

## **СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ И ОЦЕНИВАНИЕ ДИНАМИКИ ЭКОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ**

**Н.Д. ПАНКРАТОВА, В.В. ЗАВОДНИК**

Предложен подход к системному анализу и оцениванию динамики экологических процессов. Разработана базовая модель экологических процессов, которая позволяет унифицировать вычислительные процедуры анализа и прогнозирования этих процессов, обеспечить практически приемлемый уровень достоверности и точности оценивания. Предложен метод восстановления функциональной зависимости экологических процессов по данным дискретных наблюдений за определенный период. Выполнен анализ и прогноз солнечной активности (числа Вольфа) с использованием разработанного алгоритма.

В конце XX века человечество вступило в такой период развития, когда все виды природопользования (промышленное, сельскохозяйственное, лесохозяйственное и другие) сопровождаются не только получением желаемых частных результатов, но и разветвленными глобальными экологическими, эколого-экономическими и эколого-социальными нежелательными последствиями. Это предопределило кризисную для развития общества экологическую ситуацию на земном шаре в целом [1]. Отсюда следуют проблемы выявления экологических закономерностей, обнаружения основных механизмов экологических систем, разработки и реализации рациональной стратегии глобального природопользования. И, как следствие, появляется практическая необходимость разработки математических моделей, способных с практически приемлемой достоверностью характеризовать экологические процессы (ЭП) различных видов за определенные периоды и интервалы времени [2–4]. Анализ экологических чрезвычайных ситуаций и катастроф показывает [5, 6], что существующий математический аппарат анализа и контроля ЭП не в полной мере соответствует современным требованиям к достоверности прогнозирования динамики, не учитывает распределенности процессов в пространстве и времени, не позволяет восстановить пропущенные данные наблюдений в мониторинге ЭП.

Цель настоящей работы — предложить подход к формированию системы математических моделей оценивания и прогнозирования ЭП по дискретно заданной выборке за конечный период наблюдений, который позволит повысить достоверность анализа и прогнозирования динамики ЭП.

## ОБОСНОВАНИЕ БАЗОВОЙ МОДЕЛИ ЭП

В области моделирования ЭП накоплена значительная база знаний, которая содержит многочисленные вычислительные подходы, методы и алгоритмы анализа, оценивания и прогнозирования по разным параметрам и направлениям. Их можно разделить на два основных класса: динамико-численные, базирующиеся на численных методах решения дифференциальных уравнений, и динамико-статистические, основывающиеся на использовании многолетних статистических данных, накапливающихся в международной системе анализа и прогноза экологических и природных процессов.

Предлагаемый подход базируется на системной методологии и позволяет, используя динамико-статистические принципы, разработать типовые методы и программы для решения задач оценивания и мониторинга ЭП. Главная идея подхода — на основе единой обобщенной постановки задачи системного анализа ЭП и единой базовой модели обеспечить взаимосвязь различных информационных процессов, а также оценивание и прогнозирование ЭП. В общем случае базовую модель будем формировать на основе восстановления функциональной зависимости и выявления закономерностей ЭП по данным дискретных наблюдений за определенный период.

Задача выявления закономерностей сводится к формированию приближающих функций, которые определяют искомые закономерности исследуемых процессов [7–9]. Однако на практике задача выявления экологических закономерностей является плохо формализуемой системной задачей. Поэтому, следуя рекомендациям, приведенным в работе [9], представим эту задачу в виде последовательности следующих взаимосвязанных задач:

- приведение исходной информации к стандартному виду, обеспечивающему возможность формирования искомым приближающих функций;
- выбор класса и структуры приближающих функций;
- выбор критериев, принципов, подходов и методов построения приближающих функций;
- нахождение приближающих функций в принятом классе функций, обеспечивающих наилучшее приближение по принятым критериям.

Задача выбора класса и структуры приближающих функций — основная в данной последовательности и определяет требования к другим задачам. Это непосредственно следует из основных требований к свойствам приближающих функций [7–10]. В частности, искомые функции должны не просто приближать эмпирические данные, но и иметь определенные экстремальные свойства. Специфика экстремальных свойств искомым приближающих функций следует из конечного интервала задания исходных данных и состоит в том, что возмущающие действия концов интервала существенно влияют на экстремальные свойства функции [10]. Данная особенность является принципиальной и приводит к более сложной структуре класса приближающих функций, чем в задаче интерполирования. Отсюда следует актуальность и практическая значимость задачи выбора класса приближающих функций. Особенность этой задачи состоит в необходимости выбора рационального компромисса между противоречивыми требованиями:

- максимизацией уровня достоверности процедуры выявления искомой закономерности, что ведет к необходимости повышения сложности класса приближающих функций;
- минимизацией сложности и трудоемкости процедуры формирования искомой функциональной зависимости, что обуславливает необходимость упрощения класса приближающих функций.

Неудачный выбор класса приближающих функций может привести к тому, что восстановленная функция будет хорошо приближать дискретные исходные данные, но плохо — истинную функциональную зависимость. Учитывая эти особенности, задачу формирования базовой модели экологических процессов будем формулировать как задачу определения приближающих функций по дискретной выборке в математической постановке, предложенной в работе [9].

**Математическая постановка задачи формирования приближающих функций.** Известна исходная информация в виде массива фактических данных

$$M_0 = \langle Y_0, X_1, X_2, X_3 \rangle,$$

$$Y_0 = (Y_i | i = \overline{1, m}), \quad Y_i = (Y_i[q_0] | q_0 = \overline{1, k_0}), \quad X_1 = (X_{j_1} | j_1 = \overline{1, n_1}),$$

$$X_{j_1} = (X_{j_1}[q_1] | q_1 = \overline{1, k_1}), \quad X_2 = (X_{j_2} | j_2 = \overline{1, n_2}), \quad X_{j_2} = (X_{j_2}[q_2] | q_2 = \overline{1, k_2}),$$

$$X_3 = (X_{j_3} | j_3 = \overline{1, n_3}), \quad X_{j_3} = (X_{j_3}[q_3] | q_3 = \overline{1, k_3}),$$

где множество  $Y_0$  определяет численные значения  $Y_i[q_0]$  искомых функций  $y_i = f_i(x_1, x_2, x_3)$ ,  $i = \overline{1, m}$  при определенных значениях  $X_{j_1}[q_1]$ ,  $X_{j_2}[q_2]$ ,  $X_{j_3}[q_3]$  переменных  $x_1 = (x_{j_1} | j_1 = \overline{1, n_1})$ ,  $x_2 = (x_{j_2} | j_2 = \overline{1, n_2})$ ,  $x_3 = (x_{j_3} | j_3 = \overline{1, n_3})$ . При этом выполняются следующие условия:

$$n_1 + n_2 + n_3 = n_0, \quad n_0 \leq k_0, \quad n_0 \leq m,$$

$$x_1 \in D_1, \quad x_2 \in D_2, \quad x_3 \in D_3, \quad X_1 \in \hat{D}_1, \quad X_2 \in \hat{D}_2, \quad X_3 \in \hat{D}_3,$$

$$D_s = \langle D_{j_s} | j_s = \overline{1, n_s} \rangle, \quad \hat{D}_s = \langle \hat{D}_{j_s} | j_s = \overline{1, n_s} \rangle, \quad s = \overline{1, 3},$$

$$D_{j_s} = \langle d_{j_s}^- \leq x_{j_s} \leq d_{j_s}^+ \rangle, \quad \hat{D}_{j_s} = \langle \hat{d}_{j_s}^- \leq X_{j_s} \leq \hat{d}_{j_s}^+ \rangle, \quad d_{j_s}^- \leq \hat{d}_{j_s}^-, \quad d_{j_s}^+ \geq \hat{d}_{j_s}^+.$$

Требуется найти приближающие функции  $\Phi_i(x_1, x_2, x_3)$ ,  $i = \overline{1, m}$ , характеризующие с практически приемлемой точностью истинные закономерности ЭП на основе дискретно заданных выборок априорно неизвестных функциональных зависимостей  $f_i(x_1, x_2, x_3)$ ,  $i = \overline{1, m}$ .

В такой постановке задачи принято, что вектор  $y = (y_i | i = \overline{1, m})$  определяет показатели свойств исследуемого ЭП, а векторы  $x_1, x_2, x_3$  — показатели технологических, метеорологических, климатических, географических и других факторов, от которых зависят свойства исследуемого процесса.

Выбор метода решения данной задачи существенно зависит от свойств и особенностей взаимосвязанных задач, сформулированных выше. Учитывая специфику экстремальности приближающих функций на конечном интервале [10], в качестве класса приближающих функций выбираем смещенные полиномы Чебышева [9, 11, 12]. Такой выбор позволяет реализовать равномерное приближение искомым функциям на множестве выборки и обеспечить соответствие экстремальных свойств приближающих функций  $\Phi_i(x_1, x_2, x_3)$  свойствам истинных, априорно неизвестных функциональных зависимостей  $f_i(x_1, x_2, x_3)$ . Кроме того, данный подход упрощает выбор структуры приближающих функций, а именно, позволяет реализовать искомые функции в виде обобщенных полиномов на основе смещенных полиномов Чебышева  $T_n^*(x)$ ,  $x = (x_1, x_2, x_3, t)$ .

Следующей задачей является выбор критериев и методов построения приближающих функций. Выбор критериев выполняется, с одной стороны, с позиции удобства реализации вычислительных процессов при решении задачи нахождения искомым приближающих функций, а с другой — с позиции соответствия выбранного критерия специфике свойств исследуемых процессов. Принимая во внимание, что для предотвращения нежелательных последствий ЭП необходимо с достаточной достоверностью прогнозировать момент перехода процессом критического значения, полагаем целесообразным выбрать чебышевский критерий. Этот критерий определяется как максимум абсолютного отклонения приближающих функций от известных дискретных значений временного ряда, что исключает сглаживание результатов малой выборки и позволяет выявить первые признаки переходного процесса от штатного режима к нештатной ситуации. В результате открывается возможность более точного прогнозирования динамики ЭП и устранения недостатков, свойственных среднеквадратичному критерию. Выбор чебышевского критерия и смещенных чебышевских полиномов открывает возможность привести задачу нахождения искомым приближающих функций к последовательности чебышевских задач приближения для несовместной системы линейных уравнений [9], методы и алгоритмы, решения которых известны [13].

## ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ СИСТЕМНОГО АНАЛИЗА ДИНАМИКИ ЭП

Реализация единой базовой модели динамики ЭП имеет следующие преимущества по сравнению с известными подходами:

- унификация вычислительных процедур при решении основных задач анализа и прогнозирования ЭП;
- существенное сокращение временных затрат на решение практических задач;
- обеспечение практически приемлемого уровня достоверности и своевременности принятия решения в динамике мониторинга ЭП.

Для реализации этих преимуществ необходим математический аппарат, обеспечивающий формализацию и решение следующих задач системного анализа, мониторинга и прогнозирования ЭП:

- оценивание динамики медленно и быстро осциллирующих процессов;
- долгосрочное и краткосрочное прогнозирование динамики процессов;
- восстановление пропущенных данных в статистической выборке динамики ЭП.

Эти задачи предлагается рассматривать на основе следующей обобщенной постановки задачи системного анализа динамики ЭП.

**Обобщенная математическая постановка задачи анализа динамики процессов.** Известны для заданного временного интервала  $D = \{t \mid t_0^- \leq t \leq t_0^+\}$ ,  $D = D_0 \cup D_0^+$ ,  $D_0 = \{t \mid t_0^- \leq t \leq t_0^+\}$ ,  $D_0^+ = \{t \mid t_0^+ < t \leq t_0^+\}$ , результаты наблюдений экологических процессов за период  $D_0$  в виде дискретной выборки фактических данных временного ряда

$$Y_{K_0} = \left\{ y_k \mid y_k = y[t_k], t_k \in D_{K_0}, k = \overline{1, K_0} \right\}, \quad (1)$$

$$D_{K_0} = \left\{ t_k \mid t_k = t_0^- + (k-1) \frac{t_0^+ - t_0^-}{K_0 - 1}; k = \overline{1, K_0} \right\}.$$

Требуется:

- найти приближающие функции  $F_i(t)$ , характеризующие истинные неизвестные зависимости динамики исследуемого процесса за период  $D_0$  с практически приемлемой точностью;
- обеспечить требуемую точность приближающих функций по заданной дискретной выборке;
- восстановить пропущенные данные динамики процесса в одной или нескольких частях периода  $D_0$ .

Структура приближающих функций выбирается из условия, что каждая функция  $F_i(t)$  соответствует определенному типу ЭП.

## ФОРМИРОВАНИЕ БАЗОВОЙ МОДЕЛИ ДИНАМИКИ ЭП

Базовая модель динамики ЭП должна описывать изменения основных свойств исследуемых процессов во времени, поскольку зависимость динамики от показателей  $x_1, x_2, x_3$  учитывается непосредственно в статистической выборке (1), которая формируется по данным наблюдений реальных процессов. Поэтому такая модель является общей базовой моделью ЭП. Ее основу составляет класс обобщенных полиномов, формируемых на базе смещенных полиномов Чебышева

$$F(t) = \sum_{n=0}^N a_n T_n^*(t),$$

или, учитывая  $T_0^* = 0,5$ , получаем

$$F(t) = 0,5a_0 + \sum_{n=1}^N a_n T_n^*(t), \quad t \in [t_0^-, t_0^+], \quad (2)$$

где  $T_n^*(t)$  — смещенный полином Чебышева  $n$ -го порядка;  $[t_0^-, t_0^+]$  — временной интервал наблюдения исследуемого процесса. При таком подходе построение структуры приближающих функций существенно упрощается и заключается в определении неизвестных коэффициентов  $\langle a_n | n = \overline{0, N} \rangle$  функции (2) по известной выборке временного ряда (1).

Принимая во внимание особенности смещенных полиномов Чебышева, формирование базовой модели выполняется в виде последовательности следующих процедур.

1. Учитывая свойства смещенных полиномов Чебышева и то, что область их определения и множеством значений является интервал  $[0, 1]$ , исходные данные нормируются к этому интервалу на основе соотношений

$$\hat{y}_k = \hat{y}(\tau_k), \quad \hat{y}_k = \frac{y_k - y_k^-}{y_k^+ - y_k^-}, \quad \tau_k = \frac{t_k - t_0^-}{t_0^+ - t_0^-}, \quad (3)$$

$$\hat{y} = \frac{y - y^-}{y^+ - y^-}, \quad \tau = \frac{t - t_0^-}{t_0^+ - t_0^-},$$

$$0 \leq |T_n^*(\tau)| \leq 1, \quad \tau \in [0, 1],$$

где исходные переменные определяются соотношениями

$$y = y^- + \hat{y}(y^+ - y^-), \quad t = t_0^- + \tau(t_0^+ - t_0^-). \quad (4)$$

2. Для обеспечения рационального выбора в (2) количества полиномов Чебышева принято, что формирование приближающей функции при  $n \geq 1$  выполняется на основе рекуррентных соотношений

$$T_{n+1}^*(\tau) = 2(-1 + 2\tau)T_n^*(\tau) - T_{n-1}^*(\tau), \quad T_0^*(\tau) = 1, \quad T_1^*(\tau) = -1 + 2\tau, \quad (5)$$

а исходные дискретные данные (1) преобразуются к виду

$$\hat{Y}_{K_0} = \left\{ \hat{y}_k \left| \hat{y}_k = \frac{y_k - y_k^-}{y_k^+ - y_k^-}, \quad y_k \in Y_{K_0}, \quad k = \overline{1, K_0} \right. \right\}, \quad (6)$$

$$D_\tau = \left\{ \tau_k \left| \tau_k = \frac{t_k - t_0^-}{t_0^+ - t_0^-}, \quad t_k \in D_{K_0}, \quad k = \overline{1, K_0} \right. \right\}.$$

3. Преобразование ненормированных исходных данных в нормированные переменные для приближающих функций выполняется при соблюдении следующих условий:

$$F(t) \Leftrightarrow \Phi(\tau), \quad (7)$$

где

$$\Phi(\tau) = 0,5a_0 + \sum_{n=1}^N a_n T_n^*(\tau), \quad \hat{y} = \Phi(\tau). \quad (8)$$

4. На основе исходных дискретных данных (1) и соотношений (3), (6), (8) для всех приближающих функций и для всех  $\tau_k \in D_\tau$ ,  $k = \overline{1, K_0}$  устанавливается соответствие в виде

$$\Phi(\tau_k) = \hat{y}(\tau_k). \quad (9)$$

5. На основе соотношений (7) – (9) формируется несовместная система линейных уравнений, в которой неизвестными являются коэффициенты  $\langle a_n | n = \overline{0, N} \rangle$ .

$$0,5a_0 + \sum_{n=1}^N a_n T_n^*(\tau_k) - \hat{y}_k = 0, \quad k = \overline{1, K_0}, \quad K_0 > N + 1. \quad (10)$$

6. Решение данной системы выполняется на основе чебышевского критерия и состоит в нахождении таких значений  $A^0 = \{a_n^0 | n = \overline{0, N}\}$ , при которых величина максимальной абсолютной невязки

$$\Delta = \max_{\tau_k \in D_\tau} |\hat{y}(\tau_k) - \Phi(\tau_k)|, \quad (11)$$

принимаемая за меру чебышевского приближения, будет минимально возможной

$$\Delta(A_0) = \Delta^0 = \min_A \Delta. \quad (12)$$

7. На основе результатов решения системы (10), используя (2), (4) и (8), формируется искомая базовая модель динамики экологических процессов в виде функции нормированных переменных

$$\Phi(\tau) = 0,5a_0^0 + \sum_{n=1}^N a_n^0 T_n^*(\tau) \quad (13)$$

и функции исходных ненормированных переменных

$$F(t) = 0,5a_0^0 + \sum_{n=1}^N a_n^0 T_n^*(t_0 + \tau(t_0^+ - t_0^-)). \quad (14)$$

#### МЕТОД ДОСТИЖЕНИЯ ТРЕБУЕМОЙ ТОЧНОСТИ ПРИБЛИЖАЮЩИХ ФУНКЦИЙ ПО КОНЕЧНОЙ ДИСКРЕТНОЙ ВЫБОРКЕ

Для получения практически необходимой точности восстановления функциональной зависимости по заданной дискретной выборке предлагается прием последовательного приближения базовых функций  $\Phi(\tau)$  и  $F(t)$ , который позволяет уменьшить величину максимальной абсолютной невязки  $\Delta = \max_{\tau_k \in D_\tau} |\hat{y}(\tau_k) - \Phi(\tau_k)|$  и повысить точность приближающих функций без изменения объема исходной выборки.

Реализацию приема рассмотрим на примере последовательного уточнения структуры функции  $\Phi(\tau)$ , поскольку она непосредственно определяется решением системы уравнений (10). Структура функции  $F(t)$  находится на основе функции  $\Phi(\tau)$  с использованием соотношений (3) и (4).

Полагаем, что решение системы (10) в форме (13) является первым приближением искомой базовой модели. Систему уравнений для определения второго приближения представим соотношением

$$\sum_{n_2=0}^{N_2} a_{n_2} T_{n_2}^*(\tau_k) - \Phi_1(\tau_k) = 0, \quad k = \overline{1; K_0}, \quad K_0 > N_2 > N + 1, \quad (15)$$

где

$$\Phi_1(\tau_k) = 0,5a_0^0 + \sum_{n=1}^N a_n^0 T_n^*(\tau_k).$$

Процедура решения данной системы выполняется на основе чебышевского критерия и состоит в нахождении таких значений  $A_2^0 = \{a_{n_2}^0 \mid n_2 = \overline{0, N}\}$ , при которых величина максимальной абсолютной невязки

$$\Delta_2 = \max_{\tau_k \in D_\tau} |\Phi_2(\tau_k) - \Phi_1(\tau_k)|, \quad \Phi_2(\tau_k) = \sum_{n_2=0}^{N_2} a_{n_2} T_{n_2}^*(\tau_k), \quad (16)$$

принимаемая за меру чебышевского приближения, будет минимально возможной

$$\Delta(A_2^0) = \Delta_2^0 = \min_{A_2} \Delta_2.$$

На основе результатов решения системы (16), используя (2), (4) и (8), получаем второе приближение искомой базовой модели динамики ЭП в виде функций нормированных переменных

$$\Phi_2(\tau) = \sum_{n_2=0}^{N_2} a_{n_2}^0 T_{n_2}^*(\tau), \quad T_0^* = 0,5 \quad (17)$$

и исходных переменных

$$F_2(t) = \sum_{n_2=0}^{N_2} a_{n_2}^0 T_{n_2}^*(t_0 + \tau(t_0^+ - t_0^-)), \quad T_0^* = 0,5. \quad (18)$$

В итерационной процедуре аналогично находятся дальнейшие приближения искомой базовой модели, количество которых определяется уровнем допустимой невязки и практически необходимой точностью приближающих функций. Число приближений возрастает пропорционально с уменьшением уровня невязки.

## МЕТОД ВОССТАНОВЛЕНИЯ ПРОПУЩЕННЫХ ДАННЫХ

Практическая необходимость задачи восстановления пропущенных данных следует из специфики и особенностей исследуемых процессов. В частности, с одной стороны, данные наблюдений для различных ЭП формируются в установленное фиксированное синоптическое время наблюдений, а с другой — для реальных ЭП характерна неопределенность времени начала действий и нестационарность динамики изменения показателей процессов. Кроме того, возможны различные нарушения процессов сбора информации, что может стать причиной потери данных, существенно влияющих на результаты анализа [5, 6].

Построение этой модели рассмотрим для случая, когда имеется два интервала  $D_1^-, D_2^-$  пропущенных данных, которые разделяют общий интервал  $D$  наблюдений на три неравные части.

Исходные данные для интервалов наблюдений определяются в нормированных переменных следующими соотношениями:

$$\hat{D}_0 = \hat{D}_1^+ \cup \hat{D}_1^- \cup \hat{D}_2^+ \cup \hat{D}_2^- \cup \hat{D}_3^+, \quad (19)$$

где

$$\hat{D}_0 = \left\{ \tau \mid \tau_0^- \leq \tau \leq \tau_0^+, \tau_0^- \Leftrightarrow t_0^-, \tau_0^+ \Leftrightarrow t_0^+, \tau_0^- = 0, \tau_0^+ = 1 \right\}, \tau = \frac{t - t_0^-}{t_0^+ - t_0^-},$$

$$\hat{D}_1^+ = \left\{ \tau \mid \tau_1^- \leq \tau \leq \tau_1^+, \tau_1^- = \tau_0^- = 0 \right\}, \hat{D}_1^- = \left\{ \tau \mid \tau_1^+ < \tau_{01}^- \leq \tau \leq \tau_{01}^+ < \tau_2^- \right\},$$

$$\hat{D}_2^+ = \left\{ \tau \mid \tau_2^- \leq \tau \leq \tau_2^+ \right\}, \hat{D}_2^- = \left\{ \tau \mid \tau_2^+ < \tau_{02}^- \leq \tau \leq \tau_{02}^+ < \tau_3^- \right\},$$

$$\hat{D}_3^+ = \left\{ \tau \mid \tau_3^- \leq \tau \leq \tau_3^+, \tau_3^+ = \tau_0^+ = 1 \right\}.$$

Для интервалов  $\hat{D}_1^+, \hat{D}_2^+, \hat{D}_3^+$  известны выборки временных рядов в виде (1), на основе которых для каждого из них формируется система уравнений соответственно в виде

$$0,5a_{10} + \sum_{n=n_{11}}^{N_1} a_n T_n^*(\tau_{k_1}) - \hat{y}_1(\tau_{k_1}) = 0, \tau_{k_1} \in \hat{D}_1^+, \quad (20)$$

$$0,5a_{20} + \sum_{n=n_{12}}^{N_2} a_n T_n^*(\tau_{k_2}) - \hat{y}_2(\tau_{k_2}) = 0, \tau_{k_2} \in \hat{D}_2^+, \quad (21)$$

$$0,5a_{30} + \sum_{n=n_{13}}^{N_3} a_n T_n^*(\tau_{k_3}) - \hat{y}_3(\tau_{k_3}) = 0, \tau_{k_3} \in \hat{D}_3^+. \quad (22)$$

В уравнениях (20) – (22) значения  $n_{11}, n_{12}, n_{13}$  и  $N_1, N_2, N_3$  выбираются различными с учетом особенностей динамики процесса в соответствующих интервалах. Решение каждой системы уравнений выполняется на основе чебышевского критерия, который определяется соответственно формулами

$$\Delta_1 = \max_{k_1} |\Phi(\tau_{k_1}) - \hat{y}_1(\tau_{k_1})|, \quad \tau_{k_1} \in \hat{D}_1^+,$$

$$\Delta_2 = \max_{k_2} |\Phi(\tau_{k_2}) - \hat{y}_2(\tau_{k_2})|, \quad \tau_{k_2} \in \hat{D}_2^+,$$

$$\Delta_3 = \max_{k_3} |\Phi(\tau_{k_3}) - \hat{y}_3(\tau_{k_3})|, \quad \tau_{k_3} \in \hat{D}_3^+$$

и состоит в определении матрицы  $A_s^0 = \{a_{sn}^0 \mid n = \overline{0, N}\}$ ,  $s = \overline{1, 3}$  из условия минимизации невязок  $\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3$

$$\Delta_s^0 = \min_{A_s} \Delta_{k_s}, \quad s = \overline{1, 3}.$$

Результатом решения систем (20) – (22) являются следующие функции:

$$\Phi_1(\tau_{k_1}) = 0,5a_{10}^0 + \sum_{n=n_{11}}^{N_1} a_{1n}^0 T_n^*(\tau_{k_1}), \quad \tau_{k_1} \in \hat{D}_1^+,$$

$$\Phi_2(\tau_{k_2}) = 0,5a_{20}^0 + \sum_{n=n_{12}}^{N_2} a_{2n}^0 T_n^*(\tau_{k_2}), \quad \tau_{k_2} \in \hat{D}_2^+,$$

$$\Phi_3(\tau_{k_3}) = 0,5a_{30}^0 + \sum_{n=n_{13}}^{N_3} a_{3n}^0 T_n^*(\tau_{k_3}), \quad \tau_{k_3} \in \hat{D}_3^+.$$

Восстановление пропущенных дискретных значений временного ряда на интервалах  $\hat{D}_1^-$  и  $\hat{D}_2^-$  выполняется на основе подхода, реализованного при разработке модели прогнозирования [9]. При этом учитывается, что каждый восстановленный временной ряд должен быть согласован с временными рядами смежных интервалов. Временной ряд интервала  $\hat{D}_1^-$  должен быть согласован с временными рядами интервалов  $\hat{D}_1^+, \hat{D}_2^+$ . Аналогично временной ряд интервала  $\hat{D}_2^-$  согласовывается с временными рядами интервалов  $\hat{D}_2^+, \hat{D}_3^+$ . Для обеспечения указанного согласования выполняется процедура прогнозирования: для интервала  $\hat{D}_1^-$  на основе функций  $\Phi_1(\tau_{k_1}), \Phi_2(\tau_{k_2})$ , а для  $\hat{D}_2^-$  — функций  $\Phi_2(\tau_{k_2}), \Phi_3(\tau_{k_3})$ . Далее определяются искомые функции  $\Phi_{01}(\tau_{k_{01}}), \Phi_{02}(\tau_{k_{02}})$  как среднеарифметическая функция прогноза для соответствующего интервала, на основе которых выполняется восстановление дискретных значений временного ряда в каждом интервале.

Результаты восстановления представлены соотношениями, которые определяют основные функции  $\Phi_{01}(\tau_{k_{01}}), \Phi_{02}(\tau_{k_{02}})$  и функции промежуточных этапов восстановления.

Для интервала  $\hat{D}_1^-$

$$\Phi_{01}(\tau_{k_{01}}) = \frac{\Phi_{11}(\tau_{k_{01}}) + \Phi_{12}(\tau_{k_{01}})}{2}, \quad \tau_1^+ < \tau_{k_{01}} < \tau_2^-,$$

$$\Phi_{11}(\tau_{k_{01}}) = 0,5a_{10}^0 + \sum_{n=n_{11}}^{N_{11}} a_{1n}^0 T_n^*(\tau_{k_{01}}), \quad \tau_{k_{01}} \in \hat{D}_1^-,$$

$$\Phi_{12}(\tau_{k_{01}}) = 0,5a_{20}^0 + \sum_{n=n_{12}}^{N_{12}} a_{2n}^0 T_n^*(\tau_{k_{01}}), \quad \tau_{k_{01}} \in \hat{D}_1^-,$$

$$\Phi_{01}(\tau_{k_{01}}) = \Phi_{11}(\tau_1^+), \quad \Phi_{11}(\tau_1^+) = \Phi_1(\tau_1^+), \quad \tau_{k_{01}} = \tau_1^+,$$

$$\Phi_{01}(\tau_{k_{01}}) = \Phi_{12}(\tau_2^-), \quad \Phi_{12}(\tau_2^-) = \Phi_2(\tau_2^-), \quad \tau_{k_{01}} = \tau_2^-.$$

Для интервала  $\hat{D}_2^-$

$$\Phi_{02}(\tau_{k_{02}}) = \frac{\Phi_{21}(\tau_{k_{02}}) + \Phi_{22}(\tau_{k_{02}})}{2}, \quad \tau_2^+ < \tau_{k_{02}} < \tau_3^-,$$

$$\Phi_{21}(\tau_{k_{02}}) = 0,5a_{20}^0 + \sum_{n=n_{21}}^{N_{21}} a_{2n}^0 T_n^*(\tau_{k_{02}}), \quad \tau_{k_{02}} \in \hat{D}_2^-,$$

$$\Phi_{22}(\tau_{k_{02}}) = 0,5a_{30}^0 + \sum_{n=n_{22}}^{N_{22}} a_{3n}^0 T_n^*(\tau_{k_{02}}), \quad \tau_{k_{02}} \in \hat{D}_2^-,$$

$$\Phi_{02}(\tau_{k_{02}}) = \Phi_{21}(\tau_2^+), \quad \Phi_{21}(\tau_2^+) = \Phi_2(\tau_2^+), \quad \tau_{k_{02}} = \tau_2^+,$$

$$\Phi_{02}(\tau_{k_{02}}) = \Phi_{22}(\tau_3^-), \quad \Phi_{22}(\tau_3^-) = \Phi_3(\tau_3^-), \quad \tau_{k_{02}} = \tau_3^-.$$

Динамика процесса за период наблюдений  $\hat{D}_0$  с учетом восстановленных данных определяется выражением

$$\Phi_0(\tau) = \begin{cases} \Phi_1(\tau) & \text{при } \tau_1^- \leq \tau \leq \tau_1^+, \\ \Phi_{01}(\tau) & \text{при } \tau_1^+ \leq \tau \leq \tau_2^-, \\ \Phi_2(\tau) & \text{при } \tau_2^- \leq \tau \leq \tau_2^+, \\ \Phi_{02}(\tau) & \text{при } \tau_2^+ \leq \tau \leq \tau_3^-, \\ \Phi_3(\tau) & \text{при } \tau_3^- \leq \tau \leq \tau_3^+. \end{cases}$$

## ПРИМЕР АНАЛИЗА И ПРОГНОЗА СОЛНЕЧНОЙ АКТИВНОСТИ

На протяжении последних лет становится очевидной серьезная зависимость социально-экономических и природно-геологических негативных явлений от солнечной активности, а именно от циклически возрастающего числа солнечных пятен, характеризуемых индексом числа Вольфа. Наиболее ощу-

тимые «удары светило наносит» в области действия новых технологий, таких как мобильная связь, искусственные спутники земли (и связанные с этим проблемы навигационной безопасности) и т. п.

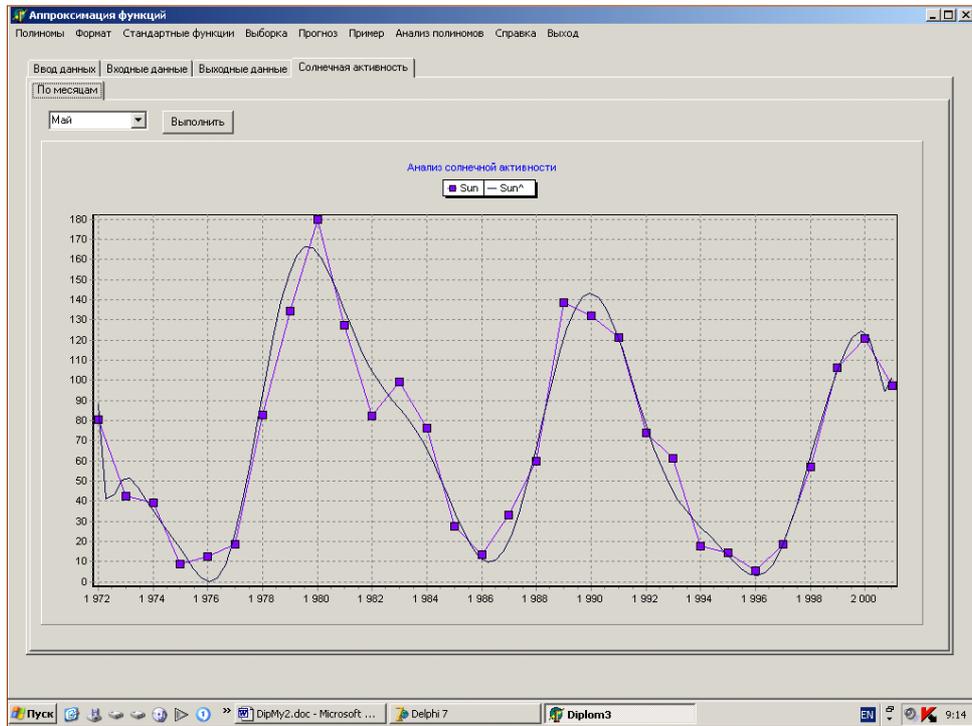


Рис. 1. Динамика солнечной активности (■) в мае с 1972 по 2001 г. и ее аппроксимирующая функция

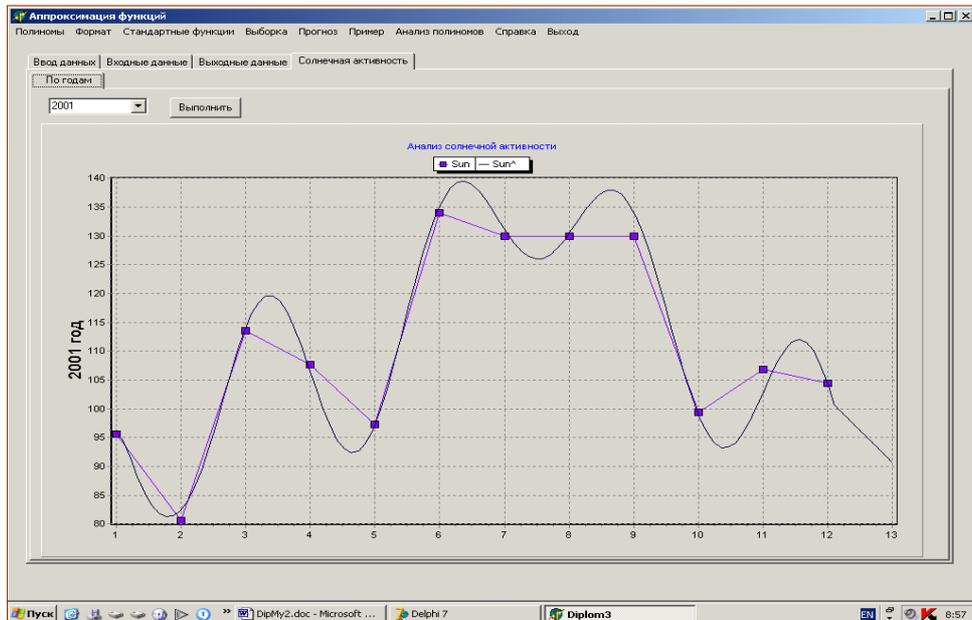


Рис. 2. Динамика солнечной активности (■) в 2001 г. и прогноз на январь 2002 г.

На основании разработанного подхода к оцениванию экологических процессов и данных солнечной активности, полученных в Internet (<http://sidc.oma.be>), проведены анализ и прогноз солнечной активности (числа Вольфа). Некоторые из этих результатов приведены на рис. 1 – 2.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Марчук Г.И., Кондратьев К.Я. Проблемы глобальной экологии. — М.: Наука, 1992. — 264 с.
2. Моделирование и управление процессами регионального развития / Под ред. С.Н. Васильева. — М.: Физматгиз, 2001. — 432 с.
3. Численное моделирование распространения загрязнения в окружающей среде / М.З. Згуровский, В.В. Скопецкий, В.К. Хрущ, Н.Н. Беляев. — Киев: Наук. думка, 1994. — 368 с.
4. Романов М.Ф., Федоров М.П. Математические модели в экологии. — СПб: СПб ГТУ, 2001. — 231 с.
5. 100 великих катастроф XX века. — М.: Мартин, 2000. — 463 с.
6. Соціальні ризики та соціальна безпека в умовах природних і техногенних надзвичайних ситуацій та катастроф / Відп. ред. В.В. Дурдинець, Ю.І. Саєнко, Ю.О. Привалов. — Київ: Стило, 2001. — 497 с.
7. Вапник В.Н. Восстановление зависимости по эмпирическим данным. — М.: Наука, 1979. — 448 с.
8. Васильев В.И., Суровцев И.В. Практические аспекты теории редукции в задачах обнаружения и моделирования закономерностей // УСиМ. — 2001. — № 1. — С.6–15.
9. Панкратова Н.Д. Формирование целевых функций в системной задаче концептуальной неопределенности // Доповіді НАН України. — 2000. — № 9. — С. 68–73.
10. Корнейчук Н.П. О методах исследования экстремальных задач теории наилучшего приближения // Успехи математических наук. — 1974. — Вып. 29. — № 3. — С. 9–41.
11. Ланцош К. Практические методы прикладного анализа. — М.: Физматгиз, 1961. — 524 с.
12. Pankratova N.D., Sokolovskaya A.B. The automatic methodology of the forecasting of natural sediments // IX Miedzynarodowe Sympozjum «Geotechnika 2000», Ustron, Poland. — 2000. — P. 121–128.
13. Зуховицкий С.М., Авдеева Л.И. Линейное и выпуклое программирование. — М.: Наука, 1967. — 480 с.

Поступила 26. 01. 2004