

УДК 532.516:532.542

РЕЖИМНЫЙ ГИСТЕРЕЗИС ВЯЗКОГО ТЕЧЕНИЯ СО СВОБОДНОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ В ГОРИЗОНТАЛЬНОМ ВРАЩАЮЩЕМСЯ ЦИЛИНДРЕ

Ю. В. НАУМЕНКО

*Ровенский государственный гуманитарный университет, Ровно**Получено 10.11.2000*

Рассмотрен режимный гистерезис установившегося течения жидкости, частично заполняющей горизонтальный стационарно вращающийся цилиндр. Эффект заключается в превышении величины скорости вращения цилиндра при переходе циркуляционного режима течения в режим пристенного слоя, во время разгона цилиндра, над величиной скорости при обратном переходе, во время торможения. Гистерезис проявляется при больших числах Рейнольдса, не наблюдается при малых и усиливается с увеличением степени заполнения цилиндра жидкостью. Показано, что полученные аналитические условия устойчивости пристенного слоя жидкости отвечают экспериментальным данным для случая больших чисел Рейнольдса, при возникновении возмущений свободной поверхности, и не отвечают для случая малых, при образовании вторичных циркуляционных течений в виде валика. На основе экспериментальных данных с учетом принятых критериев подобия получены универсальные диаграммы, которые могут быть использованы для более точного определения границ переход режимов течения.

Розглянуто режимний гістерезис усталеної течії рідини, що частково заповнює горизонтальний стаціонарно обертовий циліндр. Ефект полягає у перевищенні величини швидкості обертання циліндра при переході циркуляційного режиму течії в режим пристінного шару, під час розгону циліндра, над величиною швидкості при зворотньому переході, під час гальмування. Гістерезис проявляється при великих числах Рейнольдса, не спостерігається при малих та посилюється із збільшенням ступеня заповнення циліндра рідиною. Показано, що одержані аналітичні умови стійкості пристінного шару рідини відповідають експериментальним даним для випадку великих чисел Рейнольдса, при виникненні збурень вільної поверхні, та не відповідають для випадку малих, при утворенні вторинних циркуляційних течій у вигляді валика. На підставі експериментальних даних з урахуванням прийнятих критеріїв подібності одержано універсальні діаграми, які можуть бути використані для більш точного визначення меж переходу режимів течії.

The regime hysteresis of steady flow of liquid, which fills steady-state rotating, horizontal cylinder partly full, is examined. The effect consists in excess of a value of angular velocity of cylinder in going from circulating flow to wall layer flow, when bring up a cylinder to speed, over a value of its velocity in reverse going, when slow it down. The hysteresis shows up when the Reynolds numbers are large, it can not be observed when the numbers are small and it gains in strength when a state of cylinder's fullness with liquid increases. It is disclosed that the obtained analytical steady conditions of a wall layer are in agreement with experimental data as a result of large values of the Reynolds numbers, when disturbance of free surface arises, and they aren't in agreement as a result of small values of the numbers, when circulating secondary flow springs up as a roller. On the basis of experimental data with consideration for accepted similarity criterions the universal diagrams, which can be used in the more exact calculations of the change boundary of regimes, are plotted.

ВВЕДЕНИЕ

Задача определения режимов течения жидкости, частично заполняющей цилиндр, вращающийся вокруг собственной горизонтальной оси, имеет существенное прикладное значение. Наиболее ранняя из известных попыток решения задачи двумерного движения жидкости в полости твердого тела, вращающегося вокруг горизонтальной оси, относится к тридцатым годам XIX столетия и принадлежит французскому математику Понселе [1]. Уже тогда при стационарном течении жидкости предусматривалось относительное движение, обусловленное гравитационными силами. Горизонтальный вращающийся цилиндр с жидкостью может быть отнесен к системам гидродинамического типа, интерес к которым за последнее время значительно вырос [2]. Особое значение имеют

условия возникновения и перехода режимов движения жидкости.

При высоких скоростях вращения цилиндра возникает режим течения в виде малоподвижного пристенного слоя жидкости с квазикольцевым поперечным сечением. В [3] предпринята попытка аналитического определения формы свободной поверхности и условий существования тонкого пристенного слоя жидкости во вращающемся цилиндре. В [4] приводится критика метода работы [3] и попытка более строгого решения этой задачи. Задача определения скоростных режимов движения слоя идеальной жидкости произвольной толщины аналитически была рассмотрена в [5]. Потеря устойчивости движения свободной поверхности слоя вязкой жидкости, в значительной степени заполняющей вращающийся цилиндр, с учетом гравитационных сил аналитически исследовалась в [6]. Задача определения положения поверхности

тонкого слоя жидкости с использованием теории пограничного слоя численно с экспериментальной проверкой решалась в [7]. Аналогичная задача для произвольного слоя на основании теории пограничного слоя аналитически решалась в [8]. В [9] получены условия существования плоских режимов течения пристенного слоя вязкой жидкости. Несуществование этих режимов может являться причиной вторичных трехмерных течений [5, 10-16].

При низких скоростях вращения цилиндра в нижней части полости возникает циркуляционный режим течения с интенсивным относительным движением и значительной деформацией свободной поверхности жидкости. Моделирование такого режима движения существенно усложнено по сравнению с описанием режима пристенного слоя. Экспериментальные и теоретические исследования положения свободной поверхности при циркуляционном режиме для большой степени заполнения цилиндра представлены в [16] и для высокой вязкости жидкости в [17]. В [18] экспериментально исследуется влияние вязкости на циркуляционное течение жидкости, заполняющей горизонтальный вращающийся цилиндр более чем наполовину. Экспериментальные и теоретические исследования течения жидкости, частично заполняющей цилиндрическую емкость, скатывающуюся по наклонной плоскости, описаны в [19].

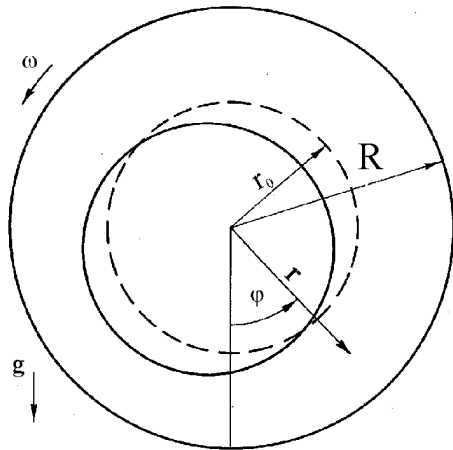


Рис. 1. Расчетная схема течения в режиме пристенного слоя

Экспериментальный анализ обоих режимов движения жидкости при малой степени заполнения полости цилиндра приведен в [20-22]. В [23] описаны характерные режимы течения жидкости с учетом возмущений и предпринята попытка обобщения и экстраполяции результатов в виде двухпа-

раметрической диаграммы. Образование и разрушение режимов течения жидкости при их переходе сопровождается возникновением явления режимного гистерезиса – превышения величины скорости стационарного вращения цилиндра при переходе установившегося циркуляционного режима в режим пристенного слоя во время разгона, над величиной скорости при обратном переходе режимов во время торможения. Первое известное упоминание о регистрации эффекта режимного гистерезиса было сделано в работе [24]. Анализ экспериментальных исследований гистерезиса представлен в [20-22]. В [7] результаты теоретических и экспериментальных исследований явления сведены в обобщающую диаграмму.

1. УСТОЙЧИВОСТЬ ПРИСТЕННОГО СЛОЯ

В работе [25] были аналитически определены условия устойчивости движения пристенного слоя жидкости в горизонтальном вращающемся цилиндре (рис. 1). Сохранялась постановка задачи [5], но жидкость считалась вязкой. Было получено приближенное условие устойчивости стационарного движения слоя:

$$Fr > \frac{\cos \varphi^*}{c} \left\{ [(\alpha - 1)\alpha c^\alpha - (\beta - 1)\beta c^\beta] \times \left(\frac{1}{c^2 Re \operatorname{tg} \varphi^*} - 1 \right) \right\} \left\{ [(\alpha - 1)c^\alpha - (\beta - 1)c^\beta] \left(\frac{1}{c^2 Re \operatorname{tg} \varphi^*} - 1 \right) - (c^\alpha - c^\beta) \right\}, \quad (1)$$

где

$$\alpha = -a - \sqrt{a^2 - b}; \quad \beta = -a + \sqrt{a^2 - b};$$

$$a = \frac{c^2 Re \operatorname{tg} \varphi^* + \operatorname{tg}^2 \varphi^*}{c^2 Re \operatorname{tg} \varphi^* + \operatorname{tg}^2 \varphi^* - 1};$$

$$b = \frac{1}{c^2 Re \operatorname{tg} \varphi^* + \operatorname{tg}^2 \varphi^* - 1};$$

$$c = \sqrt{1 - \kappa};$$

$$Re = \omega R^2 / \nu; \quad (2)$$

$$Fr = \omega^2 R / g; \quad (3)$$

$$\kappa = V / (\pi R^2 L); \quad (4)$$

Re – число Рейнольдса; Fr – число Фруда; κ – степень заполнения цилиндра жидкостью; c – отношение радиуса свободной поверхности равномерного пристенного слоя жидкости r_0 к радиусу цилиндра R ($c = r_0/R$); ω – угловая скорость цилиндра; ν – коэффициент кинематической вязкости жидкости; g – гравитационное ускорение; V – объем жидкости в цилиндре; L – длина цилиндра; φ^* – угол, соответствующий месту возникновения разрушения слоя жидкости на свободной поверхности. В верхней утолщенной части пристенного слоя гравитационные и центробежные силы направлены противоположно и необходимым условием устойчивости стационарно возмущенного движения слоя жидкости является положительное значение радиального градиента давления [5]. Согласно численным и экспериментальным данным [7, 8] вследствие некоторого отставания свободной поверхности от твердой стенки вращающегося цилиндра разрушение слоя вязкой жидкости возникает в верхней правой части его сечения при $\pi/2 < \varphi^* < \pi$ (рис. 1). На основании данных [7] и полученных экспериментальных результатов зависимость для угла φ^* с наибольшим утолщением пристенного слоя, соответствующего минимальному значению радиального градиента давления на свободной поверхности жидкости, приближенно было представлено в виде

$$\varphi^* = \arctg(-0.009c^{-1.5}) + \pi.$$

При $\nu \rightarrow 0$ (идеальная жидкость), $Re \rightarrow \infty$, условие (1) вырождается в условие, полученное в [5]:

$$Fr > 3/c.$$

Если же $\nu \rightarrow \infty$ (абсолютно вязкая жидкость), $Re \rightarrow 0$, то условие (1) принимает вид

$$Fr > 1/c.$$

2. ЛАБОРАТОРНЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ

Для определения границ перехода режимов течения жидкости в горизонтальном вращающемся цилиндре была выполнена серия экспериментов. Исследования проводились на установке, оборудованной девятью сменными барабанами с прозрачной торцевой стенкой ($R = 0.01325 - 0.212$ м.) В качестве рабочих жидкостей использовались вода, веретенное и касторовое масло ($\nu = 10^{-6} - 10^{-3} \text{ м}^2/\text{с}$). Степень заполнения κ изменялась в пределах 0.1 – 0.95.

Измерялись угловые скорости стационарного вращения барабана при образовании и разрушении пристенного слоя в установившемся движении соответственно при плавном разгоне и торможении. Получено около 500 точек. Экспериментальные данные при $\kappa = 0.1$ были близки к результатам [7, 20-22].

Кроме того, были проведены экспериментальные исследования по определению момента сопротивления жидкости вращению цилиндра. Установка оборудовалась пятью барабанами ($R = 0.053 - 0.212$ м. Использовались те же рабочие жидкости с плотностью 875-1000 кг/м³; κ изменялась в диапазоне 0.1 – 0.9. Для измерения момента сопротивления использовались электромеханические датчики крутящего момента. Измерялось значение момента сопротивления стационарному вращению барабана при установившемся течении жидкости без учета потерь в приводе и опорах. Получено около 1500 точек. Экспериментальные данные при $\kappa = 0.1$ были близки к результатам [20, 22].

3. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Критериями подобия установившегося движения жидкости в рассматриваемом случае будут числа Рейнольдса (2) и Фруда (3) на радиальной поверхности цилиндра, а также степень его заполнения (4). Третий критерий характеризует геометрические параметры движения.

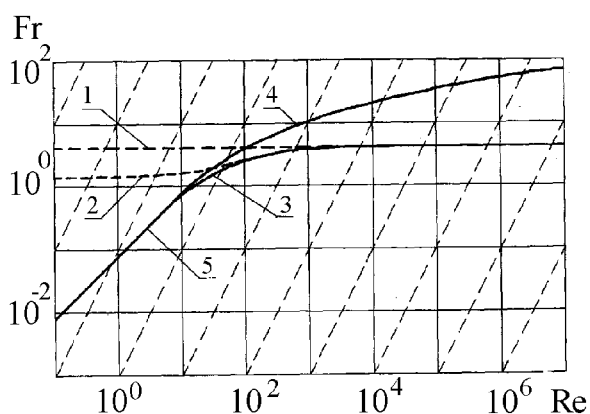


Рис. 2. Диаграмма перехода режима пристенного слоя в циркуляционный режим течения и обратно при $\kappa=0.5$; 1, 2 – расчет по [5] и (1) соответственно; 3 – 5 – экспериментальные кривые, соответствующие переходу режима пристенного слоя в циркуляционный режим при торможении цилиндра, циркуляционного режима в режим пристенного слоя при разгоне, режима пристенного слоя в циркуляционный и обратно при торможении или разгоне

На рис. 2 представлен сравнительный графиче-

ский анализ условий устойчивости движения режима пристенного слоя по [5], аналитических результатов настоящей работы (1) и полученных экспериментальных данных. В координатах Re и Fr для $\kappa=0.5$ построены кривые, отвечающие взаимным переходам режимов течения. Зона выше границы соответствует течению в виде пристенного слоя. Наклонные штриховые отвечают цилиндрам неизменного радиуса.

Из рис. 2 видно, что при больших числах Рейнольдса возникает явление режимного гистерезиса, при условно средних значениях Re гистерезис слабо выражен, а при малых Re эффект не проявляется вследствие развития вторичных течений. Расчет по [5] ($Fr = 3/c$) отвечает переходу режима пристенного слоя в циркуляционный во время торможения только при больших значениях Re . Расчет по (1) отвечает такому переходу при больших ($Fr \rightarrow 3$) и средних Re и становится некорректным при малых ($Fr \rightarrow 1$). Переход циркуляционного режима в режим пристенного слоя во время разгона или торможения при малых Re вследствие сложности течений не поддается корректному аналитическому моделированию и может быть описан с помощью эмпирических данных.

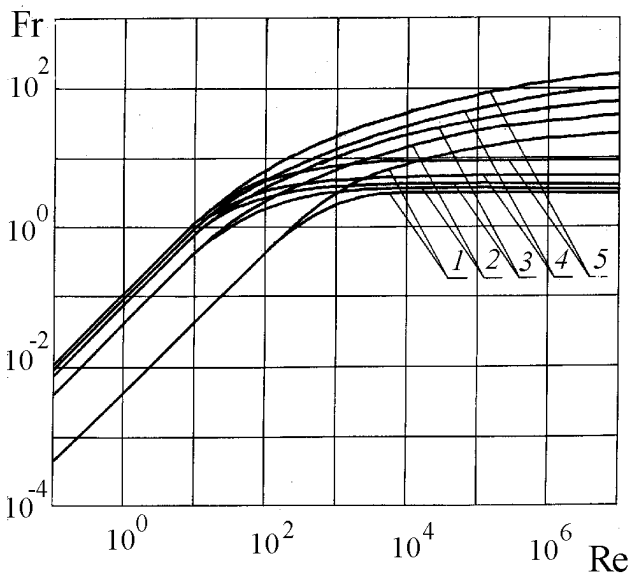


Рис. 3. Универсальные диаграммы перехода режимов течения: 1 – $\kappa=0.1$; 2 – $\kappa=0.3$; 3 – $\kappa=0.5$; 4 – $\kappa=0.7$; 5 – $\kappa=0.9$

На рис. 3 приведены универсальные диаграммы границ перехода режимов течения жидкости в цилиндре, построенные на основании полученных экспериментальных данных в координатах Re и Fr для различных значений κ . Качественно одинаковый характер графических зависимостей де-

монстрирует стабильность проявления гистерезиса при различных параметрах движения.

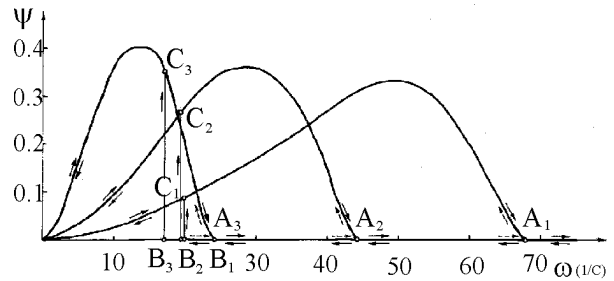


Рис. 4. Относительный момент сопротивления вращению цилиндра при $R=0.106$ м и $\kappa=0.5$, заполненного водой (индекс 1), веретеным (2) и касторовым маслом (3); А – переход циркуляционного режима течения в режим пристенного слоя при разгоне цилиндра, ВС – переход режима пристенного слоя в циркуляционный при торможении

Для наглядной иллюстрации проявления эффекта режимного гистерезиса на рис. 4 изображены для сравнения графики зависимости относительного момента ψ от скорости ω с указанием направления измерения состояния системы для одного цилиндра, наполовину заполненного мало-, средне- и сильновязкой жидкостями. Величина ψ определяется отношением действительного момента сопротивления жидкости вращению цилиндра к условному максимальному моменту, отвечающему распределению жидкости в поперечном сечении в виде идеального твердотельного сегмента с наклоном свободной поверхности к горизонтали под прямым углом ($\theta = 90^\circ$ рис. 7). Штриховые стрелки возле веток СА отвечают возможным направлениям изменения состояния систем при недостижении точек А, а возле веток АВ – при недостижении точек В.

На рис. 5 приведены для сравнения графики зависимости момента ψ от числа Fr и заполнения κ для одного цилиндра, заполненного мало- и сильновязкой жидкостями.

На рис. 6 показаны универсальные графические зависимости ψ , построенные на основании экспериментальных данных в осях Re и Fr для различных κ . Графики демонстрируют обобщенную картину особенностей проявления гистерезиса при различных условиях движения для разного наполнения цилиндра.

Объем жидкости при циркуляционном режиме движения можно условно разделить на ряд зон в поперечном сечении цилиндра с качественно различным характером сечения (рис. 7). В кольцевой зоне жидкость вращается вместе с цилиндром

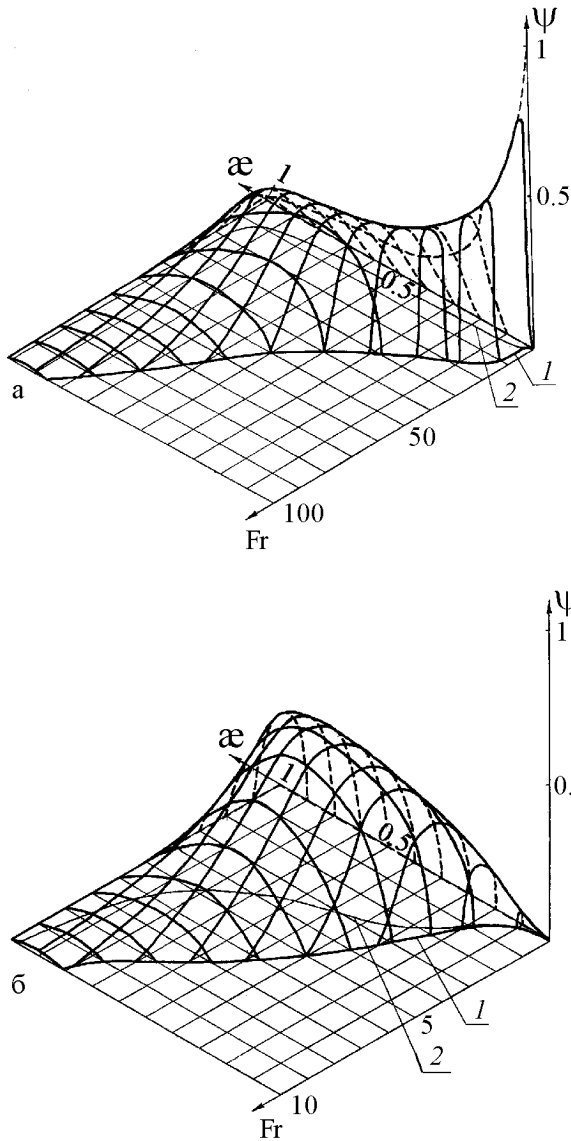


Рис. 5. Относительный момент сопротивления вращению цилиндра при $R = 0.106$ м, заполненного водой (а) и касторовым маслом (б):
 1 – переход циркуляционного режима в режим пристенного слоя при разгоне цилиндра,
 2 – обратный переход при торможении

почти без проскальзывания в виде равномерного мало подвижного пристенного слоя, прилегающего к радиальной поверхности полости. В сегментной зоне жидкость совершает интенсивное циркуляционное движение в нижней части полости со значительными относительными скоростями. В этой зоне слои, набегающие на пристенный слой, образуют валик, а сбегаящие слои - мениск. Свободная поверхность жидкости наклонена к горизонту под углом θ . В зоне переплескивания ("дождевания") происходит отрыв частиц жидкости от по-

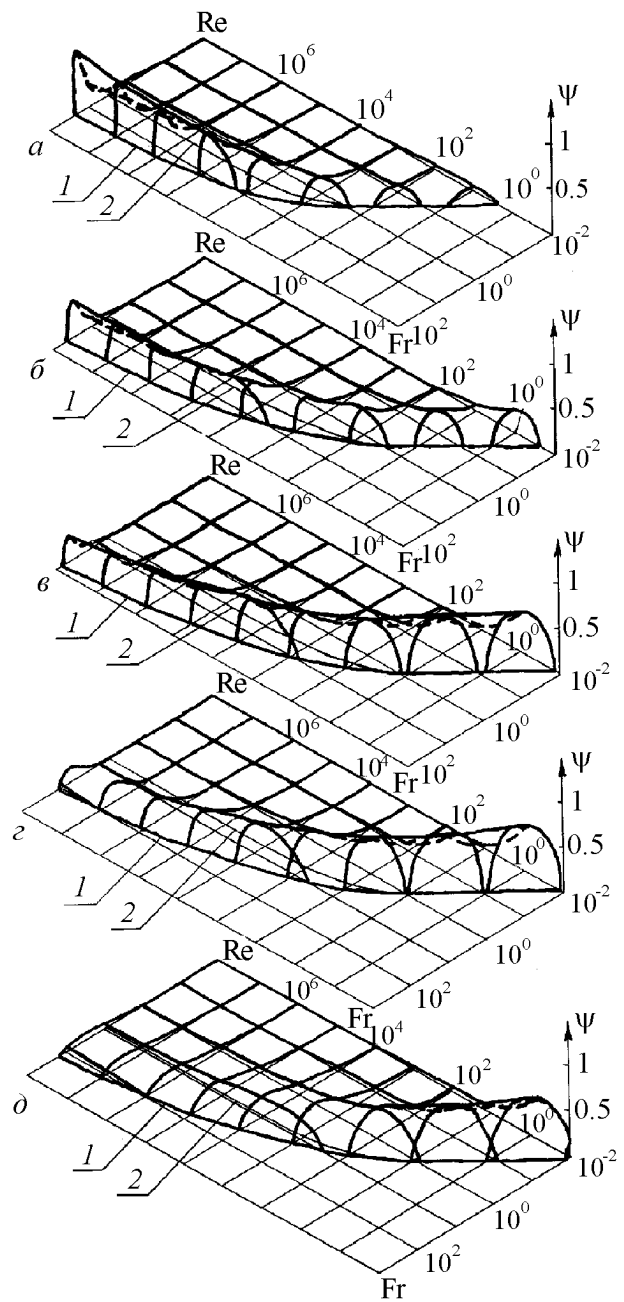


Рис. 6. Универсальные зависимости момента сопротивления вращению цилиндра при $\kappa=0.1$ (а), $\kappa=0.3$ (б), $\kappa=0.5$ (в), $\kappa=0.7$ (г), $\kappa=0.9$ (д) (обозначение переходов режимов аналогично рис. 5)

верхности пристенного слоя в верхней полости и их падение со взаимодействием между собой. Характер зон, зависящий от параметров движения, определяет условия взаимного перехода режимов течения жидкости. Анализ полученных результатов показал, что проявление эффекта режимного гистерезиса усиливается при увеличении значения

числа Рейнольдса, а также степени заполнения цилиндра жидкостью.

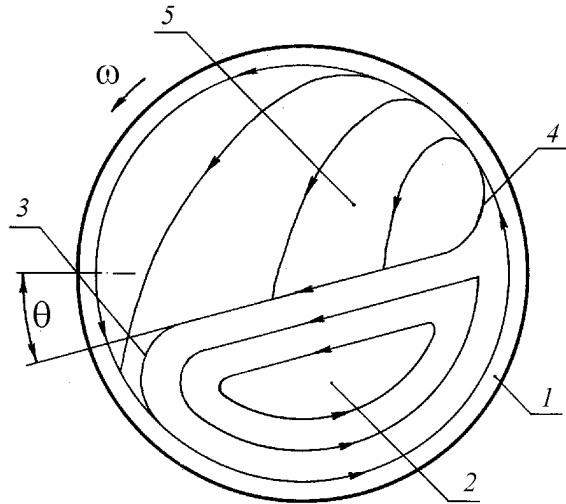


Рис. 7. Схема характерных зон течения в циркуляционном режиме:

- 1 – кольцевая зона; 2 – сегментная зона;
3 – валик; 4 – мениск; 5 – зона переплескивания;
 θ – угол наклона свободной поверхности к горизонтالي

При большом значении Re слабо проявляется эффект прилипания жидкости к твердой стенке и слипания слоев. Поэтому преобладает сегментная зона течения со слабо выраженными валиком и мениском и незначительным наклоном свободной поверхности $\theta \rightarrow 0$, а также отчасти зона переплескивания [17]. По мере повышения скорости вращения цилиндра толщина кольцевой зоны медленно увеличивается путем налипания за счет уменьшения сегментной зоны. На завершающем этапе сокращения сегментной зоны, вследствие недостаточного слипания слоев вблизи свободной поверхности кольца, возникает зона интенсивного переплескивания, что препятствует окончательному переходу сегментной зоны в кольцевую. Наконец, при достижении верхней предельной скорости вращения цилиндра зоны сегментная и переплескивания окончательно переходят в кольцевую. В дальнейшем образовавшийся режим пристенного слоя сохраняет устойчивость, и при снижении скорости не разрушается. Только при достижении нижней предельной скорости вращения на свободной поверхности слоя возникают деформации и плоские и пространственные возмущения, частично в виде волн, что приводит к внезапному скачкообразному разрушению кольца и образованию циркуляционного режима. Перечисленные особенности маловязкого течения обуславливают существенное пре-

вышение величины скорости вращения цилиндра, при которой циркуляционный режим движения жидкости переходит в режим пристенного слоя во время разгона, над величиной скорости, при которой осуществляется обратный переход во время торможения.

При малом Re эффект прилипания и слипания усиливается. Поэтому зона переплескивания не возникает, а основная масса жидкости уже при низких скоростях вращения сосредоточена в кольцевой зоне. Небольшая сегментная зона имеет увеличенные валик и мениск и значительный наклон свободной поверхности (в пределе $\theta \rightarrow 90^\circ$), а в сечении приобретает форму капли, скатывающейся со свободной поверхности пристенного слоя [7]. По мере увеличения скорости вращения цилиндра каплеобразная сегментная зона подхватывается поднимающимся пристенным слоем и перемещается по его поверхности вверх, несколько сокращаясь в размере, а затем плавно переходит в утолщение кольцевой зоны, которое впоследствии постепенно уменьшается и при больших скоростях исчезает. При снижении скорости вращения наблюдается обратная последовательность переходов форм течения при тех же скоростях. Причем, в связи с плавностью изменений течения весьма затруднительно визуально определить точное значение скорости вращения, соответствующее взаимному переходу циркуляционного режима и режима пристенного слоя при разгоне или торможении.

При большом значении степени заполнения k возрастает величина сегментной зоны по сравнению с кольцевой, более интенсивно проявляется зона переплескивания, а валик, мениск и угол θ уменьшаются [16]. Это приводит к увеличению значения скорости вращения цилиндра при переходе циркуляционного режима движения жидкости в режим пристенного слоя во время разгона по сравнению со значением скорости при обратном переходе во время торможения.

При малой k уменьшается сегментная зона, слабо проявляется переплескивание, возрастают валик, мениск и θ [20, 21]. В связи с этим верхняя предельная скорость вращения приближается к нижней, снижая проявление эффекта гистерезиса.

В настоящее время прикладные расчеты движения жидкости в цилиндре выполняются по "коэффициенту гравитации", равному по величине Fr [26]. Поскольку такой подход не учитывает ряд параметров, он неадекватно определяет условия перехода режимов течения. Для более точных расчетов могут быть использованы полученные диа-

граммы (рис. 3). Это позволяет применить эффект режимного гистерезиса в технологии центробежного литья с горизонтальной осью при вращении цилиндрической формы со скоростью, не ниже верхней предельной в процессе заливки расплава, с последующим снижением скорости не ниже нижней предельной в процессе затвердевания [27].

ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЕ ЗАМЕЧАНИЯ

Эффект режимного гистерезиса движения жидкости, частично заполняющей вращающийся цилиндр, интенсивно проявляется при больших и частично при средних числах Рейнольдса и не наблюдается при малых Re . Явление гистерезиса усиливается с увеличением степени заполнения цилиндра жидкостью и ослабевает при уменьшении заполнения. Полученные аналитические условия потери устойчивости пристенного слоя жидкости во время торможения, вследствие возмущений на свободной поверхности, хорошо соответствуют экспериментальным данным при больших и средних Re и становятся некорректными для малых Re , вследствие возникновения вторичных циркуляционных течений в виде валика на поверхности слоя. Условия перехода циркуляционного режима в режим пристенного слоя во время разгона цилиндра при больших и средних Re и условия взаимного перехода этих режимов во время разгона или торможения при малых Re вследствие сложности течений принимают эмпирический характер. Для определения границ перехода режимов в широком диапазоне изменений параметров могут быть использованы универсальные диаграммы, полученные на основе теоретических и экспериментальных данных с учетом принятых критериев подобия.

1. Астров А.И. Гидравлика. – М.: Студ. Издат. О-во при Императ. Моск. Техн. Уч-щи, 1911. – 441 с.
2. Гледзер Е.Б., Должанский Ф.В., Обухов А.М. Системы гидродинамического типа и их применение. – М.: Наука, 1981. – 368 с.
3. Вильям Б.Ф. Гидродинамическая теория горизонтального центробежного литья // Изв. АН СССР. Отд. техн. наук. – 1954. – N 10. – С. 39-46.
4. Чепиного М.М. К гидродинамической теории центробежного литья // Изв. АН СССР. Отд. техн. наук. – 1956. – N 3. – С. 92-105.
5. Phillips O. M. Centrifugal waves // J. Fluid Mech. – 1960. – 7, N 3. – P. 340-352.
6. Greenspan H. P. On a rotating flow disturbed by gravity // J. Fluid Mech. – 1976. – 14, N 2. – P. 335-351.
7. Deiber J. A., Cerro R. L. Viscous flow with a free surface inside a horizontal rotating drum. 1. Hydrodynamics // Ind. and Engng. Chem., Fundam. – 1976. – 15, N 2. – P. 102-110.
8. Ждан Л.А. Задача о движении вязкой жидкости во вращающемся круге в поле силы тяжести // Вестн. Моск. ун-та. Сер. 1. Математика и механика. – 1987. – N 1. – С. 86-89.
9. Бадрадинова Л.Г. О движении жидкого слоя на внутренней поверхности горизонтального вращающегося цилиндра // Вычисл. методы прикл. гидродинамик. – 1993. – Вып. 106. – С. 179-184.
10. Yih C.S. Instability of a rotating liquid film with a free surface // Proc. Royal Soc. Ser. A. Math. and Phys. Sciences. – 1960. – 258. – P. 63-89.
11. Debler W.R., Yih C.S. Formations of rings in a liquid film attached to the inside of a rotating cylinder // J. Aerospace Sciences. – 1962. – 29, N 3. – P. 364.
12. Balmer R.T. The hydrocyst - a stability phenomenon in continuum mechanics // Nature. – 1970. – 227, N 5258. – P. 600-601.
13. Karweit M.J., Corrsin S. Observation of cellular patterns in a partly filled, horizontal, rotating cylinder // Phys. Fluids. – 1975. – 18, N 1. – P. 111-112.
14. Balmer R.T., Wang T.G. An experimental study of internal hydrocysts // Trans. ASME. J. Fluids Engng. – 1976. – 98, N 4. – P. 688-694.
15. Aitta A. Nonlinear phenomena at an air-fluid interface in a horizontal, rotating cylinder // Eur. J. Mech. B. – 1991. – 10, N 2. – P. 175-180.
16. Gavish J., Chadwick R.S., Gutfinger C. Viscous flow in a partially filled rotating horizontal cylinder // Isr. J. Technol. – 1978. – 16, N 5-6. – P. 264-272.
17. Haji-Sheikh A., Lakshimanarayanan R., Lou D.Y.S., Ryan P.J. Confined flow in a partially-filled rotating horizontal cylinder // Trans. ASME. J. Fluids Engng. – 1984. – 106, N 3. – P. 270-278.
18. Suzuki Y., Tanida Y. Behavior of liquid partially-filled in a horizontal rotating cylinder // Proc. 3rd Asian Symp. Visual. – Tokyo. – 1994. – P. 230-235.
19. Jackson K.A., Finck J.E., Bednarski C.R., Clifford L.R. Viscous and nonviscous models of the partially filled rolling can // Amer. J. Phys. – 1996. – 64, N 3. – P. 277-282.
20. White R.E. Residual condensate, condensate behavior, and siphoning in paper driers // TAPPI. – 1956. – 39, N 4. – P. 228-233.
21. White R.E., Higgins T.W. Effect of fluid properties on condensate behavior // TAPPI. – 1958. – 41, N 2. – P. 71-76.
22. Staud A. Erkenntnisse bei der Kondensatabfuhr aus Raschlaufenden Trockenzylindern // Voith Forschung und Konstruktion. – 1964. – N 11. – P. 4.1-4.9.
23. Gans R.F., Yalisove S.M. Observation and measurements of flow in a partially-filled horizontal rotating cylinder // Trans. ASME. J. Fluids Engng. – 1982. – 104, N 3. – P. 363-366.
24. Василевский Н.А. Движение конденсата в сушильных цилиндрах и выбор диаметра цилиндров // Бумажная пром-сть. – 1953. – N 11. – С. 21-23.
25. Науменко Ю.В. Устойчивость трубки вязкой жидкости в горизонтальном вращающемся цилиндре // Гидромеханика. – 1997. – Вып. 71. – С. 83-88.
26. Шевченко А.И. Центробежное литье // Специальные способы литья. – М.: Машиностроение. – 1991. – С. 367-391.
27. Науменко Ю.В. Способ центробежного литья трубчатых отливок: А. с. 1423271 (СССР). – Опубл. 15.09.88. Бюл. 34.