

УДК 620.179.15:004.421.2

А. І. Закидальський, Є. О. Цибульська

Інститут проблем реєстрації інформації НАН України
вул. М. Шпака, 2, 03113, Київ, Україна

Томографічна реконструкція «великих» об'єктів при використанні часткових сканувань

Представлено алгоритми томографічної реконструкції «великих» об'єктів. Розглянуто випадки використання часткових сканувань горизонтальних і вертикальних секцій при розмірах об'єктів, що в декілька разів перевищують кут конусного променя та розміри матриці детекторів. Наведено результати моделювання томографічної реконструкції математичних фантомів.

Ключові слова: комп'ютерна томографія, алгоритм реконструкції, тривимірна реконструкція.

Вступ

Комп'ютерна томографія в наш час використовується в багатьох областях: в медицині, промисловості, геофізиці, геології та інших. Існує значне число модифікацій комп'ютерних томографів, які відрізняються за типами проникаючого випромінювання, що використовується, побудовою сканувальної системи, алгоритмічним і програмним апаратом обробки даних, показниками просторової та щільнісної роздільної здатності тощо [1]. Слід зазначити, що практично всі з них розраховані на дослідження об'єктів, розміри яких не перевищують кут конусного променя, що може бути зареєстрований матрицею детекторів.

Удосконалення рентгенооптичних детекторів дало змогу реєструвати, окрім рентгеновського випромінювання (40–140 кеВ), також і гама-випромінювання лінійних прискорювачів (3–5 МеВ). Це дозволяє сканувати об'єкти високої щільності та габаритів, що значно перевищують розміри матриці рентгенооптичних детекторів. У попередні роки у відділі спеціалізованих методів моделювання ІПРІ НАН України був розроблений комп'ютерний томограф 3-го покоління, який відноситься до томографів традиційного типу. Останнім часом у відділі виникла ідея створення та була окреслена принципова структура комп'ютерного томографа для дослідження об'єктів, розміри яких від 2 до 10 разів перевищують розміри конусного променя. Для ефективного застосування в томографі такого типу рентгенооптичних детекторів виникла потреба розробки спеціалізованих алгоритмів, що

забезпечують потрібну просторову і щільнісну роздільну здатність за умови отримання проекційних даних сканування окремих секцій об'єкта дослідження.

Постановка задачі

Метою даної роботи є створення методів та алгоритмів томографічної реконструкції для дослідження внутрішньої структури об'єктів, розміри яких перевищують кут конусного променя та розміри матриці детекторів комп'ютерного томографа.

Існуючі методи та алгоритми дослідження «великих» об'єктів

Розглянемо окремо реконструкцію об'єктів, розміри яких перевищують кут конусного променя та розміри матриці детекторів у горизонтальній та у вертикальній площинах.

На сьогоднішній день відомі декілька варіантів двовимірних алгоритмів реконструкції за даними часткових сканувань горизонтальних секцій, які дозволяють відновити один шар досліджуваного об'єкта [2–4]. Тривимірну реконструкцію в цьому випадку можна проводити, скануючи та відновлюючи послідовно окремі шари, що приводить до великого часу томографічного дослідження.

Проблеми тривимірної реконструкції об'єктів, довжина яких перевищує розміри матриці детекторів, за допомогою спірального сканування, розглядаються в роботах Х. Турбелла [5], Н. Кудо [6–8], К. Тама [9, 10] та багатьох інших [11, 12]. У роботах К. Тама сформульована достатня умова для спірального сканування об'єкта в конусному промені та запропонований алгоритм відновлення зони інтересу (ROI) [10].

Також для вирішення проблеми реконструкції об'єктів, довжина яких перевищує розміри матриці детекторів, застосовуються методи тривимірної реконструкції, що використовують різні підходи: метод віртуального кола (VC) [13], нуль-граничний метод (ZB) [14], метод місцевої зони інтересу (LR) [15].

Ці алгоритми забезпечують стабільність і достатньо високу якість реконструкції, але мають низьку швидкість — час реконструкції займає від 2 до 3 годин при розмірах об'єкта $400 \times 400 \times 200$ точок (комп'ютер Alpha 21264) [14, 16]. Крім того, реальні проекційні дані можуть реєструються з похибками, що зменшує точність реконструкції. Тому на практиці перевага звичайно віддається застосуванню наближених методів реконструкції, оскільки вони забезпечують більшу продуктивність роботи при потрібній якості зображень.

Реконструкція томографічних зображень об'єктів при використанні часткових сканувань горизонтальних секцій

Для реконструкції об'єктів, чий розміри по ширині перевищують кут конусного променя та розміри матриці детекторів, пропонується тривимірний алгоритм реконструкції з використанням конусних проекційних даних і скануванням з декількома центрами обертання досліджуваного об'єкта.

Розглянемо реконструкцію об'єкта, розміри якого в горизонтальній площині перевищують розміри матриці детекторів. Нехай система «джерело випроміню-

вання — матриця детекторів» томографа може реєструвати дані конусного променя з кутом $2\gamma_{\max}$. Центр обертання об'єкта лежить на лінії «фокус випромінювача – центральний детектор» на відстані R від фокуса. Радіус зони відновлення дорівнює $R \cdot \sin \gamma_{\max}$.

При зміщенні центра обертання об'єкта максимальний радіус зони реконструкції збільшується. Але і в цьому випадку реєструватися будуть проекційні дані тільки всередині сектора з кутом $2\gamma_{\max}$. У результаті зона реконструкції на кожному ракурсі буде тільки частково охоплена реєструвальними променями. Для того, щоби охопити весь об'єкт, необхідно провести додаткові сканування, обравши нові центри обертання об'єкта, а потім з отриманих горизонтальних секцій відновити повне його зображення.

Розглянемо сканування об'єкта у випадку, коли його кутові розміри дорівнюють $n \cdot 2\gamma_{\max}$. Оскільки сканувальна система дозволяє збирати проекційні дані в секторі з кутом $2\gamma_{\max}$, то для реєстрації повного набору проекційних даних потрібно n сканувань з n відповідно обраних центрів обертання. Кут віяльних променів у кожному шарі буде змінюватися відносно центрального променя від $-n\gamma_{\max}$ до $n\gamma_{\max}$. Координати X, Y пов'язані з нерухомою системою збору даних. Фокус випромінювача знаходиться на відстані R до будь-якого з центрів обертання об'єкта та має координати $(-R, 0)$.

Знайдемо координати центрів обертання об'єкта $O^{-\frac{n}{2}}, \dots, O^{\frac{n}{2}}$ в системі координат (X, Y) . Нехай $n = 3$ (рис. 1). Координати центрів обертання об'єктів у нерухомій системі координат (X, Y) будуть дорівнювати:

$$\begin{cases} O^{-1} = (-R(1 - \cos 2\gamma_{\max}), -R \sin 2\gamma_{\max}); \\ O^0 = (0, 0); \\ O^1 = (-R(1 - \cos 2\gamma_{\max}), 2R \sin \gamma_{\max} \cos \gamma_{\max}). \end{cases} \quad (1)$$

Обертання об'єкта навколо центра O^{-1} на кут 2π при скануванні забезпечує збір даних для еквівалентного детектора з кутом охоплення променями від $-3\gamma_{\max}$ до $-\gamma_{\max}$. При цьому детекторами реєструються усі дані для реконструкції кільця з радіусами $R \cdot \sin \gamma_{\max}, R \cdot \sin 3\gamma_{\max}$.

Обертання об'єкта навколо центра O^1 на кут 2π при скануванні забезпечує збір даних у межах $\gamma_{\max} \dots 3\gamma_{\max}$ в такому ж кільці з радіусами $R \cdot \sin \gamma_{\max}, R \cdot \sin 3\gamma_{\max}$.

Сканування об'єкта при обертанні навколо центра O^0 на кут 2π забезпечує збір даних в межах $-\gamma_{\max}, \dots, \gamma_{\max}$ в середині кола радіусом $R \cdot \sin \gamma_{\max}$.

Проекційні дані всього об'єкта в межах $-3\gamma_{\max}, \dots, 3\gamma_{\max}$ одержуються «склейкою» відповідних проекційних даних із сканувань з різними центрами. Синхронізація даних забезпечується за рахунок вибору для кожного сканування відповід-

ного початкового значення кута повороту об'єкта. З рис. 1 видно, що при $n = 3$ початкове значення кута повороту об'єкта при скануванні з центрів O^{-1}, O^0, O^1 буде дорівнювати відповідно $-2\gamma_{\max}, 0, 2\gamma_{\max}$.

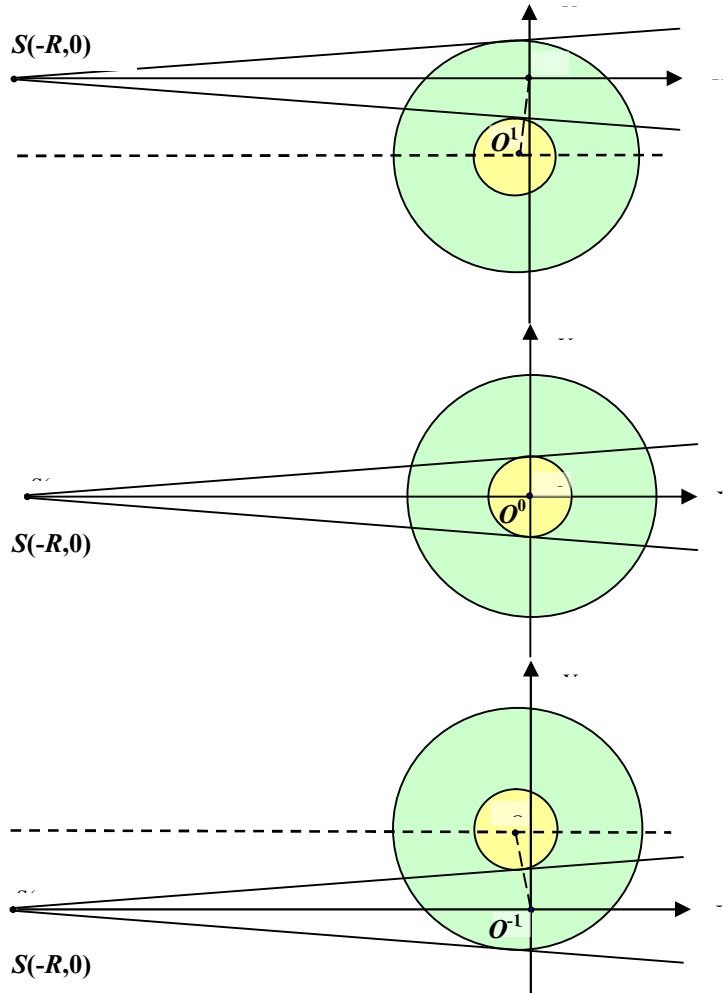


Рис. 1. Геометрія збору даних «широкого» об'єкта при використанні трьох сканувань

Розглянемо випадок сканування об'єкта при $n = 4$. У цьому випадку координати центрів обертання об'єктів у нерухомій системі координат (X, Y) будуть дорівнювати:

$$\begin{cases} O^{-2} = (-R(1 - \cos 3\gamma_{\max}), -R \sin 3\gamma_{\max}). \\ O^{-1} = (-R(1 - \cos \gamma_{\max}), -R \sin \gamma_{\max}). \\ O^1 = (-R(1 - \cos \gamma_{\max}), R \sin \gamma_{\max}). \\ O^2 = (-R(1 - \cos 3\gamma_{\max}), R \sin 3\gamma_{\max}). \end{cases} \quad (2)$$

Початкові кути повороту об'єкта при скануванні з центрами обертання O^{-2}, O^{-1}, O^1, O^2 будуть, очевидно, дорівнювати $-3\gamma_{\max}, -\gamma_{\max}, \gamma_{\max}, 3\gamma_{\max}$.

Запишемо координати центрів обертання при багатократному скануванні для довільного n . З урахуванням формул (1), (2), для непарних значень n координати центрів можуть бути задані формулою

$$\left\{ \begin{array}{l} O^{\frac{-(n-1)}{2}} = (-R(1 - \cos((n-1)\gamma)), -R \sin((n-1)\gamma)), \\ \dots \\ O^0 = (0, 0), \\ \dots \\ O^{\frac{n-1}{2}} = (-R(1 - \cos((n-1)\gamma)), R \sin((n-1)\gamma)). \end{array} \right. \quad (3)$$

Для парних значень n запишемо наступну формулу:

$$\left\{ \begin{array}{l} O^{\frac{-n}{2}} = (-R(1 - \cos((n-1)\gamma_{\max})), -R \sin((n-1)\gamma_{\max})), \\ \dots \\ O^{-1} = (-R(1 - \cos \gamma_{\max}), -R \sin \gamma_{\max}), \\ O^1 = (-R(1 - \cos \gamma_{\max}), R \sin \gamma_{\max}), \\ \dots \\ O^{\frac{n}{2}} = (-R(1 - \cos((n-1)\gamma_{\max})), R \sin((n-1)\gamma_{\max})). \end{array} \right. \quad (4)$$

Значення початкових кутів повороту об'єкта при скануванні з n центрами обертання будуть дорівнювати:

— для непарних n :

$$-(n-1)\gamma_{\max}, -(n-2)\gamma_{\max}, \dots, -2\gamma_{\max}, 0, 2\gamma_{\max}, \dots, (n-2)\gamma_{\max}, (n-1)\gamma_{\max};$$

— для парних n :

$$-(n-1)\gamma_{\max}, -(n-2)\gamma_{\max}, \dots, -\gamma_{\max}, \gamma_{\max}, \dots, (n-2)\gamma_{\max}, (n-1)\gamma_{\max}.$$

Для побудови алгоритму реконструкції об'єкта з багатократним скануванням горизонтальних секцій, за основу візьмемо алгоритм реконструкції з перетворенням конусних проєкцій у проєкції паралельних віяльних шарів [17–19]. Тоді алгоритм реконструкції буде наступним.

1. Виконати кругове сканування горизонтальної секції $L_{\frac{n}{2}}$ при обертанні

об'єкта з центром $O^{\frac{n}{2}}$ і початковим поворотом системи на кут $-(n-1)\gamma_{\max}$.

2. Зробити перетворення даних конусних проекцій просканованої секції в паралельні шари.

3. Виконати кругове сканування горизонтальної секції $L^{\frac{n}{2}-1}$ при обертанні

об'єкта з центром $O^{\frac{n}{2}-1}$ і початковим поворотом системи на кут $-(n-2)\gamma_{\max}$.

4. Зробити перетворення даних конусних проекцій просканованої секції в паралельні шари.

5. І так далі з пункту 3.

6. Обчислити згортку проекційних даних $P(L^{\frac{n}{2}} + \dots + L^{\frac{n}{2}})$, використовуючи

відповідні паралельні шари з усіх сканованих секцій.

7. Виконати обернене проєціювання $2 \cdot i_{\max} + 1$ згорнутих паралельних шарів «склеєних» даних.

При такій організації обчислень реконструкція об'єкта починається під час одержання проекційних даних останньої горизонтальної секції, і, таким чином, проводиться паралельно з процесом сканування.

Реконструкція томографічних зображень об'єктів при використанні часткових сканувань вертикальних секцій

Пропонується метод реконструкції об'єктів, довжина яких перевищує розміри матриці детекторів, за допомогою сканування з перекриттям. На рис. 2 показаний хід променів при скануванні для двох позицій джерела випромінювання S_1 та S_2 .

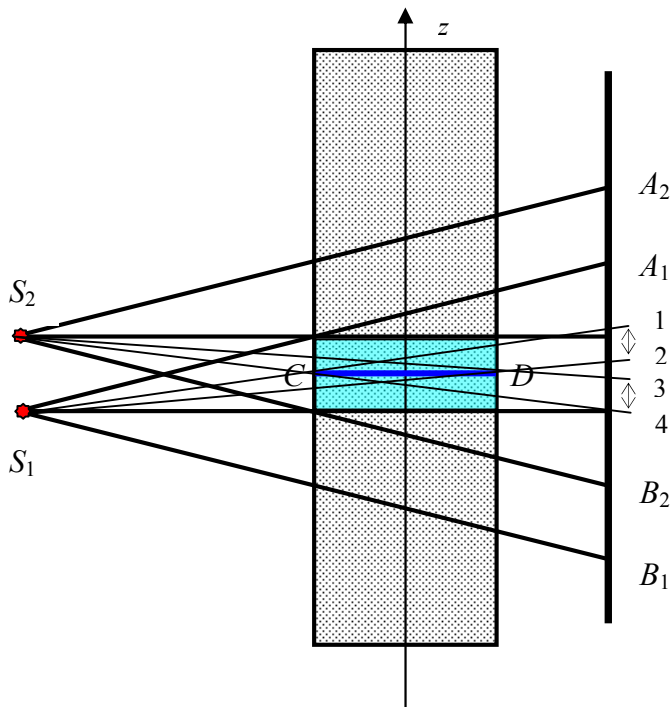


Рис. 2. Геометрія збору даних «довгого» об'єкта при використанні двох сканувань

Для відновлення шару CD при скануванні з позиції S_1 використовуються промені, зареєстровані на проміжку 1–2, а при скануванні з позиції S_2 — промені, зареєстровані на проміжку 3–4.

У результаті реконструкції цього шару за двома наборами даних одержимо два різних його зображення. При цьому більш точним буде те зображення, яке відновлене з даних сканування, площина орбіти якого ближча до цього шару.

Якщо обрати шаг сканування, що дорівнює половині повної зони реконструкції по осі z , одержимо 100 % перекриття зон реконструкції. У такому випадку доцільно використовувати вагові коефіцієнти, які змінюються за лінійним законом у межах від 0 до 1 залежно від близькості шару CD до площин орбіт. Якщо інтеграл лінійного ослаблення вздовж деякої прямої в шарі CD має значення $p_{par}(i)$ при скануванні з позиції S_1 та значення $p_{par}(j)$ при скануванні з позиції S_2 , причому $i + j = i_{max}$, то його спільне значення обчислюється за формулою

$$\overline{p_{par}(k)} = \frac{i}{i_{max}} p_{par}^{S_1}(i) + \left(1 - \frac{i}{i_{max}}\right) p_{par}^{S_2}(j). \quad (5)$$

При цьому для центрального шару кожного сканування перетворення не потрібне.

Для реконструкції будемо використовувати алгоритм перетворення конусних проєкцій у паралельні віяльні шари [17–19]. При багатократному скануванні вертикальних секцій об'єкта зі 100 % перекриттям по довжині (тобто по координаті z з кроком i_{max}) алгоритм реконструкції буде наступним.

1. Виконати кругове сканування з позиції S_1 .
2. Зробити перетворення даних конусних проєкцій в $2i_{max}$ паралельних шарів.
3. Виконати кругове сканування з позиції $S_j, j = 2, \dots, n$, із зсувом на i_{max} шарів по координаті z .
4. Зробити перетворення даних конусних проєкцій в $2i_{max}$ паралельних шарів.
5. Обчислити спільні значення зони довжиною $i_{max} + 1$ паралельних шарів за формулою (5), використовуючи шари з номерами $0, \dots, i_{max}$ з попереднього сканування та шари з номерами $-i_{max}, \dots, 0$ з поточного сканування.
6. Виконати згортку $i_{max} + 1$ одержаних паралельних шарів.
7. Виконати обернене проєціювання $i_{max} + 1$ згорнутих паралельних шарів.
8. І так далі з пункту 3.

Оскільки операції згортки та оберненого проєціювання виконуються для перетворених $i_{max} + 1$ шарів, тому в цілому кількість операцій реконструкції зростає незначною мірою — тільки за рахунок двічі проведеного перетворення в паралельні шари.

Таким чином, тривимірна реконструкція об'єктів, довжина яких перевищує розміри матриці детекторів, може бути виконана за допомогою стикування відновлених секцій. Точне стикування може бути досягнуте при скануванні вертикальних секцій об'єкта зі 100 % перекриттям.

Моделювання томографічної реконструкції «великих» об'єктів за допомогою математичних фантомів

Якість роботи розроблених алгоритмів перевірялася шляхом моделювання реконструкції математичних фантомів при різних режимах сканування.

На рис. 3 представлено результати реконструкції об'єкта, де проекційні дані отримані за допомогою сканувань двох горизонтальних секцій. Параметри сканування: ракурсів — 500; розмір об'єкта — $299 \times 299 \times 159$ точок; відновлено шарів — 69; матриця детекторів — 159×159 .

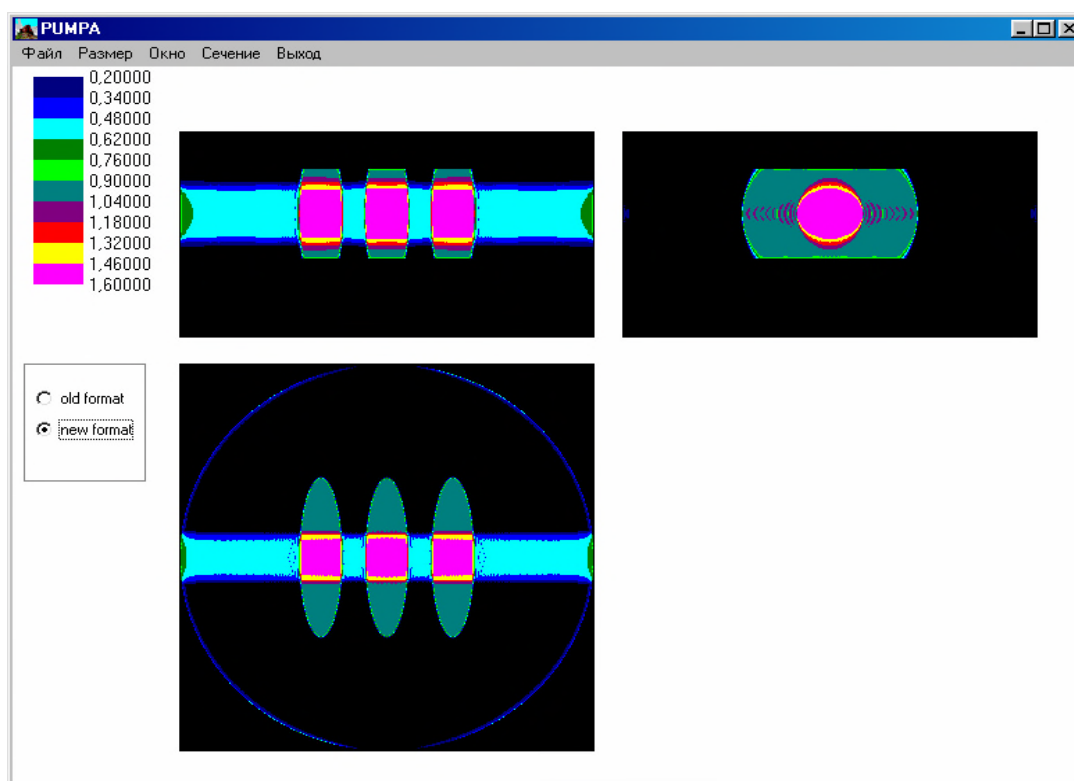


Рис. 3. Дисконий фантом 1.
Перетини ортогональними площинами: $x = 149$, $y = 149$, $z = 79$

На рис. 4 представлено результати реконструкції об'єкта, де проекційні дані отримані за допомогою сканувань чотирьох вертикальних секцій. Параметри сканування: ракурсів — 500; розмір об'єкта — $299 \times 299 \times 159$ точок; відновлено шарів — 275; матриця детекторів — 159×159 .

Моделювання томографічної реконструкції проводилося на комп'ютері Intel Pentium IV 2,3 ГГц, 1 Гб оперативної пам'яті. Як у випадку алгоритму за проекційними даними горизонтальних секцій, так і у випадку алгоритму за проекційними даними вертикальних секцій, загальний час реконструкції складав від 6 до 8 хвилин.

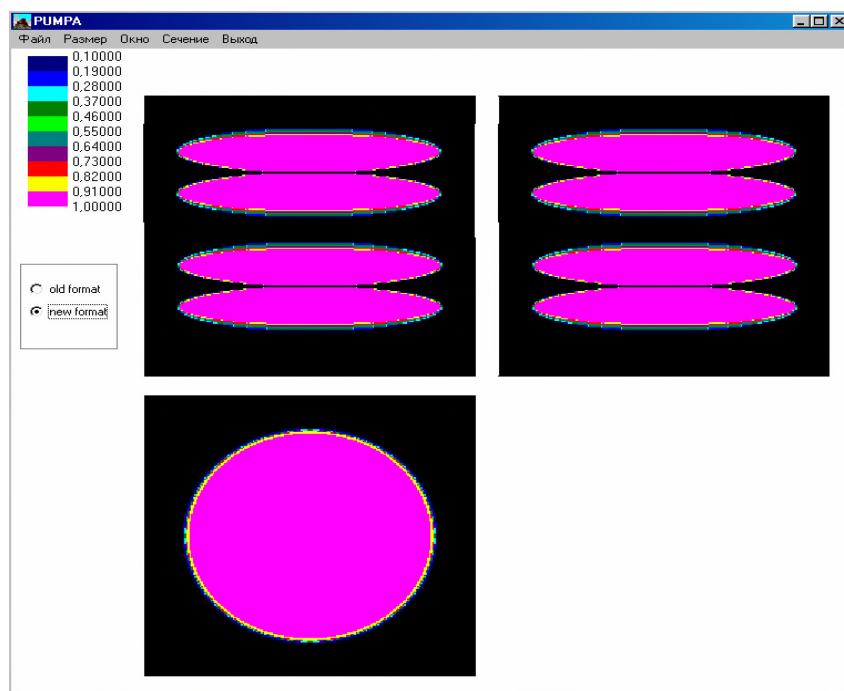


Рис. 4. Дисківий фантом 2.
Перетини ортогональними площинами: $x = 149$, $y = 149$, $z = 129$

Висновки

У роботі запропоновано методи отримання проєкційних даних повного охоплення об'єктів, розміри яких перевищують кут конусного променя, що може бути зареєстрований матрицею детекторів комп'ютерного томографа. Для «широких» об'єктів пропонуються отримувати проєкційні дані за допомогою сканувань горизонтальних секцій при різних центрах обертання об'єкта дослідження, для «довгих» об'єктів — за допомогою сканувань вертикальних секцій з перекриттям зон відновлення.

На основі запропонованих методів отримання проєкційних даних повного охоплення, розроблено алгоритми тривимірної реконструкції з використання часткових сканувань при великому розмірі об'єктів.

Експерименти, проведені на математичних фантомах, показують, що розроблені алгоритми дозволяють виконувати реконструкцію «великих» об'єктів практично в режимі реального часу з достатньо високою якістю.

1. *Введение* в современную томографию / К.С. Терновой, М.В. Синьков, А.И. Закидальский и др. — К.: Наук. думка. — 1983. — 232 с.
2. *Andersson H. Tomography for Large Objects* / H. Andersson, M. Magnusson-Seger, M. Mengerd // SSAB-2001, Norrkoping, Sweden. — 2001. — <http://www.yxlon.com/Tomohawk.htm>
3. *Jian F. X-CT Imaging Method for Large Objects Using Double Offset Scan Mode* / Fu Jian, Lu Hongnian, Li Bing, Zhang Lei, Sun Jingjing // Nuclear Instruments and Methods in Physics Research. — 2007. — A 575. — P. 519–523.

4. *Discrete Tomography for Reconstruction from Limited View Angles in Non-Destructive Testing* / S. Krimmel, J. Baumann, Z. Kiss, A. Kuba, A. Nagy, J. Stephan // *Electronic Notes in Discrete Mathematics*. — 2005. — N 20. — P. 455–474.
5. *Turbell H. Cone-Beam Reconstruction Using Filtered Backprojection: Dissertation N 672* / H. Turbell // *Linköping Studies in Science and Technology, Sweden*. — 2001. — 189 с.
6. *Kudo H. Simple Quasi-Exact Filtered Backprojection Algorithm for Long-Object Problem in Helical Cone-Beam Tomography* / H. Kudo, F. Noo, M. Defrise // *IEEE Transactions on Medical Imaging*. — 2000. — Vol. 19. — Iss. 9. — P. 902–921.
7. *Kudo H. Exact and Approximate Algorithms for Helical Cone-Beam CT* / H. Kudo, L. Rodet, F. Noo, M. Defrise // *Phys. Med. Biol.* — 2004. — N 49. — P. 2913–2931.
8. Kudo H. Derivation and implementation of a cone-beam reconstruction algorithm for nonplanar orbits / H.Kudo, T.Saito // *IEEE Trans. Med. Imag.* — 1994. — N 13. — P. 196–211.
9. *Tam K.C. Exact Cone-Beam CT with A Spiral Scan* / K.C. Tam, S. Samarasekera, F. Sauer // *Phys. Med. Biol.* — 1998. — N 43. — P. 1015–1024.
10. *Backprojection Spiral Scan Region-of-Interest Cone-Beam CT* / K.C. Tam, B. Ladendorf, F. Sauer, G. Lauritsch, A. Steinmetz // *In Proc. SPIE Medical Imaging 1999: Physics of Medical Imaging*. — 1999. — P. 433–441.
11. *Single-Slice Reconstruction in Spiral Cone-Beam Computed Tomography* / H. Bruder, M. Kachelrie, S. Schaller, K. Stierstorfer, T. Flohr // *IEEE Trans. Med. Imag.* — 2000. — Vol. 19. — P. 873–887.
12. *The Original PI-Method for Helical Cone-Beam CT* / P.E. Danielsson, P. Edholm, J. Eriksson, M.M. Seger, H. Turbell // *In Proc. 1999 Int. Mtg. on Fully 3D Image Reconstruction in Radiology and Nuclear Medicine*. — P. 3–6.
13. *Defrise M. A Cone-Beam Reconstruction Algorithm Using Shift-Variant Filtering and Cone-Beam Backprojection* / M. Defrise, R. Clack // *IEEE Trans. Med. Imag.* — 1994. — Vol. 13. — P. 186–195.
14. *Defrise M. A Solution to the Long-Object Problem in Helical Cone-Beam Tomography* / M. Defrise, F. Noo, H. Kudo // *Phys. Med. Biol.* — 2000. — Vol. 45. — P. 623–643.
15. *Sauer F. Practical Cone-Beam Image Reconstruction Using Local Regions-of-Interest* / F. Sauer, S. Samarasekera, K.C. Tam // *U.S. patent 6,009,142*. — 1999.
16. *Katsevich A. An Inversion Algorithm for Spiral CT* // *Proceedings of the 2001 International Conference on Sampling Theory and Applications, May 13–17, 2001: Thesis* / [(A.I. Zayed, ed.)]. — University of Central Florida, 2001. — P. 261–265.
17. *Закидальський А.І. Преобразование конусного пучка в квазіпаралельні слои веерного типа для повышения производительности реконструкции томографических изображений* / А.І. Закидальський, Е.А. Цибульська // *Реєстрація, зберігання і обробка даних* – 2004. – Т.6, № 2. – с. 27-32.
18. *Синьков М.В. Розробка нового алгоритму тривимірної томографічної реконструкції* / М.В. Синьков, А.І. Закидальський, Є.О. Цибульська // *Наукові вісті НТУУ КПІ*. — 2009. — № 5. — С. 102–112.
19. *Синьков М.В. Алгоритмическая и программная реализация алгоритма преобразования конусных проекций* / М.В. Синьков, А.І. Закидальський, Е.А. Цибульська // *Реєстрація, зберігання і оброб. даних*. — 2006. — Т. 8, № 1. — С. 31–36.

Надійшла до редакції 11.12.2009