

УДК 621.391

С. Я. Жук<sup>1</sup>, В. И. Кожешкурт<sup>2</sup>, В. В. Юзефович<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Национальный технический университет Украины «КПИ»  
просп. Победы, 37, 03056 Киев, Украина

<sup>2</sup> Институт проблем регистрации информации НАН Украины  
ул. Н. Шпака, 2, 03113 Киев, Украина

## Адаптивная фильтрация параметров движения маневрирующего объекта в прямоугольной системе координат

*На основе теории смешанных марковских процессов в дискретном времени синтезированы оптимальный и квазиоптимальный алгоритмы адаптивной фильтрации параметров движения маневрирующего объекта в прямоугольной системе координат. Анализ квазиоптимального алгоритма выполнен методом статистического моделирования на ЭВМ на тестовом примере.*

**Ключевые слова:** маневрирующий объект, дискретная динамическая система со случайной структурой, смешанные марковские процессы, адаптивная фильтрация, апостериорная плотность вероятности.

### Введение

Важной задачей межпериодной (трассовой) обработки координатной информации о движении маневрирующих объектов является фильтрация параметров их движения [1]. При известных параметрах маневра объекта для ее решения широко используется метод дискретной калмановской фильтрации [2]. Однако в реальных условиях эти параметры, как правило, неизвестны.

Широкое распространение для описания движения маневрирующего объекта находят дискретные динамические системы, параметры или структура которых, известные с точностью до набора гипотез, меняются скачкообразно в случайные моменты времени [3]. Известный байесовский метод адаптивного оценивания процессов со случайной структурой в дискретном времени приводит к оптимальным фильтрам с растущим числом каналов, а квазиоптимальные фильтры получают путем ограничения числа каналов оптимального устройства [4]. В работе для синтеза адаптивного алгоритма фильтрации параметров движения объекта используется математический аппарат смешанных марковских процессов в дискретном времени [5]. При этом в оптимальных фильтрах отсутствует рост числа каналов, и они относятся к классу устройств с обратными связями между каналами.

© С. Я. Жук, В. И. Кожешкурт, В. В. Юзефович

При решении задач межпериодной обработки информации параметры движения объекта, как правило, определяются в прямоугольной системе координат (СК). Кроме того, модель движения объекта в сферической СК имеет явно нелинейный характер, особенно на малых дальностях до него, что требует дополнительного учета при обработке динамических ошибок сглаживания координат [2]. Поэтому представляет интерес синтез адаптивных алгоритмов траекторной фильтрации в прямоугольной СК.

### Синтез оптимального алгоритма адаптивной фильтрации параметров движения маневрирующего объекта в прямоугольной системе координат

Измеряемые параметры объекта в прямоугольной  $x_n(k)$ ,  $y_n(k)$ ,  $z_n(k)$  и сферической  $r_n(k)$ ,  $\beta_n(k)$ ,  $\varepsilon_n(k)$  СК связаны нелинейными выражениями:

$$\begin{aligned} x_n(k) &= r_n(k) \cos \varepsilon_n(k) \cos \beta_n(k), \\ y_n(k) &= r_n(k) \cos \varepsilon_n(k) \sin \beta_n(k), \\ z_n(k) &= r_n(k) \sin \varepsilon_n(k). \end{aligned} \quad (1)$$

Необходимо также отметить, что при решении задач межпериодной обработки координатной информации при редком темпе поступления информации широко используются линейные модели движения объектов [1]. Поэтому с целью сокращения объема статьи и без ограничения общности рассуждений для описания движения маневрирующего объекта в горизонтальной и вертикальной плоскостях используются линейные дискретные динамические системы со случайной структурой вида:

$$u_\Gamma(k) = F_{\Gamma_j}(k, k-1)u_\Gamma(k-1) + G_{\Gamma_j}(k)\omega_\Gamma(k), \quad j = \overline{1, M_\Gamma}, \quad (2)$$

$$u_B(k) = F_{B_m}(k, k-1)u_B(k-1) + G_{B_m}(k)\omega_B(k), \quad m = \overline{1, M_B}, \quad (3)$$

где  $u_\Gamma(k)$ ,  $u_B(k)$  — векторы состояния, включающие параметры движения объекта в горизонтальной и вертикальной плоскостях;  $F_{\Gamma_j}(k, k-1)$ ,  $G_{\Gamma_j}(k)$ ,  $j = \overline{1, M_\Gamma}$  — матрицы, соответствующие  $j$ -му виду маневра в горизонтальной плоскости;  $F_{B_m}(k, k-1)$ ,  $G_{B_m}(k)$ ,  $m = \overline{1, M_B}$  — матрицы, соответствующие  $m$ -му виду маневра в вертикальной плоскости;  $\omega_\Gamma(k)$ ,  $\omega_B(k)$  — некоррелированные шумы возбуждения моделей с нулевыми математическими ожиданиями и корреляционными матрицами  $Q_\Gamma(k)$ ,  $Q_B(k)$ .

Для описания типа структуры модели движения объекта (2), соответствующей определенному виду маневра в горизонтальной плоскости, применяется переменная переключения  $a_{\Gamma_j}(k)$ ,  $j = \overline{1, M_\Gamma}$ . Она относится к классу цепей Маркова с матрицей вероятностей переходов  $\Pi_{ij}^\Gamma(k, k-1)$ ,  $i, j = \overline{1, M}$ , и начальными вероятно-

стями  $p_{\Gamma_i}(0)$ , что позволяет учесть переходы между различными видами маневра объекта в случайные моменты времени.

Для описания типа структуры модели движения объекта (3), соответствующей определенному виду маневра в вертикальной плоскости, применяется переменная переключения  $a_{Bm}(k)$ ,  $m = \overline{1, M_B}$ . Она также относится к классу цепей Маркова с матрицей вероятностей переходов  $\Pi_{nm}^B(k, k-1)$  и начальными вероятностями  $p_{Bn}(0)$ ,  $n, m = \overline{1, M}$ .

Уравнения (1)–(3) являются исходными для синтеза оптимального адаптивного алгоритма траекторной фильтрации в прямоугольной СК. В рассмотренной постановке задачи, наряду с оценкой неизвестных параметров движения объекта, должна решаться задача распознавания вида его маневра. Результаты распознавания маневра используются при формировании оценок вектора параметров движения объекта. Поэтому синтезируемые на основе уравнений (1)–(3) алгоритмы относятся к классу адаптивных.

Наиболее полное решение задачи фильтрации состоит в определении апостериорной плотности вероятности (ПВ) фильтруемого процесса. На ее основе могут быть определены оценки неизвестных параметров для любой функции потерь. Непрерывнозначные  $u_{\Gamma}(k)$ ,  $u_B(k)$  и дискретные  $a_{\Gamma_j}(k)$ ,  $a_{Bm}(k)$  компоненты совместно образуют смешанный марковский процесс в дискретном времени. Следуя методике синтеза, приведенной в монографии [5], можно показать, что апостериорная ПВ смешанного процесса удовлетворяет системе рекуррентных уравнений:

$$W_{jm}^*(k) = \sum_{i=1}^{M_{\Gamma}} \sum_{n=1}^{M_B} \Pi_{ij}^{\Gamma}(k, k-1) \Pi_{nm}^B(k, k-1) W_{in}(k-1), \quad (4)$$

$$\begin{aligned} W_{jm}^*(u_{\Gamma}(k), u_B(k)) &= \sum_{i=1}^{M_{\Gamma}} \sum_{n=1}^{M_B} \Pi_{ij}^{\Gamma}(k, k-1) \Pi_{nm}^B(k, k-1) W_{in}(k-1) \times \\ &\times \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \Pi(u_{\Gamma}(k)/u_{\Gamma}(k-1), a_{\Gamma_j}(k)) \Pi(u_B(k)/u_B(k-1), a_{Bm}(k)) \times \\ &\times W_{in}(u_{\Gamma}(k-1), u_B(k-1)) du_{\Gamma}(k-1) du_B(k-1) / W_{jm}^*(k), \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} W_{jm}(u_{\Gamma}(k), u_B(k)) &= P(x_{И}(k), y_{И}(k), z_{И}(k) / x(k), y(k), z(k)) W_{jm}^*(u_{\Gamma}(k), u_B(k)) / \\ &/ P(x_{И}(k), y_{И}(k), z_{И}(k) / a_{\Gamma_j}(k), a_{Bm}(k), U^И(k-1)), \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} W_{jm}(k) &= P(x_{И}(k), y_{И}(k), z_{И}(k) / a_{\Gamma_j}(k), a_{Bm}(k), U^И(k-1)) W_{jm}^*(k) / \\ &/ P(x_{И}(k), y_{И}(k), z_{И}(k) / U^И(k-1)), \end{aligned} \quad (7)$$

где  $W_{jm}^*(u_{\Gamma}(k), u_B(k)) = P(u_{\Gamma}(k), u_B(k) / a_{\Gamma_j}(k), a_{Bm}(k), U^И(k-1))$ ,  $W_{jm}(u_{\Gamma}(k), u_B(k)) = P(u_{\Gamma}(k), u_B(k) / a_{\Gamma_j}(k), a_{Bm}(k), U^И(k))$  — условные экстраполированная и апостериорная ПВ непрерывных компонентов  $u_{\Gamma}(k), u_B(k)$  при условии  $a_{\Gamma_j}(k), a_{Bm}(k)$ ;

$W_{jm}^*(k) = P(a_{\Gamma_j}(k), a_{B_m}(k) / U^H(k-1))$ ,  $W_{jm}(k) = P(a_{\Gamma_j}(k), a_{B_m}(k) / U^H(k))$  — экстраполированная и апостериорная вероятности дискретных компонентов  $a_{\Gamma_j}(k), a_{B_m}(k)$ ;  $U^H(k) = (x_{\text{И}}(k), y_{\text{И}}(k), z_{\text{И}}(k), \dots, x_{\text{И}}(1), y_{\text{И}}(1), z_{\text{И}}(1))$  — последовательность измерений;  $P(x_{\text{И}}(k), y_{\text{И}}(k), z_{\text{И}}(k) / x(k), y(k), z(k))$  — условная ПВ, определяемая по выражениям (1);  $P(x_{\text{И}}(k), y_{\text{И}}(k), z_{\text{И}}(k) / a_{\Gamma_j}(k), a_{B_m}(k), U^H(k-1))$  — условная ПВ, определяемая с помощью формулы:

$$P(x_{\text{И}}(k), y_{\text{И}}(k), z_{\text{И}}(k) / a_{\Gamma_j}(k), a_{B_m}(k), U^H(k-1)) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} P(x_{\text{И}}(k), y_{\text{И}}(k), z_{\text{И}}(k) / x(k), y(k), z(k)) W_{jm}^*(u_{\Gamma}(k), u_B(k)) du_{\Gamma}(k), du_B(k),$$

где  $P(x_{\text{И}}(k), y_{\text{И}}(k), z_{\text{И}}(k) / U^H(k-1))$  — условная ПВ, вычисляемая на основе соотношения:

$$P(x_{\text{И}}(k), y_{\text{И}}(k), z_{\text{И}}(k) / U^H(k-1)) = \sum_{i=1}^{M_{\Gamma}} \sum_{n=1}^{M_B} P(x_{\text{И}}(k), y_{\text{И}}(k), z_{\text{И}}(k) / a_{\Gamma_j}(k), a_{B_m}(k), U^H(k-1)) W_{jm}^*(k).$$

Синтезированный алгоритм (4)–(7) является нелинейным. Уравнения (4), (7) используются для вычисления экстраполированных  $W_{jm}^*(k)$  и апостериорных  $W_{jm}(k)$  вероятностей дискретных компонентов  $a_{\Gamma_j}(k), a_{B_m}(k)$ . Уравнения (5), (6) используются для вычисления условных экстраполированных  $W_{jm}^*(u_{\Gamma}(k), u_B(k))$  и апостериорных  $W_{jm}(u_{\Gamma}(k), u_B(k))$  ПВ непрерывных компонентов  $u_{\Gamma}(k), u_B(k)$ . Особенность синтезированного алгоритма состоит в неразрывной связанности уравнений фильтрации и экстраполяции дискретного и непрерывного компонентов между собой. Алгоритм фильтрации (4)–(7) определяет структуру оптимального устройства. Оптимальный фильтр содержит  $M_{\Gamma}M_B$  каналов и относится к классу устройств с обратными связями между каналами.

### Линеаризация уравнений измерения координат объекта в прямоугольной системе координат

Реализация оптимального алгоритма (4)–(7) в реальном масштабе времени является затруднительной. При этом его нелинейный характер прежде всего обусловлен видом уравнений измерения (1). Раскладывая нелинейные функции в выражениях (1) в ряд Тейлора в окрестности истинных значений параметров  $r(k), \beta(k), \varepsilon(k)$ , и, ограничиваясь линейными членами разложения, можно получить линеаризованные выражения, описывающие измерения в прямоугольной СК в виде:

$$\begin{aligned} x_{\text{И}}(k) &= x(k) + v_x(k), \\ y_{\text{И}}(k) &= y(k) + v_y(k), \\ z_{\text{И}}(k) &= z(k) + v_z(k), \end{aligned} \tag{8}$$

где  $x(k), y(k), z(k)$  — истинные координаты объекта в прямоугольной СК;  $v_x(k), v_y(k), v_z(k)$  — ошибки измерения координат объекта в прямоугольной СК с нулевым математическим ожиданием и корреляционной матрицей

$$R(k) = \begin{bmatrix} \sigma_x^2(k) & \sigma_{xy}^2(k) & \sigma_{xz}^2(k) \\ \sigma_{xy}^2(k) & \sigma_y^2(k) & \sigma_{yz}^2(k) \\ \sigma_{xz}^2(k) & \sigma_{yz}^2(k) & \sigma_z^2(k) \end{bmatrix}. \quad (9)$$

Элементы корреляционной матрицы  $R(k)$  определяются по формулам:

$$\sigma_x^2(k) = \sigma_r^2 \cos^2 \varepsilon(k) \cos^2 \beta(k) + r^2(k) \sigma_\varepsilon^2 \cos^2 \beta(k) \sin^2 \varepsilon(k) + r^2(k) \sigma_\beta^2 \sin^2 \beta(k) \cos^2 \varepsilon(k), \quad (10)$$

$$\sigma_y^2(k) = \sigma_r^2 \cos^2 \varepsilon(k) \sin^2 \beta(k) + r^2(k) \sigma_\varepsilon^2 \sin^2 \beta(k) \sin^2 \varepsilon(k) + r^2(k) \sigma_\beta^2 \cos^2 \beta(k) \cos^2 \varepsilon(k), \quad (11)$$

$$\sigma_z^2(k) = \sigma_r^2 \sin^2 \varepsilon(k) + \sigma_\varepsilon^2 r^2(k) \cos^2 \varepsilon(k), \quad (12)$$

$$\sigma_{xy}^2(k) = 0,5 \sin 2\beta(k) (\cos^2 \varepsilon(k) \sigma_r^2 - r^2(k) \sigma_\beta^2 + \sin^2 \varepsilon(k) r^2(k) \sigma_\varepsilon^2), \quad (13)$$

$$\sigma_{xz}^2(k) = 0,5 \sin 2\varepsilon(k) \sin \beta(k) (\sigma_r^2 - r^2(k) \sigma_\varepsilon^2(k)), \quad (14)$$

$$\sigma_{yz}^2(k) = 0,5 \sin 2\varepsilon(k) \cos \beta(k) (\sigma_r^2 - r^2(k) \sigma_\varepsilon^2(k)), \quad (15)$$

где  $\sigma_r^2(k), \sigma_\beta^2(k), \sigma_\varepsilon^2(k)$  — дисперсии ошибок измерения координат объекта в сферической СК;  $\sigma_{xy}^2(k), \sigma_{xz}^2(k), \sigma_{yz}^2(k)$  — взаимно корреляционные моменты ошибок измерения по соответствующим осям прямоугольной СК.

Как следует из выражений (10)–(15), компоненты корреляционной матрицы  $R(k)$  зависят от текущего положения объекта  $r(k), \beta(k), \varepsilon(k)$ . Поэтому ошибки измерения в прямоугольной СК являются нестационарными.

На рис. 1,а,б в полярной СК  $(R, \beta)$  показаны зависимости среднеквадратических ошибок (СКО) измерения координат объекта по осям прямоугольной СК  $X, Y$  ( $\sigma_x, \sigma_y$ ) от угла  $\beta$ , а на рис. 1,в зависимость модуля коэффициента их взаимной корреляции. При этом угол места  $\varepsilon$  полагался равным нулю. Объект движется по окружностям радиусами 250 км, 140 км, 30 км, в центре которых находится измерительное устройство. СКО измерения  $\sigma_r = 300$  м,  $\sigma_\varepsilon = 0,166^\circ$ ,  $\sigma_\beta = 0,166^\circ$ . На рис. 2,а в полярной СК  $(R, \varepsilon)$  показана зависимость СКО измерения координат объекта по оси  $Z$  ( $\sigma_z$ ).

На рис. 2,б,в показана зависимость модулей коэффициентов взаимной корреляции  $|\gamma_{xz}|, |\gamma_{yz}|$  ошибок измерения координат объекта по осям прямоугольной СК  $X, Z$  и  $Y, Z$  от угла места  $\varepsilon$ . Объект движется по дугам окружностей в верхней по-

луплоскости с радиусами 250 км, 140 км, 30 км. Азимут объекта полагался равным  $\beta = \pi/3$ .

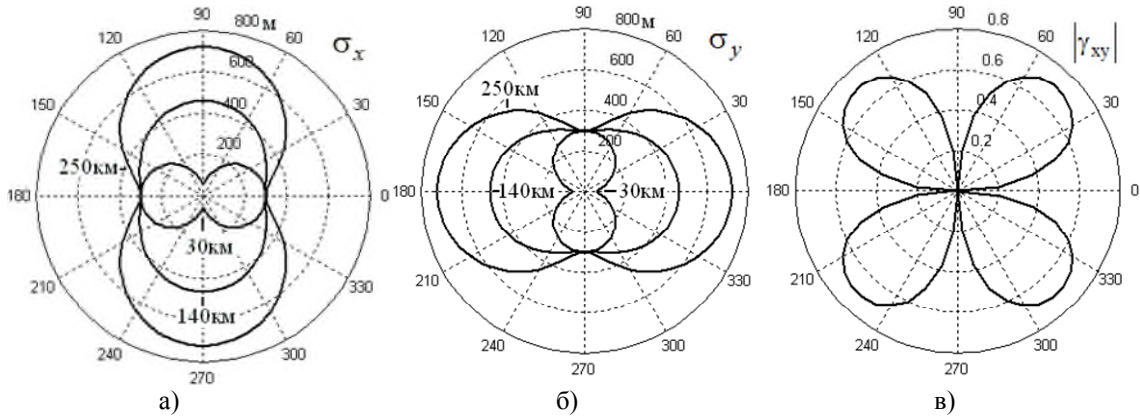


Рис. 1

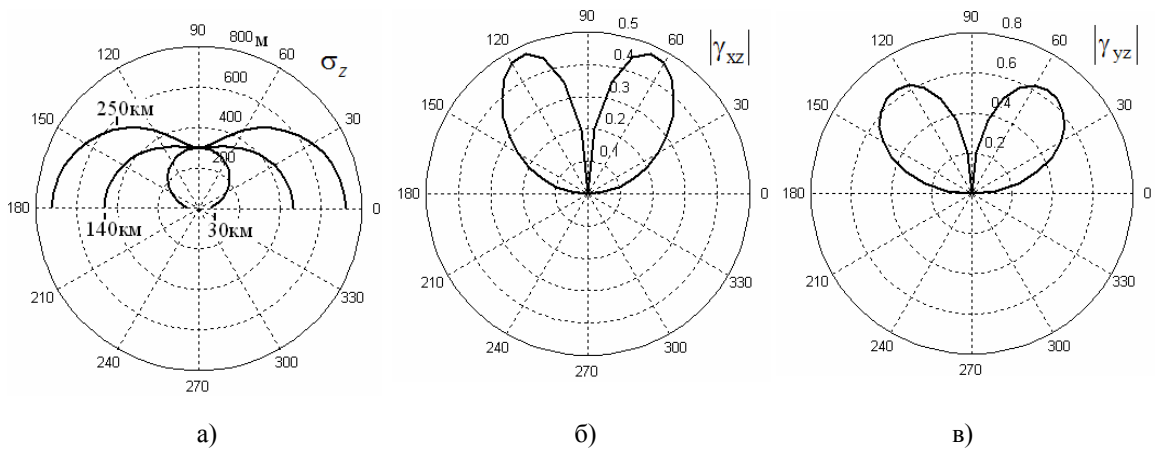


Рис. 2

Как следует из полученных результатов, основной вклад в СКО измерения координат объекта в прямоугольной СК ( $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ ) на больших дальностях вносят ошибки измерения азимута и угла места, а на малых — ошибка измерения дальности. Значение коэффициента взаимной корреляции  $\gamma_{xy}$  носит неравномерный характер. При этом он достигает нуля при  $\beta = [0, \pi/2, \pi, 3\pi/2]$ . Коэффициенты взаимной корреляции  $\gamma_{xz}, \gamma_{yz}$  в целом зависят от величины угла места  $\varepsilon$ . Однако при небольших значениях  $\varepsilon$  они принимают значения менее 0,1, что может быть использовано при синтезе алгоритмов траекторной фильтрации.

### Синтез квазиоптимального алгоритма адаптивной фильтрации параметров движения маневрирующего объекта в прямоугольной системе координат

Как было показано выше, для большинства практически важных ситуаций коэффициенты взаимной корреляции  $\gamma_{xz}, \gamma_{yz}$  ошибок определения координат объекта по осям прямоугольной СК  $X, Z$  и  $Y, Z$  малы, и ими можно пренебречь. В этом случае возможна декомпозиция уравнений измерения в горизонтальной и вертикальной плоскостях. Необходимо также отметить, что если объект может выполнять  $M_\Gamma$  и  $M_B$  видов маневра в горизонтальной и в вертикальной плоскостях, то при совместной адаптивной фильтрации параметров движения объекта в горизонтальной и вертикальной плоскостях необходимо распознавать  $M_\Gamma M_B$  видов его движения. При декомпозиции уравнения измерения требуется распознавать  $M_\Gamma$  и  $M_B$  видов маневра соответственно в горизонтальной и вертикальной плоскостях, что позволяет резко сократить вычислительные затраты.

Линеаризованные уравнения измерения в горизонтальной и вертикальной плоскостях можно представить в виде:

$$u_\Gamma^И(k) = H_\Gamma u_\Gamma(k) + v_\Gamma(k), \quad (16)$$

$$u_B^И(k) = H_B u_B(k) + v_B(k), \quad (17)$$

где  $u_\Gamma^И(k) = (x_\Gamma(k), y_\Gamma(k))^T$  — вектор измерения в горизонтальной плоскости;  $u_B^И(k)$  — измеренная высота объекта;  $H_\Gamma, H_B$  — матрицы наблюдения;  $v_B(k)$  — ошибка измерения высоты объекта с дисперсией  $R_B(k) = \sigma_z^2(k)$ ;  $v_\Gamma(k)$  — вектор ошибок измерения параметров движения объекта с корреляционной матрицей

$$R_\Gamma(k) = \begin{bmatrix} \sigma_x^2(k) & \sigma_{xy}(k) \\ \sigma_{xy}(k) & \sigma_y^2(k) \end{bmatrix}.$$

На основе линеаризованных уравнений измерения (16), (17) и моделей движения объекта (2), (3), а также, следуя методике, рассмотренной выше, могут быть получены уравнения, описывающие эволюцию апостериорных ПВ расширенных смешанных процессов в горизонтальной  $u_\Gamma(k), a_{\Gamma_j}(k)$  и вертикальной  $u_B(k), a_{B_m}(k)$  плоскостях. Однако даже в этом случае условные апостериорные ПВ непрерывных компонентов  $u_\Gamma(k), u_B(k)$  не являются гауссовскими, что значительно затрудняет реализацию алгоритмов. Квазиоптимальные адаптивные алгоритмы можно получить путем гауссовской аппроксимации условных экстраполированных ПВ  $W_j^*(u_\Gamma(k)), j = \overline{1, M_\Gamma}, W_m^*(u_B(k)), m = \overline{1, M_B}$ , на каждом шаге  $k$ . При этом квазиоптимальный алгоритм адаптивной фильтрации параметров движения маневрирующего объекта в горизонтальной плоскости имеет вид:

$$W_j^*(k) = \sum_{i=1}^{M_\Gamma} \Pi_{ij}^\Gamma(k, k-1) W_i(k-1), \quad (18)$$

$$u_{\Gamma_j}^*(k) = \sum_{i=1}^{M_\Gamma} \Pi_{ij}^\Gamma(k, k-1) W_{\Gamma_i}(k-1) F_{\Gamma_j}(k, k-1) \hat{u}_{\Gamma_i}(k-1) / W_{\Gamma_j}^*(k), \quad (19)$$

$$P_{\Gamma_j}^*(k) = \sum_{i=1}^{M_\Gamma} \left\{ F_{\Gamma_j}(k, k-1) \hat{P}_{\Gamma_i}(k-1) F_{\Gamma_i}^T(k, k-1) + G_{\Gamma_j}(k) Q_\Gamma(k) G_{\Gamma_j}^T(k) + \right. \\ \left. + (F_{\Gamma_j}(k, k-1) \hat{u}_{\Gamma_i}(k-1) - u_{\Gamma_j}^*(k)) (F_{\Gamma_j}(k, k-1) \hat{u}_{\Gamma_i}(k-1) - u_{\Gamma_j}^*(k))^T \right\} \times \\ \times \Pi_{ij}^\Gamma(k, k-1) W_{\Gamma_i}(k-1) / W_{\Gamma_j}^*(k), \quad (20)$$

$$\hat{u}_{\Gamma_j}(k) = u_{\Gamma_j}^*(k) + K_{\Gamma_j}(k) (u_\Gamma^H(k) - H u_{\Gamma_j}^*(k)), \quad (21)$$

$$K_{\Gamma_j}(k) = P_{\Gamma_j}^*(k) H_\Gamma^T (H_\Gamma P_{\Gamma_j}^*(k) H_\Gamma^T + R_\Gamma(k))^{-1}, \quad (22)$$

$$\hat{P}_{\Gamma_j}(k) = P_{\Gamma_j}^*(k) - K_{\Gamma_j}(k) H_\Gamma P_{\Gamma_j}^*(k), \quad (23)$$

$$W_j(k) = P(u_\Gamma^H(k) / a_{\Gamma_j}(k), U_\Gamma^H(k-1)) W_j^*(k) / P(u_\Gamma^H(k) / U_\Gamma^H(k-1)), \quad (24)$$

где  $u_{\Gamma_j}^*(k)$ ,  $\hat{u}_{\Gamma_j}(k)$ ,  $P_{\Gamma_j}^*(k)$ ,  $\hat{P}_{\Gamma_j}(k)$  — математические ожидания и корреляционные матрицы условных ПВ  $W_j^*(u_\Gamma(k))$ ,  $W_j(u_\Gamma(k))$ ;  $K_{\Gamma_j}(k)$  — коэффициент усиления  $j$ -го канала квазиоптимального устройства.

Условная ПВ  $P(u_\Gamma^H(k) / a_{\Gamma_j}(k), U_\Gamma^H(k-1))$  определяется по формуле:

$$P(u_\Gamma^H(k) / a_{\Gamma_j}(k), U_\Gamma^H(k-1)) = (2\pi)^{-1} \det(D_{\Gamma_j}(k))^{-1/2} \exp \left\{ 0,5 \| u_\Gamma^H(k) - H u_{\Gamma_j}^*(k) \|_{D_{\Gamma_j}(k)} \right\},$$

где  $D_{\Gamma_j}(k) = H_\Gamma P_{\Gamma_j}^*(k) H_\Gamma^T + R_\Gamma(k)$ .

Начальные условия имеют вид:

$$\hat{u}_{\Gamma_i}(0) = \hat{u}_\Gamma(0), \hat{P}_{\Gamma_i}(0) = \hat{P}_\Gamma(0), W_{\Gamma_i}(0) = p_{\Gamma_i}(0), i = \overline{1, M_\Gamma}.$$

Квазиоптимальный алгоритм (18)–(24) является нелинейным. В отличие от оптимального алгоритма при его реализации вычисляются только первый и второй моменты условных апостериорных распределений. При этом апостериорная ПВ  $W(u_\Gamma(k))$  при переходе на следующий шаг фильтрации аппроксимируется суммой  $M_\Gamma$  гауссовских плотностей. Синтезированный квазиоптимальный фильтр также включает  $M_\Gamma$  каналов и относится к классу устройств с обратными связями между каналами.



Квазиоптимальный адаптивный алгоритм фильтрации в вертикальной плоскости описывается выражениями аналогичными (18)–(24) и с целью сокращения объема статьи не приводится. Он может быть легко получен путем замены в уравнениях (18)–(24) компонентов модели горизонтального канала (2), (16) аналогичными компонентами модели вертикального канала (3), (17), а также использованием дискретного компонента  $a_{Bm}(k)$ ,  $m = \overline{1, M_B}$ .

### Анализ квазиоптимального алгоритма адаптивной фильтрации параметров движения маневрирующего объекта в прямоугольной системе координат

Анализ синтезированного адаптивного алгоритма фильтрации выполнен с помощью статистического моделирования на ЭВМ. Темп поступления данных полагался  $T = 10$  с. Из множества траекторий движения объекта было выделено два наиболее характерных вида: равномерное (или близкое к равномерному) движение и маневр с максимальной перегрузкой. Вектор состояния объекта в горизонтальной плоскости  $u_{\Gamma}^T(k) = (x(k), \dot{x}(k), y(k), \dot{y}(k))$  включал координаты положения и скорости изменения положения по осям  $X, Y$  прямоугольной СК. Тогда, матрицы, входящие в модель движения (2), имели вид:

$$F_{\Gamma}(k, k-1) = \begin{bmatrix} 1 & T & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & T \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad G_{\Gamma j}(k) = \begin{bmatrix} \sigma_{axj} T^2 / 2 & 0 \\ \sigma_{axj} T & 0 \\ 0 & \sigma_{ayj} T^2 / 2 \\ 0 & \sigma_{ayj} T \end{bmatrix},$$

где  $\sigma_{axj}, \sigma_{ayj}$  — СКО ускорения перемещения объекта по осям  $X, Y$ ,  $j = \overline{1, 2}$ . Корреляционная матрица  $Q_{\Gamma}(k)$  шума возбуждения  $\omega_{\Gamma}(k)$  является единичной. Параметры маневра полагались  $\sigma_{ax1} = \sigma_{ay1} = 3 \text{ м/с}^2$ ,  $\sigma_{ax2} = \sigma_{ay2} = 35 \text{ м/с}^2$ . Элементы матрицы  $\Pi_{ij}^{\Gamma}(k, k-1)$  равнялись 0,9 при  $i = j$ .

Вектор состояния объекта в вертикальной плоскости включал два компонента  $u_B^T(k) = (z(k), \dot{z}(k))$ . Соответственно, матрицы, входящие в модель движения (3), имели вид:

$$F_B(k, k-1) = \begin{bmatrix} 1 & T \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad G_{Bm}(k) = \begin{bmatrix} \sigma_{azm} T^2 / 2 \\ \sigma_{azm} T \end{bmatrix}.$$

Шум возбуждения  $\omega_{Bm}(k)$  имел единичную дисперсию. При этом параметры маневра  $\sigma_{az1} = 3 \text{ м/с}^2$ ,  $\sigma_{az2} = 25 \text{ м/с}^2$ . Элементы матрицы  $\Pi_{nm}^B(k, k-1)$  были равны 0,9 при  $n = m$ .

Для наглядности работы алгоритма была сформирована тестовая траектория движения объекта с маневрами как в горизонтальной, так и в вертикальной плос-

костях. Характер маневра в горизонтальной плоскости показан на рис. 3,а, а в вертикальной плоскости — на рис. 3,б. Точками показаны измеряемые координаты положения объекта. Испытания проводились по ста реализациям, в которых ошибки измерения изменялись случайным образом. В качестве оценки дискретного компонента выбирается гипотеза, апостериорная вероятность которой максимальна, а непрерывного — соответствующее условное апостериорное математическое ожидание.

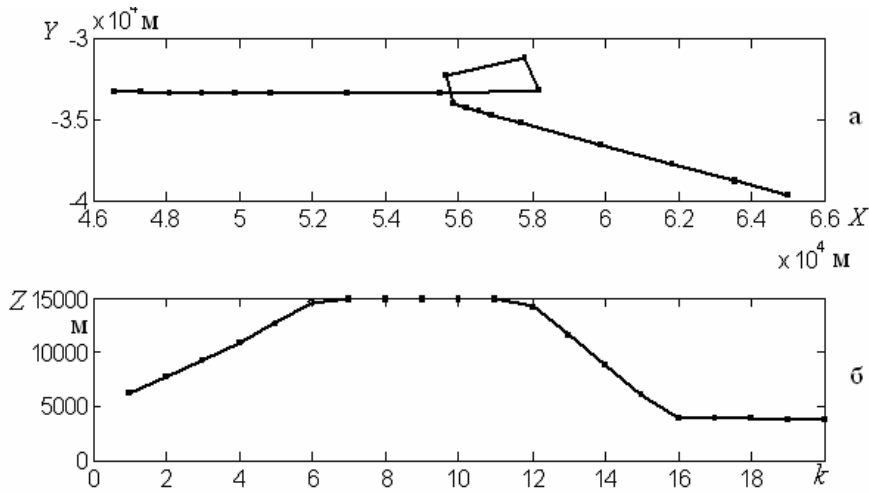


Рис. 3

На рис. 4,а,б непрерывными линиями показаны зависимости вероятности обнаружения маневра объекта в горизонтальной  $p_{\Gamma_2}(k)$  и вертикальной  $p_{B_2}(k)$  плоскостях. Интервал, в течение которого принимается решение об изменении характера движения, равен одному–трем «контактам» с объектом.

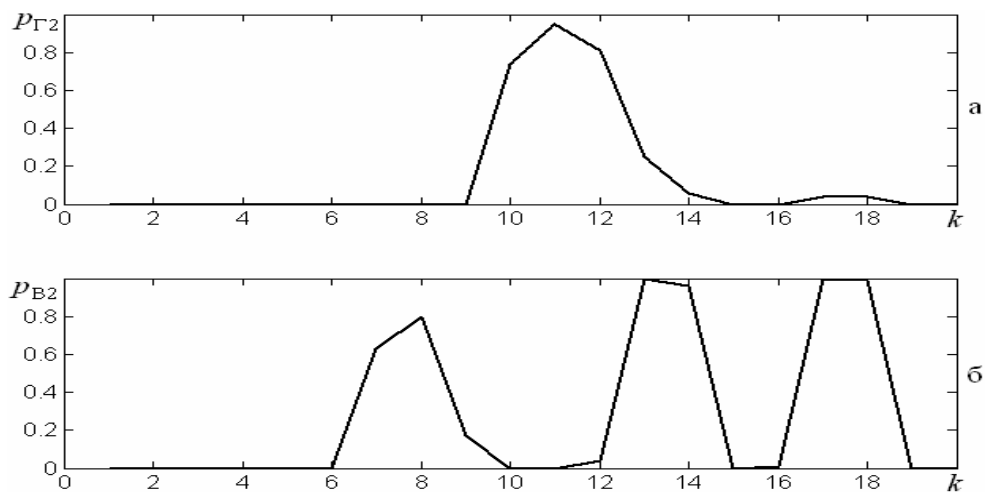


Рис. 4

На рис. 5,а-в непрерывными линиями показаны СКО прогноза положения объекта по осям прямоугольной СК  $p_x^{*1/2}(k)$ ,  $p_y^{*1/2}(k)$ ,  $p_z^{*1/2}(k)$ . Штриховыми линиями показаны СКО оценки положения объекта по осям прямоугольной СК  $\hat{p}_x^{1/2}(k)$ ,  $\hat{p}_y^{1/2}(k)$ ,  $\hat{p}_z^{1/2}(k)$ . На участках движения объекта без маневра разработанный алгоритм обеспечивает высокую точность прогноза. На участках движения объекта с маневром СКО прогноза возрастает в 3–4 раза. СКО оценки положения объекта по осям прямоугольной системы носит равномерный характер и не превышает СКО измерения по этим координатам.

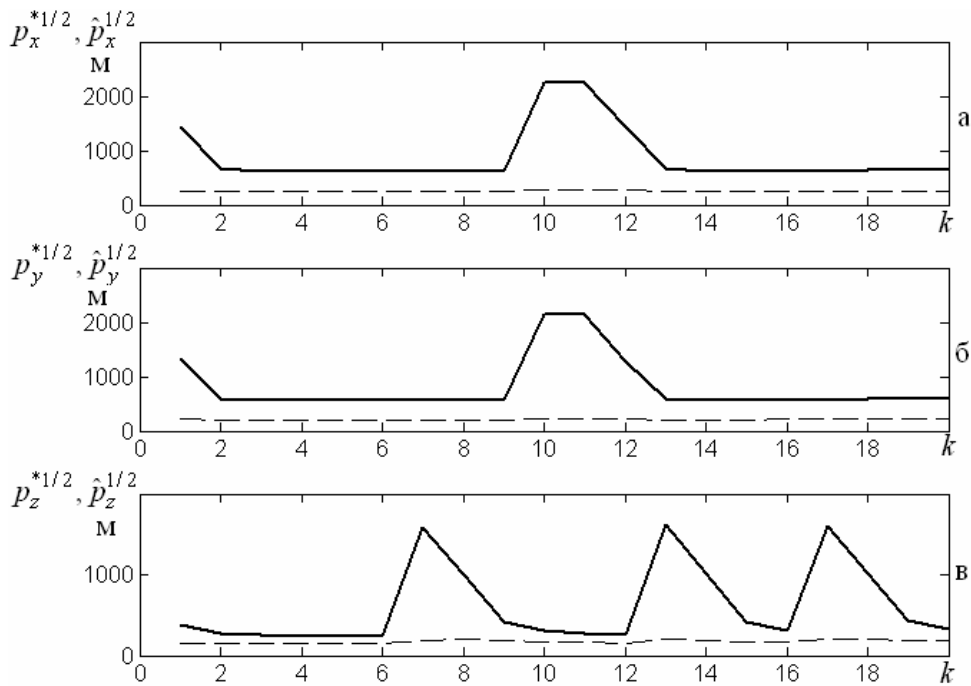


Рис. 5

С целью иллюстрации применения разработанных адаптивных алгоритмов при решении задач вторичной обработки радиолокационной информации на рис. 6,а-в непрерывными линиями показано положение стробов сопровождения объекта по осям прямоугольной СК  $S_x(k)$ ,  $S_y(k)$ ,  $S_z(k)$ . Стробы формировались по правилу трех сигм [1]. Штриховыми линиями на рис. 6,а-в показаны измеренные координаты объекта  $x_{и}(k)$ ,  $y_{и}(k)$ ,  $z_{и}(k)$ .

Как видно из рис. 6 на участках движения объекта с маневром размеры стробов возрастают, что позволяет предотвратить срыв сопровождения. При этом измеренные координаты объекта находятся внутри стробов сопровождения. Для рассмотренного примера синтезированный алгоритм позволяет с высокой точностью сопровождать слабо маневрирующий объект и не терять его при маневре.

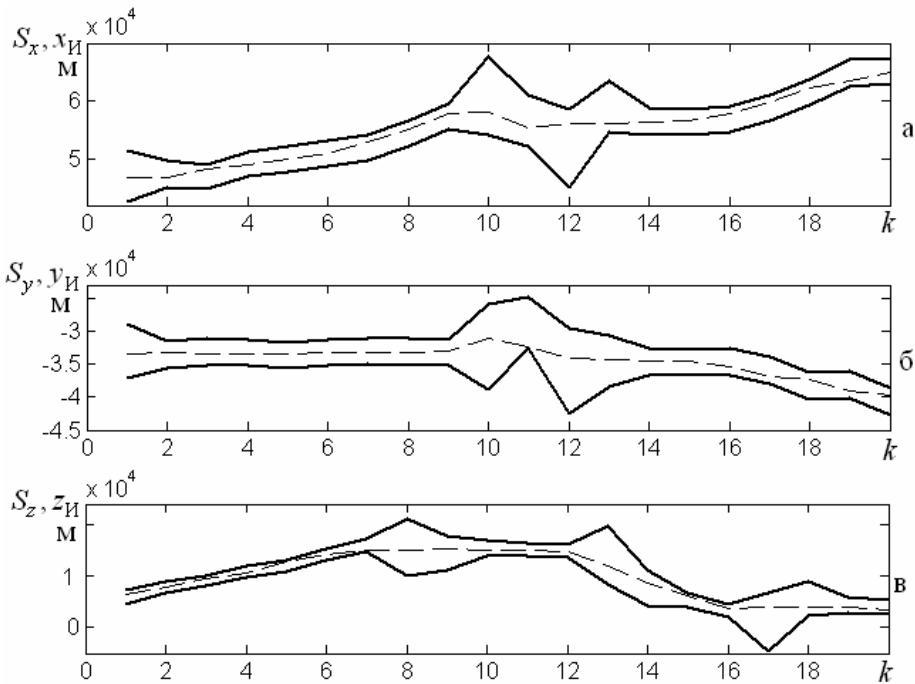


Рис. 6

## Заключение

Синтезированный оптимальный алгоритм адаптивной фильтрации параметров движения маневрирующего объекта в прямоугольной системе координат описывает эволюцию апостериорной ПВ расширенного смешанного процесса и является нелинейным. Особенность синтезированного алгоритма состоит в неразрывной связанности уравнений фильтрации и экстраполяции дискретных и непрерывных компонентов между собой. Оптимальный фильтр содержит  $M_{\Gamma}M_{\text{B}}$  каналов и относится к классу устройств с обратными связями между каналами.

В линеаризованных уравнениях измерения в прямоугольной СК ошибки измерения являются нестационарными. Основной вклад в СКО измерения координат объекта в прямоугольной СК на больших дальностях вносят ошибки измерения азимута и угла места, а на малых — ошибка измерения дальности. Коэффициенты взаимной корреляции  $\gamma_{xz}$ ,  $\gamma_{yz}$  в целом зависят от величины угла места  $\varepsilon$ . Однако при небольших значениях  $\varepsilon$  они принимают значения менее 0,1, что может быть использовано при синтезе алгоритмов траекторной фильтрации.

С целью сокращения вычислительных затрат проведена декомпозиция линеаризованного уравнения измерения. Синтезированные квазиоптимальные алгоритмы адаптивной фильтрации параметров движения маневрирующего объекта в горизонтальной и вертикальной плоскостях являются нелинейными. В отличие от оптимальных алгоритмов при их реализации вычисляются только первый и второй моменты условных апостериорных распределений. При этом апостериорные ПВ  $W(u_{\Gamma}(k)), W(u_{\text{B}}(k))$  при переходе на следующий шаг фильтрации аппроксимируются суммой  $M_{\Gamma}$  и  $M_{\text{B}}$  гауссовских плотностей соответственно.

Синтезированные квазиоптимальные фильтры включают  $M_G$  и  $M_B$  каналов и относятся к классу устройств с обратными связями между каналами.

Для рассмотренного примера на участках движения объекта с маневром СКО прогноза возрастает в 3–4 раза. СКО оценки положения объекта по осям прямоугольной системы носят равномерный характер и не превышают СКО измерения по этим координатам. Интервал, в течение которого принимается решение об изменении характера движения, равен одному–трем «контактам» с объектом. Дальнейшее повышение эффективности адаптивного алгоритма траекторной фильтрации может быть достигнуто путем учета большего числа различных видов движения объекта.

1. Кузьмин С.З. Цифровая радиолокация / С.З. Кузьмин. — К.: «КВЦ», 2000. — 428 с.
2. Сейдж Э. Теория оценивания и ее применение в связи и управлении / Э. Сейдж, Дж. Мелс. — М.: Связь, 1976. — 496 с.
3. Казаков И.Е. Стохастические системы со случайной сменой структуры / И.Е. Казаков // Известия АН СССР. Техническая кибернетика. — 1989. — № 1. — С. 58–79.
4. Гриценко Н.С. Адаптивное оценивание. Ч. 2 / Н.С. Гриценко, В.П. Логинов, К.К. Севостьянов // Зарубежная радиоэлектроника. — 1985. — № 3. — С. 27–50.
5. Жук С.Я. Методы оптимизации дискретных динамических систем со случайной структурой / С.Я. Жук: [Монография]. — К.: НТУУ «КПИ», 2008. — 232 с.

Поступила в редакцию 28.05.2009