експертів матиме організатор експертизи. За рахунок цього, у нього будуть альтернативні шляхи організації зворотного зв'язку з експертами у випадку, коли хтось із них відмовиться вносити рекомендовані зміни у своє ранжирування.

Збіжність даної процедури очевидна. Оскільки поява нових циклів виключається за рахунок перевірки умови Кендела–Сміта, за скінченну кількість кроків, як результат процедури, отримаємо транзитивне результуюче відношення — агреговане ранжирування. У випадку, коли внаслідок відмов експертів переставляти альтернативи у ранжируваннях не залишиться «кандидатів» для перестановки, а підсумкове ранжирування лишатиметься не транзитивним, буде зроблено висновок, що дана група експертів не в змозі прийти до узгодженого рішення, і потрібно змінити її склад.

Нарешті, слід вказати на дві особливості експертиз взагалі, і, зокрема, експертиз, що пов'язані з ординальним оцінюванням альтернатив. По-перше, згадаймо

мо, що йдеться про прийняття рішень у малих групах: експертна група, як правило, створюється для прийняття рішення у вузько орієнтованій галузі, і включає не більше кількох спеціалістів. По-друге, психофізичні обмеження людини не дозволяють їй одночасно оцінювати (і, тим більше, ранжирувати) більше 7 ± 2 об'єктів [11]. Якщо альтернатив більше, то їхню множину можна, наприклад, поділити на кластери, кожний з яких включатиме не більше 7 ± 2 альтернатив, як це пропонує Сааті [12]. При цьому у кожному кластері виділяється «погранична» альтернатива, що входить до нього і до сусіднього кластера. Тоді після побудови ранжирування альтернатив у межах кожного кластера, можна побудувати загальне ранжирування альтернатив. У такій ситуації задача організації зворотного зв'язку з експертами все одно розв'язуватиметься в межах кожного кластера окремо.

Експериментальні дослідження процедури на багатьох прикладах показали, що вищевказані критерії дозволяють достатньо звузити множину пар альтернатив, які слід пропонувати експертам для перестановки. Так, приміром, на кожному з кількох десятків тисяч випадкових прикладів, де підсумкове (групове) відношення будувалося на базі n «індивідуальних» ранжирувань m альтернатив (де n та m лежали у межах від 3 до 8), вказані критерії дозволяли дати однозначну відповідь на запитання: «які альтернативи в яких індивідуальних ранжируваннях слід міняти місцями?». За кілька ітерацій процедура дозволяє зробити множину індивідуальних ранжирувань заданої множини альтернатив достатньо узгодженою для побудови транзитивного підсумкового відношення переваг на цій множині.

Покроковий алгоритм розв'язання

1. Будуємо підсумкове відношення у вигляді матриці ординальних парних порівнянь методом Кондорсе [4, 6].

2. Перевіряємо, чи є в підсумковому відношення D 3-цикли; якщо немає — множина індивідуальних ранжирувань є достатньо узгодженим для агрегації; якщо є — переходимо на крок 3).

3. Випишуємо всі 3-цикли у вигляді послідовностей пар альтернатив $A_i A_j$; $A_j A_k$; $A_i A_k$.

4. Для кожної пари, що фігурує в циклах, перевіряємо виконання умови $\alpha \leq \beta$. Якщо умова не виконується — виключаємо пару з множини потенційних «кандидатів» для перестановки. Якщо виконується — переходимо на крок 5).

5. Відбираємо пари, що фігурують у максимальній кількості 3-циклів.

6. Визначаємо, яка кількість експертів має переставити альтернативи зі знайдених пар у своїх ранжируваннях. Відбираємо пари альтернатив, які доведеться переставляти мінімальній кількості експертів.

7. Перевіряємо, чому дорівнює елемент матриці підсумкового відношення D , що відповідає кожній відібраній парі $A_i A_j$. Якщо елемент d_{ij} матриці домінування підсумкового відношення, що відповідає парі альтернатив A_i та A_j , які входять до циклу, і мусять бути переставлені, дорівнює 1, то слід пропонувати експертам переставляти їх у тих індивідуальних ранжируваннях, де $A_i \succ A_j$ (відповідно, $r_i < r_j$, адже альтернативі, що домінує, відповідає менший порядковий номер, або ранг). І навпаки, при $d_{ij} = -1$, слід міняти альтернативи місцями в індивідуальних ранжируваннях, де $A_i \prec A_j$ (відповідно, $r_i > r_j$).

8. У разі, якщо існує кілька пар альтернатив, що входять до однакової кількості циклів, і при цьому їх мусить міняти місцями однакова кількість експертів, то пропонується, у першу чергу, обирати пару альтернатив A_{j1}, A_{j2} , різниця рангів яких є найменшою, тобто альтернатив, що стоять якнайближче одна до одної в індивідуальному ранжируванні: $|r_{i,j1} - r_{i,j2}| \rightarrow \min_{i,j1,j2}$ (де $r_{i,j1}, r_{i,j2}$ — ранги альтернатив A_{j1}, A_{j2} у ранжируванні, побудованому i -м експертом). Такі пари експерт погодяться переставляти більш охоче, аніж пари альтернатив, ранги яких є більш віддаленими.

9. Порівнюємо пари за наступним критерієм відбору: доцільно переставляти альтернативи, що стоять якомога ближче до кінця індивідуального ранжирування: $\min(r_{i,j1}, r_{i,j2}) \rightarrow \max_{i,j1,j2}$. Отже, на даному кроці серед відібраних ранжирувань слід виокремити ті, у яких відповідні пари альтернатив розташовані якнайближче до кінця ранжирування. Априорно передбачається, що менший ранг відповідає перевазі альтернативи, а експерта, у першу чергу, цікавить розташування у ранжируванні альтернатив із вищими (меншими), а не нижчими (більшими) рангами.

10. Перевіряємо, чи не зверталися ми до даного експерта (укладача знайденого ранжирування) раніше в процесі зворотного зв'язку. Якщо є можливість (існують ранжирування, до укладачів яких у процесі зворотного зв'язку ми ще не зверталися, або зверталися менше разів), то краще уникати повторних звернень — експерт, до якого звертаються не вперше, буде менш «поблажливим».

11. Обираємо першу з пар, що залишилися після поетапного відбору, у першому з ранжирувань, що залишилися після відбору, переставляємо відповідні альтернативи, та переходимо на крок 2).

Ілюстративний приклад

Припустимо 7 експертів E_1 – E_7 ранжирують 7 альтернатив A_1 – A_7 . Нехай множина індивідуальних ранжирувань альтернатив має вигляд, наведений у табл. 1.

Таблиця 1

	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6	A_7
E_1	7	3	4	1	6	2	5
E_2	3	4	7	1	2	5	6
E_3	6	2	5	3	4	1	7
E_4	3	6	5	2	4	7	1
E_5	3	4	1	7	6	2	5
E_6	5	6	3	1	4	7	2
E_7	4	3	2	6	5	7	1

Матриця підсумкового відношення D , побудованого за правилом Кондорсе на основі заданих індивідуальних ранжирувань альтернатив, показана в табл. 2.

Таблиця 2

	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6	A_7
A_1	0	1	-1	-1	-1	1	-1
A_2	-1	0	-1	-1	1	1	1
A_3	1	1	0	-1	1	1	-1
A_4	1	1	1	0	1	1	1
A_5	1	-1	-1	-1	0	1	-1
A_6	-1	-1	-1	-1	-1	0	1
A_7	1	-1	1	-1	1	-1	0

Нетранзитивність підсумкового відношення визначається шістьма 3-циклами: $(A_1A_2; A_2A_5; A_1A_5)$; $(A_1A_2; A_2A_7; A_1A_7)$; $(A_1A_6; A_6A_7; A_1A_7)$; $(A_2A_3; A_3A_7; A_2A_7)$; $(A_3A_6; A_6A_7; A_3A_7)$; $(A_5A_6; A_6A_7; A_5A_7)$. У циклах фігурують 12 пар альтернатив. З цих 12-ти пар умові Кендела–Сміта задовольняють 5: A_1A_2 ; A_1A_5 ; A_2A_7 ; A_3A_7 ; A_6A_7 . Пара A_6A_7 фігурує у трьох із шести 3-циклів, отже, ці альтернативи слід міняти місцями у першу чергу. Для того, щоб відповідний елемент матриці підсумкового відношення $d_{67} = 1$ змінився на протилежний $d_{67} = -1$, достатньо, щоб один з експертів, у ранжируванні котрого $A_6 \succ A_7$ (тобто, $r_6 < r_7$), погодився поміняти ці альтернативи місцями. В ранжируванні експерта E_2 ранг r_{26} альтернативи A_6 дорівнює 5, а ранг r_{27} альтернативи A_7 — 6 (див. табл. 1). Тому, з урахуванням вимог $|r_{i,j1} - r_{i,j2}| \rightarrow \min_{i,j1,j2}$ та $\min(r_{i,j1}, r_{i,j2}) \rightarrow \max_{i,j1,j2}$, перестановка вказаних альтернатив у вказаному ранжируванні є оптимальною. Після перестановки даної пари альтернатив у ранжируванні експерта E_2 у підсумковому відношенні D (табл. 2,а; жирним курсивом виділені елементи, змінені на попередній ітерації) залишаться тільки три цикли: $(A_1A_2; A_2A_5; A_1A_5)$; $(A_1A_2; A_2A_7; A_1A_7)$; $(A_2A_3; A_3A_7; A_2A_7)$.

Таблиця 2,а

	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6	A_7
A_1	0	1	-1	-1	-1	1	-1
A_2	-1	0	-1	-1	1	1	1
A_3	1	1	0	-1	1	1	-1
A_4	1	1	1	0	1	1	1
A_5	1	-1	-1	-1	0	1	-1
A_6	-1	-1	-1	-1	-1	0	-1
A_7	1	-1	1	-1	1	1	0

Пара A_1A_2 задовольняє умові Кендела–Сміта та фігурує у двох з трьох циклів, що лишилися. В ранжируванні експерта E_6 ранги вказаних альтернатив максимально близькі і розташовані ближче до кінця ранжирування, аніж у ранжируваннях інших експертів. Отже, доцільно переставити ці альтернативи у ранжируванні вказаного експерта. Після перестановки підсумкове відношення D матиме вигляд, показаний в табл. 2,б. В ньому лишається єдиний цикл: $(A_2A_3; A_3A_7; A_2A_7)$.

Таблиця 2,б

	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6	A_7
A_1	0	-1	-1	-1	-1	1	-1
A_2	1	0	-1	-1	1	1	1
A_3	1	1	0	-1	1	1	-1
A_4	1	1	1	0	1	1	1
A_5	1	-1	-1	-1	0	1	-1
A_6	-1	-1	-1	-1	-1	0	-1
A_7	1	-1	1	-1	1	1	0

Виходячи з описаних критеріїв, для ліквідації цього циклу, найбільш доцільно переставити альтернативи A_2 та A_3 в ранжируванні експерта E_4 . Якщо експерт погодиться на цю перестановку, підсумкове відношення D стане транзитивним (табл. 2,в).

Таблиця 2,в

	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6	A_7
A_1	0	-1	-1	-1	-1	1	-1
A_2	1	0	1	-1	1	1	1
A_3	1	-1	0	-1	1	1	-1
A_4	1	1	1	0	1	1	1
A_5	1	-1	-1	-1	0	1	-1
A_6	-1	-1	-1	-1	-1	0	-1
A_7	1	-1	1	-1	1	1	0

Ранжирування альтернатив A_1 – A_7 , що побудоване на основі даного відношення переваг, наступне: (6, 2, 4, 1, 5, 7, 3).

Висновки

Запропоновано алгоритм організації зворотного зв'язку з експертами при побудові групового ранжирування альтернатив. Задача, яку було розв'язано, характеризується високою актуальністю у сферах експертного оцінювання, проведення експертиз, розробки та програмної реалізації автоматизованих СППР, тому запропонований алгоритм може стати важливим елементом їхнього математичного забезпечення.

Експериментальні дослідження процедури на багатьох прикладах показали, запропоновані критерії дозволяють достатньо звузити множину пар альтернатив, які слід пропонувати експертам для перестановки, і за кілька ітерацій процедура дозволяє зробити множину індивідуальних ранжирувань заданої множини альтернатив достатньо узгодженою для побудови транзитивного підсумкового відношення переваг на цій множині.

У випадку, коли число експертів у групі є парним, підсумкове ранжирування альтернатив може бути нестрогим.

Основним напрямком подальших досліджень може бути узагальнення підходу на випадок різної компетентності експертів і нетранзитивних індивідуальних відношень переваг.

1. Тоценко В.Г. Метод определения достаточности согласованности индивидуальных ранжирований при принятии групповых решений / В.Г. Тоценко // Проблемы управления и информатики. — 2006. — № 4. — С. 82–88.
2. Кэндел М. Ранговые корреляции / М. Кэндел. — М.: Статистика, 1975. — 214 с.
3. Цыганок В.В. О достаточности согласованности групповых ординальных оценок / В.В. Цыганок, С.В. Каденко // Проблемы управления и информатики. — 2010. — № 4. — С. 107–112.
4. (1785). Essai sur l'application de l'analyse á la probabilité des décisions rendues á la pluralité des voix: [Электронный ресурс]. — Режим доступа: <http://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k417181>
5. Литвак Б.Г. Экспертная информация. Методы получения и анализа / Б.Г. Литвак. — М.: Радио и связь, 1982. — 185 с.
6. Тоценко В.Г. Методы определения групповых многокритериальных ординальных оценок с учетом компетентности экспертов / В.Г. Тоценко // Проблемы управления и информатики. — 2005. — № 5. — С. 84–89.
7. Kendall M.G. On the Method of Paired Comparisons / M.G. Kendall, B. Babington-Smith // Biometrika. — 1940. — Vol. 31. — P. 324–345.
8. Гнатієнко Г.М. Експертні технології прийняття рішень / Г.М. Гнатієнко, В.Є. Снитюк. — К.: ТОВ «Маклаут», 2008. — 444 с.
9. Iida Y. Ordinality Consistency Test About Items and Notation Of a Pairwise Comparison Matrix In AHP // Proc. of the X Internation. Symp. for the Analytic Hierarchy Process ISAHp-2009 [Электронный ресурс] — Режим доступа: http://www.isahp.org/2009Proceedings/Final_Papers/32_Iida_Youichi_ConsistencyTest_in_Japan_REV_FIN.pdf
10. Mikhailov L. Improving the Ordinal Consistency of Pairwise Comparison Matrices // L. Mikhailov, S. Siraj // Proc. of the XI Internation. Symp. for the Analytic Hierarchy Process ISAHp-2011 [Электронный ресурс] — Режим доступа: http://204.202.238.22/isahp2011/dati/pdf/106_0173_Mikhailov.pdf
11. Миллер Г. Магическое число семь плюс или минус два: о некоторых пределах нашей способности перерабатывать информацию / Г. Миллер. — М.: Инженерная психология. Прогресс, 1964.
12. Saaty T.L. The Analytic Hierarchy/Network Process / T.L. Saaty // RACSAM. — 2008. — 102(2). — P. 251–318.

Надійшла до редакції 11.05.2012