УДК 519.8

ФОРМИРОВАНИЕ ПОДГРУПП ЭКСПЕРТОВ С СОГЛАСОВАННЫМИ МНЕНИЯМИ И ОПРЕДЕЛЕНИЕ ГРУППОВОЙ ОБОБЩЕННОЙ ОЦЕНКИ МНОГОПРИЗНАКОВЫХ ОБЪЕКТОВ

Н.В. КРАПУХИНА, С.В. ПРОНИЧКИН, А.С. РЫКОВ

Рассмотрены новые алгоритмы обработки экспертных оценок многопризнаковых объектов. Алгоритмы применены для решения практической задачи оценки компетенций студентов, оцененных несколькими экспертами по многим критериям. Применение разработанных алгоритмов позволило получить решение более адекватное предпочтениям ЛПР (лицо принимающее решение), чем в случае применения существующих алгоритмов.

ВВЕДЕНИЕ

Оценка на основе компетентностного подхода, активно использующаяся в астоящее время при оценке персонала предприятия, нашла свое отражение и в высшем образовании. Например, источником информации о социальных и личностных качествах (компетенциях) студентов являются преподаватели, а оценки по компетенциям используются для вычисления рейтинга студента. Рейтинговая оценка позволяет получить обобщенную оценку объекта по всем применяемым критериям, а также сравнить объекты [1]. Рейтинг вычисляется по многим критериям, но не все критерии могут быть получены в результате измерений. Источником информации по многим критериям являются эксперты.

Основная цель обработки экспертных оценок — получение обобщенных данных и выявление новой информации, содержащейся в скрытой форме в экспертных оценках. Эксперты обычно расходятся во мнениях по этому поводу. При отсутствии согласованности экспертов в существующих работах принято разбивать их на группы сходные по мнению. В связи с этим, возникают две важные задачи обработки экспертных оценок [2, 3, 4, 5]:

- выделение подгрупп экспертов с согласованными мнениями;
- определение групповой обобщенной оценки объектов на основе индивидуальных оценок экспертов в выделенных подгруппах.

Пусть m экспертов произвели оценку n объектов по s критериям, используя одну и ту же шкалу интервалов (оценка в баллах). Результаты оценки представим в виде величин x_{ijl}, где i — номер эксперта $(i=1,\ldots,m)$, j — номер объекта $(j=1,\ldots,n)$, l — номер критерия $(l=1,\ldots,s)$. Величины x_{ijl} представляют собой баллы. Известна относительная важность критериев w_l, $l=1,\ldots,s$, $\sum_{l=1}^{s} w_l = 1$.

Для получения разбиения исходной группы экспертов на подгруппы со сходными мнениями для заданного критерия принято использовать дисперсионный коэффициент конкордации [3, 6]. Данный показатель вычисляется на рангах, и позволяет оценивать согласованность мнений экспертов в группе. Так как исходные индивидуальные оценки экспертов даны в шкале интервалов, то их надо перевести в шкалу порядка, приписывая лучшим оценкам в баллах более высокие ранги, чем худшим. В результате получаются матрицы рангов $\left\| r_{ij} \right\|_l$, $i=1,\ldots,m$, $j=1,\ldots,n$, $l=1,\ldots,s$, размерность каждой матрицы составляет $m \times n$.

Дисперсионный коэффициент конкордации при наличии связанных рангов для заданного l вычисляется по следующей формуле:

$$W = \frac{12S}{m^2(n^3-n) - m\sum_{i=1}^{m} T_i}, \tag{1}$$

где $S = \sum_{j=1}^{n}\left(\sum_{i=1}^{m} r_{ij} - \bar{r}\right)^2$, $\bar{r} = \frac{\sum_{j=1}^{n} r_j}{n} = \frac{m(n+1)}{2}$, $r_j = \sum_{i=1}^{m} r_{ij}$; $T_i = \sum_{k=1}^{H_i}(h_k^3 - h_k)$ — показатель связанных рангов в i-й ранжировке; H_i — число групп равных рангов в i-й ранжировке; h_k — число равных рангов в k-й группе связанных рангов в i-й ранжировке.

Если связанных рангов нет, то $H_i = 0$, $h_k = 0$, следовательно $T_i = 0$.

Коэффициент конкордации W равен единице, если все ранжировки экспертов одинаковы, и равен нулю, если все ранжировки различны, т.е. совершенно нет совпадения.

Коэффициент конкордации, вычисляемый по формуле (1), является оценкой истинного значения коэффициента, представляя собой случайную величину. Для оценки значимости W выбирают вероятность ошибки $p_{\text{ош}}$, определяют W_T, и если $W \ge W_T$, то W считается статистически значимым.

В работе [2] предлагается алгоритм, в котором последовательно исключаются подгруппы с согласованными мнениями из исходной группы, и тем самым исходная группа разбивается на подгруппы с согласованными мнениями для заданного критерия. Данный алгоритм не лишен недостатков:

1. Поиск подгруппы экспертов с согласованными мнениями прекращается, как только максимальное значение коэффициента конкордации для текущего числа экспертов в подгруппе оказывается значимым. Это приводит к тому, что подгруппа экспертов с согласованными мнениями, получен-

ная первой, будет больше, чем остальные подгруппы, и в общем случае разбиение исходной группы экспертов на подгруппы с согласованными мнениями не будет оптимальным, в смысле совместной максимизации коэффициентов конкордации для подгрупп экспертов с согласованными мнениями для заданного критерия.

2. Учитывается только значение дисперсионного коэффициента конкордации для подгрупп экспертов, но не учитывается диапазон изменения значений коэффициента конкордации, разброс его значений для заданного критерия, что приводит к неудовлетворительным решениям. Согласованность одной подгруппы экспертов может сильно отличаться от согласованности другой.

3. Разбиение исходной группы экспертов на подгруппы с согласованными мнениями осуществляется для заданного (одного) критерия. В общем случае получается, что для каждого объекта в зависимости от критерия набор экспертов его оценивших будет разным, причем количество экспертов в подгруппе со сходными мнениями для одного критерия может сильно отличаться от количества экспертов в подгруппе со сходными мнениями для другого критерия.

В данной работе предлагается совместно использовать значения коэффициентов конкордации для подгрупп экспертов, и стремиться к их суммарной максимизации. В то же время, желательно, чтобы согласованность в подгруппах несильно отличалась. Каждый объект оценивается каждым экспертом по многим критериям, поэтому целесообразно выделение подгрупп экспертов с согласованными мнениями по всем критериям с учетом их важности.

Для преодоления первого и второго недостатка предлагается построить целевую функцию. Проведем объединение (свертку) среднего значения коэффициентов конкордации и среднего квадратического отклонения коэффициентов конкордации для заданного критерия l. В результате получаем следующую целевую функцию:

$$f(W_l^{(t)}) = (1-\lambda_l)\frac{\sum_{j=1}^{t} W_l(m_j)}{t} - \lambda_l \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^{t} (\overline{W_l}(t) - W_l(m_j))^2}{t-1}}\,, \qquad (2)$$

где $W_l^{(t)} = (W_l(m_1), \ldots, W_l(m_t))$ — вектор коэффициентов конкордации полученных для разбиения исходной группы экспертов на t подгрупп $Э^{(t)} = \left(Э_1, \ldots, Э_{m_1}, \ldots, Э_{m_{t-1}+1}, \ldots, Э_{m_t}\right)$ для l-го критерия (количество и состав экспертов в подгруппах одинаковый для всех критериев); $W_l(m_j)$ — коэффициент конкордации, подсчитанный для оценок m_j экспертов, входящих в j-ю подгруппу для l-го критерия; $\overline{W_l}(t) = \frac{\sum_{j=1}^{t} W_l(m_j)}{t}$ — среднее значение коэффициентов конкордации для l-го критерия; λ_l — параметр (весовой коэффициент) для l-го критерия.

Необходимо найти такое $Э^{(t)}$, которому соответствует $W_l^{(t)}$ для (2), при котором среднее значение коэффициентов конкордации будет больше, а значение среднего квадратического отклонения коэффициентов конкордации будет меньше. Варьирование значений параметра $\lambda_l \in [0, 1]$ изменяет свойства целевой функции (2) для l-го критерия, позволяя в большей или в меньшей степени в зависимости от величины λ_l учитывать величины среднего значения коэффициентов конкордации и среднего квадратического отклонения коэффициентов конкордации, включенных в целевую функцию.

Для преодоления третьего недостатка предлагается построить целевую функцию. Проведем объединение (свертку) среднего значения и среднего квадратического отклонения значений целевой функции (2) с учетом важности критериев. В результате получаем следующую целевую функцию:

$$F(W^{(t)}) = (1-\lambda)\frac{\sum_{l=1}^{s} w_l f(W_l^{(t)})}{s} - \lambda\sqrt{\frac{\sum_{l=1}^{s} w_l^2 (\bar{f}(W_l^{(t)}) - f(W_l^{(t)}))^2}{s-1}}\,, \qquad (3)$$

где

$W^{(t)} = (W_1^{(t)}, \ldots, W_s^{(t)})$ — векторы коэффициентов конкордации полученные для разбиения исходной группы экспертов на t подгрупп $Э^{(t)} = \left(Э_1, \ldots, Э_{m_1}, \ldots, Э_{m_{t-1}+1}, \ldots, Э_{m_t}\right)$;

$\bar{f}(W_l^{(t)}) = \dfrac{\sum_{l=1}^{s} w_l f(W_l^{(t)})}{s}$ — средневзвешенное значение функций (2);

w_l — важность критериев, $l = 1, \ldots, s$, $\sum_{l=1}^{s} w_l = 1$; λ — параметр (весовой коэффициент).

Цель задачи заключается в нахождении решения $Э_{\text{опт}}^{(t)}$, которому соответствует $W_{\text{опт}}^{(t)}$ из условия:

$$F(W_{\text{опт}}^{(t)}) = \max_{W^{(t)} \in W_{\text{знач}}^{(t)}} F(W^{(t)})\,, \qquad (4)$$

где $W_{\text{знач}}^{(t)}$ — множество значимых коэффициентов конкордации, $W_{\text{знач}}^{(t)} = \left\{W_l(m_q) \middle| W_l(m_q) \ge W_{Tl}(m_q),\ q = 1, \ldots, t,\ l = 1, \ldots, s\right\}$.

Дадим формальное описание алгоритма решения поставленной задачи (4).

1. Задать $p_{\text{ош}}(l)$, λ_l, $l = 1, \ldots, s$.
2. $\lambda = 0$, $t_1 = 1$.
3. Полные матрицы рангов $\left\|r_{ij}\right\|_l$, $i = 1, \ldots, m$, $j = 1, \ldots, n$, $l = 1, \ldots, s$ последовательно в разных сочетаниях делить на t_1 групп строк. Строк в группе $m_q = 2, \ldots, m - 2(t_1 - 1)$, $q = 1, \ldots, t_1$, если $m - 2t_1 \ge 1$, то $\sum_{q=1}^{t_1} m_q = m-1, m$,

иначе $\sum_{q=1}^{t_1} m_q = m$. Для каждого набора строк следует вычислить $W_l^{(t_1)} = (W_l(m_1), \ldots, W_l(m_{t_1}))$, $l = 1, \ldots, s$ и сравнить $W_l(m_q)$ с $W_{Tl}(m_q)$. Если $W_l(m_q) \geq W_{Tl}(m_q)$, $q = 1, \ldots, t_1$, $l = 1, \ldots, s$, то вычислить $F(W^{(t_1)})$. Найти $F(W^{(t_1)})$ с максимальным значением $F(W_{\text{опт}}^{(t_1)})$.

4. $t_1 = t_1 + 1$.

5. Проверить условие $t_1 \leq \left\lfloor \frac{m}{2} \right\rfloor$. Если условие выполнено — перейти к п. 3.

6. Найти $F(W_{\text{опт}}^{(t_1)})$ с максимальным значением $F(W_{\text{опт}}^{(t)})$. Запомнить λ, t, $W_{\text{опт}}^{(t)} = (W_1^{(t)*}, \ldots, W_s^{(t)*})$ и соответствующие матрицы рангов $\left\| r_{ij}^1 \right\|_l$, $i = 1, \ldots, m_1, \ldots, \left\| r_{ij}^t \right\|_l$, $i = 1, \ldots, m_t$, $j = 1, \ldots, n$, $l = 1, \ldots, s$ с согласованными мнениями экспертов.

7. $\lambda = \lambda + 0{,}1$.

8. Проверить условие $\lambda \leq 1$. Если условие выполнено — перейти к п. 3.

9. В случае если решение не найдено — перейти к п. 1.

В предложенном алгоритме значения параметров λ_l, $l = 1, \ldots, s$ можно задать непосредственно перед вычислением $F(W^{(t_1)})$ (см. п. 3). В качестве примера шаг изменения параметра λ выбран 0,1. Величину шага изменения параметра λ, h_λ задает ЛПР, затем ЛПР изучает полученные решения (4) при $\lambda = \{0; h_\lambda; \ldots; 1\}$ и выбирает λ соответствующие его представлению о качестве решения.

Такая наглядность позволяет ЛПР изучать полученное множество решений и более ясно формулировать свои требования, сравнивая различные решения.

После решения задачи выделения подгруппы экспертов с согласованными мнениями. Необходимо решать задачу определения групповой обобщенной оценки объектов для каждой из выделенных подгрупп.

Для получения групповой оценки объекта используются средневзвешенные оценки [2, 3]:

$$x_{jl} = \sum_{i=1}^{m} K_{il} x_{ijl}, \tag{5}$$

где K_{il} — коэффициент компетентности i-го эксперта для l-го критерия, коэффициенты являются нормализованными величинами $\sum_{i=1}^{m} K_{il} = 1$, $l = 1, \ldots, s$.

Выбор величин коэффициентов компетентности экспертов носит субъективный характер. В работе [2] предлагаются алгоритмы, основной идеей которых является предположение о том, что компетентность экспертов должна оцениваться по степени согласованности их индивидуальных оценок с групповой оценкой объектов по заданному критерию. Данные алгоритмы имеют ряд недостатков, поскольку каждый объект оценивается по многим критериям.

В данной работе предлагается оценивать компетентность эксперта, учитывая оценки по всем критериям. Для этого предлагаются алгоритмы, основанные на итеративной процедуре корректировки коэффициентов компетентности K_{il}^r, $l=1,\ldots,s$, $i=1,\ldots,m_u$, $r=0,1,2,\ldots$ — номер итерации, m_u — количество экспертов в подгруппе u $(u=1,\ldots,t)$, полученной из решения задачи (4). На каждой итерации r вычисляется взвешенная групповая оценка x_{jl}^r каждого объекта $(j=1,\ldots,n)$ по всем критериям $(l=1,\ldots,s)$. Затем вычисляются специальные поправочные коэффициенты ΔK_{il}^r, величина которых обратно пропорциональна значению целевой функции сконструированной на основе принципа оптимальности или комбинации принципов оптимальности [3, 7]. Значение целевой функции зависит от вектора d_{il}^r, компонентами которого являются значения p_{l_1l}-нормы $d_{l_1}(x_{l_1}^r, x_{il_1}, p_{l_1l})$ определяющей величину отклонения вектора экспертных оценок $x_{il_1} = (x_{i1l_1},\ldots,x_{inl_1})$ от вектора средних групповых оценок объектов $x_{l_1}^r = (x_{1l_1}^r,\ldots,x_{nl_1}^r)$ по l_1 критерию $(l_1=1,\ldots,s)$ на r-й итерации (6), (7).

$$d_{l_1}(x_{l_1}^r, x_{il_1}, p_{l_1l}) = \left(\sum_{j=1}^{n}\left|x_{jl_1}^r - x_{ijl_1}\right|^{p_{l_1l}}\right)^{\frac{1}{p_{l_1l}}},\ p_{l_1l}\ge 1. \tag{6}$$

$$d_{l_1}(x_{l_1}^r, x_{il_1}, p_{l_1l}) = \max_j\left|x_{jl_1}^r - x_{ijl_1}\right|,\ p_{l_1l}=\infty. \tag{7}$$

После вычисления поправочных коэффициентов с их помощью корректируются коэффициенты компетентности. Корректировка возможна в аддитивной или в мультипликативной форме [2]. После корректировки проводится нормализация коэффициентов и проверка правила останова процедуры корректировки коэффициентов компетентности. Вычисления прекращаются, когда значения коэффициентов перестают меняться.

В зависимости от выбора норм, способа корректировки коэффициента компетентности и принципа оптимальности или их комбинации порождается соответствующий вариант алгоритма.

В качестве примера в предлагаемом нами алгоритме целевая функция $D(d_{il}^r, p)$ сконструирована на основе принципа идеальной точки. Согласно принципу идеальной точки лучшим считается вектор, расположенный ближе всего (в смысле p-нормы) к идеальной точке. Идеальная точка берется формально как вектор компоненты которого равны нулю, т.е. отклонения индивидуальных оценок эксперта от групповой оценки объектов по всем критериям $(l_1 = 1,\ldots,s)$ равны нулю. В зависимости от выбора нормы целевая функция принимает следующий вид (8), (9).

$$D(d_{il}^r, p) = \left(\sum_{l_1=1}^{s} w_{l_1}^p (d_{l_1}(x_{l_1}^r, x_{il_1}, p_{l_1 l}))^p \right)^{\frac{1}{p}}, \; p \ge 1. \tag{8}$$

$$D(d_{il}^r, p) = \max_{l_1} \left(w_{l_1} \cdot d_{l_1}(x_{l_1}^r, x_{il_1}, p_{l_1 l}) \right), \; p = \infty. \tag{9}$$

Дадим формальное описание алгоритма получения групповых оценок (5).

1. Задать p, $\varepsilon > 0$, $\varepsilon_l \ge 0$, $p_{l_1 l}$, $l_1 = 1,\ldots,s$, $l = 1,\ldots,s$.

2. $u = 1$.

3. $r = 0$, начальные значения коэффициентов компетентности: $K_{il}^0 = \dfrac{1}{m_u}$, $i = 1,\ldots,m_u$, $l = 1,\ldots,s$.

4. $r = r + 1$.

5. Вычислить средние групповые оценки: $x_{jl}^r = \sum_{i=1}^{m_u} K_{il}^{r-1} x_{ijl}$, $j = 1,\ldots,n$, $l = 1,\ldots,s$.

6. Вычислить поправочные коэффициенты: $\Delta K_{il}^r = \dfrac{1}{\varepsilon + D(d_{il}^r, p)}$, $i = 1,\ldots,m_u$, $l = 1,\ldots,s$.

7. Скорректировать коэффициенты компетентности для аддитивного варианта $K_{il}^{r^*} = K_{il}^{r-1} + \Delta K_{il}^r$, $i = 1,\ldots,m_u$, $l = 1,\ldots,s$; для мультипликативного варианта $K_{il}^{r^*} = K_{il}^{r-1} \Delta K_{il}^r$, $i = 1,\ldots,m_u$, $l = 1,\ldots,s$.

8. Нормализовать коэффициенты компетентности: $K_{il}^r = \dfrac{K_{il}^{r^*}}{\sum_{i=1}^{m_u} K_{il}^{r^*}}$, $i = 1,\ldots,m_u$, $l = 1,\ldots,s$.

9. Проверить выполнение условий останова: $\max_i \left| K_{il}^r - K_{il}^{r-1} \right| \le \varepsilon_l$, $l = 1,\ldots,s$. Если условия не выполнены, то перейти к п. 4

10. Запомнить полученные значения коэффициентов компетентности K_{il}^r, $i = 1,\ldots,m_u$, $l = 1,\ldots,s$ и средние групповые оценки x_{jl}^r, $j = 1,\ldots,n$, $l = 1,\ldots,s$.

11. $u = u + 1$.

12. Проверить условие $u \le t$, условие выполнено, то перейти к п. 3.

Свойства алгоритма, включая его сходимость, зависят от целевой функции, параметров и способа корректировки коэффициентов компетентности. Выбирая значения $p_{l_1 l}$, $l_1 = 1,\ldots,s$, $l = 1,\ldots,s$, можно по-разному описывать понятие расстояния между оценками.

ВЫВОДЫ

Рассмотренные алгоритмы использовались при обработке оценок компетенций студентов [8]. Источником информации о социальных и личностных качествах (компетенциях) студентов являются преподаватели. Применение разработанных алгоритмов обработки экспертных оценок многопризнаковых объектов в сочетании с алгоритмами многокритериального принятия решений [3, 4, 7] позволило вычислить рейтинг студентов более адекватный предпочтениям ЛПР, чем в случае применения существующих алгоритмов.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Федоренко З.Н.* Основные подходы к созданию рейтинговых систем // Прикладная математика и информатика. Сборник научных трудов. — Петрозаводск: ПетрГУ, 2000. — С. 123–130.
2. *Рыков А.А., Рыков А.С.* Алгоритмы обработки экспертной информации для оценки качества информационных систем // Экономика, информационные технологии и управление в металлургии. Сборник научных трудов. — М.: МИСиС, 2003. — С. 86–90.
3. *Рыков А.С.* Модели и методы системного анализа: принятие решений и оптимизация: Учебное пособие для вузов. — М.: МИСиС, Издательский дом «Руда и металлы», 2005. — 352 с.
4. *Орлов А.И.* Теория принятия решений. — М.: «Экзамен», 2005. — 656 с.
5. *Тоценко В.Г.* Методы и системы поддержки принятия решений. — Киев: Наук. думка, 2002. — 381 с.
6. *Прикладная* статистика: Исследование зависимостей: Справ. изд. / С.А. Айвазян, И.С. Енюков, Л.Д. Мешалкин; Под ред. С.А. Айвазяна. — М.: Финансы и статистика, 1985. — 487 с.
7. *Черноруцкий И.Г.* Методы принятия решений. — СПб.: БХВ-Петербург, 2005. — 416 с.
8. *Разработка* организационного, методического и математического обеспечения независимой системы оценки и мониторинга качества образования. Отчет о НИР (заключит.) / Московский институт стали и сплавов (МИСиС). — М.: МИСиС, 2007. — 1240 с.

Поступила 02.07.2008