

УДК 519.876.5

М. П. Дивак, О. Л. Козак

Тернопільський національний економічний університет

Еліпсоїдне оцінювання допусків параметрів радіоелектронних кіл

Розроблено метод синтезу області допусків параметрів радіоелементів з урахуванням технологічної області розсіювання. Описаний метод, у порівнянні з існуючими, забезпечує більше покриття області допусків. Із використанням розробленого методу розв'язано задачу оцінювання допусків параметрів широкосмугового фільтра.

Ключові слова: допускна еліпсоїдна оцінка, інтервальна модель, технологічний еліпсоїд розсіювання.

Вступ

Для забезпечення високої точності радіоелектронної апаратури при її проектуванні необхідно сформулювати вимоги до точності параметрів компонентів з яких вона складається. При цьому під точністю радіоелектронних кіл (РЕК) розуміють точність її характеристик до яких відносять коефіцієнти підсилення, затування, струми, напруги на визначених ділянках кола тощо. Для забезпечення заданої точності РЕК необхідно побудувати моделі характеристик, які відображають функціональні залежності цих характеристик від параметрів радіоелементів. Очевидно, що в даному випадку параметри радіоелементів мають фізичний зміст. У процесі проектування, виходячи з вимог до характеристик РЕК, знаходять параметри радіоелементів. Проте в процесі виробництва та експлуатації апаратури через відхилення параметрів радіоелементів від номінальних, спостерігається відхилення від номінальних параметрів характеристик РЕК. Для забезпечення допустимих відхилень параметрів характеристик РЕК необхідно сформулювати вимоги до допускних відхилень параметрів радіоелементів, які забезпечують задану ймовірність працездатності виготовленої апаратури. Переважно ці вимоги формуються у вигляді допусків на параметри радіоелементів, тоді для кожного параметра отримуємо нижнє і верхнє допустиме інтервальне значення, або нижнє і верхнє відхилення від номінального значення. Такий підхід неприйнятний у випадку корельованості параметрів компонент. У таких випадках нормальний закон розподілу корельованих між собою параметрів радіоелементів зручно описати допускним еліпсоїдом розсіювання.

Такі методи еліпсоїдного оцінювання описані в працях Ф.Л. Черноусько, Н.М. Куссуль, М.М. Личака, В.М. Кунцевича, Г.М. Шило, М.П. Дивака та ін. Проте методи, наведені в роботах [1–3], орієнтовані на гарантоване, а не допускне оцінювання, що неприйнятно для задач синтезу та аналізу допусків. Застосування методів еліпсоїдного оцінювання [4, 5] ускладнюється за умов, коли кількість обмежень на характеристики РЕК переважає кількість радіоелементів. Наприклад, коли задано коридор обмежень на форми амплітудно-частотної характеристики. У таких випадках необхідним є застосування методу врахування всіх активних обмежень на область допусків. Такий метод еліпсоїдного оцінювання допусків описаний у роботі [6]. Залишається актуальною задача перевірки ефективності та працездатності цього методу для конкретних задач синтезу та аналізу РЕК.

Постановка задачі

Нехай відома функціональна залежність i -ї характеристики РЕК від номінальних значень параметрів радіоелементів:

$$y_i^- \leq g_i(\vec{b}) \leq y_i^+, \quad i = 1, \dots, N. \quad (1)$$

Задано допустимі інтервали на характеристики РЕК $y_{0i} \in [y_i^-, y_i^+]$. Використовуючи перетворення аналогічні наведеним в праці [4], застосувавши розклад функцій $g_i(\vec{b})$ у ряд Тейлора в околі вектора номінальних параметрів \vec{b}_0 та з вибором першого члена розкладу приходимо до такої системи:

$$y_i^- \leq y_{i0} + \sum_{j=1}^n \left. \frac{\partial g_i(\vec{b})}{\partial b_j} \right|_{\vec{b}_0} \cdot (b_j - b_{0j}) \leq y_i^+, \quad i = 1, \dots, N.$$

Позначимо $\delta y_i^- = y_i^- - y_{i0}$, $\delta y_i^+ = y_i^+ - y_{i0}$, $\delta b_j = \frac{b_j - b_{0j}}{b_j}$,

$$S_{ij} = b_j \cdot \left. \frac{\partial g_i(\vec{b})}{\partial (b_j)} \right|_{\vec{b}_0}, \quad (2)$$

Тоді система (1) матиме такий вигляд:

$$\delta y_i^- \leq \sum_{j=1}^m S_{ij} \cdot \delta b_j \leq \delta y_i^+, \quad i = 1, \dots, N, \quad (3)$$

або в матричному вигляді

$$\delta \vec{Y}^- \leq S \cdot \delta \vec{b} \leq \delta \vec{Y}^+, \quad (4)$$

де $\delta \vec{Y}^- = \{\delta y_i^-, i = 1, \dots, N\}$, $\delta \vec{Y}^+ = \{\delta y_i^+, i = 1, \dots, N\}$ — вектори, складені із верхніх

та нижніх меж інтервалів $[\delta y_i^-, \delta y_i^+]$ відхилень вихідної характеристики від номінальної відповідно; $S = \{S_{ij}, i = \overline{1, N}, j = \overline{1, m}\}$ — відома матриця значень похідних функцій $g_i(\vec{b})$ у точці \vec{b}_0 ; $\delta \vec{b} = (\delta b_1, \dots, \delta b_m)^T$ — вектор відносних відхилень параметрів РЕК.

Отримана система (3) є інтервальною системою лінійних алгебраїчних рівнянь (ІСЛАР). Розв'язком даної системи в просторі параметрів радіоелементів $\vec{b} \in R^m$ є область працездатності РЕК, яка одночасно є допускною областю Ω . Властивості розв'язку ІСЛАР у достатній мірі описані в праці [4], в області параметрів це є опуклий многогранник; це означає, що будь-яка точка області працездатності є розв'язком системи (4).

Наявність в ІСЛАР кількості обмежень більшої ніж кількість параметрів вимагає знаходження деякої оцінки області.

Якщо параметри радіоелементів розподілені за нормальним законом, то зручно дану область апроксимувати m -вимірним еліпсоїдом, де m — кількість параметрів радіоелементів РЕК, як показано на рис. 1.

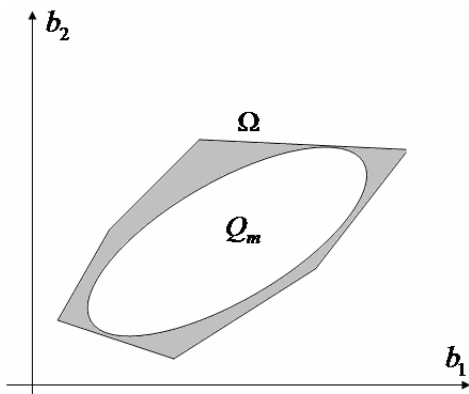


Рис. 1. Ілюстрація апроксимації області допусків Ω m -вимірним еліпсоїдом Q_m , для випадку $m = 2$

На основі роботи [4] запишемо еліпсоїд у такому вигляді:

$$Q_m = \left\{ \vec{b} \in R^m \mid (\delta \vec{b} - \vec{\delta b})^T \cdot S_m^T \cdot E^{-2} \cdot S_m \cdot (\delta \vec{b} - \vec{\delta b}) \leq r \right\}, \quad (5)$$

де $\vec{\delta b}$ — центр ваги; S_m — матриця базових значень функцій чутливості; $r \leq 1$; $E = \text{diag}\{0,5 \cdot (\delta y_1^+ - \delta y_1^-), \dots, 0,5 \cdot (\delta y_i^+ - \delta y_i^-), \dots, 0,5 \cdot (\delta y_m^+ - \delta y_m^-)\}$ — діагональна матриця ширини гарантованих інтервалів вихідних змінних.

При цьому запропонований у роботі [6] метод еліпсоїдного оцінювання допусків дозволяє знайти еліпсоїд заданої конфігурації, який забезпечує найбільше покриття області допусків, виходячи зі співвідношення для знаходження значення r :

$$r = \min_{i=1, \dots, N} \left\{ \frac{(\Delta_i)^2}{\vec{S}_i^T \cdot (S_m^T \cdot E^{-2} \cdot S_m)^{-1} \cdot \vec{S}_i} \right\}, \quad (6)$$

де $\Delta_i = \min \{S_i^T \cdot \bar{\delta b} - \delta y_i^-; \delta y_i^+ - S_i^T \cdot \bar{\delta b}\}$, $i = 1, \dots, N$ — величина, яка визначає відстань від центру прогнозованого інтервалу до найближчої межі експериментального інтервалу для i -го спостереження; \bar{S}_i — вектор значень функцій чутливості для i -го спостереження.

Коридор інтервальних моделей $[\delta \hat{y}_i(\delta \bar{b})]_{\delta \bar{b} \in Q_m}$, побудований на основі отриманого еліпсоїда, матиме такий вигляд:

$$[\delta \hat{y}_i(\delta \bar{b})]_{\delta \bar{b} \in Q_m} = [\bar{S}_i^T \cdot \bar{\delta b} - \Delta_{\delta \hat{y}_i(\delta \bar{b})} \Big|_{\delta \bar{b} \in Q_m}; \bar{S}_i^T \cdot \bar{\delta b} + \Delta_{\delta \hat{y}_i(\delta \bar{b})} \Big|_{\delta \bar{b} \in Q_m}], \quad (7)$$

де $\Delta_{\delta \hat{y}_i(\delta \bar{b})} \Big|_{\delta \bar{b} \in Q_m}$ — половина ширини прогнозованого коридору визначається за формулою:

$$\Delta_{\delta \hat{y}_i(\delta \bar{b})} \Big|_{\delta \bar{b} \in Q_m} = r^{\frac{1}{2}} \cdot \sqrt{\bar{S}_i^T \cdot (S_m^T \cdot E^{-2} \cdot S_m)^{-1} \cdot \bar{S}_i}. \quad (8)$$

Зауважимо, що алгоритм запропонований у роботі [6] значно спрощується при розгляді похибок відхилень вихідних характеристик, оскільки не вимагає пошуку точки, яка належить області допусків, а отже і пошуку гарантованої оцінки області тому, що за центр еліпсоїда можна обрати точку $\bar{\delta b} = (0, \dots, 0)^T$, яка відповідатиме вектору номінальних значень.

Таким чином, оцінка області допусків матиме найбільше покриття у вигляді еліпсоїда, конфігурація якого вибирається на основі аналізу ІСЛАР.

У практичних задачах синтезу допусків важливим є забезпечення максимального покриття реальної області допусків технологічною областю розсіювання параметрів радіоелементів, яка у випадку нормального закону їхнього розподілу є m -вимірним еліпсоїдом (m — кількість параметрів). За цих умов замість задання конфігурації області допусків, що забезпечує її максимальне покриття доцільно вибирати конфігурацію оцінки області допусків у такий спосіб, щоб вона співпадала з конфігурацією технологічного еліпсоїда розсіювання.

Метод синтезу еліпсоїдної області допусків параметрів радіоелементів з урахуванням технологічної області розсіювання

Припустимо, що центр ваги допускної області $\bar{\delta b} = (0, \dots, 0)^T$. Тоді довірчий еліпсоїд розсіювання для вектора відхилень параметрів радіоелементів від номінальних матиме вигляд:

$$Q(\alpha, m) = \left\{ \delta \bar{b} \in R^m \mid \delta \bar{b}^T \cdot \frac{1}{\sigma^2} \cdot D(\delta \bar{b}) \cdot \delta \bar{b} \leq \chi^2(\alpha, m) \right\}, \quad (9)$$

де σ^2 — невідома дисперсія відхилень, яка задаватиме допуски на параметри радіоелементів; $\sigma^2 \cdot D^{-1}(\delta\vec{b})$ — задана коваріаційна матриця відхилень параметрів радіоелементів від номінальних; $\chi^2(\alpha, m)$ — квантиль χ^2 -розподілу для заданої ймовірності працездатності $P = 1 - \alpha$.

Необхідно синтезувати допуски в такий спосіб, щоб область значень допусків параметрів співпадала з конфігурацією із технологічною областю і при цьому

$$\sigma^2 \longrightarrow \max, \quad Q(\alpha, m) \subseteq \tilde{\Omega}_m. \quad (10)$$

Перепишемо формулу (9) в такому вигляді:

$$Q(\alpha, m) = \left\{ \delta\vec{b} \in R^m \left| \delta\vec{b}^T \cdot \frac{1}{\sigma^2 \cdot \chi^2(\alpha, m)} \cdot D(\delta\vec{b}) \cdot \delta\vec{b} \leq 1 \right. \right\}. \quad (11)$$

Тоді, врахувавши заміну $(S^T \cdot E^{-2} \cdot S)^{-1} = \sigma^2 \cdot \chi^2 \cdot (\alpha, m) \cdot D^{-1}(\delta\vec{b})$ та $r = 1$ з формули (6), одержимо, що

$$1 = \min_{i=1, \dots, N} \left\{ \frac{(\Delta_i)^2}{\vec{S}_i^T \cdot \sigma^2 \cdot \chi^2 \cdot (\alpha, m) \cdot D^{-1}(\delta\vec{b}) \cdot \vec{S}_i} \right\},$$

та коридор інтервальних моделей $[\delta\hat{y}_i(\delta\vec{b}_i)]|_{\delta\vec{b} \in Q_m}$, побудований на основі отриманого еліпсоїда, матиме такий вигляд:

$$[\delta\hat{y}_i(\delta\vec{b})]|_{\delta\vec{b} \in Q_m} = [-\Delta_{\delta\hat{y}_i(\delta\vec{b})}|_{\delta\vec{b} \in Q_m}; \Delta_{\delta\hat{y}_i(\delta\vec{b})}|_{\delta\vec{b} \in Q_m}], \quad (12)$$

де $\Delta_{\delta\hat{y}_i(\delta\vec{b})}|_{\delta\vec{b} \in Q_m}$ — половина ширини прогнозованого коридору визначається за формулою:

$$\Delta_{\delta\hat{y}_i(\delta\vec{b})}|_{\delta\vec{b} \in Q_m} = \sqrt{\vec{S}_i^T \cdot \sigma^2 \cdot \chi^2 \cdot (\alpha, m) \cdot D^{-1}(\delta\vec{b}) \cdot \vec{S}_i}.$$

Тоді

$$\sigma^2 = \min_{i=1, \dots, N} \left\{ \frac{(\Delta_i)^2}{\vec{S}_i^T \cdot \chi^2(\alpha, m) \cdot D^{-1}(\delta\vec{b}) \cdot \vec{S}_i} \right\}. \quad (13)$$

Знайдене за формулою (10) значення σ^2 дозволить знайти еліпсоїд, який відповідатиме технологічному еліпсоїду і який включатиметься в область допусків.

Приклад 1. Нехай необхідно оцінити допуски на параметри радіоелементів ширококутового фільтра, схему якого наведено на рис. 2.

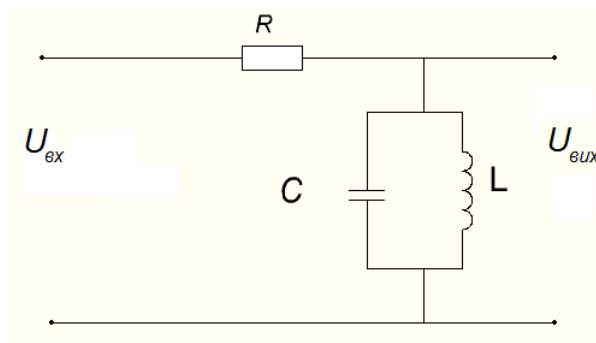


Рис. 2. Схема широкосмугового фільтра

Відомо номінальні значення параметрів: $L = 10$ мГн, $C = 0,5$ мкФ, $R = 1$ кОм. Тоді передатна характеристика широкосмугового фільтра (рис. 2.) для номінальних значень матиме такий вигляд:

$$y_{oi} = K(f_i) = \frac{1}{\sqrt{R^2 \left(\frac{1}{2\pi \cdot f_i \cdot L} - 2\pi \cdot f_i \cdot C \right)^2 + 1}}, \quad i = 1, \dots, N, \quad (14)$$

де $K(f_i) = K_i$, f_i — частота, i — кількість спостережень, та задано коридор (20 % від $K_i = K(f_i)$) передатної характеристики фільтра, значення меж якого наведено в таблиці.

Значення меж заданого коридору передатної характеристики

| i | f_i | K_i^- | K_i | K_i^+ |
|-----|-------|---------|---------------|---------|
| 1 | 10 | 0,0005 | 0,0006 | 0,0008 |
| 2 | 210 | 0,0106 | 0,0133 | 0,0160 |
| 3 | 410 | 0,0213 | 0,0266 | 0,0319 |
| 4 | 610 | 0,0330 | 0,0413 | 0,0496 |
| 5 | 810 | 0,0467 | 0,0583 | 0,0700 |
| 6 | 1010 | 0,0633 | 0,0792 | 0,0950 |
| 7 | 1210 | 0,0850 | 0,1062 | 0,1275 |
| 8 | 1410 | 0,1153 | 0,1441 | 0,1730 |
| 9 | 1610 | 0,1620 | 0,2025 | 0,2430 |
| 10 | 1810 | 0,2446 | 0,3057 | 0,3669 |
| 11 | 2010 | 0,4220 | 0,5274 | 0,6329 |
| 12 | 2110 | 0,5884 | 0,7354 | 0,8825 |
| 13 | 2210 | 0,7731 | 0,9664 | 1,1597 |
| 14 | 2240 | 0,7978 | 0,9972 | 1,1966 |
| 15 | 2260 | 0,7990 | 0,9987 | 1,1985 |
| 16 | 2310 | 0,7527 | 0,9409 | 1,1290 |
| 17 | 2410 | 0,5771 | 0,7213 | 0,8656 |
| 18 | 2610 | 0,3447 | 0,4309 | 0,5170 |
| 19 | 2810 | 0,2416 | 0,3020 | 0,3624 |

Продовження таблиці

| | | | | |
|----|------|--------|---------------|--------|
| 20 | 3010 | 0,1869 | 0,2337 | 0,2804 |
| 21 | 3210 | 0,1534 | 0,1917 | 0,2301 |
| 22 | 3410 | 0,1307 | 0,1634 | 0,1961 |
| 23 | 3610 | 0,1143 | 0,1429 | 0,1715 |
| 24 | 3810 | 0,1019 | 0,1274 | 0,1529 |
| 25 | 4010 | 0,0922 | 0,1152 | 0,1383 |
| 26 | 4210 | 0,0843 | 0,1054 | 0,1265 |
| 27 | 4410 | 0,0778 | 0,0972 | 0,1167 |
| 28 | 4610 | 0,0723 | 0,0904 | 0,1084 |
| 29 | 4810 | 0,0676 | 0,0845 | 0,1014 |

На рис. 3 зображено коридор передатної характеристики широкопasmового фільтра, побудований на основі даних таблиці.

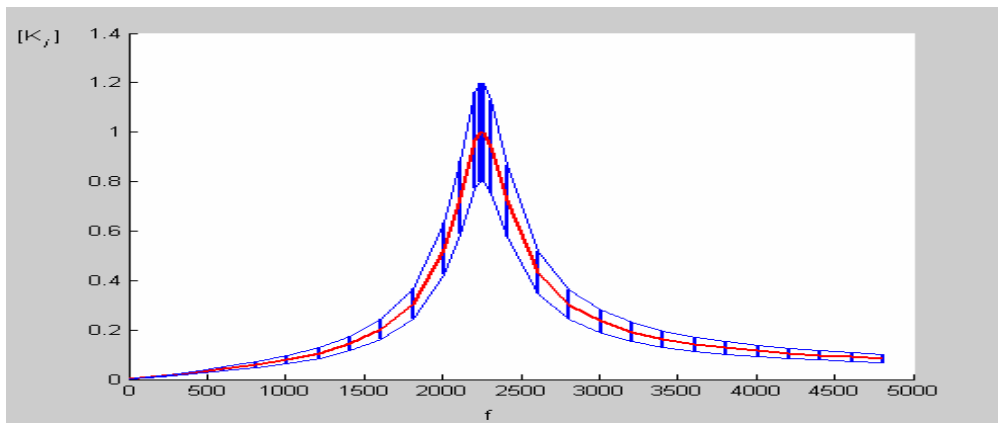


Рис. 3. Коридор передатної характеристики широкопasmового фільтра

Використовуючи номінальні значення передатної характеристики, при фіксованих значеннях частот, наведених в таблиці, за формулою $\delta K_i^- = -0,2 \cdot K_{i0}$, $\delta K_i^+ = 0,2 \cdot K_{i0}$, $i = 1, \dots, N$ отримаємо симетричний коридор допусків передатної характеристики широкопasmового фільтра. Графічно коридор зображений на рис. 4.

Тепер, користуючись формулою (2), із заміною функції $g_i(\vec{b})$ на $K(f_i, \vec{b})$, яка задає передатну характеристику, знайдемо значення функції чутливості до параметрів елементів РЕК:

$$S_{i1} = R_0 \cdot \left. \frac{\partial K_i}{\partial R} \right|_{\vec{b}_0} = - \frac{R_0^2 \left(\frac{1}{2\pi \cdot f_i \cdot L_0} - 2\pi \cdot f_i \cdot C_0 \right)^2}{\left(R_0^2 \left(\frac{1}{2\pi \cdot f_i \cdot L_0} - 2\pi \cdot f_i \cdot C_0 \right)^2 + 1 \right)^{\frac{3}{2}}},$$

$$S_{i2} = C_0 \cdot \frac{\partial K_i}{\partial C} \Big|_{\vec{b}_0} = \frac{R_0^2 2\pi \cdot f_i \cdot C_0 \left(\frac{1}{2\pi \cdot f_i \cdot L_0} - 2\pi \cdot f_i \cdot C_0 \right)}{\left(R_0^2 \left(\frac{1}{2\pi \cdot f_i \cdot L_0} - 2\pi \cdot f_i \cdot C_0 \right)^2 + 1 \right)^{\frac{3}{2}}},$$

$$S_{i3} = L_0 \cdot \frac{\partial K_i}{\partial L} \Big|_{\vec{b}_0} = \frac{\frac{R_0^2}{2\pi \cdot f_i \cdot L_0} \left(\frac{1}{2\pi \cdot f_i \cdot L_0} - 2\pi \cdot f_i \cdot C_0 \right)}{\left(R_0^2 \left(\frac{1}{2\pi \cdot f_i \cdot L_0} - 2\pi \cdot f_i \cdot C_0 \right)^2 + 1 \right)^{\frac{3}{2}}},$$

де $\vec{b}_0 = (R_0, C_0, L_0)$ — вектор номінальних значень параметрів РЕК.

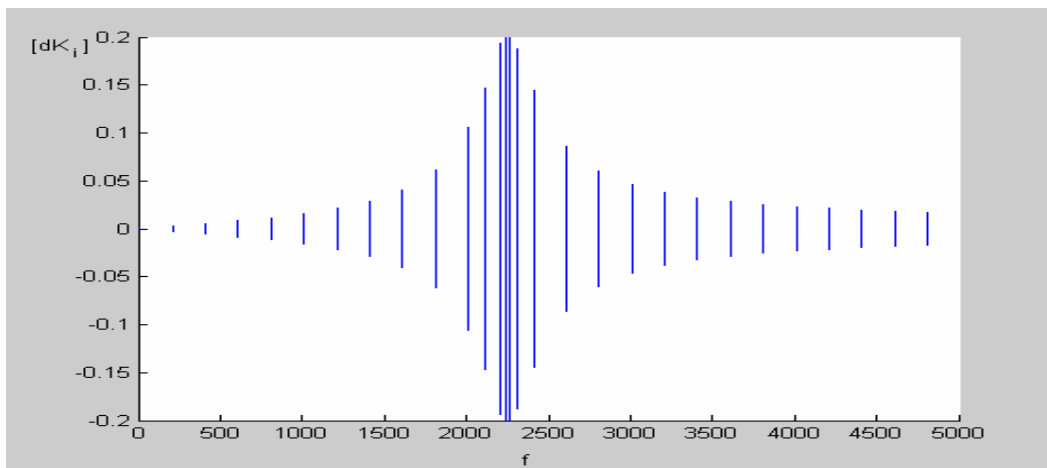


Рис. 4. Допуски передатної характеристики широкопasmового фільтра

Побудуємо допускний еліпсоїд параметрів РЕК. Користуючись даними таблиці складемо ІСЛАР (4), у якій:

$$(\delta Y^-)^T = (-0,0001 - 0,0027 - 0,0053 - 0,0083 - 0,0117 - 0,0158 - 0,0212 - 0,0288 - 0,0405 - 0,0611 - 0,1055 - 0,1471 - 0,1933 - 0,1994 - 0,1997 - 0,1882 - 0,1443 - 0,0862 - 0,0604 - 0,0467 - 0,0383 - 0,0327 - 0,0286 - 0,0255 - 0,0230 - 0,0211 - 0,0194 - 0,0181 - 0,0169);$$

$$(\delta Y^+)^T = (0,0001 0,0027 0,0053 0,0083 0,0117 0,0158 0,0212 0,0288 0,0405 0,0611 0,1055 0,1471 0,1933 0,1994 0,1997 0,1882 0,1443 0,0862 0,0604 0,0467 0,0383 0,0327 0,0286 0,0255 0,0230 0,0211 0,0194 0,0181 0,0169);$$

$$S^T = \begin{pmatrix} -0,0006 & -0,0133 & -0,0266 & -0,0412 & -0,0581 & -0,0787 & -0,1050 & -0,1411 & -0,1942 & -0,2772 \\ 0,0000 & 0,0001 & 0,0009 & 0,0033 & 0,0086 & 0,0198 & 0,0426 & 0,0910 & 0,2031 & 0,5058 \\ 0,0006 & 0,0134 & 0,0275 & 0,0445 & 0,0668 & 0,0985 & 0,1477 & 0,2321 & 0,3973 & 0,7830 \\ -0,3807 & -0,3377 & -0,0638 & -0,0056 & -0,0025 & -0,1080 & -0,3460 & -0,3509 & -0,2745 & -0,2209 & -0,1847 \\ 1,4917 & 2,4282 & 1,6651 & 0,5240 & -0,3575 & -2,1753 & -2,7271 & -1,3730 & -0,7672 & -0,5018 & -0,3637 \\ 1,8724 & 2,7658 & 1,7289 & 0,5296 & -0,3550 & -2,0673 & -2,3811 & -1,0221 & -0,4927 & -0,2808 & -0,1790 \\ -0,1590 & -0,1400 & -0,1254 & -0,1137 & -0,1042 & -0,0963 & -0,0896 & -0,0839 & & & \\ -0,2820 & -0,2292 & -0,1927 & -0,1661 & -0,1460 & -0,1303 & -0,1177 & -0,1074 & & & \\ -0,1230 & -0,0892 & -0,0673 & -0,0524 & -0,0418 & -0,0340 & -0,0281 & -0,0235 & & & \end{pmatrix}$$

Використовуючи традиційний спосіб вибору конфігурації області параметрів на основі насиченого блоку та із застосуванням алгоритму редукції активних обмежень ІСЛАР [6], отримуємо такий допускний еліпсоїд:

$$Q_m = \left\{ \vec{\delta b} \in R^3 \left| (\vec{\delta b})^T \cdot \begin{pmatrix} 74,4301 & -10,1394 & -84,5695 \\ -10,1394 & 4,0282 & 14,1676 \\ -84,5695 & 14,1676 & 98,7371 \end{pmatrix} \cdot (\vec{\delta b}) \leq 0,0438 \right. \right\}. \quad (20)$$

Звідси на основі формули (15) отримуємо допуски на параметри РЕК: $\delta R = 0,51\%$ — для резистора, $\delta C = 2,18\%$ — для конденсатора, $\delta L = 0,44\%$ — для котушки індуктивності.

На рис. 5 суцільною лінією показано заданий коридор допусків, а пунктирною — коридор (10), отриманий на основі еліпсоїдної оцінки допусків (20).

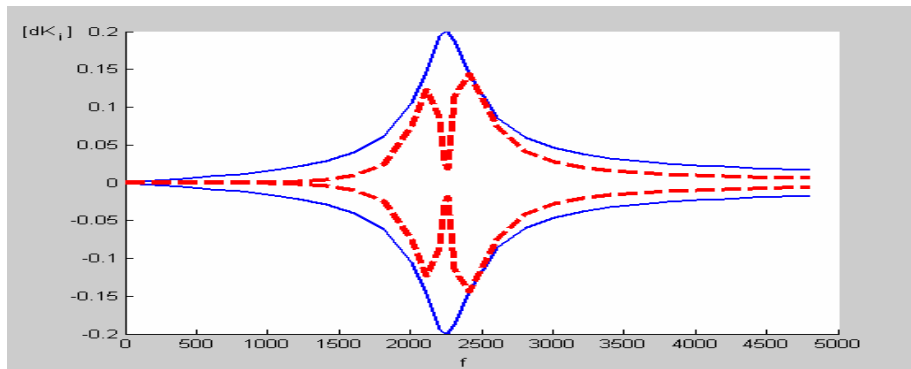


Рис. 5. Співставлення оціненого та заданого коридору допусків передатної характеристики широкопasmового фільтра

Очевидно, що знайдена оцінка відхилень параметрів є допускною, оскільки знайдений на її основі коридор належить заданому коридору допусків на характеристики.

Приклад 2. Розглянемо випадок оцінки допусків на параметри радіоелементів широкопasmового фільтра для заданих номінальних значень (приклад 1) та коридору передатної характеристики (рис. 3) за умов, коли додатково задана техно-

логічна область розсіювання параметрів РЕК від номінальних еліпсоїдом у вигляді (9), де $D(\delta\vec{b}) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

$$D(\delta\vec{b}) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Для оцінки допусків на параметри задамо $\alpha = 0,05$. Тоді з [8, табл. 1.1.2.7] отримаємо значення квантиля χ^2 розподілу: $\chi^2(\alpha = 0,05, m = 3) = 7,8$. За формулою (16) отримаємо: $\sigma^2 = 2,0175 \cdot 10^{-4}$. З урахуванням вказаного вище, еліпсоїдна оцінка допусків параметрів РЕК матиме вигляд:

$$Q(m) = \{ \delta\vec{b} \in R^m \mid \delta\vec{b}^T \cdot H \cdot \delta\vec{b} \leq 1 \},$$

$$\text{де } r = 1; H = \{h_{ij}, i, j = 1, \dots, m\} = \frac{1}{\sigma^2 \cdot \chi^2(\alpha, m)} \cdot D(\delta\vec{b}) = \begin{pmatrix} 635,49 & 0 & 0 \\ 0 & 635,49 & 0 \\ 0 & 0 & 635,49 \end{pmatrix}.$$

Знайдений, згідно запропонованого методу, коридор допусків передатної характеристики матиме вигляд $[\delta K_i] = \left[-\sqrt{\vec{S}_i^T \cdot H^{-1} \cdot \vec{S}_i}; \sqrt{\vec{S}_i^T \cdot H^{-1} \cdot \vec{S}_i} \right], i = 1, \dots, N$. Графічно отриманий коридор зображений на рис. 6 жирною лінією. Отриманні за формулою (16) відносні відхилення для всіх параметрів складають 3,97%.

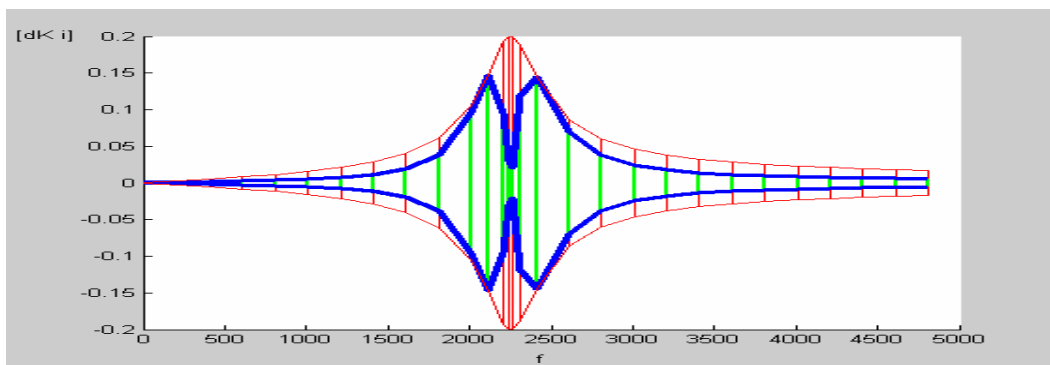


Рис. 6. Співставлення заданого та оціненого із урахуванням технологічного еліпсоїда розсіювання коридору допусків передатної характеристики широкосмугового фільтра

Оцінка відхилень параметрів також є допустною, тому що знайдений на її основі коридор належить заданому коридору допусків. Окрім того, запропонований метод у порівнянні із традиційним дозволив отримати менш жорсткі допуски на параметри РЕК.

Приклад 3. Розглянемо випадок, коли замість матриці конфігурації технологічного еліпсоїда розсіювання відхилень параметрів у прикладі 2 задана така матриця:

$$D(\delta\vec{b}) = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

На основі формули (16) знайдемо значення $\sigma^2 = 2,8678 \cdot 10^{-4}$. Тоді матриця конфігурації еліпсоїда (5) набуде такого вигляду:

$$H = (h_{ij}) = \frac{1}{\sigma^2 \cdot \chi^2(\alpha, m)} \cdot D(\delta\vec{b}) = \begin{pmatrix} 1474,8 & 0 & 0 \\ 0 & 983,2 & 0 \\ 0 & 0 & 491,6 \end{pmatrix}, i = 1, \dots, m.$$

Коридор оцінок допусків передатної характеристики матиме вигляд $[\delta\hat{K}_i] = \left[-\sqrt{\vec{S}_i^T \cdot H^{-1} \cdot \vec{S}_i}; \sqrt{\vec{S}_i^T \cdot H^{-1} \cdot \vec{S}_i} \right]$, $i = 1, \dots, N$. На рис. 7 пунктирною лінією зображено отриманий коридор. Розраховані відносні відхилення параметрів складають відповідно: $\delta R = 2,64\%$ — для резистора, $\delta C = 3,189\%$ — для конденсатора, $\delta L = 4,51\%$ — для котушки індуктивності.

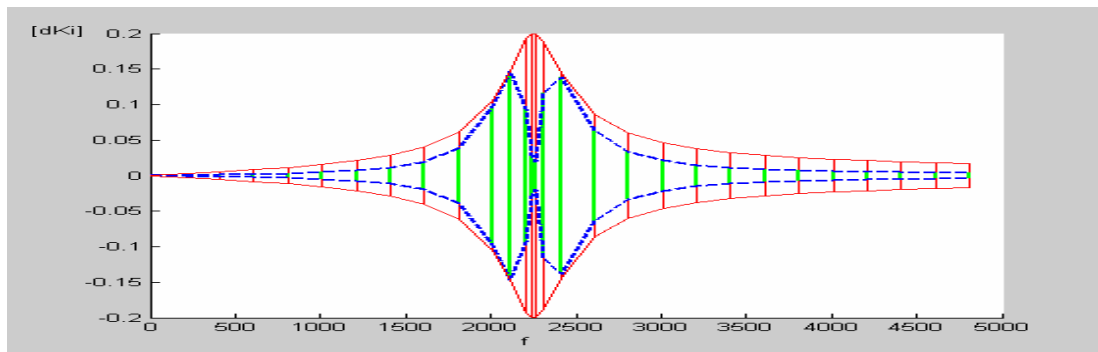


Рис. 7. Співставлення заданого та оціненого коридору допусків передатної характеристики широкопasmового фільтра із урахуванням технологічного еліпсоїда розсіювання

Як і у попередньому прикладі еліпсоїдна оцінка відхилення параметрів радіоелементів є допускною, а отриманні допуски є менш жорсткими ніж у випадку застосування традиційного підходу.

Отже, порівняння допусків на параметри РЕК, знайдених у традиційний спосіб (приклад 1) та методом, запропонованим у даній роботі, коли конфігурація області допусків вибирається за умови співпадання із технологічною областю розсіювання, показує суттєву перевагу запропонованого методу. Так у випадку вибору конфігурації у традиційний спосіб отримаємо більш жорсткі допуски ($\delta R = 0,51\%$, $\delta C = 2,18\%$, $\delta L = 0,44\%$) у порівнянні із запропонованим $3,97\%$ — для всіх параметрів у прикладі 1 чи $\delta R = 2,64\%$, $\delta C = 3,189\%$, $\delta L = 4,51\%$ — у прикладі 2. Наведенні результати засвідчують, що запропонований метод оцінки

допусків, у порівнянні з традиційним методом еліпсоїдного оцінювання параметрів РЕК, забезпечує більше покриття цією оцінкою області допусків.

Висновки

Розглянуто задачу еліпсоїдної оцінки параметрів радіоелектронних кіл. При цьому отримано такі нові наукові та практичні результати:

1) набув подальшого розвитку метод редукції активних обмежень на область допусків, який на відміну від існуючих дозволяє отримати багатовимірну еліпсоїдну оцінку допускної області, що забезпечує більше її покриття;

2) уперше в задачах еліпсоїдного оцінювання допусків отримано співвідношення для розрахунку дисперсії розсіювання параметрів радіоелементів, що дозволило розробити метод синтезу області допусків з урахуванням технологічної області розсіювання, який в порівнянні з існуючими забезпечує більше покриття допускгової області;

3) із застосуванням розробленого методу синтезу області допусків параметрів з урахуванням технологічної області розсіювання розв'язана задача оцінювання допусків параметрів широкопasmового фільтра.

1. *Бакан Г.М.* Теоретико-множественная идентификация линейных объектов в классе размытых эллипсоидальных множеств / Г.М. Бакан, Н.Н. Куусуль // Автоматика. — 1990. — № 4. — С. 72–78.

2. *Лычак М.М.* Идентификация и оценивание состояния объектов управления на основе множественного подхода / Лычак М.М. // Проблемы управления и информатики. — 1999. — № 5. — С. 34–41.

3. *Черноусько Ф.Л.* Оптимальные гарантированные оценки неопределенностей с помощью эллипсоидов / Ф.Л. Черноусько // Изв. АН СССР. Техн. киберн. — 1980. — № 3. — С. 3–11.

4. *Дивак М.П.* Допустиме оцінювання області параметрів радіоелектронних кіл в класі еліпсоїдів / М.П. Дивак // Теоретична електротехніка. — 2002. — Вып. № 56. — С. 113–122.

5. *Кришук В.М.* Інтервальні методи оптимізації допусків / В.М. Кришук, Г.М. Шило, М.П. Гапоненко // Вісн. НУ «Львівська політехніка». Комп'ютерні системи проектування: Теорія і практика. — 1999. — № 373. — С. 196–201.

6. *Дивак М.П.* Оцінювання допусків параметрів статичних систем еліпсоїдними множинами на основі аналізу інтервальних даних / М.П. Дивак, А.В. Пукас, О.Л. Козак // Екон.-мат. моделювання соц.-екон. систем. — 2008.

7. *Кривошейкин А.В.* Точность параметров и настройка аналоговых радиоэлектронных цепей. — М.: Радио и связь, 1983. — 136 с.

8. *Бронштейн И.Н.* Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов / Бронштейн И.Н., Семендяев К.А. — [13-е изд. исправленное]. — М.: Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1986. — 544 с.

Надійшла до редакції 06.03.2009