

УДК 532.5/6

ГЛИССИРОВАНИЕ ПО ПОВЕРХНОСТИ СЖИМАЕМОЙ ЖИДКОСТИ

А. Н. МАЙБОРОДА

НЦ ВВС, Киев

Получено 11.12.2001

В пределах применимости изэнтропического уравнения состояния воды предложена количественная оценка гидродинамических характеристик и величины носового подпора глиссирующей пластины конечного удлинения при дозвуковых и сверхзвуковых скоростях движения с присоединенным и отсоединенным скачком уплотнения. Для воды при числах $M \leq 1.5$ построены зависимости угла поворота потока в скачке уплотнения от угла наклона скачка, а также зависимость числа M , при котором скачок присоединяется к пластине, от угла дифферента. Для движения у свободной границы обобщен метод Юнга, учитывающий влияние конечности удлинения несущей поверхности.

У межах застосовності ізентропійного рівняння стану води запропоновано кількісну оцінку гідродинамічних характеристик і величини носового підпору пластини скінченного подовження, що глисерує при дозвукових та надзвукових швидкостях з приєднаним та від'єднаним стрибком ущільнення. Для води при числах $M \leq 1.5$ побудовано залежності кута повороту потоку в стрибку від кута нахилу стрибка, а також залежність числа M , при якому відбувається приєднання стрибка до пластини, від кута диференту. Для руху біля вільної поверхні узагальнено метод Юнга, що враховує вплив скінченності подовження несучої поверхні.

In limits of applicability of the water state isentropic equation the quantitative assessment of hydrodynamic characteristics and a nose backwater of a finite aspect ratio plate gliding at sub-, tran- and supersonic speeds with detached and attached nose shock is offered. The dependence of a stream turn angle in shock on a shock lean angle, and the dependence of number M , at which shock attaches to a plate on a trim angle, are built for water at numbers $M \leq 1.5$. The Young's method of carrying surface finite aspect ratio effect consideration is generalized involving a motion by free surface of fluid.

ВВЕДЕНИЕ

Рост скоростей судов и других технических объектов, движущихся в воде, выдвигает перед гидродинамикой новые проблемы, в частности, необходимость учета сжимаемости (в том числе, и при сверхзвуковых скоростях). Для скоростного движения тел по свободной поверхности жидкости характерен режим глиссирования, исследованию которого и посвящена настоящая работа.

Несмотря на то, что глиссирование по поверхности несжимаемой жидкости изучено достаточно хорошо [1–3], оно и сегодня продолжает привлекать внимание исследователей [4]. Решены как линейная, так и нелинейная задачи глиссирования, а также выполнен учет весомости жидкости. Глиссирующая поверхность обычно считается плоской, а влияние небольшой продольной кривизны может быть учтено введением соответствующего эффективного угла дифферента. При этом отсутствие вязкого отрыва потока позволяет рассматривать несущие свойства глиссирующей поверхности по теории идеальной жидкости и определять сопротивление трения с использованием концепции пограничного слоя.

С увеличением скорости глиссирования до чисел $M > 0.3$ необходимо учитывать сжимаемость воды. В линейной и линеаризованной постановке учет сжимаемости воды рассматривался в ряде ра-

бот, где исследованы до- и сверхзвуковые осесимметричные кавитационные течения (см., например, [5–7]). Насколько известно, глиссирование по поверхности сжимаемой жидкости не исследовалось.

В настоящей работе рассматривается пластина с относительным удлинением $\lambda = l/b \geq 0.01$, глиссирующая со скоростью V и углами дифферента 60° при числах $M \leq 1.5$ в условиях с отошедшего и присоединенного скачков уплотнения (рис. 1). Здесь b и l – соответственно ширина пластины (поперек набегающего потока) и ее смоченная длина (по потоку); $M = V/a$; a – скорость звука в невозмущенной жидкости.

1. НЕСЖИМАЕМАЯ ЖИДКОСТЬ

Теория глиссирования для несжимаемой жидкости базируется на отмеченной Вагнером [8] аналогии между обтеканием глиссирующей пластины и нижней поверхности крыла. В соответствии с этой аналогией, для изучения глиссирования успешно применяются методы теории крыла. В линейном приближении аналогия Вагнера устанавливает, что гидродинамическая нагрузка глиссирующей пластины составляет половину нагрузки соответствующего тонкого крыла.

При достаточно больших числах Фруда, когда можно пренебречь весомостью жидкости, произ-

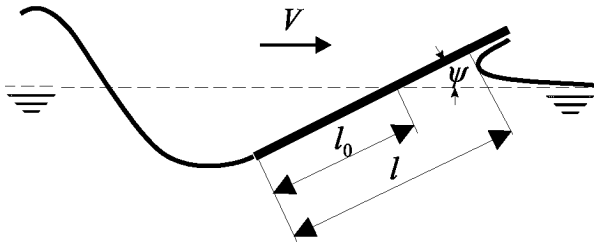


Рис. 1. Глиссирование плоского профиля

водная коэффициент нормальной силы глиссирующей пластины по углу дифферента при малых ψ определяется как

$$C_n^\psi = \frac{\pi}{1 + 2\lambda}, \quad (1)$$

где $C_n = \frac{N}{bl\rho V^2/2}$ – коэффициент нормальной силы N ; ρ – плотность жидкости.

Вследствие носового подпора, смоченная длина пластины l превосходит длину l_0 , погруженную под невозмущенный уровень жидкости. Экспериментальные данные [3] позволяют считать, что соотношение между l и l_0 в интересном с технической точки зрения диапазоне углов дифферента не зависит от ψ и имеет вид

$$\frac{l}{l_0} = 0.5 \left(1 + \sqrt{1 + \frac{1}{\lambda_0}} \right), \quad \lambda_0 = \frac{l_0}{b} \geq 0.01. \quad (2)$$

Относительное расстояние центра давления D от задней кромки пластины $\bar{l}_D = l_D/l$ определяется для $\psi \leq 60^\circ$ по выражениям [9]:

$$\bar{l}_D = \begin{cases} 1 - \frac{0.1415}{\sqrt{\lambda}} - 0.17 \sin(3\alpha), & \lambda \geq 0.5, \\ 0.8, & \lambda < 0.5. \end{cases} \quad (3)$$

Поскольку при нулевой нормальной силе на глиссирующей пластине продольный момент равен нулю, то фокус F по углу дифферента совпадает с центром давления:

$$\bar{l}_F = l_F/l = \bar{l}_D. \quad (4)$$

Коэффициент сопротивления давления может быть определен как

$$C_{xp} = C_n^\psi \psi \sin \psi, \quad (5)$$

а коэффициент сопротивления трения находится по формуле Прандтля–Шлихтинга:

$$C_{xf} = \frac{0.455}{(\lg \text{Re})^{2.58}}, \quad (6)$$

где число Рейнольдса Re вычисляется по смоченной длине l .

2. СЖИМАЕМАЯ ЖИДКОСТЬ, $M \leq 1$

Как известно, проявление сжимаемости воды имеет ряд характерных особенностей. В частности, при сжатии конденсированного вещества (каким является вода) за счет отталкивания молекул очень быстро растет внутреннее давление, имеющее, в отличие от газов, существенно упругую природу. При давлениях до $3 \cdot 10^9$ Па внутренняя энергия, приобретенная водой в процессе сжатия, является упругой, и уравнение состояния воды имеет изоэнтропическую форму Тэта [10]:

$$p = B(s) \left[\left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^n - 1 \right]. \quad (7)$$

Здесь ρ_0 – плотность воды, экстраполированная на нулевое давление; $n = 7.15$. Энтروпийная функция $B(s)$ слабо зависит от начальной энтропии, так что в интервале температур от 0 до 60°C можно принять $B = 2.987 \cdot 10^8$ Па. Поскольку величина B весьма велика, по сравнению с нормальным давлением, то можно считать, что ρ_0 – плотность воды при нормальном давлении.

Выражение, аналогичное известной газодинамической функции отношения давлений, для воды имеет вид

$$\frac{p + B}{p_* + B} = \left(1 + \frac{n-1}{2} M^2 \right)^{n/(n-1)}, \quad (8)$$

где p_* – давление торможения.

Можно показать, что давлениям сжатия $p < 3.0 \cdot 10^9$ Па, при которых справедливо уравнение состояния Тэта (7), соответствует диапазон чисел $M \leq 1.5$.

Как известно, влияние сжимаемости при обтекании крыла с увеличением числа M проявляется сильнее в точках с более высокими местными скоростями. В частности, на верхней поверхности крыла нагрузка растет быстрее, чем на нижней. Поэтому гидродинамическая нагрузка при глиссировании пластины в сжимаемой жидкости при дозвуковых скоростях не может быть получена как половина нагрузки соответствующего крыла. По этой же причине для учета сжимаемости

при глиссировании не может быть использовано распространенное в теории крыла приближенное правило Прандтля – Глауэрта, которое с достаточной точностью оценивает суммарную нагрузку на крыле, однако заметно искажает локальные значения коэффициентов давления

$$\bar{p} = \frac{p - p_\infty}{\rho V^2 / 2},$$

где p_∞ – давление на свободной границе жидкости. Например, в точке торможения потока на профиле, глиссирующем при $M=0.8$, формула Прандтля – Глауэрта дает $\bar{p}_* = 1.667$, в то время как фактическое его значение при адиабатном торможении, в соответствии с соотношением (8), равно 1.1.

Отличительной особенностью закона распределения давления на глиссирующей пластине, как и на слабоизогнутой нижней поверхности крыла, является наличие только положительных значений \bar{p} с четко выраженным максимумом в критической точке торможения потока. Как показал Кусукава [11], распределение давления на нижней поверхности плоского профиля в диапазоне $M \leq 1$ является аффинноподобным, т. е. в сходственных точках профиля при различных числах M одинаковы относительные значения коэффициентов давления \bar{p}/\bar{p}_* . Исходя из этого можно предположить, что и на глиссирующем профиле распределение давления при дозвуковом обтекании будет аффинноподобным с масштабом подобия k_M , зависящим от числа M . Величина k_M может быть определена из уравнения изоэнтропы (8):

$$k_M = \frac{2}{nM^2} \left[\left(1 + \frac{n-1}{2} M^2 \right)^{n/(n-1)} - 1 \right]. \quad (9)$$

Она показывает относительное изменение коэффициента нормальной силы глиссирующего профиля, вызванное влиянием числа M в дозвуковом режиме движения, по сравнению с движением в несжимаемой жидкости.

Сопоставление предлагаемой формулы (9) для воды и для воздуха с коэффициентом Прандтля – Глауэрта $1/\sqrt{1-M^2}$, характеризующим в линейной теории крыла увеличение коэффициента нормальной силы за счет влияния сжимаемости при $M < 1$, а также относительное изменение экспериментального значения коэффициента давления на нижней поверхности крыла в воздухе [12] показано на рис. 2. Как видно, заметное нарушение закона Прандтля – Глауэрта начинается уже при $M > 0.2$. Эксперимент [12] показывает удовлетворительное согласование с теоретической оценкой

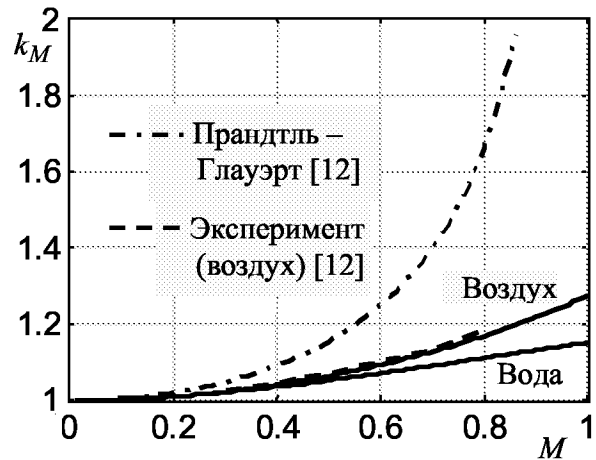


Рис. 2. Влияние числа M на увеличение гидродинамической нагрузки профиля при дозвуковом обтекании

влияния сжимаемости посредством коэффициента k_M , согласно формуле (9).

Известна теория Юнга [12], оценивающая влияние конечности размаха на несущие свойства крыла в безграничной жидкости при дозвуковых скоростях. Поскольку глиссирование представляет собой предельный случай движения подводного крыла на свободной границе, то можно предположить, что вызванное им возмущенное движение соответствует в безграничной жидкости крылу с удвоенной, по сравнению с глиссирующей пластиной, циркуляцией. С обтеканием только нижней поверхности пластины связана еще одна очевидная особенность глиссирования, выражающаяся в отсутствии нелинейных эффектов, характерных для крыльев малого размаха. Это позволяет распространить изложенное выше предположение на достаточно большие удлинения глиссирующей пластины и обобщить теорию Юнга на случай глиссирования пластины конечного удлинения по свободной границе занятого жидкостью полупространства. Соответствующая обобщенная формула Юнга для коэффициента нормальной силы глиссирующей с дозвуковой скоростью пластины удлинением λ может быть представлена как

$$C_n^\psi = \frac{\pi C_{n0}^\psi}{\pi + 2C_{n0}^\psi}, \quad (10)$$

где C_{n0}^ψ – коэффициент нормальной силы глиссирующего профиля ($\lambda=0$) при соответствующем числе $M < 1$. В частности, при $M=0$ и малых углах дифферента для плоского профиля $C_{n0}^\psi = \pi$ выражение (10) преобразуется к виду (1), принятому для случая несжимаемой жидкости.

На глссируючій пластині максимальна шкорость обтекания наблюдается на задній кромке и в носовой струе, где коэффициент давления равен $\bar{p}=0$. Следовательно, критическое значение числа M движения пластины, при котором в указанных местах достигается звуковая шкорость, равно единице, а обтекание во внутренних точках поверхности пластины остается дозвуковым при числах $M \leq 1$. В этом же диапазоне чисел M справедливо выражение (9) для коэффициента k_M учета влияния сжимаемости, так что при малых ψ

$$C_{n0}^\psi = \frac{2\pi}{nM^2} \left[\left(1 + \frac{n-1}{2} M^2 \right)^{n/(n-1)} - 1 \right], \quad (11)$$

$$M \leq 1.$$

В технических приложениях представляет интерес оценка гидродинамических характеристик глссирования в широком диапазоне углов дифферента. Для несжимаемой жидкости известен результат нелинейной теории Л. И. Седова [1]:

$$C_{n0}^\psi = k_\psi \pi, \quad (12)$$

где $\psi \leq 60^\circ$;

$$k_\psi = \frac{2}{\psi \left[\text{tctg} \frac{\psi}{2} + \pi + \text{tg} \frac{\psi}{2} \ln \left(\text{tctg}^2 \frac{\psi}{2} - 1 \right) \right]}. \quad (13)$$

Если исходить из принятого выше допущения об аффинноподобном изменении распределения коэффициентов давления \bar{p} с ростом числа M при данном ψ , можно предположить, что представление (13) для k_ψ сохраняется и при $M \leq 1$. Тогда производная коэффициента нормальной силы глссирующей пластины конечного удлинения λ при $M \leq 1$ и $\psi \leq 60^\circ$ может быть представлена как

$$C_n^\psi = \frac{\pi}{1/(k_\psi k_M) + 2\lambda}, \quad (14)$$

$$M \leq 1, \quad \psi \leq 60^\circ.$$

Рассмотрим влияние сжимаемости на величину носового подпора жидкости при дозвуковом глссировании пластины конечного удлинения. Будем исходить из линейной теории Вагнера [8], который предложил модель формирования носовой брызговой струи и подпора по аналогии с потенциальным течением жидкости при вертикальном ударе пластины, плавающей на свободной границе.

В линейном приближении дозвуковое безвихревое течение сжимаемой жидкости также является потенциальным. Следовательно, в модели Вагнера

может быть использовано модифицированное выражение для потенциала шкорости при ударе пластины в сжимаемой жидкости, отличающееся от потенциала фиктивного аналогичного течения несжимаемой жидкости за счет известного множителя Прандтля–Глауэрта $1/\sqrt{1-M^2}$.

Решая интегральное уравнение погружения Вагнера, обобщенное указанным образом на случай дозвукового движения сжимаемой жидкости, можно получить соответствующее выражение для относительного носового подпора при глссировании:

$$\frac{l}{l_0} = \frac{1}{\sqrt{1-M^2}} \left(\frac{l}{l_0} \Big|_{M=0} + 1 \right) - 1, \quad (15)$$

$$M < 1,$$

где $l/l_0|_{M=0}$ – относительный подпор для несжимаемой жидкости, определяемый формулой (2).

В теории крыла метод Прандтля–Глауэрта считается справедливым до критического значения числа $M_{кр}$. В случае глссирования плоской пластины $M_{кр}=1$, так что физическая некорректность выражения (15) при числах M , близких к 1, очевидна. Можно предположить, что замена в соотношении (15) коэффициента Прандтля–Глауэрта на величину k_M , определяемую по формуле (9), успешно использованная выше при определении нагрузки (см. рис. 2), будет оправдана и в этом случае. Таким образом, с учетом формулы (2), выражение для относительного носового подпора при числах $M \leq 1$ можно представить как

$$\frac{l}{l_0} = \frac{3 + \sqrt{1 + \frac{1}{\lambda_0}}}{nM^2} \times$$

$$\times \left[\left(1 + \frac{n-1}{2} M^2 \right)^{n/(n-1)} - 1 \right] - 1, \quad (16)$$

$$M \leq 1.$$

На рис. 3 представлена зависимость l/l_0 от начального удлинения λ_0 в соответствии с выражением (16) для различных чисел $M < 1$.

Аффинноподобный характер изменения распределения коэффициентов давления с ростом числа M позволяет считать, что сохраняется и относительное положение центра давления (3) при $M < 1$. В частности, подтверждением этому может служить теоретическое решение Гудерлея для нижней поверхности плоского клина, обтекаемого при $M < 1$ с малым углом дифферента [13]. В этой работе получено значение относительной координа-

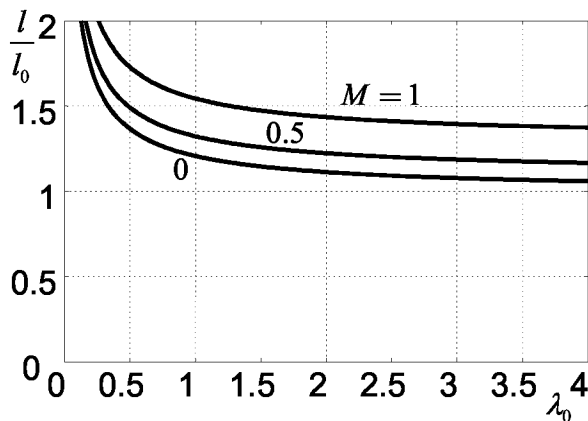


Рис. 3. Влияние начального удлинения пластины на относительный носовой подпор жидкости при дозвуковом глиссировании

ты центра давления \bar{l}_D порядка 0.77, что удовлетворительно согласуется с оценкой (3) для глиссирования по несжимаемой жидкости.

Коэффициент сопротивления давления глиссирующей пластины при $M < 1$ определяется из выражения (5), где C_n^ψ принимается в соответствии с (14), а коэффициент сопротивления трения можно оценить по формуле Прандтля–Шлихтинга с поправкой на сжимаемость [12]:

$$C_{xf} = \frac{0.455}{(\lg Re)^{2.58}} (1 - 0.07M^{1.5}). \quad (17)$$

3. СЖИМАЕМАЯ ЖИДКОСТЬ, $M > 1$

При глиссировании со сверхзвуковой скоростью перед пластиной движется скачок уплотнения, форма которого и относительное положение определяются числом M и углом дифферента. Изэнтропический характер уравнения состояния воды (7) в диапазоне $M \leq 1.5$ позволяет рассматривать закономерности образования и распространения этого скачка в квазиакустическом приближении, используя условия динамической совместности и основные соотношения, отличающиеся от известных для газа только добавкой B к давлению. Дополнительная сложность заключается в необходимости учета свободной границы жидкости, существенно влияющей на формирование скачка уплотнения.

Задача о взаимодействии изэнтропного скачка уплотнения со свободной границей воды с учетом зависимости скорости звука от давления имеет автомодельное решение в рамках теории коротких волн [14]. В частности, при достаточно малом угле падения фронта скачка на свободную границу

происходит так называемое "нерегулярное отражение", когда отраженная волна разрежения догоняет скачок уплотнения. В той части фронта скачка, которая возмущена волной разрежения, давление падает и фронт скачка искривляется.

В подвижной системе координат в точке пересечения фронта скачка со свободной границей внутрь жидкости отходит центрированная волна разрежения Прандтля–Майера, в которой давление падает до невозмущенного значения и поток поворачивается в направлении границы. Как показано Г. Г. Черным [15], указанная задача имеет автомодельное решение только для достаточно слабого скачка, скорость среды за которым является звуковой или сверхзвуковой. В частности, результат работы [15] ограничивается числами M скачка, не превышающими значения $M = 1.1$.

Насколько известно, решение задачи о сверхзвуковом обтекании тела конечных размеров жидкостью со свободной границей не получено до настоящего времени. Нет и доказательства разрешимости и формулировки достаточных условий единственности решения даже для более простой задачи об установившемся сверхзвуковом обтекании тела неограниченным потоком. Во всяком случае, формулировка подобных задач должна включать выбор возможной конфигурации и взаимодействия скачков уплотнения, выбор принадлежности присоединенных скачков к сильному или слабому семействам, а также критерий существования и выбора установившегося обтекания. Правильность выбора того или иного варианта определяется, в конечном счете, соответствием полученного решения действительной картине обтекания и результатам опытов.

Рассмотрим выполнение перечисленных выше необходимых условий единственности решения применительно к обсуждаемой задаче о сверхзвуковом глиссировании. Ввиду сложности рассматриваемого вопроса, предварительно проанализируем упрощенный случай – глиссирование плоского профиля, т.е. пластины бесконечного размаха или нулевого удлинения.

Плоская форма профиля исключает смешанное обтекание, т.е. одновременное наличие на обтекаемой поверхности до- и сверхзвуковых участков течения. Следовательно, может существовать только головной скачок уплотнения, присоединенный или отошедший. Поскольку на плоском профиле за присоединенным скачком отсутствует дальнейшее повышение давления, то можно считать, что присоединенный скачок принадлежит к слабому семейству. Учитывая отсутствие смешанного обтекания профиля и связанной с этим неустойчи-

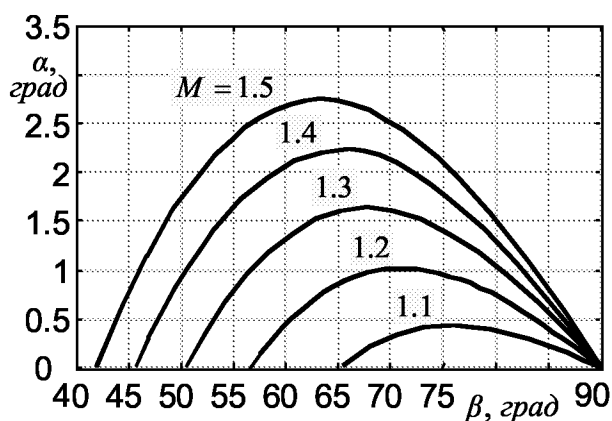


Рис. 4. Зависимость угла отклонения потока воды в скачке уплотнения от угла наклона скачка

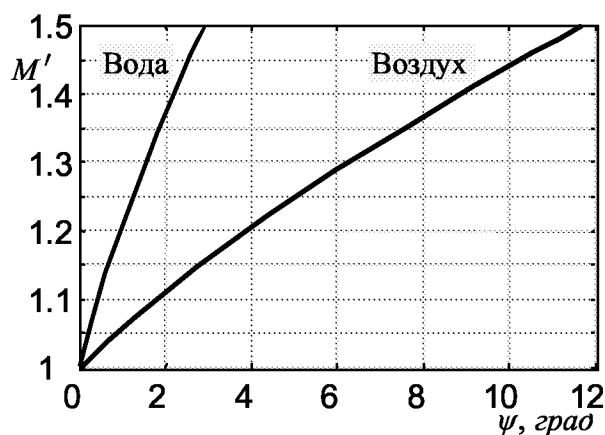


Рис. 5. Зависимость числа M' присоединения скачка уплотнения в воде и воздухе от угла дифферента профиля

ности, будем предполагать существование квазиустановившегося решения задачи.

Выступающая над свободной поверхностью жидкости часть пластины обтекается газом или паром (в случае кавитационного режима) с более высокими числами M , чем глассирующая поверхность. Возникающий при этом скачок уплотнения, форма которого определяется геометрией выступающей части пластины, взаимодействует со свободной поверхностью жидкости. Как показано К. А. Бежановым [16], соответствующие возмущения, вносимые в жидкость, имеют второй порядок малости по отношению плотностей газа (пара) и жидкости, что позволяет пренебречь ими при анализе гидродинамики глассирования в технически интересных случаях. При необходимости, указанные возмущения могут быть приближенно учтены добавлением к нагрузке пластины гидростатической составляющей от избыточного давления за

скачком уплотнения перед выступающей частью пластины и донного разрежения в течении расширения за пластиной.

В общем случае возможны три характерные области обтекания глассирующего профиля при $M > 1$:

- $1 < M < M'$ – обтекание с отошедшим скачком уплотнения, где M' – число M , при котором максимальный угол поворота в скачке равен углу дифферента профиля;
- $M' \leq M \leq M''$ – обтекание с присоединенным криволинейным скачком уплотнения, где M'' – число M , при котором скорость за скачком становится сверхзвуковой;
- $M'' < M$ – сверхзвуковое обтекание за присоединенным косым скачком уплотнения.

Как показано в ряде работ по сверхзвуковым газовым струям [17], оценка предельных углов отклонения безграничного потока в присоединенном скачке уплотнения сохраняется и для течений со свободной границей, что позволяет рассчитать граничное число M' для заданного угла дифферента глассирующего профиля. При указанных выше допущениях был выполнен приближенный расчет углов поворота потока и наклона скачка уплотнения в воде для $M \leq 1.5$. На рис. 4 приведены углы α отклонения потока в скачке уплотнения с углом наклона β при различных числах M , а на рис. 5 – зависимость числа M' , при котором с ростом скорости скачок присоединяется к профилю, от угла дифферента ψ . На рис. 5 дополнительно показана соответствующая зависимость для воздуха, подчеркивающая исключительно малую сжимаемость воды. Как видно, плоский глассирующий профиль при углах дифферента $\psi > 2.6^\circ$ в рассматриваемом диапазоне скоростей движения $M \leq 1.5$ всегда обтекается с отсоединенным скачком уплотнения.

В приложениях теории течений идеальных сжимаемых сред большую роль играют законы подобия. В частности, термодинамические свойства среды в соответствующих критериях подобия учитываются фундаментальным термодинамическим параметром Γ [15]:

$$\Gamma = \frac{a^4}{v^3} \left. \frac{\partial^2 v}{\partial p^2} \right|_s - 1, \quad (18)$$

где a – скорость звука; v – удельный объем; производная берется при постоянной энтропии s . Для совершенного газа с постоянными теплоемкостями параметр Γ постоянен и равен показателю адиабаты k .

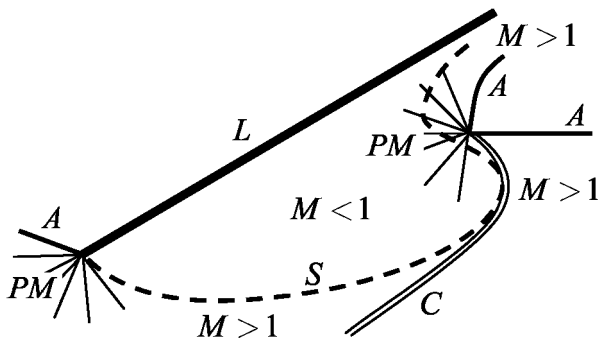


Рис. 6. Схема обтекания глассирующего профиля с отсоединенным скачком уплотнения

Для воды величина n в уравнении Тэта (7) формально имеет смысл показателя адиабаты, но не является отношением теплоемкостей. Однако, непосредственно дифференцируя уравнение состояния (7) и подставляя в соотношение (18) выражение для скорости звука в воде

$$a = \sqrt{\frac{n(p+B)}{\rho}}, \quad (19)$$

можно показать, что для воды при $p < 3.0 \cdot 10^9$ Па параметр Γ также постоянен и равен n . Следовательно, для воды в пределах справедливости уравнения состояния Тэта могут быть применены законы подобия динамики совершенного газа при замене в критериях подобия показателя адиабаты газа k на величину n . Это обстоятельство позволяет использовать для воды результаты точных решений и экспериментов, полученных для подобных течений газа. В частности, приближенная оценка режима присоединения скачка уплотнения в воде, представленная на рис. 4, по значению критерия подобия Кармана – Ченя хорошо согласуется с решением аналогичной задачи, полученным Винченци и Вагонером [18] с помощью метода годографа.

3.1. Профиль с отсоединенным скачком уплотнения

Рассмотрим глассирование профиля при $1 < M < M'$ (рис. 6), когда скачок уплотнения C отсоединен и взаимодействует со свободной границей жидкости A . Скачок искривлен и в выпуклой головной части, обращенной по направлению движения профиля L , является прямым. Набегающий невозмущенный сверхзвуковой поток в головной части скачка преобразуется в дозвуковое течение.

В направлении погружения в жидкость от головной части скачка его интенсивность уменьшается, поток за ним остается сверхзвуковым и скачок вырождается в слабый разрыв. От свободной границы скачок отражается как центрированная волна разрежения PM , которая, начиная от головной части скачка, искривляет и ослабляет его, так что поток за ним в окрестности границы остается сверхзвуковым. В точке отражения давление уменьшается до невозмущенного значения, а деформация свободной границы определяется расстоянием от скачка до обтекаемого профиля (так называемой "толщиной ударного слоя").

Толщина ударного слоя определяется параметром Γ (18) и числом M и, при прочих равных условиях, в воде она больше, чем в воздухе. При малой толщине ударного слоя ($M \sim M'$) в точке отражения скачка свободная граница резко искривляется [17], образуя брызговую струю. При большой толщине ударного слоя возмущение свободной границы незначительно (случай, близкий к автомобильному) и им можно пренебречь [10].

Глассирующий профиль обтекается дозвуковым потоком за головной частью скачка, образующим на профиле критическую точку торможения и имеющим ограниченную протяженность. Спереди он ограничен прямым скачком уплотнения, а сзади – контуром профиля и линиями, на которых достигается скорость звука: в носовой струе и в течении расширения Прандтля–Майера PM на задней кромке профиля. От сверхзвуковых течений внизу и у свободной границы дозвуковой поток отделяет линия S контактного разрыва.

При оценке нагрузки на профиле будем исходить из допущения, что скорость дозвукового потока на профиле равна скорости на бесконечности с числом M , получившимся после прямого скачка уплотнения. Это не вполне строгое предположение, известное как принцип соответствия, приближенно выполняется для достаточно большой толщины ударного слоя при отсутствии на обтекаемом теле сверхзвуковых зон [13].

Давление на профиле в окрестности задней кромки равно критическому, так как расширение в течении Прандтля–Майера происходит вне профиля. При числе $M = 1.5$ и малых углах дифферента это приводит к максимальному повышению нагрузки на величину порядка 3 % и соответствующему смещению центра давления, что может быть, при необходимости, учтено. Пренебрегая указанным эффектом, можно с достаточной для инженерных приложений точностью получить из формулы Рэля выражение для величины k_M , которая в принятых обозначениях показывает от-

носительное изменение коэффициента нормальной силы глссирующего профиля, вызванное влиянием числа M , по сравнению с движением в несжимаемой жидкости:

$$k_M = \frac{2}{nM^2} \frac{\left(\frac{n+1}{2}M^2\right)^{n/(n-1)}}{\left(\frac{2nM^2}{n+1} - \frac{n-1}{n+1}\right)^{1/(n-1)}} - 1, \quad (20)$$

$$1 < M < M'.$$

Выражение (20) достаточно хорошо работает во всем диапазоне чисел $M \leq 1.5$ при углах дифферента $\psi > 2.6^\circ$. При числах M , приближающихся к значению M' , величина k_M может быть уточнена интерполированием на основе известных представлений о непрерывности процесса приближения и присоединения скачка с ростом скорости потока [13].

Для принятых допущений можно полагать, что в диапазоне $1 < M \leq M'$ изменение относительного положения центра давления глссирующего профиля будет незначительным. Например, по данным Винченти и Вагонера [18], в указанном диапазоне смещение центра давления к задней кромке составляет 4 % хорды.

3.2. Профиль с присоединенным скачком уплотнения

При числе $M = M'$ скачок уплотнения присоединяется к профилю в точке его пересечения с невозмущенной свободной границей. В приближении идеальной жидкости критическая точка торможения на профиле отсутствует [19]. Течение за скачком при $M = M'$ является дозвуковым и с ростом скорости движения становится сверхзвуковым при $M = M''$. Величина интервала $M = M'' - M'$ зависит от числа набегающего потока M и для $M \leq 1.5$ в воде не превышает 0.05. Ввиду малости интервала ΔM , с достаточной для практических целей точностью можно считать $\Delta M = 0$. Тогда в качестве M_s – числа присоединения скачка, при котором скорость за скачком становится сверхзвуковой, следует принять значение $M_s = M'$.

В рамках принятых допущений для расчета производной коэффициента нормальной силы глссирующего плоского профиля при обтекании с конечным углом дифферента сверхзвуковым потоком за присоединенным скачком уплотнения может быть

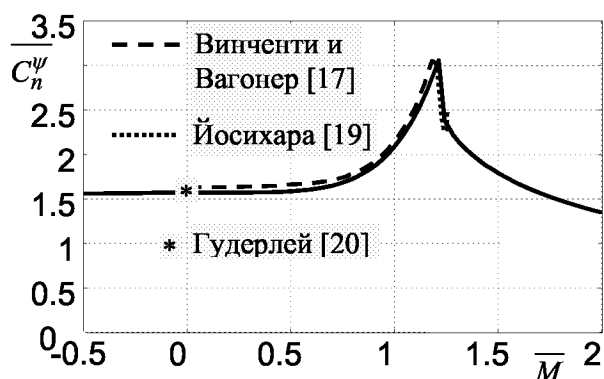


Рис. 7. Гидродинамические характеристики профиля при трансзвуковом глссировании с малыми углами дифферента

использовано известное выражение

$$C_n^\psi = \frac{4}{\psi(n+1)} \left(\sin^2 - \frac{1}{M^2} \right), \quad (21)$$

$$M_s \leq M \leq 1.5,$$

где угол β наклона скачка уплотнения определяется из уравнения

$$\operatorname{tg} \psi = \frac{2[(M^2 - 1)\operatorname{tg} \beta^2 - 1]}{[(n-1)M^2 + 2]\operatorname{tg}^3 \beta + [(n+1)M^2 + 2]\operatorname{tg} \beta}. \quad (22)$$

На рис. 7 в терминах критериев трансзвукового подобия

$$\bar{C}_n^\psi = [(n+1)\alpha]^{1/3} C_n^\psi, \quad (23)$$

$$\bar{M} = \frac{(n+1)^{1/3}}{\psi^{2/3}} \left(\frac{M}{\sqrt{\frac{n+1}{2} - \frac{n-1}{2}M^2 - 1}} \right). \quad (24)$$

Нагрузка на глссирующем профиле при малых углах дифферента в диапазоне $0.95 \leq \bar{M} \leq 1.25$, рассчитанная по предлагаемой методике, сравнивается с результатами Винченти и Вагонера, Гудерлея и Йосихары. В принятых обозначениях режимы движения при M' и M'' соответствуют значениям критерия $\bar{M} = 1.18$ и $\bar{M} = 1.26$, а режим при $M = 1$ – значению $\bar{M} = 0$.

Винченти и Вагонер [18] на основе численного решения уравнения Трикоми исследовали обтекание тонкого клина с отсоединенным скачком уплотнения при $0 < \bar{M} \leq 1.05$ и экспериментально подтвердили свои результаты. Йосихара [20] получил приближенное решение уравнения годографа для обтекания тонкого клина в диапазоне ре-

жимов $1.18 \leq \bar{M} \leq 1.26$, т. е. с момента начала присоединения скачка уплотнения, когда скорость за ним еще остается дозвуковой, до формирования присоединенного косоугольного скачка со сверхзвуковой скоростью на клине. В диапазоне $1.05 < \bar{M} < 1.18$, т. е. при стремящейся к 0 толщине ударного слоя перед присоединением скачка, на рис. 7 приведены интерполированные значения \bar{C}_n^ψ . Поскольку в линейной теории сверхзвукового обтекания принято считать, что нагрузка распределяется поровну между нижней и верхней частью профиля, результаты работ [18, 20] представлены для половины расчетной нагрузки клина. Видно, что расчетные значения \bar{C}_n^ψ для сверхзвукового обтекания за присоединенным скачком уплотнения при $\bar{M} > 1.26$, полученные с использованием соотношения (21), практически совпадают с приведенными в монографии Гудерлея [13]. Маркером “*” на рисунке обозначен результат Гудерлея [21] для обтекания нижней поверхности пластины при $M = 1$.

Как видно из рис. 7, построенные в настоящей работе расчетные выражения для нагрузки плоского профиля, глассирующего при $M \leq 1.5$, удовлетворительно согласуются с известными теоретическими результатами и могут быть использованы для оценки гидродинамических характеристик глассирующей пластины.

При $M \geq M''$ центр давления глассирующего профиля смещается к середине смоченной длины. В диапазоне $M' \leq M \leq M''$ относительное положение центра давления может быть уточнено интерполированием на основе известных представлений о непрерывности процесса приближения и присоединения скачка с ростом скорости потока.

3.3. Пластина конечного удлинения

Определим величину носового подпора жидкости при сверхзвуковом глассировании пластины конечного удлинения. Течение за отсоединенным скачком уплотнения в воде в квазиакустическом приближении является изоэнтропическим и, следовательно, потенциальным. Тогда, при достаточно большой толщине ударного слоя, носовой подпор жидкости в дозвуковом потоке, обтекающем глассирующий профиль за скачком уплотнения, может быть оценен аналогично случаю движения профиля при $M \leq 1$, но с заменой для $1 \leq M < M_s$ коэффициента Прадтля–Глауэрта в выражении (15) на

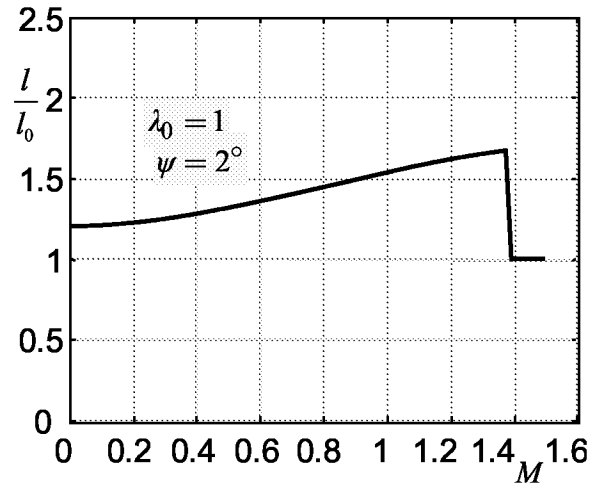


Рис. 8. Влияние числа M пластины конечного удлинения на относительный носовой подпор жидкости при дозвуковом и сверхзвуковом глассировании

величину k_M из выражения (20):

$$\frac{l}{l_0} = \frac{3 + \sqrt{1 + \frac{1}{\lambda_0}}}{nM^2} \times \left[\frac{\left(\frac{n+1}{2}M^2\right)^{n/(n-1)}}{\left(\frac{2nM^2}{n+1} - \frac{n-1}{n+1}\right)^{1/(n-1)}} - 1 \right]. \quad (25)$$

Формула (25) дает удовлетворительные результаты во всем диапазоне чисел $M \leq 1.5$ при углах дифферента $\psi > 2.6^\circ$.

При сверхзвуковом обтекании идеальной жидкостью за присоединенным скачком уплотнения на глассирующем профиле отсутствует критическая точка торможения [19] и, следовательно, отсутствует носовой подпор жидкости.

На рис. 8 показано изменение относительного носового подпора l/l_0 для глассирующей пластины с начальным удлинением $\lambda_0 = 1$ и углом дифферента $\psi = 2^\circ$ в зависимости от числа M . Значение $M_s = 1.38$ на рис. 8 соответствует режиму присоединения скачка уплотнения.

Учет влияния конечности удлинения на гидродинамическую нагрузку глассирующей пластины при сверхзвуковом обтекании с отсоединенным скачком уплотнения может быть выполнен по обобщенной формуле Юнга (10), а с присоединенным скачком – по методу Хилтона [12]. Таким образом, получаем:

- в случае отсоединенного скачка уплотнения

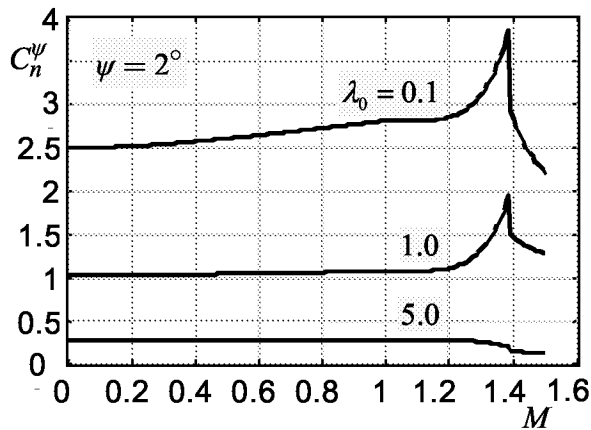


Рис. 9. Гидродинамические характеристики пластин конечного удлинения при дозвуковом и сверхзвуковом глиссировании с присоединением скачка уплотнения

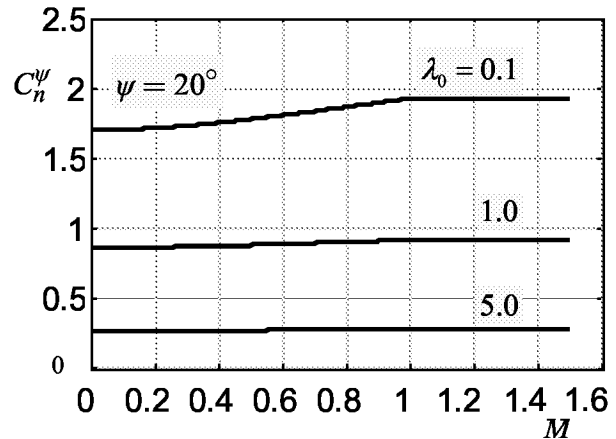


Рис. 10. Гидродинамические характеристики пластин конечного удлинения при дозвуковом и сверхзвуковом глиссировании с отсоединенным скачком уплотнения

при $1 < M \leq M_s$

$$C_{n\lambda}^\psi \Big|_M = \frac{\pi k_\psi C_{n\lambda=0}^\psi \Big|_{M=0}}{\pi + 2\lambda C_{n\lambda=0}^\psi \Big|_{M=0}}; \quad (26)$$

- в случае присоединенного скачка уплотнения при $M_s \leq M \leq 1.5$

$$C_{n\lambda}^\psi \Big|_M = \frac{4}{\psi(n+1)} \left(\sin^2 \beta - \frac{1}{M^2} \right) F(R), \quad (27)$$

где для $R = \lambda \sqrt{M^2 - 1} > 1$ следует принять

$$F(R) = 1 - \frac{1}{2R},$$

а для $0.5 < R \leq 1$ –

$$F(R) = \frac{2R-1}{R} \arcsin R + (R-2) \ln \frac{1+\sqrt{1-R^2}}{R} + \frac{1+R}{R} \sqrt{1-R^2}.$$

На рис. 9 и 10 представлены гидродинамические коэффициенты глиссирующей пластины с различными начальными удлинениями и углами дифферента в диапазоне $0 < M \leq 1.5$. На рис. 9 показаны режимы с присоединением скачка уплотнения, а на рис. 10 – с отсоединенным скачком. Значения величин C_n^ψ при $M=0$ на рис. 9 и 10 соответствуют известным результатам для глиссирования по поверхности несжимаемой жидкости.

В рамках принятых допущений можно полагать, что учет влияния конечности удлинения глиссирующей пластины на относительное положение центра давления в диапазоне режимов $0 < M \leq M_s$

можно приближенно оценить методами, принятыми для несжимаемой жидкости. Что касается режимов $M > M_s$, то для них центр давления располагается на середине смоченной длины.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Для изоэнтропического уравнения состояния воды получена количественная оценка гидродинамических характеристик и величины носового подпора пластины конечного удлинения $\lambda \geq 0.01$, глиссирующей с углами дифферента $\psi \leq 60^\circ$ при числах $M \leq 1.5$ с отсоединенным и присоединенным скачком уплотнения. Построены зависимости угла поворота потока воды в скачке уплотнения от угла наклона скачка, а также зависимость от угла дифферента для числа M , при котором скачок присоединяется к пластине. Для движения у свободной границы обобщен метод Юнга учета влияния конечности удлинения несущей поверхности.

Для малых углов дифферента полученные результаты удовлетворительно согласуются с известными теоретическими решениями и экспериментальными данными для нижней поверхности пластины и клина, обтекаемых дозвуковым, трансзвуковым и сверхзвуковым подобным потоком газа.

1. Седов Л. И. Плоские задачи гидродинамики и аэродинамики. – М.: Наука, 1950. – 275 с.
2. Tulin M. P. The theory of slender surfaces planing at high speeds // Schiffstechn. – 1957. – 4, Н. 21. – S. 125–133.

3. Егоров И. Т., Буньков М. М., Садовников Ю. М. Ходкость и мореходность глиссирующих судов.– Л.: Судостроение, 1978.– 335 с.
4. Vorus W. S. A flat cylinder theory for vessel impact and steady planing resistance // J. Ship Research.– 1996.– 40, N 2.– P. 89–106.
5. Альев Г. А. Отрывное обтекание кругового конуса конечной длины сверхзвуковым потоком воды // Динамика сплошной среды с нестационарными границами.– Чебоксары: Чувашский гос. ун-т, 1984.– С. 3–7.
6. Serebryakov V. Asymptotic approach for problems of axisymmetric supercavitation based on the slender body approximation // Proc. 3-rd Int. Symp. Cavitation: vol. 2.– Grenoble, 1998.– P. 61–70.
7. Васин А. Д. Расчет осесимметричных каверн за диском в сверхзвуковом потоке // Известия РАН.– 1997.– Вып. 4.– С. 54–62.
8. Wagner H. Uber stoss-und gleitvorgange an der oberflache von flussigkeiten // ZAMM.– 1932.– Н. 4.– S. 193–213.
9. Wang D. P., Rispin P. Three-dimensional planing at high Froude number // J. Ship Research.– 1971.– 15, N 3.– P. 221–231.
10. Коул Р. Подводные взрывы.– М.: ИИЛ, 1950.– 494 с.
11. Kusakawa, Ken-Ichi On the two-dimensional compressible flow over a thin symmetric obstacle with sharp shoulders placed in an unbounded fluid and in a choked wind tunnel // J. Phys. Soc. Japan.– 1957.– 12, N 9.– P. 1031–1041.
12. Хилтон У. Ф. Аэродинамика больших скоростей.– М.: ИИЛ, 1955.– 504 с.
13. Guderley K. G. Theorie schallnaher stromungen.– Berlin: Springer, 1957.– 376 p.
14. Гриб А. А., Рыжов О. С., Христианович С. А. Теория коротких волн // Ж. прикл. мех. техн. физ.– 1961.– N 1.– С. 63–75.
15. Черный Г. Г. Газовая динамика.– М.: Наука, 1988.– 424 с.
16. Бежанов К. А. Взаимодействие ударной волны с поверхностью жидкости // Ж. вычисл. мат. и мат. физ.– 1961.– 1, N 1.– С. 129–144.
17. Сверхзвуковые газовые струи.– Новосибирск: Наука, 1983.– 201 с.
18. Vincenti W. G., Wagoner C. B. Transonic flow past a wedge profile with detached bow wave // NASA Rep. 1180.– 1954.
19. Нейланд В. Я. К асимптотической теории присоединения сверхзвукового потока // Тр. ЦАГИ.– 1975.– Вып. 1650.– С. 3–16.
20. Yoshihara H. On the flow over a wedge in the upper transonic region // Proc. 2-nd Nat. Congr. Appl. Mech.– Ann Arbor, 1954.
21. Guderley K. G. The flow over a flat plat with a small angle attack at Mach number 1 // J. Aeronaut. Sci.– 1954.– 21, N 4.– P. 261–270.