ISSN 1561-9087 Прикладна гідромеханіка. 2000. Том 2 (74), N 3. С. 108 – 109

УДК 532.6.68

ЛАГРАНЖЕВА МОДЕЛЬ РАСТЕКАНИЯ НЕФТЯНЫХ ПЯТЕН

Л. И. КОЗИЙ, В. С. МАДЕРИЧ

Институт проблем математических машин и систем НАН Украины, Киев

Получено 06.06.2000

В отличие от ранее представленных моделей, в которых раздельно рассматривалась динамика отдельных стадий растекания нефтяных пленок, предложено единое полуэмпирическое уравнение, описывающее баланс всех основных сил, вызывающих растекание нефтяной пленки.

На відміну від раніш представлених моделей, у яких динаміка окремих стадій роэтікання нафтових плівок розглядалася роздільно, пропонується єдине напівемпірічне рівняння, яке описує баланс всіх основних сил, які викликають роэтікання плівки.

Unlike previously proposed models, which describe dynamics of isolated stages of the slick spreading, the single semi-empirical model is proposed that describes balance of all main forces that govern the spreading of the oil slick.

Моделирование нефтяных разливов является в значительной степени комплексной задачей, так как на распространение и дальнейшую эволюцию нефтяного пятна оказывает влияние ряд гидродинамических и гидрохимических процессов. Поэтому, несмотря на то, что первые модели нефтяных пятен появились еще в конце 60-х годов, задача разработки моделей, адекватно описывающих эволюцию нефтяных загрязнений, все еще далека от решения (см. обзоры [1–2])

В данной статье рассматривается модель растекания нефтяных пленок. Она опирается на подход Лагранжа к описанию сплошной среды. Предполагается, что нефтяное пятно можно представить в виде большого ансамбля дискретных частиц определенной массы, поступающих в водоем со скоростью утечки и перемещающихся под действием ветра, течений, сил плавучести и поверхностных напряжений. Приток нефти моделируется появлением частиц. Количество частиц может уменьшиться за счет испарения и растворения в воде, а также выноса нефти на берег.

Случайные траектории N_p частиц описываются системой уравнений

$$\frac{d\mathbf{x}_k}{dt} = \mathbf{v}(\mathbf{x}_k, t) =$$
$$= \mathbf{v}_a(\mathbf{x}_k, t) + \mathbf{v}_d(\mathbf{x}_k, t) + \mathbf{v}_s(\mathbf{x}_k, t), \qquad (1)$$

где $k = \overline{1, N_p}$; t – время; $\mathbf{x}_k = (x_k, y_k)$ – вектор координат k- той частицы; $\mathbf{v}$ – вектор скорости частиц; $\mathbf{v}_a = (u_a, v_a)$ – составляющая скорости, обусловленная суммарным эффектом ветрового дрейфа и переноса течением; $\mathbf{v}_d = (u_d, v_d)$ – составляющая, обусловленная горизонтальной турбулентной диффузией; $\mathbf{v}_s = (u_s, v_s)$ – составляющая обусловленная растеканием пятна.

Турбулентная диффузия пятна, вызванная горизонтальной турбулентностью в море, моделируется методом случайных блужданий [3]. В соответствии с лагранжевым подходом, процессы растекания, которые, вообще говоря, являются детерминированными, следуя [4], будем описывать в рамках модели случайных блужданий. Такой подход обоснован аналогией параболических уравнений турбулентной диффузии и уравнений, описывающих динамику пятна.

Скорости смещений k-й частицы выражаются через коэффициент эффективной горизонтальной дисперсии частиц K_s:

$$u_s = P_s^{(u)}\sqrt{2K_s/\Delta t}, \qquad v_s = P_s^{(v)}\sqrt{2K_s/\Delta t}. \quad (2)$$

Здесь $P_s^{(u)}, P_s^{(v)}$ – случайные величины, однородно распределенные в интервале [-1;1]. Коэффициент K_s связан с дисперсией смещений частиц σ_s по аналогии с моделями турбулентной диффузии:

$$\frac{d\sigma_s^2}{dt} = 4K_s. \qquad (3)$$

В свою очередь, будем полагать, что линейный масштаб растекающегося пятна растет пропорционально σ_s со скоростью

$$U_s = \frac{dR}{dt}.$$

Считаем, что форма пятна близка к круговой с радиусом $R = R_s + R_d$ и средней толщиной H. Тогда масса пятна $M = \rho_o V = \rho_o H R^2$, где ρ_o – плотность нефти, V – объем пятна. Уравнение, описывающее динамику пятна, построим, используя оценки [5] для баланса сил в проинтегрированных по толщине $h(r)$ уравнениях динамики осесимметричного пятна, где r – радиальная координата. Основными силами, которые определяют растекание нефтяного пятна, являются:

1. Силы плавучести, вызванные разностью $\Delta\rho$ плотностей воды ρ_w и нефти ($\Delta\rho = \rho_w - \rho_o$), могут быть оценены следующим образом:

$$F_1 = \frac{1}{\rho_o}\int_0^h \frac{\partial p}{\partial r}dz = g'h\frac{\partial h}{\partial r} \approx c_1 g'\frac{H^2}{R}. \qquad (4)$$

Здесь p – давление, которое в гидростатическом приближении выражается через $\Delta\rho$, h и ускорение силы тяжести g; $g' = g\Delta\rho/\rho_w$, c_1 – эмпирическая постоянная.

2. Силы инерции, оцениваемые как

$$F_2 = \int_0^h u\frac{\partial u}{\partial r}dz \approx \frac{c_2 U_s^2 H}{R}, \qquad (5)$$

где c_2 – эмпирическая постоянная.

3. Силы вязкого сопротивления движению пятна определяемые как

$$F_3 = -\tau$$

где τ – касательное напряжение трения на границе раздела воды и нефти. Поскольку динамический коэффициент вязкости нефти в 20 раз больше, чем воды, то при достаточно малой толщине пленки τ оценивается по пограничному слою в воде:

$$\tau \approx -\rho_w \nu_w U_s/\delta_w, \qquad (6)$$

где ν_w – коэффициент кинематической вязкости воды; δ_w – толщина пограничного слоя, оцениваемая по формуле Релея:

$$\delta_w = (\nu_w t')^{1/2},$$

в которой t' –характерное время. Выражая δ_w через R и U_s

$$t' \approx R/U_s,$$

находим, что

$$F_3 \approx c_3\left(\frac{\rho_w^2 \nu U_s^3}{\rho_o^2 R}\right)^{1/2}, \qquad (7)$$

где c_3 – эмпирическая постоянная.

4. Силы поверхностного натяжения, вызывающие растяжение пленки, если поверхностное натяжение на поверхности раздела вода–воздух σ_{aw} превосходит сумму сил поверхностного натяжения на поверхностях раздела нефть–воздух σ_{oa} и нефть–вода σ_{ow}. Таким образом,

$$F_4 = \frac{1}{\rho_o}\frac{\partial\sigma}{\partial r} \approx c_4\frac{\sigma_s}{\rho_o R}, \qquad (8)$$

где c_4 – эмпирическая постоянная; σ – поверхностное натяжение; $\sigma_s = \sigma_{aw} - \sigma_{ow} - \sigma_{oa}$ – "коэффициент растекания" [?]. В отличие от предущих работ, в которых раздельно рассматривалась динамика отдельных стадий, составим единое полуэмпирическое уравнение, которое описывает баланс всех основных сил, вызывающих растекание нефтяной пленки:

$$F_1 - F_2 - F_3 + F_4 = 0. \qquad (9)$$

Оно сводится к уравнению для горизонтального масштаба пятна:

$$\left(\frac{dR_s}{dt}\right)^2 + \frac{c_3\rho_w\nu^{1/2}R^{5/2}}{c_2 M}\left(\frac{dR_s}{dt}\right)^{3/2} - \\ -\frac{g'M}{c_2\rho_o R^2} - \frac{c_4\sigma_s R^2}{c_2 M} = 0. \qquad (10)$$

Без ограничения общности здесь и далее принято $c_1 = 1$. Постоянные $c_2 = 2.37, c_3 = 1517, c_4 = 2522$. Они найдены из сравнения с известными автомодельными решениями для каждой из стадий, полученных для случая растекания пленки после мгновенного разлива. Наблюдения показали [1], что, начиная с какого-то момента времени, скорость растекания пленки в режиме поверхностного натяжения резко уменьшается и, наконец, вовсе прекращается. Поэтому, основываясь на эмпирической оценке для минимальной толщины $H_{min} = 2.5 \cdot 10^{-5}$м [1], будем считать, что $u_s = 0$ при $H < H_{min}$.

Работа выполнена в рамках проекта INTAS 96-2077.

1. *Hoult D. P.* Oil spreading on the sea. // Ann. Rev. Fluid Mech.– **4**, 1972.– P. 341–348.
2. *ASCE Task Commitee on Modelling of Oil Spills of the Water Resources Engineering Division* State of art review of modeling transport and fate of oil spills // J. Hydraulic Eng. – 1996. – **122**, N 11. – P. 594–609.
3. *Majer-Reimer E.* On tracer methods in computational hydrodynamics // Engineering Appplications of Computational Hydraulics, **1**.– Pitman, London, 1982.– P. 198–217.
4. *Johansen O.* Particles in fluid model for simulation of oil drift and spread. Part 1: basic concept.– Note No. 02.0706.40/2/85: Oceanographic Center, Sintef Group, Norway, 1995.– 40 p.
5. *Fay J. A.* The spread of oil slick on a calm sea. // Oil on the Sea.– NY, Plenum, 1969.– P. 53–63.