УДК 519.876.5

Є. О. Марценюк
Тернопільський національний економічний університет
вул. Юності, 9, 46000 Тернопіль, Україна

Особливості розв’язку задач параметричної ідентифікації динамічних систем в умовах інтервальної невизначеності

Розглянуто задачу параметричної ідентифікації лінійних динамічних систем методами аналізу інтервальних даних. Показано, що у випадку врахування початкових інтервальних наближень дискретних значень прогнозованої характеристики дана задача є задачею розв’язування інтервальної системи нелінійних алгебричних рівнянь. Досліджено особливості формування та властивості розв’язку таких систем.

***Ключові слова**: інтервальна система нелінійних алгебричних рівнянь, прогнозована характеристика.*

Вступ

Побудова моделей динамічних систем на основі експериментальних даних з похибками переважно базується на гіпотезі про ймовірнісну природу похибок. При цьому застосовуються методи параметричної ідентифікації, що ґрунтуються на ймовірнісному підході. За умов випадкових та обмежених за амплітудою похибок, коли їхні ймовірнісні характеристики є невідомими, більш ефективними є методи аналізу інтервальних даних [1–3]. Вирішення задачі параметричної ідентифікації лінійних динамічних систем зводиться до розв’язання інтервальної системи алгебричних рівнянь. Існуючі методи оцінювання розв’язків цієї системи спрямовані на знаходження допустимих або гарантованих інтервальних оцінок параметрів моделі [3].

Відомі методи розв’язування інтервальної системи алгебричних рівнянь зазвичай орієнтовані на гарантований підхід та інтервальне оцінювання розв’язку.

Розробці вказаних методів присвячені праці відомих українських і зарубіжних науковців: В. Кунцевича, А. Куржанського, М. Личака й ін. [4, 6]. Проте ці методи відзначаються високою обчислювальною складністю. В роботах С. Шарого при розв’язуванні задачі параметричної ідентифікації лінійних динамічних систем також шукають загрублені гарантовані інтервальні оцінки [5]. Проте для розв’язання на практиці задач допускового контролю перехідних процесів у механічних системах, електричних колах, при вирішенні задач оцінки динаміки концентрацій шкідливих викидів автотранспорту в атмосферу важливим є визначення таких значень параметрів, які забезпечують допускові коридори динаміки параметрів стану, тобто описують динаміку процесу із заданою точністю. Такі постановки задач унеможливлюють застосування гарантованого підходу оцінювання параметрів моделі. В той же час розробка нових методів допускового оцінювання параметрів дискретних динамічних систем, чи модифікація існуючих, наприклад, описаних у працях П.Г. Стахіва, М.П. Дивака та І.Я. Максимової [7], вимагають ґрунтовного аналізу процедур формування інтервальної системи алгебричних рівнянь. Тому метою даної праці є дослідження розв'язку інтервальних систем алгебричних рівнянь, які є основою для розв'язування задач параметричної ідентифікації динамічних систем в умовах інтервальної невизначеності.

Постановка задачі

Розглянемо лінійний динамічний об'єкт за умов повної спостережності, зі скалярним управлінням, а також за умов обмежених за амплітудою похибок експериментальних даних. Такий об'єкт опишемо лінійними рівняннями динаміки та рівняннями каналу вимірювань у такому вигляді:

$$\vec{x}_{k+1} = G \cdot \vec{x}_k + Q \cdot \vec{u}_k, \quad k = 0,\dots,N-1, \tag{1}$$

$$\vec{y}_{k+1} = C \cdot \vec{x}_{k+1} + \vec{e}_{k+1}, \quad k = 0,\dots,N-1, \tag{2}$$

де k — час, який змінюється дискретно, $k = 0,\dots,N-1$; $\vec{y}_{k+1}$ — вектор (розмірністю $n \times 1$) виміряних значень «виходів» системи; $\vec{x}_k$ — вектор (розмірністю $m \times 1$) змінних стану системи в k-й дискретний момент часу; $\vec{x}_{k+1}$ — вектор (розмірністю $m \times 1$) змінних стану системи в $(k+1)$-й дискретний момент часу; $\vec{u}_k = \left(u_{1k},\ u_{2k}\ ,\dots,\ u_{pk}\right)^T$ — вектор (розмірністю $p \times 1$) вхідних змінних в k-й дискретний момент часу.

$$G = \begin{pmatrix} g_{11} & \cdots & g_{1i} & \cdots & g_{1n} \\ g_{21} & \cdots & g_{2i} & \cdots & g_{2n} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ g_{n1} & \cdots & g_{ni} & \cdots & g_{nn} \end{pmatrix}, Q = \begin{pmatrix} q_{11} & \cdots & q_{1i} & \cdots & q_{1p} \\ q_{12} & \cdots & q_{2i} & \cdots & q_{2p} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ q_{n1} & \cdots & q_{ni} & \cdots & q_{np} \end{pmatrix},$$

$$C = \begin{pmatrix} c_{11} & \dots & c_{1i} & \dots & c_{1n} \\ c_{12} & \dots & c_{2i} & \dots & c_{2n} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ c_{m1} & \dots & c_{mi} & \dots & c_{mn} \end{pmatrix},$$

де G, Q — матриці параметрів моделі, елементи яких необхідно ідентифікувати;

C — прямокутна $(m \times n), n \rangle m$ матриця, яка задає канал вимірювання; $\vec{e}_{k+1} = (e_{nk+1}\ e_{1k+1} \cdots e_{2k+1})^T$ — вектор випадкових, обмежених за амплітудою похибок.

Нехай

$$|e_{1k+1}| = |e_{2k+1}| = ... = |e_{nk+1}| = |e_{k+1}| \le \Delta_{k+1}, \quad \Delta_{k+1} > 0 \quad \forall\ k = 0,...,N-1. \tag{3}$$

Позначимо за **Tol** перетворення, що дозволяє отримати допускові оцінки інтервалів вектора параметрів стану $\left[\vec{z}_{k+1}^{\,-}; \vec{z}_{r+1}^{\,+}\right]$ на основі даних з каналу вимірювань, тобто

$$[\vec{z}_{k+1}] = [\vec{z}_{k+1}^{\,-}; \vec{z}_{k+1}^{\,+}] = \mathbf{Tol}(\vec{y}_{k+1}, |e_{k+1}| \le \Delta_{k+1}, C), \ k = 0,...N-1. \tag{4}$$

Умовою отримання допускових коридорів динаміки параметрів стану системи є таке включення:

$$[\hat{\vec{x}}_{k+1}] = [\hat{\vec{x}}_{k+1}^{\,-}; \hat{\vec{x}}_{k+1}^{\,+}] \subseteq [\vec{z}_{k+1}] = [\vec{z}_{k+1}^{\,-}; \vec{z}_{k+}^{\,+}], \ k = 0,...N-1, \tag{5}$$

де

$$[\hat{\vec{x}}_{k+1}] = \hat{G} \cdot [\hat{\vec{x}}_k] + \hat{Q} \cdot \vec{u}_k, \tag{6}$$

де $\hat{G}$ та $\hat{Q}$ — матриці оцінок параметрів рівняння (1) експериментальних даних.

Розглянемо способи отримання оцінок $\left[\vec{z}_{k+1}^{\,-}; \vec{z}_{k+1}^{\,+}\right]$ змінних стану з використанням каналу вимірювань. З урахуванням рівнянь каналу вимірювання (2) та обмеженості амплітуди похибок $\vec{e}_{k+1}$, заданої виразом (3), рівняння каналу вимірювань, подамо в інтервальному вигляді

$$\vec{y}_{k+1} - \Delta_{k+1} \cdot \vec{I} \le C \cdot \vec{x}_{k+1} \le \vec{y}_{k+1} + \Delta_{k+1} \cdot \vec{I}, \ k = 0,...N-1, \tag{7}$$

де $\vec{I}$ — одиничний вектор.

Структура каналу задана квадратною невиродженою матрицею C. Розглянемо випадок, коли кількість вихідних змінних дорівнює кількості параметрів стану, тобто $m = n$.

Особливості формування інтервальної системи алгебричних рівнянь

Введемо позначення $C^{-1} = \left\{c_{ij}^*,\ i = 1,...,m;\ j = 1,...,m\right\}$ — обернена матриця до матриці C. У даному випадку матриця C є невиродженою. Тому перетворення (4) для оцінювання параметрів стану в k-й момент часу можемо отримати із системи інтервальних рівнянь (7) у вигляді:

$$\begin{cases} \min\limits_{\Delta_{k+1}\in\{-\Delta_{k+1};+\Delta_{k+1}\}} \left\{c_{11}^*\cdot(y_{1k+1}-\Delta_{k+1})+...+c_{1i}^*\cdot(y_{ik+1}-\Delta_{k+1})+...+c_{1m}^*\cdot(y_{mk+1}-\Delta_{k+1})\right\}\le x_{1k+1}\le \\ \le \max\limits_{\Delta_{k+1}\in\{-\Delta_{k+1};+\Delta_{k+1}\}} \left\{c_{11}^*\cdot(y_{1k+1}+\Delta_{k+1})+...+c_{1i}^*\cdot(y_{ik+1}+\Delta_{k+1})+...+c_{1m}^*\cdot(y_{mk+1}+\Delta_{k+1})\right\}; \\ \vdots \\ \min\limits_{\Delta_{k+1}\in\{-\Delta_{k+1};+\Delta_{k+1}\}} \left\{c_{i1}^*\cdot(y_{1k+1}-\Delta_{k+1})+...+c_{ii}^*\cdot(y_{ik+1}-\Delta_{k+1})+...+c_{im}^*\cdot(y_{mk+1}-\Delta_{k+1})\right\}\le x_{ik+1}\le \\ \le \max\limits_{\Delta_{k+1}\in\{-\Delta_{k+1};+\Delta_{k+1}\}} \left\{c_{i1}^*\cdot(y_{1k+1}+\Delta_{k+1})+...+c_{ii}^*\cdot(y_{ik+1}+\Delta_{k+1})+...+c_{im}^*\cdot(y_{mk+1}+\Delta_{k+1})\right\}; \\ \vdots \\ \min\limits_{\Delta_{k+1}\in\{-\Delta_{k+1};+\Delta_{k+1}\}} \left\{c_{m1}^*\cdot(y_{1k+1}-\Delta_{k+1})+...+c_{mi}^*\cdot(y_{ik+1}-\Delta_{k+1})+...+c_{mm}^*\cdot(y_{mk+1}-\Delta_{k+1})\right\}\le x_{mk+1}\le \\ \le \max\limits_{\Delta_{k+1}\in\{-\Delta_{k+1};+\Delta_{k+1}\}} \left\{c_{m1}^*\cdot(y_{1k+1}+\Delta_{k+1})+...+c_{mi}^*\cdot(y_{ik+1}+\Delta_{k+1})+...+c_{mm}^*\cdot(y_{mk+1}+\Delta_{k+1})\right\}, \end{cases} \tag{8}$$

$$k=0,...,N-1.$$

Позначимо:

$$y_{ik+1}^- = y_{ik+1}-\Delta_{k+1},$$

$$y_{ik+1}^+ = y_{ik+1}+\Delta_{k+1},$$

$$z_{ik+1}^- = \min\limits_{\Delta_{k+1}\in\{-\Delta_{k+1};+\Delta_{k+1}\}} \left\{c_{i1}^*\cdot(y_{1k+1}-\Delta_{k+1})+...+c_{ii}^*\cdot(y_{ik+1}-\Delta_{k+1})+...+c_{im}^*\cdot(y_{mk+1}-\Delta_{k+1})\right\}, \tag{9}$$

$$z_{ik+1}^+ = \max\limits_{\Delta_{k+1}\in\{-\Delta_{k+1};+\Delta_{k+1}\}} \left\{c_{i1}^*\cdot(y_{1k+1}+\Delta_{k+1})+...+c_{ii}^*\cdot(y_{ik+1}+\Delta_{k+1})+...+c_{im}^*\cdot(y_{mk+1}+\Delta_{k+1})\right\}. \tag{10}$$

Тоді система (8) матиме вигляд:

$$\begin{cases} z_{1k+1}^- \le x_{1k+1} \le z_{1k+1}^+; \\ \vdots \\ z_{ik+1}^- \le x_{ik+1} \le z_{ik+1}^+; \quad k=0,...,N-1. \\ \vdots \\ z_{mk+1}^- \le x_{mk+1} \le z_{mk+1}^+; \end{cases} \tag{11}$$

Користуючись отриманими оцінками параметрів стану, для забезпечення включення (5) виконаємо такі підстановки. Інтервальну оцінку, обчислену за системою (6) разом із допусковими інтервальними оцінками вектора змінних стану $\vec{x}_{k+1}$, заданими нерівностями (11), підставимо в умову (5). Отримаємо таку систему:

$$\begin{cases} z_{1k+1}^{-} \leq \hat{\vec{g}}_1^T \cdot [\hat{\vec{x}}_k^{-}; \hat{\vec{x}}_k^{+}] + \hat{\vec{q}}_1^T \cdot \vec{u}_k \leq z_{1k+1}^{+}, \\ \vdots \\ z_{ik+1}^{-} \leq \hat{\vec{g}}_i^T \cdot [\hat{\vec{x}}_k^{-}; \hat{\vec{x}}_k^{+}] + \hat{\vec{q}}_i^T \cdot \vec{u}_k \leq z_{ik+1}^{+}, \quad k = 0,...,N-1, \\ \vdots \\ z_{mk+1}^{-} \leq \hat{\vec{g}}_m^T \cdot [\hat{\vec{x}}_k^{-}; \hat{\vec{x}}_k^{+}] + \hat{\vec{q}}_m^T \cdot \vec{u}_k \leq z_{mk+1}^{+}, \end{cases} \tag{12}$$

де $\hat{\vec{g}}_i^T = (\hat{g}_{i1},...,\hat{g}_{ii},...,\hat{g}_{im})$ — вектор-стрічка матриці $\hat{G}$; $\hat{\vec{q}}_i^T = (\hat{q}_{i1},...,\hat{q}_{ii},...,\hat{q}_{ip})$ — вектор-стрічка матриці $\hat{Q}$.

Отже, задача параметричної ідентифікації лінійного динамічного об’єкта (6) за умов (5) є задачею розв’язування інтервальної системи алгебричних рівнянь у вигляді (12).

Основною проблемою при формуванні системи (12) є неможливість розрахувати інтервальні оцінки (за виключенням початково заданих) $\left[\hat{x}_{1,0}\right],\left[\hat{x}_{2,0}\right],...,$ $\left[\hat{x}_{m,0}\right]$, $\left[\hat{x}_{i,1}\right],\left[\hat{x}_{i,2}\right],...,\left[\hat{x}_{i,m}\right],...\left[\hat{x}_{n,1}\right],\left[\hat{x}_{n,2}\right],...,\left[\hat{x}_{n,m}\right]$ без відомих оцінок параметрів $\hat{\vec{g}}^T$. За таких умовах слід використати рекурентну схему формування інтервальної системи алгебричних рівнянь (12), дослідити властивості її розв’язків і на цій основі розробити алгоритм параметричної ідентифікації лінійного динамічного об’єкта (6).

Для отримання прогнозу на основі динамічного об’єкта (12) необхідно на початку задати інтервальні оцінки $\left[\hat{x}_{1,0}\right],\left[\hat{x}_{2,0}\right],...,\left[\hat{x}_{m,0}\right]$.

Не порушуючи загальності, розглянемо процедуру формування інтервальної системи алгебричних рівнянь на прикладі побудови моделі динаміки для автономної системи у такому вигляді:

$$\begin{cases} \left[\hat{x}_{1,k+1}^{-}; \hat{x}_{1,k+1}^{+}\right] = g_{11}\left[\hat{x}_{1,k}^{-}; \hat{x}_{1,k}^{+}\right] + g_{12}\left[\hat{x}_{2,k}^{-}; \hat{x}_{2,k}^{+}\right], \\ \left[\hat{x}_{2,k+1}^{-}; \hat{x}_{2,k+1}^{+}\right] = g_{21}\left[\hat{x}_{1,k}^{-}; \hat{x}_{1,k}^{+}\right] + g_{22}\left[\hat{x}_{2,k}^{-}; \hat{x}_{2,k}^{+}\right]. \end{cases} \tag{13}$$

Тепер задамо інтервальні початкові оцінки змінних стану у такому вигляді:

$$x_{1,0}^{-} \leq \left[\hat{x}_{1,0}\right] \leq \hat{x}_{1,0}^{+}, \; x_{2,0}^{-} \leq \left[\hat{x}_{2,0}\right] \leq x_{2,0}^{+}. \tag{14}$$

З урахуванням умови включення (5) перше і друге рівняння інтервальної системи (13) алгебричних рівнянь матимуть такий вигляд:

$$\begin{cases} z_{1,1}^{-} \leq g_{11}\left[\hat{x}_{1,0}^{-}; \hat{x}_{1,0}^{+}\right] + g_{12}\left[\hat{x}_{2,0}^{-}; \hat{x}_{2,0}^{+}\right] \leq z_{1,1}^{+}, \\ z_{2,1}^{-} \leq g_{21}\left[\hat{x}_{1,0}^{-}; \hat{x}_{1,0}^{+}\right] + g_{22}\left[\hat{x}_{2,0}^{-}; \hat{x}_{2,0}^{+}\right] \leq z_{2,1}^{+}. \end{cases} \tag{15}$$

Підставивши інтервальні оцінки змінних стану, отриманих на основі моделі (13) в перше та друге інтервальні рівняння, одержимо відповідно:

$$\begin{cases} z_{1,2}^- \le g_{11}^2\left[\hat{x}_{1,0}^-;\hat{x}_{1,0}^+\right] + g_{11}g_{12}\left[\hat{x}_{2,0}^-;\hat{x}_{2,0}^+\right] + g_{12}g_{21}\left[\hat{x}_{1,0}^-;\hat{x}_{1,0}^+\right] + g_{12}g_{22}\left[\hat{x}_{1,0}^-;\hat{x}_{1,0}^+\right] \le z_{1.2}^+, \\ z_{2,2}^- \le g_{21}g_{11}\left[\hat{x}_{1,0}^-;\hat{x}_{1,0}^+\right] + g_{21}g_{12}\left[\hat{x}_{2,0}^-;\hat{x}_{2,0}^+\right] + g_{22}g_{21}\left[\hat{x}_{1,0}^-;\hat{x}_{1,0}^+\right] + g_{22}^2\left[\hat{x}_{2,1}^-;\hat{x}_{2,1}^+\right] \le z_{2,2}^+. \end{cases} \quad (16)$$

Для отримання графічної ілюстрації розв'язку отриманої інтервальної системи, проведемо подальше спрощення, а саме покладемо $g_{22} = 0$, тоді системи (15) і (16) відповідно будуть мати такий вигляд:

$$\begin{cases} z_{1,1}^- \le g_{11}\left[\hat{x}_{1,0}^-;\hat{x}_{1,0}^+\right] + g_{12}\left[\hat{x}_{2,0}^-;\hat{x}_{2,0}^+\right] \le z_{1,1}^+; \\ z_{2,1}^- \le g_{21}\left[\hat{x}_{1,0}^-\hat{x}_{1,0}^+\right] \le z_{2,1}^+. \end{cases} \quad (17)$$

$$\begin{cases} z_{1,2}^- \le g_{11}^2\left[\hat{x}_{1,0}^-;\hat{x}_{1,0}^+\right] + g_{11}g_{12}\left[\hat{x}_{2,0}^-;\hat{x}_{2,0}^+\right] + g_{12}g_{21}\left[\hat{x}_{1,0}^-;\hat{x}_{1,0}^+\right] \le z_{1.2}^+; \\ z_{2,2}^- \le g_{21}g_{11}\left[\hat{x}_{1,0}^-;\hat{x}_{1,0}^+\right] + g_{21}g_{12}\left[\hat{x}_{2,0}^-;\hat{x}_{2,0}^+\right] \le z_{2,2}^+. \end{cases} \quad (18)$$

Як видно, дана система (18) є інтервальною системою нелінійних алгебричних рівнянь (ІСНАР). Властивості таких систем описані в інтервальному аналізі [2]. Також відомо, що розв'язком ІСНАР є неопукла область, що виключає можливість використання методів розв'язування задач лінійного програмування для знаходження інтервальних оцінок розв'язків.

Подібні дослідження проведені авторами М.П Дивак, Т.М. Дивак у задачі параметричної ідентифікації лінійного різницевого оператора [2]. Однак у випадку моделювання динамічних систем з великою кількістю змінних стану, розв'язування інтервальної системи алгебричних рівнянь суттєво ускладнюється.

Проілюструємо побудову розв'язку ІСНАР на даних прикладу, наведеного в [3]. У вказаній праці розглянуто модель динаміки річних збитків унаслідок забруднення екологічного середовища діоксидом азоту та пилу. Таблиця експериментальних даних для трьох інтервальних вимірювань, які використаємо для побудови ІСНАР, побудована із праці [3, таблиця].

№ дискрети	Інтервальні значення концентрації діоксиду азоту	Інтервальні значення концентрації пилу
j	$\left[x_{1,j}\right] = \left[x_{1,j}^-;x_{1;j}^+\right]$	$\left[x_{2,j}\right] = \left[x_{2.j}^-;x_{2,j}^+\right]$
0	[30,2;40,8]	[38,5;48,5]
1	[45,3;55,7]	[43,3;55,7]
2	[47,3;57,7]	[33,4;37,6]

На основі таблиці складемо систему з таких інтервальних рівнянь:

$$\begin{cases} 45{,}3 \le g_{11}[33{,}22;36{,}78] + g_{12}[42{,}35;43{,}65] \le 58{,}7; \\ 43{,}3 \le g_{21}[33{,}22;36{,}78] \le 55{,}7; \\ 47{,}3 \le g_{11}^2[33{,}22;36{,}78] + g_{11}g_{12}[42{,}35;43{,}65] + g_{12}g_{21}[33{,}22;36{,}78] + g_{12}^2 \le 57{,}7; \\ 33{,}4 \le g_{21}g_{11}[33{,}22;36{,}78] + g_{21}g_{12}[42{,}35;43{,}65] \le 37{,}6. \end{cases} \quad (19)$$

На рис. 1. зображено отриманий розв'язок перших двох рівнянь системи (19). Як видно із рис. 1, цей розв'язок у просторі параметрів є опуклим многогранником.

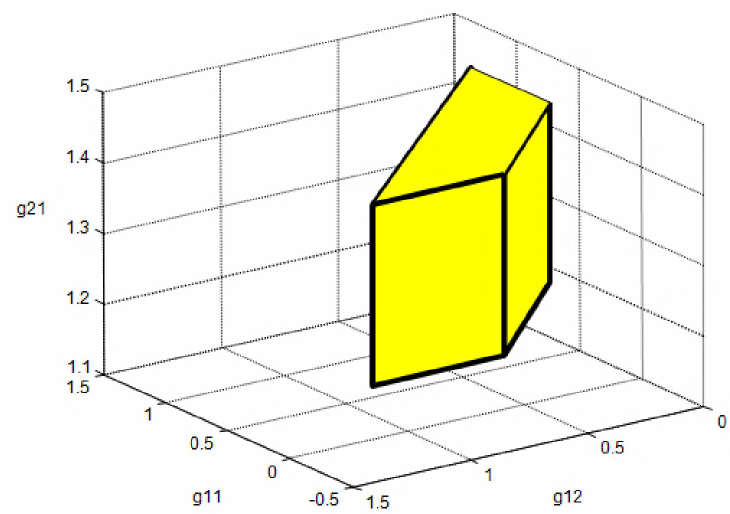

Рис. 1. Розв'язок перших двох рівнянь ІСНАР (19)

Інакша ситуація із розв'язком третього інтервального рівняння системи (19) у вигляді

$$47{,}3 \le g_{11}^2[33{,}22;36{,}22] + g_{11}g_{12}[42{,}35;43{,}65] + g_{12}g_{21}[33{,}22;36{,}78] + \\ + g_{12}^2[42{,}35;43{,}65] \le 57{,}7.$$

Аналіз цього рівняння показує, що в просторі параметрів g_{11}, g_{12}, g_{21} його розв'язок є незамкнена область, обмежена парами поверхонь, утворених гіперболоїдами. На рис. 2 наведено розв'язок перших трьох рівнянь ІСНАР (19), отриманий автором із використанням ППП Matlab.

Із проведеного аналізу витікає, що задача параметричної ідентифікації динамічних систем в умовах інтервальної невизначеності, коли дані експерименту отримані для заданого каналу вимірювання, є достатньо складною задачею пошуку неопуклої області ІСНАР. Для її розв'язування необхідно використовувати ітераційні алгоритми. Один із таких алгоритмів був розроблений автором і наведений у праці [3]. Суть запропонованої обчислювальної схеми полягає в наступному. Задаємо початкові умови у вигляді інтервальних наближень дискретних значень прогнозованої характеристики з виконанням відомих умов включення (5). Тоді задаємо початкові умови на вектор параметрів моделі динамічного об'єкта. Потім реалізуємо ітераційну схему з метою отримання інтервальних дискретних оцінок прогнозованої характеристики та перевірки «якості» поточної оцінки вектора параметрів моделі динамічного об'єкта. В основі ітераційної схеми покладено процедуру випадкового пошуку вектора параметрів дискретної моделі динамічної системи. На кожній ітерації перевіряється «якість» поточного наближення параметричної моделі. За показник «якості» використовується відхилення між прогнозованими значеннями параметрів стану системи та експериментальними даними, які визначають параметри стану. Дослідження, проведені на реальних прикладах, показали, що така обчислювальна схема відзначається високою обчислювальною збіжністю і забезпечує знаходження допускових оцінок параметрів моделі.

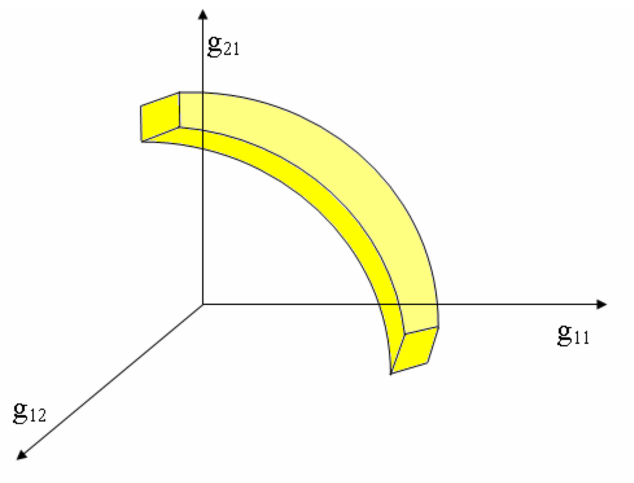

Рис. 2. Неопукла область розв'язків ІСЛАР (19)

Таким чином, запропонована обчислювальна схема не вимагає розв'язування складної обчислювальної задачі нелінійної оптимізації.

Висновки

Розглянуто задачу параметричної ідентифікації лінійних динамічних систем методами аналізу інтервальних даних. Показано, що у випадку врахування початкових інтервальних наближень дискретних значень прогнозованої характеристики, дана задача є задачею розв'язування ІСЛАР. Досліджено особливості формування та властивості розв'язку ІСЛАР і при цьому отримано такі наукові та практичні результати:

— розв'язком задачі параметричної ідентифікації лінійного динамічного об'єкта з урахуванням початкових умов у вигляді інтервально заданих наближень початкових дискретних значень прогнозованої характеристики є неопукла область оцінок значень параметрів цього динамічного об'єкта;

— запропоновано нову обчислювальну схему параметричної ідентифікації лінійного динамічного об'єкта, яка не вимагає розв'язування складних обчислювальних задач нелінійної оптимізації високої розмірності.

1. *Дивак М.* Ідентифікація параметрів моделей «вхід–вихід» динамічних систем на основі інтервального підходу / М. Дивак, П. Стахів, І. Каліщук // Вісник Тернопільського державного технічного університету. — 2004. — Т. 9, № 4. — С. 109–117.

2. *Дивак М.П.* Особливості побудови інтервальної системи алгебричних рівнянь та методу її розв'язку в задачах ідентифікації лінійного інтервального різницевого оператора./ М.П. Дивак, Т.М. Дивак // Зб. наук. праць. — К.: МННЦ ІТС НАН та МОН України, 2009. — С. 35–43.

3. *Дивак М.П.* Моделювання лінійних динамічних систем із заданою структурою вимірювання методами аналізу інтервальних даних / М.П. Дивак, А.В. Пукас, Є.О. Марценюк, І.Ф. Войтюк // Зб. пр. Моделювання та керування станом еколого-економічних систем регіону. — К.: МННЦ ІТС. — 2008. — С. 79–91.

4. *Кунцевич В.* Получение гарантированных оценок в задачах параметрической идентификации / В. Кунцевич, М. Лычак // Автоматика. — 1982. — № 4. — С. 49–59.

5. *Шарый С.П.* Интервальный анализ: прошлое, настоящее и будущее / С.П. Шарый // Наука в Сибири. — 1997. — № 41 (2127). — С. 3.

6. *Куржанский А.Б.* Задача идентификации — теория гарантированных оценок / А.Б. Куржанский // Автоматика и телемеханика. — 1991. — № 4. — С. 3–26.

7. *Дивак М.* Ітераційний метод пошуку допустимого розв'язку ІСЛАР в задачах ідентифікації параметрів динамічних моделей «вхід–вихід» / М. Дивак, П. Стахів, І. Максимова // Відбір та обробка інформації. — 2005. — Вип. 23 (99). — С. 40–48.

Надійшла до редакції 27.01.2010