

## Моделювання та оптимальне управління залишками на поточних рахунках клієнтів банку

*Одними із основних ресурсів, які збільшують ризик ліквідності у банках, є залишки на поточних рахунках клієнтів. Ці залишки являються дуже волатильними ресурсами і банк ніколи не може бути впевнений у тому, скільки залишків на поточних рахунках у нього залишаться на кінець робочого дня. Але залишки на поточних рахунках являються фінансовим процесом, який можна моделювати, прогнозувати та регулювати.*

***Ключові слова:** залишки на поточних рахунках, ARIMA, рівняння множинної регресії, ставка фондування, оптимальне керування.*

*One of the main resources that increase the risk of liquidity in banks are current accounts. Rests on these accounts are volatile resource and bank can never be sure how much rests sleep on accounts at the end of day. But rests on current accounts are the financial processes which can be modeled, forecasted and regulated.*

***Keywords:** rests on current accounts, ARIMA, multiple regression equation, fund rate, optimal control.*

**Актуальність.** Після іпотечної кризи США, яка почалася у 2007, територією всього світу поширилися проблеми у банківській системі. Виникли вони через розриви у ліквідності банківської системи. Одним із ресурсів, який до цього призвів, були залишки на поточних рахунках клієнтів. Важливість таких ресурсів надзвичайна, і їх моделювання та керування ними дає змогу проводити

ефективну фінансову політику у банку: стабілізацію та оптимальний розподіл ресурсів.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Раніше були розроблені моделі, які описують поведінку залишків на поточних рахунках клієнтів банку, наприклад в [1,2]. Але модель, яка описана у [1], не сумісна з українським ринком, у той час як модель, яка описана у [2], не враховує жодних фундаментальних факторів, наприклад, ставки кредитування або спреди між ставками різних строків. Українському ринку притаманні наступні недоліки: обмежений об'єм інформації, велика волатильність факторів, дуже швидко змінюються умови середовища існування. В умовах українського ринку потрібно розробляти власні моделі, які залежать від різноманітних факторів, та постійно їх корегувати.

Задача керування залишками на поточних рахунках була розглянута для моделей у просторі станів [3]. Це була перша спроба використання алгоритмів керування, які створювалися для технічних систем [4,5,6], для моделей, які описують соціально-економічні процеси.

**Мета статті.** Створення моделей, які описують реальний економічний процес, визначення меж їх використання та створення регулятора з мінімальною узагальненою дисперсією для керування модельованим процесом.

**Постановка завдання:**

1. Створити моделі залишків на поточних рахунках клієнтів банку, які описують їх динаміку протягом певного періоду часу. Проаналізувати їх якість та визначити межі використання.

2. Використати алгоритм керування на основі регулятора з мінімальною узагальненою дисперсією, якщо вважати, що модель була стабільна у минулому.

## **Основний матеріал**

### *Моделювання однорідних залишків на поточних рахунках клієнтів банку*

#### **Вхідні та вихідні змінні**

На рис. 1 та на рис. 2 зображені схеми двох моделей. Вихідною (прогнозованою) величиною є мінімальні однорідні залишки протягом місяця на поточних рахунках клієнтів юридичних осіб банку.

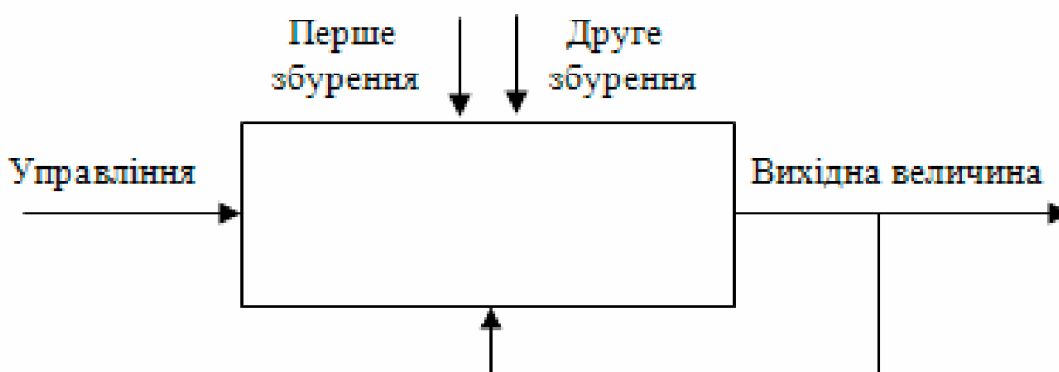


Рис. 1. Схема моделі з авторегресією

Банківська практика показує, що поточні рахунки становлять значну частину пасивів банків. Їх прогнозування дає змогу виділити банку додаткову ресурсну базу, що може покращити ліквідність банку без значних додаткових процентних платежів. На рис. 3 можна побачити графік вихідної величини у ретроспективі.

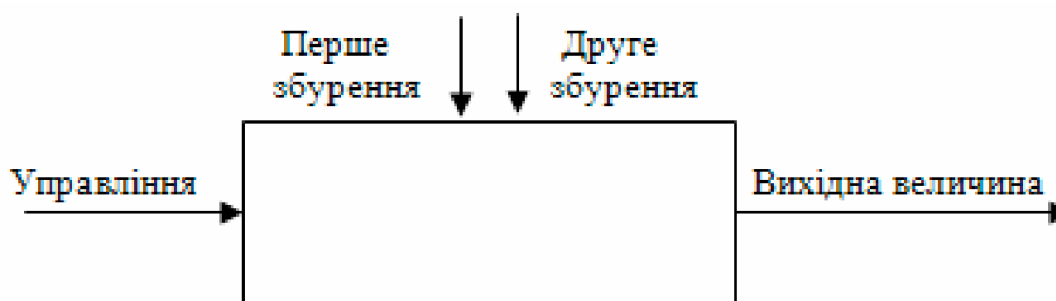


Рис. 2. Схема моделі без авторегресії

В розроблених моделях присутнє управління. З точки зору банку, на мінімальні однорідні залишки він може впливати за допомогою ставки фондування [1].

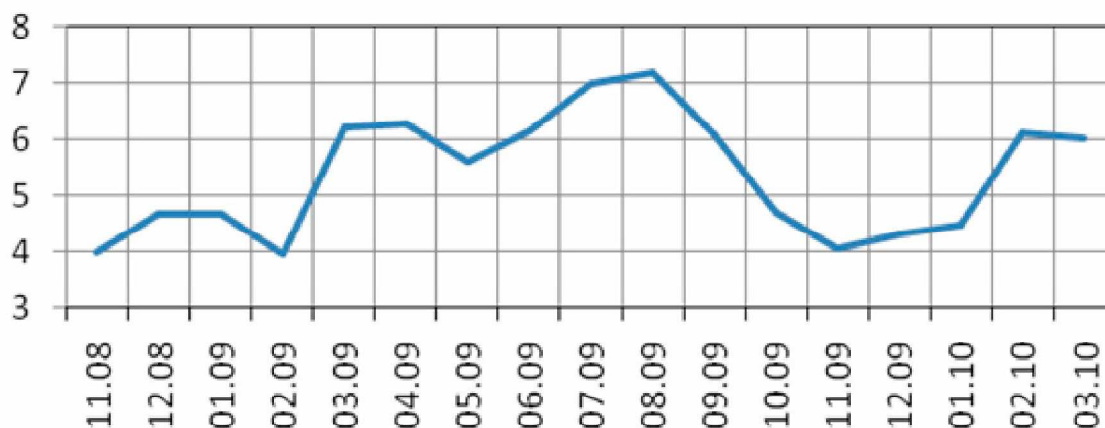


Рис. 3. Графік мінімальних однорідних залишків (у безрозмірних одиницях)

Ставка фондування є трансферною ціною ресурсів банку, за допомогою якої банк виконує перерозподіл процентних, валютних, кредитних ризиків та ризиків ліквідності між тими підрозділами, які за них відповідають. На рис. 4 зображена історична поведінка ставки фондування.

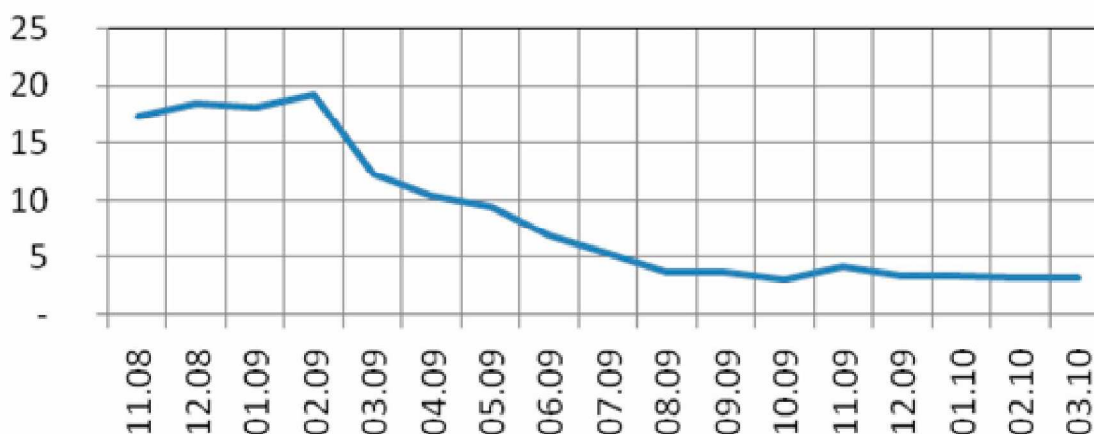


Рис. 4. Графік ставок фондування (у процентних пунктах)

Збурення у моделях два. Перше збурення – це середньозважена процентна ставка за міжбанківськими кредитами на 3 місяці, а друге – середньозважена процентна ставка за міжбанківськими кредитами на 1 місяць. Перше збурення є індикатором ціни довгострокових ресурсів. У той самий час друге збурення є індикатором ціни більш короткострокових ресурсів.

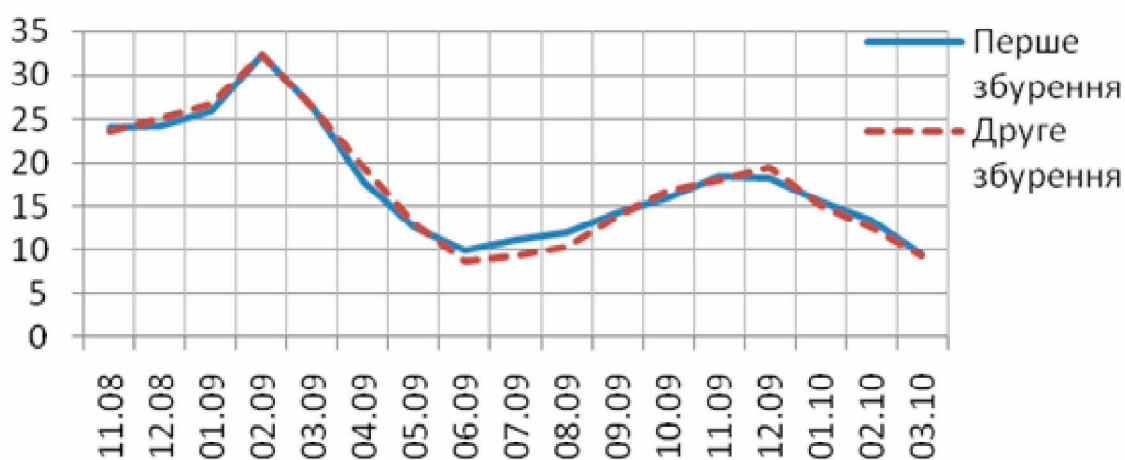


Рис. 5. Графік збурень (у процентних пунктах)

Використання двох ставок з різними строками базується на ідеї спредів. Різниця між ставками визначає поведінку ставок – зростаючий тренд чи спадаючий. На рис. 5 подані графіки наших збурень.

#### **Результати оцінювання моделі з авторегресією**

У табл. 1 подані результати оцінювання коефіцієнтів моделі за допомогою методу найменших квадратів. Ця модель має один авторегресійний член та 6 регресорів, тобто її можна записати як ARMAX(1,0,6).

Як можна побачити з індикатора значущості, при 5-ти процентній ймовірності помилки три змінні є незначущими: Процентна ставка на місяць з лагом 1, Ставка фондування з лагом 1, Ставка фондування з лагом 2.

Але було вирішено їх залишити виходячи з наступних міркувань:

Таблиця 1

Результати оцінювання коефіцієнтів для моделі ARMAX(1,0,6)

Змінна	Значення коефіцієнту	Індикатор значущості
Однорідні мінімальні залишки	0.68	0.01%
Процентна ставка на 3 місяця	0.64	1.67%
Процентна ставка на 3 місяця з лагом в 1	0.56	2.65%
Процентна ставка на місяць	- 0.80	0.51%
Процентна ставка на місяць з лагом 1	- 0.31	13.93%
Ставка фондування з лагом 1	0.06	60.28%
Ставка фондування з лагом 2	- 0.07	52.67%
Вільний член	відсутній	-

1. За процентними ставками на модель повинна впливати також динаміка ставок.

2. Ставки фондування є для моделі керуванням. Тому таке значення індикатора значущості може говорити про те, що вплив керування на історичну поведінку був незначним, а не про те, що треба знехтувати цими змінними. При впровадженні керування процесом цей коефіцієнт значно збільшиться за абсолютним значенням.

Виходячи з отриманих коефіцієнтів, можна записати наступне рівняння для опису моделі:

$$\begin{aligned}
 MinSL_t &= -\lambda MinSL_{t-1} + (\lambda_1^{AIR3M} + \lambda_2^{AIR3M} z^{-1}) AIR3M_t + \\
 &+ (\lambda_1^{AIRM} + \lambda_2^{AIRM} z^{-1}) AIRM_t + z^{-1} (\beta_1^{BIR} + \beta_2^{BIR} z^{-1}) BIR_t =, \quad (1) \\
 &= 0.68 MinSL_{t-1} + 0.64 AIR3M_t + 0.56 AIR3M_{t-1} - \\
 &- 0.8 AIRM_t - 0.31 AIRM_{t-1} + 0.06 BIR_{t-1} - 0.07 BIR_{t-2}
 \end{aligned}$$

де  $z^{-1}$  - оператор зворотного зсуву на один період квантування,

$MinSL_{t-i}$  - мінімальний залишок у місяці з лагом  $i$  від поточного,

$AIR3M_{t-i}$  - середньозважена ставка на міжбанківському ринку строком 3 місяці в місяці з лагом  $i$  від поточного,

$AIRM_{t-i}$  - середньозважена ставка на міжбанківському ринку строком 1 місяць в місяці з лагом  $i$  від поточного,

$BIR_{t-i}$  - ставка фондування в місяці з лагом  $i$  від поточного.

Ставки фондування беруться з більшим зсувом, оскільки вважається, що у керування існує додатковий лаг. При розробці моделі вважалось, що додатковий лаг дорівнює одиниці. Практикою підтверджується, що ставки фондування починають впливати на поведінку клієнтів лише через місяць.

Що стосується якості оцінювання, то зкорегований коефіцієнт  $R^2 = 0.72$ , що являється достатньо гарним результатом. На рис. 6 подані графіки мінімальних залишків на поточних рахунках: реальних та розрахованих за моделлю.

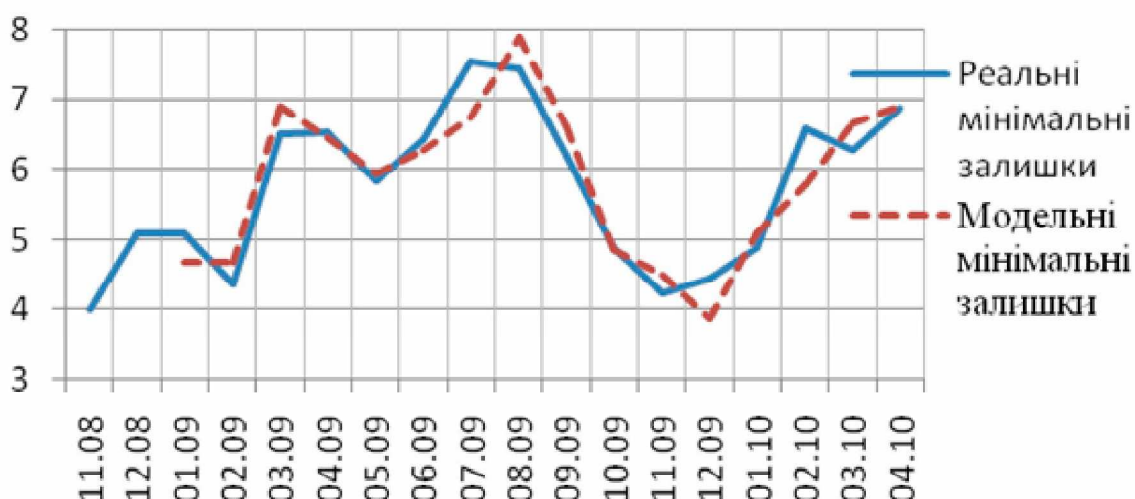


Рис. 6. Графіки реальних та модельних залишків для моделі ARMAX(1,0,6)

### Результати оцінювання моделі без авторегресії

У табл. 2 подані результати оцінювання коефіцієнтів моделі за допомогою методу найменших квадратів. Оскільки в даній моделі відсутній авторегресивний член та присутні тільки 6 регресорів, то маємо рівняння множинної регресії.

Як можна побачити з індикатора значущості, при 5-ти процентній ймовірності помилки вже лише дві змінні є незначущими: Ставка фондування з лагом 1, Ставка фондування з лагом 2. Але вони залишились у моделі з тих самих міркувань, що згадувалися раніше.

Виходячи з отриманих коефіцієнтів, можна записати наступне рівняння для опису моделі:

$$\begin{aligned} \text{MinSL}_t &= (\lambda_1^{\text{AIR3M}} + \lambda_2^{\text{AIR3M}} z^{-1}) \text{AIR3M}_t + \\ &+ (\lambda_1^{\text{AIRM}} + \lambda_2^{\text{AIRM}} z^{-1}) \text{AIRM}_t + z^{-1} (\beta_1^{\text{BIR}} + \beta_2^{\text{BIR}} z^{-1}) \text{BIR}_t + a_0 =, \quad (2) \\ &= 0.28 \text{AIR3M}_t + 0.7 \text{AIR3M}_{t-1} - \\ &- 0.47 \text{AIRM}_t - 0.59 \text{AIRM}_{t-1} + 0.04 \text{BIR}_{t-1} + 0.07 \text{BIR}_{t-2} + 5.87 \end{aligned}$$

де позначення ті самі, що і для моделі ARMAX(1,0,6).

Таблиця 2

### Результати оцінювання коефіцієнтів для рівняння множинної регресії

Змінна	Значення коефіцієнту	Індикатор незначущості
Мінімальні залишки	відсутній	-
Процентна ставка на 3 місяця	0.28	4.07%
Процентна ставка на 3 місяця з лагом в 1	0.70	0.01%
Процентна ставка на місяць	-0.47	0.32%
Процентна ставка на місяць з лагом 1	-0.59	0.02%
Ставка фондування з лагом 1	0.04	50.52%
Ставка фондування з лагом 2	0.07	13.35%
Вільний член	5.87	0.00%



Стосовно якості оцінювання, то зкорегований коефіцієнт  $R^2 = 0.93$ , що є дуже гарним результатом та значно кращим, ніж для моделі ARMAX(1,0,6). На рис. 7 подані графіки мінімальних залишків на поточних рахунках: реальних та розрахованих на моделі.

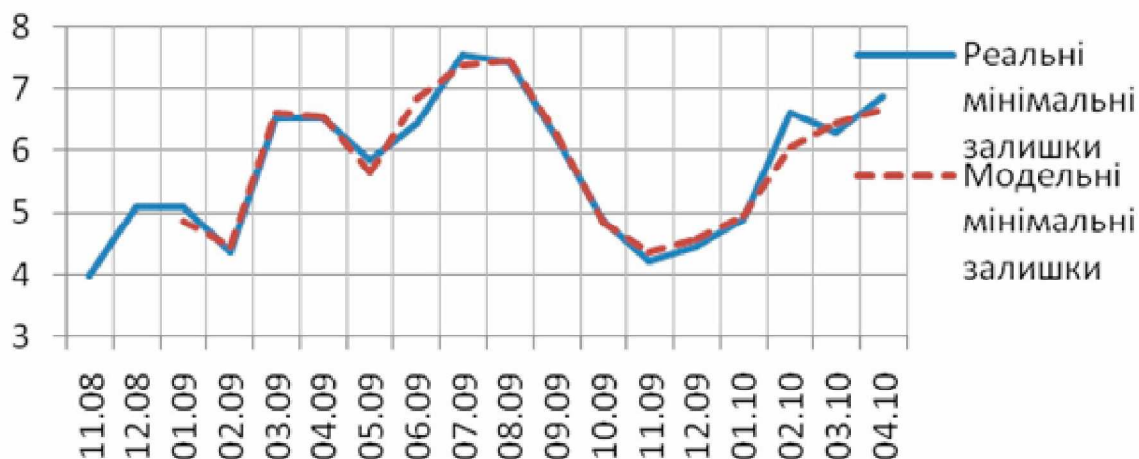


Рис. 7. Графіки реальних та модельних залишків для рівняння множинної регресії

### Аналіз моделі з авторегресією

1. Коефіцієнт при авторегресійному члені дорівнює 0.68, що вказує на дуже велику оборотність ресурсів. На наступний місяць залишається тільки 68% від об'єму теперішнього місяця. Всі інші ресурси відтікають і заміщаються новими, котрих може і не бути. Це впливає на можливість створення адекватної прогнозної моделі.

2. Ставки фондування мають дуже незначний вплив і тому досягти значних успіхів в управлінні буде достатньо складно. Дуже цікавим є той факт, що нас не цікавлять самі значення ставок фондування, а цікавить лише різниця між ними (коефіцієнти при минулому та позаминулому значеннях мають майже однакові значення, але різні за знаком). При керуванні це може призвести до дуже чутливих стрибків у ставці фондування між місяцями, щоб

досягти більш сильного впливу на мінімальні залишки. Оскільки великі стрибки у ставці фондування є достатньо небезпечними, то цю модель треба використовувати дуже обережно.

3. Різностпрямованість знаків коефіцієнтів при процентних ставках на 3 та 1 місяць підтверджує ідею спредів. Збільшення ставок довгострокових ресурсів сигналізує про збільшення ставок у майбутньому, що призводить до збільшення залишків на поточних рахунках. Клієнти вирішують почекати із внесенням ресурсів на депозитні рахунки. І навпаки, коли ставки короткострокових ресурсів більші, клієнти стараються швидше внести ресурси на депозитні рахунки, що створює тиск на залишки на поточних рахунках.

4. Для даної моделі дуже важливим є значення процентних ставок, оскільки коефіцієнти за абсолютним значенням відрізняються.

### **Аналіз рівняння множинної регресії**

1. Авторегресійний член відсутній, що вказує на відсутність перетікання коштів клієнтів із місяця в місяць. Авторегресійний член був заміщений вільним членом, який визначає рівень, навколо якого відбуваються всі коливання.

2. Як і для моделі ARIMA ставки фондування мають незначний вплив. Але для моделі є важливими саме значення ставок фондування у минулий та позаминулий місяці, а не різниця між ними. Це дозволяє виконувати керування дуже плавно, що є необхідним в умовах ринкової економіки.

3. Щодо ідеї спредів, то вона також підтверджується цією моделлю.

4. Для даної моделі дуже важливим є значення процентних ставок, оскільки коефіцієнти за абсолютним

значенням відрізняються. Також треба відзначити більші абсолютні значення коефіцієнтів моделі при процентних ставках за минулий місяць, ніж за поточний.

### **Порівняльний аналіз двох моделей**

У табл. 3 наведені значення індикаторів.

1. Очікувані значення та відхилення для обох моделей є однаковими.

2. Всі коефіцієнти, що відповідають за якість оцінювання, вказують на те, що рівняння множинної регресії описує мінімальні залишки на поточних рахунках більш якісно, ніж ARMAX(1,0,6). Але треба зазначити, що статистика Дурбіна-Ватсона для рівняння множинної регресії більша, ніж для моделі ARMAX(1,0,6). Це вказує на те, що у цій моделі залишки являються більш корельованими.

3. Стандартне відхилення помилки майже у два рази менше для рівняння множинної регресії.

Таблиця 3

#### **Порівняння двох моделей**

Характеристика	АРКС(1,6)	Рівняння множинної регресія
Зкорегований $R^2$	0,72	0,93
Стандартне відхилення помилки	0,58	0,28
Очікуване значення	5,82	5,82
Стандартне відхилення	1,10	1,10
Критерій Акайке	38,90	37,47
Критерій Шварца	39,23	37,80
Статистика Дурбіна-Ватсона	2,50	2,67

### ***Керування однорідними залишками на поточних рахунках клієнтів банку***

---

## Регулятори з мінімальною узагальненою дисперсією

Регуляторами з мінімальною дисперсією називають регулятори, розрахунок яких заснований на мінімізації дисперсії регульованої змінної  $y_t$

$$\text{var}(y_t) = E\{y_t^2\}. \quad (3)$$

Такий критерій застосовувався в роботі [4]. З огляду на те, що в цей критерій не входить (із ваговим коефіцієнтом) керуюча змінна  $u_t$ , у багатьох випадках спостерігаються досить значні зміни сигналу керування на виході регулятора. Тому в [5] було запропоновано доповнити критерій зваженим значенням керуючої змінної  $u_t$  та мінімізувати величину

$$I_{t+i} = E\{y_{t+i}^2 + ru_t^2\}, i = d + 1. \quad (4)$$

Введення управляючого впливу не дозволяє отримати мінімум дисперсії регульованої змінної; замість неї мінімізується зважена сума дисперсій регульованої та керованої змінних. Регулятори, оптимізовані за таким критерієм, іменуються регуляторами з мінімальною узагальненою дисперсією [6]. Якщо  $r$  прирівняти до 0, то отримаємо регулятор з мінімальною дисперсією.

Цей регулятор повинен виробляти таку послідовність вхідних керуючих впливів  $u_t$ , яка мінімізує критерій  $I_{t+i}$ . Зазначимо, що в критерії якості  $I_{t+i}$  використовується величина  $y_{t+i}$ , а не  $y_t$ , оскільки вважається що керуюча змінна  $u_t$  діє на вихідну координату  $y_t$  з якимось лагом  $i$ , у силу чого керуючий вплив  $u_t$  не впливає на величину регульованої змінної  $y_t$ . Зважаючи на це необхідно

виразити  $y_{t+i}$  через функції значень, які спостерігалися раніше,  $y_{t+i-1}, y_{t+i-2}, \dots; u_t, u_{t-1}, \dots$

Синтез регуляторів з мінімальною дисперсією за критерієм (4) проводиться у припущенні, що сигнал задавального впливу відсутній, тобто  $G_t = 0$ . Тоді помилка керування регулятора  $e_t = G_t - y_t = -y_t$ .

Використовуючи розширений критерій якості

$$I_{t+i} = E\{(y_{t+i} - G)^2 + r(u_t - \bar{u})^2\}, i = d + 1 \quad (5)$$

можна мінімізувати узагальнену дисперсію керуючою змінною в заданій точці

$$[G; \bar{u}],$$

де  $G$  - очікуване значення прогнозованої змінної,

$\bar{u}$  - очікуване значення керуючої змінної.

У загальному випадку значення  $\bar{u}$  дорівнює такому значенню  $u_t$ , при якому відсутнє зміщення прогнозованої величини, тобто

$$y_t = G.$$

### Мінімізація узагальненої дисперсії для моделі ARMAX(1,0,6)

Розроблена модель ARMAX(1,0,6) має наступний вигляд:

$$\begin{aligned} \text{MinSL}_t = & 0.68 \text{MinSL}_{t-1} + 0.64 \text{AIR3M}_t + 0.56 \text{AIR3M}_{t-1} - \\ & - 0.8 \text{AIRM}_t - 0.31 \text{AIRM}_{t-1} + 0.06 \text{BIR}_{t-1} - 0.07 \text{BIR}_{t-2} \end{aligned} \quad (6)$$

де позначення всі ті самі, що були дані раніше.

Підставимо в (5) замість  $y_{t+i}$  рівняння (6), де  $i$  буде дорівнювати 1. Замість  $u_t$  підставимо  $\text{BIR}_{t-1}$ . Отримаємо наступний критерій у вигляді узагальненої дисперсії:

$$I_{t+1} = E\{(0.68 MinSL_t + 0.64 AIR3M_{t+1} + 0.56 AIR3M_t - 0.8 AIRM_{t+1} - 0.31 AIRM_t + 0.06 BIR_t - 0.07 BIR_{t-1} - \bar{y})^2 + r(BIR_t - \bar{u})^2\} \quad (7)$$

Мінімізацію критерію виконаємо наступним чином:

$$\frac{\partial I_{t+1}}{\partial u_t} = 0.12(0.68 MinSL_t + 0.56 AIR3M_t - 0.31 AIRM_t + 0.06 BIR_t - 0.07 BIR_{t-1} - \bar{y}) + 2E\{0.64 AIR3M_{t+1} - 0.8 AIRM_{t+1}\} + 2r(BIR_t - \bar{u}) = 0 \quad (8)$$

Після усіх необхідних перетворень отримаємо наступне рівняння для оптимального керування:

$$BIR_t^{Opt} = [-0.06(0.68 MinSL_t + 0.56 AIR3M_t - 0.31 AIRM_t - 0.07 BIR_{t-1} + E\{0.64 AIR3M_{t+1} - 0.8 AIRM_{t+1}\}) + (0.06\bar{y} + r\bar{u})]/(0.06^2 + r) \quad (9)$$

де  $BIR_t^{Opt}$  - оптимальне значення керування з точки зору критерію оптимальності у вигляді узагальненої дисперсії [7].

Оптимальне значення мінімальних однорідних залишків тоді визначається наступним чином:

$$MinSL_t = 0.68 MinSL_{t-1} + 0.64 AIR3M_t + 0.56 AIR3M_{t-1} - 0.8 AIRM_t - 0.31 AIRM_{t-1} + 0.06 BIR_{t-1}^{Opt} - 0.07 BIR_{t-2}^{Opt} \quad (10)$$

У критерій входять три змінні, які можуть встановлюватися:

- $\bar{y}$  - визначає очікуваний рівень мінімальних залишків;
- $\bar{u}$  - визначає очікувану ставку фондування, тобто визначає ставку, яку банк готовий платити;
- $r$  - ваговий коефіцієнт, вибирається залежно від того, що для нас має більше значення: ставка або мінімальні залишки.

У ході експериментальних розрахунків на історичних даних показники вибирались наступними:

- $\bar{y} = 5.87$  - очікуване прогнозне значення;
- $\bar{i} = 2.5$  - тобто банк готовий платити 2.5%;
- $r = 1$  - тобто мінімальні залишки та ставка фіндування мають однакове значення.

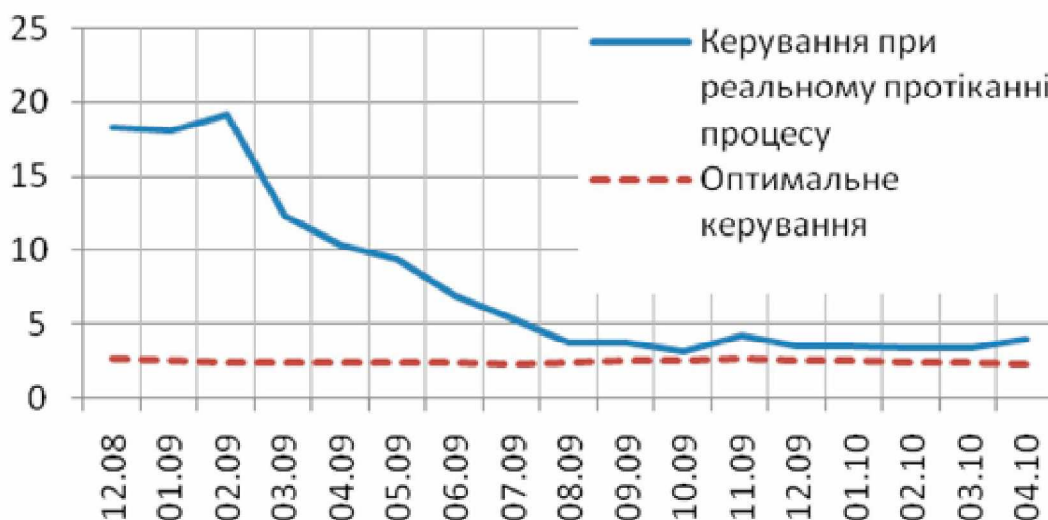


Рис. 8. Графіки оптимального керування і керування при реальному протіканні процесу для моделі ARMAX(1,0,6)

На рис. 8 можна побачити графіки оптимального керування і керування при реальному протіканні процесу, а на рис. 9 зображена поведінка модельних та оптимальних рівнів мінімальних залишків.

Оптимальне керування весь час знаходилося на своєму оптимальному рівні, нижчому ніж реальне керування. Але, як можна побачити, ця суттєва різниця не дуже сильно вплинула на мінімальні залишки на поточних рахунках. Є навіть період, де вони вище.

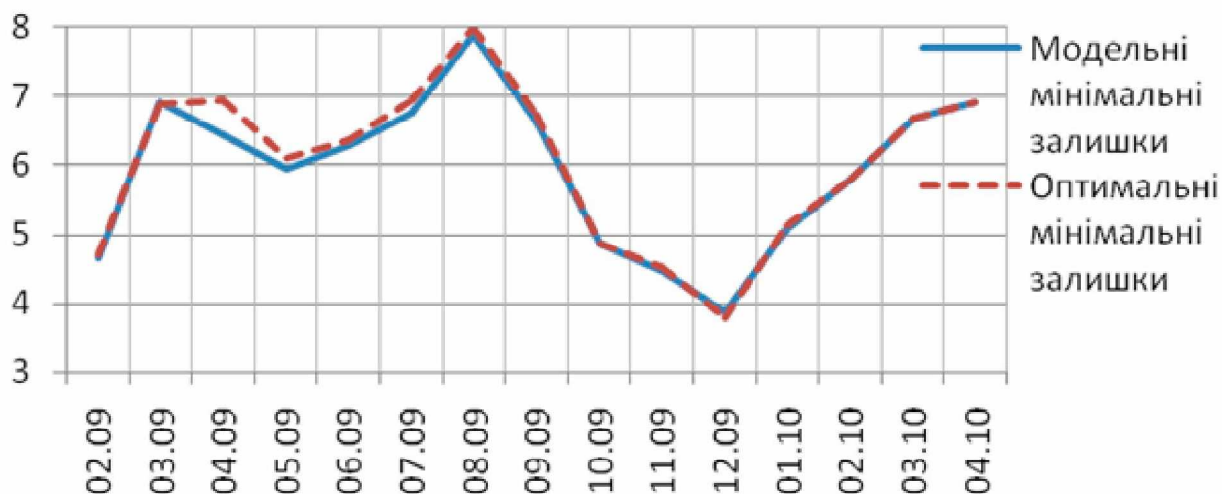


Рис. 9. Графіки модельних та оптимальних мінімальних залишків для моделі ARMAX(1,0,6)

Але як вже зазначалося, це викликано тим, що нас не цікавить рівень ставок фондування, а цікавить лише динаміка: тобто на скільки вони змінилися за позаминулий період. Це є справедливим лише при нормальних умовах на грошових ринках. При кризових умовах це може призвести до помилкового оцінювання мінімальних залишків та некоректного керування. Саме в кризовий період оптимальні мінімальні залишки вирости вище за очікувані по моделі.

Як ми можемо побачити із табл. 4, критерій оптимальності зменшився, але це було досягнуто завдяки значному зменшенню рівнів оптимальних ставок фондування, що у час кризових умов неможливо виконати.

Модель ARMAX(1,0,6) треба використовувати при різкій зміні ставок фондування. В цьому випадку вона покаже сильне падіння мінімальних залишків, які будуть індикативним рівнем при стресовому сценарії. Також дану модель можна використовувати у умовах низьких ставок фондування (або коли  $\bar{u}$  знаходиться на тому самому рівні, що і ставки фондування).



Таблиця 4

Значення критерію оптимальності при реальних та оптимальних умовах

Місяць	Критерій при реальних значеннях	Критерій при оптимальних значеннях	Різниця	Відносна різниця
02.2009	246,05	1,33	- 244,73	-99,46%
03.2009	279,98	1,02	- 278,96	-99,64%
04.2009	96,38	1,13	- 95,25	-98,83%
05.2009	62,02	0,05	- 61,97	-99,91%
06.2009	48,20	0,25	- 47,95	-99,47%
07.2009	20,15	1,13	- 19,02	-94,38%
08.2009	12,18	4,51	- 7,67	-63,00%
09.2009	2,12	0,74	- 1,38	-65,17%
10.2009	2,41	0,98	- 1,43	-59,32%
11.2009	2,30	1,82	- 0,48	-20,68%
12.2009	7,09	4,32	- 2,77	-39,07%
01.2010	1,63	0,56	- 1,07	-65,51%
02.2010	1,00	0,01	- 1,00	-99,50%
03.2010	1,29	0,67	- 0,62	-48,05%

**Мінімізація узагальненої дисперсії для рівняння множинної регресії**

Рівняння множинної регресії має наступний вигляд:

$$MinSL_t = 0.28AIR3M_t + 0.7AIR3M_{t-1} - 0.47AIRM_t - 0.59AIRM_{t-1} + 0.04BIR_{t-1} + 0.07BIR_{t-2} + 5.87, \quad (11)$$

де позначення всі ті самі, що були дані раніше.

Підставимо в (5) замість  $y_{t+i}$  рівняння (11), де  $i$  буде дорівнювати 1. Замість  $u_t$  підставимо  $BIR_{t-1}$ . Виконаємо мінімізацію критерію як у (8). Після усіх необхідних

перетворень отримаємо наступне рівняння для оптимального керування:

$$BIR_t^{Opt} = [-0.04(0.7 AIR3M_t - 0.59 AIRM_t - 0.07 BIR_{t-1} + E\{0.28 AIR3M_{t+1} + 5.87 - 0.47 AIRM_{t+1}\}) + (0.04 \bar{y} + r\bar{u})] / (0.04^2 + r) \quad (12)$$

де позначення всі ті самі, що були дані раніше.

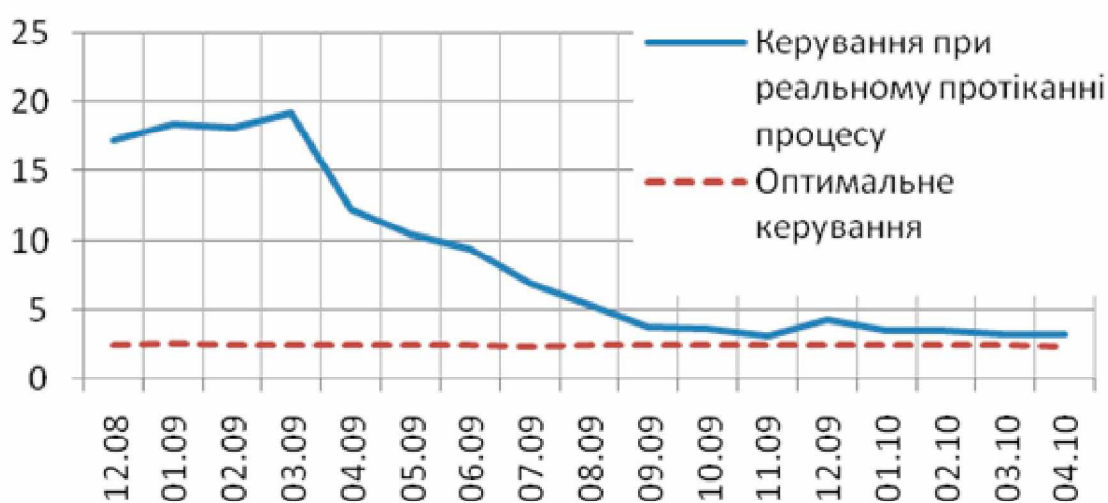


Рис. 10. Графіки оптимального керування і керування при реальному протіканні процесу для рівняння множинної регресії

Оптимальне значення мінімальних однорідних залишків тоді визначається наступним чином:

$$MinSL_t = 0.28 AIR3M_t + 0.7 AIR3M_{t-1} - 0.47 AIRM_t - 0.59 AIRM_{t-1} + 0.04 BIR_{t-2}^{Opt} + 0.07 BIR_{t-2}^{Opt} + 5.87 \quad (13)$$

Змінні, які можуть встановлюватися користувачем та їх значення для проведення експерименту ті самі, що і для моделі ARMAX(1,0,6).

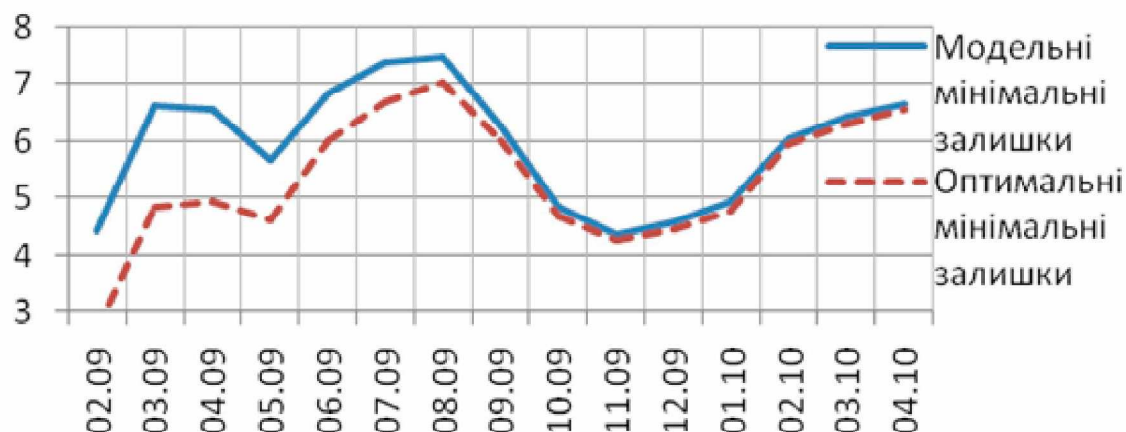


Рис. 11. Графіки модельних та оптимальних мінімальних залишків для рівняння множинної регресії

На рис. 10 можна побачити графіки оптимального керування і керування при реальному протіканні процесу, а на рис. 11 зображена поведінка модельних та оптимальних рівнів мінімальних залишків.

Оптимальне керування весь час знаходилося дуже близько до свого оптимального рівня і нижче, ніж реальне керування, так само як і для моделі ARMAX(1,0,6). Але на початкових періодах це дуже сильно вплинуло на мінімальні залишки.

Таблиця 5  
Значення критерію оптимальності при реальних та оптимальних умовах

Місяць	Критерій при реальних значеннях	Критерій при оптимальних значеннях	Різниця	Відносна різниця
02.2009	246,64	10,19	- 236,46	-95,87%
03.2009	279,45	1,08	- 278,37	-99,61%
04.2009	96,50	0,85	- 95,65	-99,11%
05.2009	62,06	1,53	- 60,53	-97,54%
06.2009	48,98	0,02	- 48,96	-99,96%
07.2009	21,61	0,67	- 20,94	-96,89%

08.2009	10,68	1,35	-	9,33	-87,38%
09.2009	1,73	0,02	-	1,71	-98,77%
10.2009	2,48	1,38	-	1,10	-44,42%
11.2009	2,59	2,55	-	0,04	-1,70%
12.2009	4,74	1,96	-	2,78	-58,57%
01.2010	1,87	1,20	-	0,67	-35,76%
02.2010	1,04	0,01	-	1,03	-99,27%
03.2010	0,95	0,20	-	0,75	-78,66%

Як ми можемо побачити із табл. 5, критерій оптимальності зменшився. І найголовніше, це було досягнуто не тільки через зменшення ставки фондування, як для моделі ARMAX(1,0,6), а завдяки зменшенню усіх частин критерію оптимальності, на який впливало зменшення ставки фондування та мінімальних залишків. Хоча, треба зазначити, що покращення критерію гірші, ніж для моделі ARMAX(1,0,6).

### Висновки

У даній статті розглянуто 2 моделі, які описують поведінку залишків на поточних рахунках клієнтів банку. Дві моделі суттєво розрізняються своєю структурою, але визначити найкращу для всіх умов неможливо, оскільки вони мають використовуватись у різних умовах. Наприклад, модель ARIMA повинна бути використана при різкій зміні політики банку щодо залишків на поточних рахунках, тобто при різкій зміні ставки фондування. Також вона може використовуватися для створення прогнозних моделей на 1 та більше місяців. Рівняння множинної регресії, навпаки, має використовуватися при стабільній політиці банку щодо залишків на поточних рахунках клієнтів.

Для розрахунку оптимального керування найкраще використовувати саме рівняння множинної регресії, оскільки модель ARIMA не дозволяє проводити стабільну політику та при великих коливаннях ставки фондування може спотворити результати, завдяки тому, що в ній більше значення має саме різниця між ставками з різними лагами, а не їх абсолютне значення.

Але найголовнішим висновком є те, що алгоритми керування на основі регуляторів з мінімальною узагальненою дисперсією [6], які розроблялися для технічних систем, можуть використовуватись і для соціально-економічних систем.

#### **Література**

1. Matz L. Liquidity Risk Measurement and Management: A practioner's guide to global best practices) / L. Matz, P. Neu. – NJ.: John Wiley & Sons, 2007. – 395 p.
2. Лук'янова Н. А. Економіко-математическая модель количественной оценки банковских рисков депозитов по требованию / Н. А. Лукьянова. // Вісник Хмельницького національного університету – Х.: Хмельницький національний університет, 2010. – №2 - Т.3 – С. 68-72
3. Романенко В. Д. Минимизация дисперсий многомерных процессов с разнотемповой дискретизацией для моделей в пространстве состояний с запаздыванием / В. Д. Романенко, А. А. Реутов // Проблемы управления и информатики. — 2010. — № 5. – С. 18-26
4. Aström K. J. Introduction to stochastic control theory / K. J. Aström. – NY.: Academic Press, 1970. – 320 p.
5. Clarke M. A. Design of digital controllers for randomly disturbed systems / M. A. Clarke, R. Hastings-James. – Proc. IEE – 1971. – Vol.118, Nr.10 – pp. 1503 – 1506.
6. Изерман Р. Цифровые системы управления / Р. Изерман. – М.: Мир, 1984. – 541 с.
7. Романенко В. Д. Минимизация обобщенной дисперсии условно стабильных остатков средств до востребования в банке : 12 міжн. конф. «САІТ-2010» / В. Д. Романенко, А. А. Реутов – 2010. – с. 147.