УДК 539.3

А. Я. Григоренко, Н. П. Яремченко, С. Н. Яремченко

Расчет напряженно-деформированного состояния слоистых прямоугольных в плане пологих ортотропных оболочек в уточненной постановке

(Представлено членом-корреспондентом НАН Украины Л. П. Хорошуном)

Решена задача о напряженно-деформированном состоянии слоистой пологой прямоугольной в плане ортотропной оболочки в уточненной постановке. Развит численно-аналитический подход, основанный на применении сплайн-аппроксимации и метода дискретной ортогонализации. Напряженно-деформированное состояние ортотропных пологих слоистых оболочек исследовано при различных значениях стрелы подъема.

Слоистые отртотропные оболочки, изготовленные из композитных материалов, находят широкое применение в качестве конструктивных элементов в различных областях техники и строительства [1, 2]. Для оценки прочностных характеристик таких оболочечных элементов необходимо определять их напряженно-деформированное состояние, что требует разработки эффективных методов расчета [3, 4].

Ниже рассматривается статическое поведение слоистых пологих оболочек, материал которых является ортотропным [5, 6]. Исследования проводятся в рамках неклассической теории оболочек на основе уточненной модели прямолинейного элемента [3, 4, 6, 7]. Задача о напряженно-деформированном состоянии оболочек указанного класса описывается системой дифференциальных уравнений в частных производных десятого порядка с переменными коэффициентами и соответствующими краевыми условиями на контурах слоистых пологих оболочек. Решение такой задачи сопряжено со значительными трудностями вычислительного характера. Поэтому для ее решения предлагается численно-аналитический подход, основанный на сведении двумерной краевой задачи к системам обыкновенных дифференциальных уравнений с помощью применения метода сплайн-аппроксимации в одном из координатных направлений. Полученная одномерная краевая задача решена устойчивым методом дискретной ортогонализации.

В данной работе исследуется напряженное состояние слоистых пологих оболочек в уточненной постановке в зависимости от изменения характеристик ортотропии и степени пологости.

1. Рассмотрим многослойные пологие прямоугольные в плане оболочки, собранные из нечетного числа ортотропных слоев переменной толщины, симметричной относительно срединной поверхности структуры. При этом предполагается, что слои работают совместно без отрыва и скольжения. В качестве исходной принимаем модель уточненной постановки, основанной на гипотезе прямолинейного элемента. Суть принятой гипотезы состоит в том, что первоначально нормальный к координатной поверхности элемент после деформации остается прямолинейным, но уже не перпендикулярным к деформированной координатной поверхности. При этом принимается, что указанный элемент не изменяет свою длину.

В соответствии с принятой гипотезой перемещения оболочки представим в виде

$$
\begin{aligned}
&u_x(x,y,z) = u(x,y) + z\psi_x(x,y),\\
&u_y(x,y,z) = v(x,y) + z\psi_y(x,y),\\
&u_z(x,y,z) = w(x,y).
\end{aligned} \tag{1}
$$

где x, y, z — координаты точек оболочки; u_x, u_y, u_z — соответствующие перемещения; u, v, w — перемещения точек координатной поверхности в направлениях x, y, z; ψ_x, ψ_y — полные углы поворота прямолинейного элемента.

В соответствии с (1) выражения для деформаций записываем в виде

$$
\begin{aligned}
&e_x(x,y,z) = \varepsilon_x(x,y) + z\kappa_x(x,y); \qquad e_y(x,y,z) = \varepsilon_y(x,y) + z\kappa_y(x,y);\\
&e_{xy}(x,y,z) = \varepsilon_{xy}(x,y) + z2\kappa_{xy}(x,y);\\
&e_{xz}(x,y,z) = \gamma_x(x,y); \qquad e_{yz}(x,y,z) = \gamma_y(x,y),
\end{aligned} \tag{2}
$$

где

$$
\begin{aligned}
&\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} + k_1 w; \qquad \varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} + k_2 w; \qquad \varepsilon_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x};\\
&\kappa_x = \frac{\partial \psi_x}{\partial x} - k_1^2 w; \qquad \kappa_y = \frac{\partial \psi_y}{\partial y} - k_2^2 w; \qquad 2\kappa_{xy} = \frac{\partial \psi_x}{\partial y} + \frac{\partial \psi_y}{\partial x};\\
&\gamma_x = \psi_x - \vartheta_x; \qquad \gamma_y = \psi_y - \vartheta_y; \qquad \vartheta_x = -\frac{\partial w}{\partial x} + k_1 u; \qquad \vartheta_y = -\frac{\partial w}{\partial y} + k_2 v.
\end{aligned} \tag{3}
$$

В (3) ε_x, ε_y, ε_{xy} — тангенциальные, а κ_x, κ_y, κ_{xy} — изгибные деформации координатной поверхности; k_1, k_2 — кривизны; ϑ_x, ϑ_y — углы поворота нормали без учета поперечных сдвигов; γ_x, γ_y — углы поворота нормали, обусловленные поперечными сдвигами.

Уравнения равновесия имеют вид

$$
\begin{aligned}
&\frac{\partial N_x}{\partial x} + \frac{\partial N_{yx}}{\partial y} = 0; \qquad \frac{\partial N_y}{\partial y} + \frac{\partial N_{xy}}{\partial x} = 0; \qquad \frac{\partial Q_x}{\partial x} + \frac{\partial Q_y}{\partial y} - k_1 N_x - k_2 N_y + q = 0;\\
&\frac{\partial M_x}{\partial x} + \frac{\partial M_{yx}}{\partial y} - Q_x = 0; \qquad \frac{\partial M_y}{\partial y} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial x} - Q_y = 0;\\
&N_{xy} - k_2 M_{yx} - N_{yx} - k_1 M_{xy} = 0,
\end{aligned} \tag{4}
$$

где N_x, N_y, N_{xy}, N_{yx} — тангенциальные усилия; Q_x, Q_y — перерезывающие усилия; M_x, M_y, M_{xy}, M_{yx} — изгибающие и крутящие моменты.

Соотношения упругости для ортотропных оболочек симметричной структуры по толщине относительно выбранной координатной поверхности запишем в виде

$$
\begin{aligned}
&N_x = C_{11}\varepsilon_x + C_{12}\varepsilon_y; \qquad N_y = C_{12}\varepsilon_x + C_{22}\varepsilon_y;\\
&N_{xy} = C_{66}\varepsilon_{xy} + 2k_2 D_{66}\kappa_{xy}; \qquad N_{yx} = C_{66}\varepsilon_{xy} + 2k_1 D_{66}\kappa_{xy};\\
&M_x = D_{11}\kappa_x + D_{12}\kappa_y; \qquad M_y = D_{12}\kappa_x + D_{22}\kappa_y;\\
&M_{yx} = M_{xy} = 2D_{66}\kappa_{xy}; \qquad Q_x = K_1\gamma_x; \qquad Q_y = K_2\gamma_y.
\end{aligned} \tag{5}
$$

В соотношениях (5) коэффициенты определяются следующим образом:

$$
\begin{gathered}
C_{mp}=\sum_{i=1}^{n}\int\limits_{\gamma_{i-1}}^{\gamma_i} B_{mp}^{(i)}d\gamma; \quad K_m=\sum_{i=1}^{n}\int\limits_{\gamma_{i-1}}^{\gamma_i} \widetilde{K}_m^{(i)}d\gamma;\\
D_{mp}=\sum_{i=1}^{n}\int\limits_{\gamma_{i-1}}^{\gamma_i} B_{mp}^{(i)}\gamma^2 d\gamma \qquad (m,p=1,2,6),
\end{gathered}
\tag{6}
$$

где для каждого слоя

$$
\begin{gathered}
B_{11}=\frac{E_x}{1-\nu_x\nu_y}; \qquad B_{12}=\nu_y B_{11}; \qquad B_{22}=\frac{E_y}{1-\nu_x\nu_y};\\
B_{66}=G_{xy}h; \qquad \widetilde{K}_1=\frac{5}{6}G_{xz}; \qquad \widetilde{K}_2=\frac{5}{6}G_{yz}.
\end{gathered}
\tag{7}
$$

В формулах (7) E_x, E_y, ν_x, ν_y — модули упругости и коэффициенты Пуассона в направлениях x и y; G_{xy}, G_{xz}, G_{yz} — модули сдвига соответствующего слоя.

Если ввести обозначения

$$
\frac{\partial u}{\partial x}=\widetilde{u}; \qquad \frac{\partial v}{\partial x}=\widetilde{v}; \qquad \frac{\partial w}{\partial x}=\widetilde{w}; \qquad \frac{\partial \psi_x}{\partial x}=\widetilde{\psi}_x; \qquad \frac{\partial \psi_y}{\partial x}=\widetilde{\psi}_y,
\tag{8}
$$

то с использованием (3)–(5) разрешающие уравнения относительно функций u, $\widetilde{u}$, v, $\widetilde{v}$, w, $\widetilde{w}$, ψ_x, $\widetilde{\psi}_x$, ψ_y, $\widetilde{\psi}_y$ можно записать в виде

$$
\begin{aligned}
&\widetilde{u}=\frac{\partial u}{\partial x}; \qquad \widetilde{v}=\frac{\partial v}{\partial x}; \qquad \widetilde{w}=\frac{\partial w}{\partial x}; \qquad \widetilde{\psi}_x=\frac{\partial \psi_x}{\partial x}; \qquad \widetilde{\psi}_y=\frac{\partial \psi_y}{\partial x};\\
&\frac{\partial \widetilde{u}}{\partial x}=a_{11}\widetilde{u}+a_{12}\frac{\partial u}{\partial y}+a_{13}\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+a_{14}\widetilde{v}+a_{15}\frac{\partial v}{\partial y}+a_{16}\frac{\partial \widetilde{v}}{\partial y}+a_{17}w+a_{18}\widetilde{w}+\\
&\qquad +a_{19}\frac{\partial \psi_x}{\partial y}+a_{1,10}\frac{\partial^2 \psi_x}{\partial y^2}+a_{1,11}\widetilde{\psi}_y+a_{1,12}\frac{\partial \widetilde{\psi}_y}{\partial y};\\
&\frac{\partial \widetilde{v}}{\partial x}=a_{21}\widetilde{u}+a_{22}\frac{\partial u}{\partial y}+a_{23}\frac{\partial \widetilde{u}}{\partial y}+a_{24}v+a_{25}\widetilde{v}+a_{26}\frac{\partial v}{\partial y}+a_{27}\frac{\partial^2 v}{\partial y^2}+a_{28}w+\\
&\qquad +a_{29}\frac{\partial w}{\partial y}+a_{2,10}\widetilde{\psi}_x+a_{2,11}\frac{\partial \widetilde{\psi}_x}{\partial y}+a_{2,12}\psi_y+a_{2,13}\frac{\partial \psi_y}{\partial y}+a_{2,14}\frac{\partial^2 \psi_y}{\partial y^2};\\
&\frac{\partial \widetilde{w}}{\partial x}=a_{31}u+a_{32}\widetilde{u}+a_{33}v+a_{34}\frac{\partial v}{\partial y}+a_{35}w+a_{36}\widetilde{w}+a_{37}\frac{\partial w}{\partial y}+\\
&\qquad +a_{38}\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}+a_{39}\psi_x+a_{3,10}\widetilde{\psi}_x+a_{3,11}\psi_y+a_{3,12}\frac{\partial \psi_y}{\partial y}+a_{3,13}q;\\
&\frac{\partial \widetilde{\psi}_x}{\partial x}=a_{41}u+a_{42}w+a_{43}\widetilde{w}+a_{44}\psi_x+a_{45}\widetilde{\psi}_x+a_{46}\frac{\partial \psi_x}{\partial y}+a_{47}\frac{\partial^2 \psi_x}{\partial y^2}+\\
&\qquad +a_{48}\widetilde{\psi}_y+a_{49}\frac{\partial \psi_y}{\partial y}+a_{4,10}\frac{\partial \widetilde{\psi}_y}{\partial y};
\end{aligned}
\tag{9}
$$

$$\frac{\partial\widetilde{\psi}_y}{\partial y} = a_{51}v + a_{52}w + a_{53}\frac{\partial w}{\partial y} + a_{54}\widetilde{\psi}_x + a_{55}\frac{\partial\psi_x}{\partial y} + a_{56}\frac{\partial\psi_x}{\partial y} + \\ + a_{57}\psi_y + a_{58}\widetilde{\psi}_y + a_{59}\frac{\partial\psi_y}{\partial y} + a_{5,10}\frac{\partial^2\psi_y}{\partial y^2}.$$

Коэффициенты a_{ij} в общем случае зависят от x и y.

Будем рассматривать на краях оболочки жесткое закрепление. В этом случае

$$u = v = w = 0; \qquad \psi_x = \psi_y = 0 \tag{10}$$

при $x = 0$, $x = a$ и при $y = 0$, $y = b$.

2. Для решения рассматриваемого класса двумерных краевых задач применим подход, основанный на аппроксимации искомого решения в одном координатном направлении с помощью сплайн-функций, а для решения полученной при этом одномерной краевой задачи используем устойчивый численный метод дискретной ортогонализации [4, 6, 7].

В систему (9) входят производные от разрешающих функций по координате y не выше второго порядка. На этом основании при аппроксимации решений по координате y можно ограничиться сплайн-функциями третьей степени. Тогда искомое решение краевой задачи для системы уравнений (9) с соответствующими граничными условиями представим в следующем виде:

$$u(x,y) = \sum_{i=o}^{N} u_i(x)\varphi_{1i}(y); \quad v(x,y) = \sum_{i=o}^{N} v_i(x)\varphi_{2i}(y); \quad w(x,y) = \sum_{i=o}^{N} w_i(x)\varphi_{3i}(y); \\ \psi_x(x,y) = \sum_{i=o}^{N} \psi_{xi}(x)\varphi_{4i}(y); \qquad \psi_y(x,y) = \sum_{i=o}^{N} \psi_{yi}(x)\varphi_{5i}(y), \tag{11}$$

где $u_i(x)$, $v_i(x)$, $w_i(x)$, $\psi_{xi}(x)$, $\psi_{yi}(x)$ — искомые функции переменной x, $\varphi_{ji}(y)$ $(j = \overline{1,5})$ — линейные комбинации B-сплайнов на равномерной сетке Δ: $0 = y_0 < y_1 < \cdots < y_N = b$, удовлетворяющие граничным условиям на контурах $y = 0$ и $y = b$. В систему входят производные от разрешающих функций по координате y не выше второго порядка и можно ограничиться аппроксимацией сплайн-функциями третьей степени [4].

При этом функции $\varphi_{ji}(y)$ формируются таким образом, чтобы удовлетворить граничным условиям. В случае жесткой заделки разрешающие функции на контурах равны нулю, поэтому можно положить

$$\varphi_{j0}(y) = -4B_3^{-1}(y) + B_3^0(y); \qquad \varphi_{j1}(y) = B_3^{-1}(y) - \frac{1}{2}B_3^0(y) + B_3^1(y); \\ \varphi_{ji}(y) = B_3^i(y) \qquad (i = 2, 3, \ldots, N-2). \tag{12}$$

Аналогично представляются функции $\varphi_{j,N-1}(y)$ и $\varphi_{j,N}(y)$.

Подставляя решение (11) в разрешающую систему уравнений (9) и в соответствии с методом сплайн-коллокации требуя их удовлетворения в заданных точках коллокации $\xi_k \in [0,b]$, $k = \overline{0,N}$, получаем систему обыкновенных дифференциальных уравнений порядка $10(N+1)$ относительно функций u_i, $\widetilde{u}_i$, v_i, $\widetilde{v}_i$, w_i, $\widetilde{w}_i$, ψ_{xi}, $\widetilde{\psi}_{xi}$, ψ_{yi}, $\widetilde{\psi}_{yi}$ $(i = 0, \ldots, N)$, которую можно представить в виде

$$\frac{d\overline{Y}}{dx} = A\overline{Y} + \overline{f}, \tag{13}$$

где

$$\overline{Y} = \{u_0, \ldots, u_N, \widetilde{u}_0, \ldots, \widetilde{u}_N, v_0, \ldots, v_N, \widetilde{v}_0, \ldots, \widetilde{v}_N, w_0, \ldots, w_N, \widetilde{w}_0, \ldots, \widetilde{w}_N,$$
$$\psi_{x0}, \ldots, \psi_{xN}, \widetilde{\psi}_{x0}, \ldots, \widetilde{\psi}_{xN}, \psi_{y0}, \ldots, \psi_{yN}, \widetilde{\psi}_{y0}, \ldots, \widetilde{\psi}_{yN}\}^T \; —$$

вектор-функция от x; $\overline{f}$ — вектор правых частей; A — квадратная матрица, элементы которой зависят от x.

Граничные условия для полученной системы обыкновенных дифференциальных уравнений можно записать так:

$$B_1\overline{Y}(x_1) = \overline{b}_1; \qquad B_2\overline{Y}(x_2) = \overline{b}_2. \tag{14}$$

Для решения одномерной краевой задачи (13), (14) применим устойчивый численный метод дискретной ортогонализации.

3. С помощью изложенного подхода были решены в уточненной постановке задачи для трехслойных пологих оболочек, рассмотренных в статье [6] с использованием классической теории. При этом верхний и нижний слои оболочек изотропные, а внутренний слой — ортотропный. Оболочки находятся под действием нормальной нагрузки $q_\gamma = q_0 = \text{const}$, а стороны оболочки жестко закреплены.

Следуя [6], принимаем, что модуль упругости $E_x = E$, модуль упругости $E_y = \mu E$, модуль сдвига $G_{xy} = \lambda E$, коэффициент Пуассона — ν_x. Будем рассматривать три варианта упругих постоянных внутреннего слоя:

I. $\mu = 2$; $\lambda = 0{,}3$; $\nu_x = 0{,}075$;

II. $\mu = 1$; $\lambda = 0{,}385$; $\nu_x = 0{,}3$;

III. $\mu = 0{,}5$; $\lambda = 0{,}125$; $\nu_x = 0{,}15$.

Значения упругих постоянных для варианта II соответствуют изотропному материалу. Толщина среднего слоя оболочки равна $0{,}4h$, а внутреннего и наружного слоев — $0{,}3h$. Величина стрелы подъема $f = f_x + f_y$, где $f_x = R_x - \sqrt{R_x^2 - a^2/4}$, $f_y = R_y - \sqrt{R_y^2 - b^2/4}$. $R_x = 1/k_1$, $R_y = 1/k_2$ — радиусы кривизны срединной поверхности. Размеры основания и толщина оболочки равны $a = 12$, $b = 10$, $h = 0{,}4$. При расчетах полагаем, что $f_x = f_y$, поэтому если $f_x = 0{,}25$, то $R_x = 72{,}125$, $R_y = 50{,}125$; если $f_x = 0{,}5$, то $R_x = 36{,}25$, $R_y = 25{,}25$; если $f_x = 1$, то $R_x = 18{,}5$, $R_y = 13$.

В табл. 1 проведено сравнение результатов для прогибов в сечении $x = 6$, полученных в работе [6] по классической теории (колонки *а*), и результатов, полученных по предложенной методике (колонки *б*). При этом следует заметить, что при расчете по классической теории не учитываются характеристики G_{xz} и G_{yz}, и в работе [6] они не указаны, поэтому при расчете в уточненной постановке принимаем $G_{xz} = G_{yz} = G_{xy}$.

Как видно из табл. 1, полученные результаты различаются незначительно, и выбранные параметры оболочки позволяют проводить достаточно точные расчеты как в классической, так и уточненной теориях.

Также решена задача о напряженно-деформированном состоянии трехслойной пологой оболочки, у которой все слои ортотропные. Причем материал, из которого изготовлены слои, один и тот же, но волокна во внутреннем и во внешних слоях расположены по-разному, и в этом случае для внутреннего слоя $\nu_x = 0{,}277$, $E_x = 5{,}7E_0$, $E_y = 1{,}4E_0$, $G_{xy} = G_{xz} = 0{,}57E_0$, $G_{yz} = 0{,}5E_0$, а для верхнего и нижнего слоев — $\nu_y = 0{,}277$, $E_y = 5{,}7E_0$, $E_x = 1{,}4E_0$, $G_{xy} = G_{yz} = 0{,}57E_0$, $G_{xz} = 0{,}5E_0$. Толщины слоев, размеры оболочки и другие

Таблица 1. Величины прогибов, полученные с применением различных теорий

f_x	y	wE/q_0					
		I		II		III	
		а	*б*	*а*	*б*	*а*	*б*
0	1	410,2	431,9	422,6	438,2	435,7	467,2
	2	1235	1272	1268	1293	1307	1364
	3	2066	2109	2118	2143	2183	2253
	4	2652	2698	2715	2740	2799	2876
	5	2861	2907	2928	2952	3018	3097
0,5	1	144,1	149,7	160,9	165,8	155,1	195,4
	2	427,3	434	474,5	479,6	546,2	559,00
	3	705,5	709,2	779,7	782,2	897,1	907,9
	4	896,9	898,2	988,4	988,7	1138	1146
	5	964,2	964,5	1062	1061	1222	1229
1	1	51,7	54,09	60,2	62,27	73,0	77,03
	2	147,3	148,90	169,5	170,7	205,6	208,50
	3	234,0	233,2	267,1	266	324,1	323,4
	4	289,6	286,8	328,7	325,7	399,0	395,5
	5	308,3	304,7	349,2	345,6	424,1	419,5

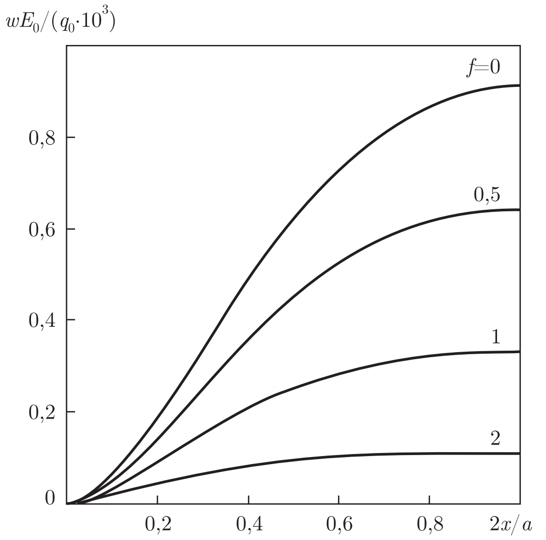

Рис. 1

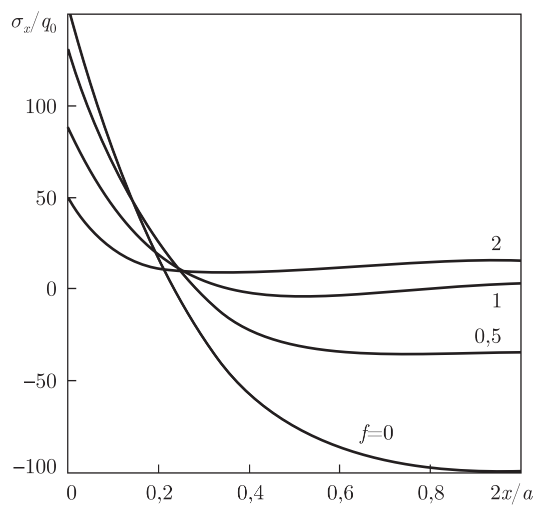

Рис. 2

данные выбраны такими же, как и в предыдущей задаче. На рис. 1 показаны распределения прогибов wE_0/q_0 в сечении $y = 5$ в зависимости от стрелы подъема f. Как видно из графиков, с увеличением стрелы подъема прогибы уменьшаются. При этом прогибы для оболочки со стрелой подъема $f = 2$ примерно в 9 раз меньше, чем прогибы для пластинки с соответствующими размерами в плане. На рис. 2 показаны распределения напряжений σ_x/q_0 в сечении $y = 5$ на внутренней поверхности оболочки в зависимости от стрелы подъема f. Максимальные напряжения при этом достигаются у края оболочки и для пластинки они превышают максимальные значения напряжений для оболочки со стрелой подъема $f = 2$ более чем в 3 раза.

1. *Амбарцумян С. А.* Общая теория анизотропных оболочек. – Москва: Наука, 1974. – 446 с.
2. *Власов В. З.* Общая теория оболочек. – Москва; Ленинград: ГИТТЛ, 1949. – 784 с.

3. *Григоренко Я. М., Шевченко Ю. Н., Василенко А. Т. и др.* Численные методы // Механика композитов: в 12 т. / Под общ. ред. А. Н. Гузя. – Т. 11. – Киев: А. С. К., 2002. – 448 с.
4. *Григоренко Я. М., Влайков Г. Г., Григоренко А. Я.* Численно-аналитическое решение задач механики оболочек на основе различных моделей. – Киев: Академпериодика, 2006. – 472 с.
5. *Лехницкий С. Г.* Теория упругости анизотропного тела. – Москва: Наука, 1977. – 416 с.
6. *Григоренко Я. М., Крюков Н. Н., Иванова Ю. И.* Анализ напряженного состояния двояковыпуклых слоистых ортотропных оболочек при различной степени пологости // Прикл. механика. – 2003. – **39**, № 6. – С. 74–81.
7. *Grigorenko Ya. M., Yaremchenko S. N.* Analysis of an effect of orthotropy parameters on displacements and stresses in non-thin cylindrical shells with an elliptic cross-section // Int. Appl. Mech. – 2007. – **43**, No 6. – P. 654–661.

Институт механики им. С. П. Тимошенко
НАН Украины, Киев

Поступило в редакцию 11.05.2011

О. Я. Григоренко, Н. П. Яремченко, С. М. Яремченко

Розрахунок напружено-деформованого стану шаруватих прямокутних в плані пологих ортотропних оболонок в уточненій постановці

Розв'язано задачу про напружено-деформований стан шаруватої пологої прямокутної в плані ортотропної оболонки в уточненій постановці. Розвинуто чисельно-аналітичний підхід, який базується на застосуванні сплайн-апроксимації та методу дискретної ортогоналізації. Напружено-деформований стан ортотропних пологих шаруватих оболонок досліджено при різних значеннях стріли підйому.

A. Ya. Grigorenko, N. P. Yaremchenko, S. N. Yaremchenko

Calculation of a stress-strain state of layered shallow orthotropic shells rectangular in plan in a refined formulation

The problem of the stress-strain state of a layered orthotropic shallow shell rectangular in plan is studied in a refined statement. The numerical-analytical method is developed using the spline-approximation and the discrete-orthogonalization methods. The stress-strain state of orthotropic shallow layered shells is investigated for various magnitudes of the camber of arch.