

УДК 532.526.10

ЧИСЛЕННОЕ ТРЕХМЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТУРБУЛЕНТНОГО ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ В РЕЖИМЕ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ ШЕРОХОВАТОСТИ

В. Г. КУЗЬМЕНКО

Институт гидромеханики НАН Украины, Киев

Получено 27.10.2002 ◊ Пересмотрено 3.03.2003

Представлена методология численного моделирования крупных вихрей (LES). Турбулентный пограничный слой на плоской пластине в режиме промежуточной шероховатости численно моделируется посредством LES-технологии для числа Рейнольдса, равного 10^5 . Крупномасштабное поле течения получается путем прямого интегрирования отфильтрованных трехмерных нестационарных уравнений Навье-Стокса для несжимаемой жидкости, используя конечно-разностный метод. Маломасштабные движения параметризованы посредством "смешанной" модели. В экономичном вычислительном методе было использовано 51^3 сеточных точек. Численное моделирование выполнено для того, чтобы изучить среднюю скорость, полные турбулентные напряжения, решаемые турбулентные напряжения, кинетическую энергию турбулентности и подсеточные эффекты. Существует хорошее согласие между вычисленным профилем средней скорости, турбулентными статистиками и экспериментальными данными.

Представлена методология численного моделирования великих вихорів (LES). Турбулентний пограничний шар на плоскій пластині в режимі перехідної шорсткості чисельно моделюється за допомогою LES-технології для числа Рейнольдса, яке дорівнює 10^5 . Великомасштабне поле течії одержується шляхом прямого інтегрування відфільтрованих тривимірних нестационарних рівнянь Нав'є-Стокса для нестисливої рідини, використовуючи кінцево-різницевий метод. Маломасштабні рухи параметризовані за допомогою "змішаної" моделі. В економічному чисельному методі було використано 51^3 сіткових точок. Чисельне моделювання виконано для того, щоб вивчити середню швидкість, повні турбулентні напруги, розв'язані турбулентні напруги, кінетичну енергію турбулентності та підсіткові ефекти. Існує добра узгодженість між обчисленим профілем середньої швидкості, турбулентними статистиками та експериментальними даними.

The methodology of Large Eddy Simulation (LES) is presented. The transitionally rough turbulent boundary layer on a flat plate is simulated by LES-technique for a Reynolds number of 10^5 . The large-scale flow field has been obtained by directly integrating the filtered three-dimensional time-dependent incompressible Navier-Stokes equations using a finite-difference method. The small-scale motions were parametrized by an "mixed" model. The number of grid points used in the economical numerical method was 51^3 . The simulation was performed to study the mean velocity, the total turbulent stresses, the resolved turbulent stresses, the turbulence kinetic energy and subgrid-scale-model effects. There is good agreement between the computer mean-velocity profile, turbulence statistics and experimental data.

ВВЕДЕНИЕ

В условиях интенсивного развития компьютерной техники возникает возможность эффективно использовать численное моделирование для наиболее полного изучения турбулентных пограничных слоев при высоких числах Рейнольдса Re (порядка 10^5 и более). Однако решение этой проблемы ограничено: 1) незавершенностью теории турбулентности; 2) недостаточной мощностью вычислительных средств; 3) отсутствием достаточно хороших, устойчивых алгоритмов для решения трехмерных нестационарных уравнений с учетом всех особенностей. Изучение турбулентных течений на протяжении десятилетий различными исследователями [1-10] позволило установить основные характерные черты турбулентности: трехмерность, нестационарность и нелинейность. В настоящее время еще существуют фундаментальные трудности при решении проблемы распространения турбулентного пограничного слоя при высоких числах

Рейнольдса над различными поверхностями. Поскольку турбулентность является вихревым движением с диссипацией, в таких пограничных слоях присутствуют многомасштабные вихревые структуры с широким спектром изменения их линейных размеров.

В турбулентном пограничном слое можно выделить активную внутреннюю область, генерирующую вихри, перенос которых обеспечивает турбулентное трение, и пассивную внешнюю область, содержащую уже развитые большие вихри, подверженные пульсациям давления, но не участвующие в образовании трения. Пристенная область подчиняется закону "стенки" и состоит из вязкого подслоя, переходной ламинарно-турбулентной подобласти и турбулентной логарифмической подобласти. Вслед за логарифмической подобластью располагается широкая внешняя область, в которой распределение скоростей подчиняется закону "следа".

Удобным критерием при исследовании турбулентного пограничного слоя над шероховатой по-

верхностью является число Рейнольдса по шероховатости $Re_h = u_* h_S / \nu$, где u_* — динамическая скорость; h_S — средняя высота эквивалентной песчано-зернистой шероховатости. Исследования [3–8] показывают, что можно различать три степени шероховатости:

1) гидродинамическая гладкость $0 \leq u_* h_S / \nu \leq 5$; $h_S \ll \delta_L$; зерна шероховатости полностью погружены в вязкий подслои и влияние шероховатости на характеристики движения не наблюдается; (δ_L — толщина вязкого подслоя);

2) промежуточная шероховатость $5 \leq u_* h_S / \nu \leq 70$; $h_S \sim \delta_L$; зерна шероховатости частично погружены в вязкий подслои и влияние шероховатости на характеристики движения уже наблюдается.

3) развитая шероховатость $u_* h_S / \nu > 70$; $h_S \gg \delta_L$; при таких размерах шероховатости вязкость жидкости оказывает малое влияние на движение в целом. Вязкий подслои практически перестает существовать и течение в непосредственной близости от стенки целиком состоит из совокупности вихрей.

Решение уравнений Навье-Стокса, осредненных по Рейнольдсу (RANS — Reynolds Averaged Navier-Stokes) — это подход, который наиболее часто применяется в инженерных приложениях для решения задач турбулентных течений. Уравнения Рейнольдса получаются путем осреднения (по времени или по ансамблю) уравнений Навье-Стокса [4, 9–11]. Последние 30 лет моделирование турбулентности для RANS-уравнений является объектом пристального изучения, но не создано еще такой модели, которая давала бы точные результаты для всех течений без использования частных подстроочных методик для модельных констант.

В прямом численном моделировании (DNS — Direct Numerical Simulation) все масштабы движения решаются на сетке с достаточным разрешением (размер сеточной ячейки меньше самого малого вихря) с помощью уравнений Навье-Стокса и моделирование не используется. Это наиболее точный метод на данном этапе, однако имеет большую стоимость вычислений, поскольку все масштабы движения должны быть решены на сетке. До настоящего момента времени с помощью DNS проведено ограниченное количество исследований турбулентного пограничного слоя [13–16] с относительно небольшими числами Рейнольдса. На данном уровне развития компьютерной техники получить численное решение уравнений Навье-Стокса методом DNS для больших чисел Рейнольдса не представляется возможным [17]. Современные ресурсы компьютера ограничивают использование DNS значением числа Рейнольдса Re порядка 10^4 .

Численное моделирование крупных вихрей (Large Eddy Simulation — LES) занимает промежуточное положение между подходом Рейнольдса (RANS) и прямым численным моделированием (DNS). В LES-подходе большие энергосодержащие вихри рассчитываются, а малые движения подсеточного масштаба моделируются. Используемые для этих целей модели основаны на хорошо известном каскадном процессе передачи энергии [18]. Хотя моделирование крупных вихрей требует решения трехмерных неуставившихся уравнений Навье-Стокса, как это происходит при DNS, расчетные сетки для LES можно использовать более грубые, чем сетки для DNS.

В настоящее время существуют три основных типа подсеточных моделей ("вихревой вязкости"; "масштабного подобия"; "смешанные"). Так, используя допущение об изотропии малых масштабов вводится "вихревая вязкость", которая берет в расчет механизм прямого энергопереноса, в том числе диссипации кинетической энергии турбулентности [18]. Подход, представленный в [19], выступает в качестве наиболее популярной модели вихревой вязкости с постоянным коэффициентом C_V для подсеточных масштабов.

Модель масштабного подобия предсказывает подсеточное напряжение, основанное на наименьших сеточных масштабах. Она предполагает прямое подобие между наибольшими подсеточными масштабами и наименьшими сеточными масштабами, подходящими к инерционному интервалу [18]. Существуют различные модификации [20–25, 28, 36], в том числе с использованием динамической процедуры.

Смешанные подсеточные модели (сумма слагаемых "вихревой вязкости" и масштабного подобия) устраняют недостатки первых двух типов моделей [20, 24, 25, 28, 31–33, 35, 36].

Цель представленного исследования — разработка экономичной LES-технологии численного моделирования трехмерного турбулентного пограничного слоя несжимаемой жидкости в режиме промежуточной шероховатости при высоком числе Рейнольдса.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Математическая формулировка задачи строится на основе следующих допущений: 1) на плоскую длинную пластину с песочно-шероховатой поверхностью натекает однородное течение вязкой несжимаемой жидкости с постоянными свойствами при отсутствии внешних массовых сил; 2) трех-

мерное течение пограничного слоя начинается на передней кромке пластины; 3) течение в турбулентном пограничном слое находится в режиме промежуточной шероховатости ($Re=10^5$ и $Re_h=20$); 4) все параметры и уравнения представлены в безразмерном виде; 5) определенным образом задана конечная трехмерная вычислительная область.

Уравнения движения вязкой несжимаемой жидкости представим в виде безразмерных уравнений Навье-Стокса и уравнения неразрывности:

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(u_i u_j) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{1}{Re} \nabla^2 u_i; \quad (1)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0,$$

где $(i, j = 1, 2, 3)$; используется правая декартова система координат $Oxyz$; ось Ox направлена по вектору скорости внешнего невозмущенного потока, ось Oy – по нормали к плоской поверхности; ось Oz – перпендикулярно к осям Ox и Oy ; u, v, w (или u_1, u_2, u_3) – компоненты вектора скорости вдоль координатных осей x, y, z (или x_1, x_2, x_3); лапласиан

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_3^2};$$

t – время; p – давление; Re – число Рейнольдса, составленное из масштаба скорости набегающего потока U , масштаба длины L , равного размеру вычислительной области в направлении, перпендикулярном пластине (порядка высоты пограничного слоя), и ν – кинематического коэффициента вязкости жидкости.

В рамках LES-подхода утверждается, что для любой переменной f ее крупномасштабная часть \bar{f} получается путем использования фильтра G . Это означает, что полное поле f представляется в виде суммы отфильтрованной компоненты (поле, решаемое на расчетной сетке) \bar{f} и мелкомасштабной добавки (подсеточная часть поля) f' :

$$f = \bar{f} + f'.$$

В свою очередь, уравнения, описывающие поведение полей с решаемыми масштабами, получают из обычных уравнений для непрерывных мгновенных полей после процедуры фильтрации. Для каждого непрерывного поля f вводится отфильтрованное поле следующим образом:

$$\bar{f}(\vec{x}) = \int_D f(\vec{x}') G(\vec{x} - \vec{x}', \bar{\Delta}) d\vec{x}',$$

где $G(\vec{x} - \vec{x}', \bar{\Delta})$ – функция фильтра; $\bar{\Delta}$ – ширина фильтра; D – вычислительная область.

После применения к уравнениям (1) операции фильтрации, получаем следующую систему уравнений:

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\bar{u}_i \bar{u}_j) = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{1}{Re} \nabla^2 \bar{u}_i - \frac{\partial Q_{ij}}{\partial x_j}; \quad (2)$$

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0,$$

где $\bar{u}_1, \bar{u}_2, \bar{u}_3$ или $\bar{u}, \bar{v}, \bar{w}$ – сглаженные компоненты вектора скорости вдоль координатных осей x, y, z ; \bar{p} – сглаженное давление; $Q_{ij} = \overline{u_i u_j} - \bar{u}_i \bar{u}_j$; $(i, j = 1, 2, 3)$. Тензор истинных подсеточных напряжений Q_{ij} требует моделирования. Введем тензор моделируемых подсеточных напряжений τ_{ij} следующим образом:

$$\tau_{ij} = Q_{ij} - \frac{\delta_{ij}}{3} Q_{kk},$$

где δ_{ij} – символ Кронеккера; $Q_{kk} = Q_{11} + Q_{22} + Q_{33} = 2\bar{k}$; \bar{k} – обобщенная истинная подсеточная кинетическая энергия турбулентности.

Уравнения (2) преобразуем к виду:

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\bar{u}_i \bar{u}_j) = -\frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{1}{Re} \nabla^2 \bar{u}_i - \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j}; \quad (3)$$

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0,$$

где P – так называемое ”обобщенное давление”, $P = \bar{p} + \frac{2}{3}\bar{k}$. В общем случае тензор подсеточных напряжений τ_{ij} требует моделирования.

При создании подсеточных моделей для изучения турбулентного пограничного слоя над плоской шероховатой пластиной требуется учитывать следующее: 1) вдали от пластины при высоких значениях Re можно предполагать, что мелкомасштабная турбулентность является локально изотропной и характеризуется волновыми числами в инерционном интервале; 2) вблизи пластины турбулентность и даже ее мелкомасштабная составляющая неоднородны и анизотропны; 3) интенсивность турбулентных пульсаций вблизи шероховатой пластины выше, чем у гладкой.

В настоящее время для турбулентного пограничного слоя при $Re \geq 10^5$ практически нет надежных экспериментальных данных о подробных пространственно-временных характеристиках турбулентности вблизи пластинки в вязкотурбулентном подслое, примыкающем к логарифмическому подслою. Следовательно, существуют значительные трудности при моделировании подсеточных эффектов вблизи пластины. К тому же, LES-подход накладывает запрет на использование

граничного условия "прилипания" непосредственно на самой пластинке.

Поэтому в данной работе предлагается устранить главенствующее влияние анизотропной и неоднородной турбулентности вблизи длинной, плоской, шероховатой пластины путем определенного выбора размеров и местоположения конечномерной вычислительной области с соответствующими граничными условиями. В первую очередь, местоположение "первой расчетной точки" (первый узел расчетной сетки вдоль оси Oy) задается в логарифмической подобласти турбулентного пограничного слоя.

Смешанная модель тензора подсеточных напряжений состоит из двух частей: 1) подмодель "вихревой вязкости" для τ_V ; 2) подмодель масштабного подобия для τ_M .

Модель имеет такой вид:

$$\tau_{ij} = \tau_V + \tau_M,$$

где

$$\tau_M = C_M(\overline{u_i u_j} - \bar{u}_i \bar{u}_j); \quad \tau_V = -2\nu_T \bar{S}_{ij}.$$

"Вихревая вязкость" ν_T представляется следующей формулой:

$$\nu_T = C_V l_V^2 |\bar{S}_{ij}|,$$

где \bar{S}_{ij} – тензор скоростей деформаций,

$$\bar{S}_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right);$$

$$|\bar{S}_{ij}| = (2\bar{S}_{ij} \bar{S}_{ij})^{1/2};$$

l_V – масштаб длины малых вихрей, который связан с шагом сетки $\bar{\Delta}_S$ и шириной фильтра $\bar{\Delta}$. В данной модели принято $\bar{\Delta} = 2\bar{\Delta}_S$ и $l_V = \bar{\Delta}$.

Окончательно тензор подсеточных напряжений τ_{ij} имеет следующий вид:

$$\tau_{ij} = -2C_V \bar{\Delta}^2 |\bar{S}_{ij}| \bar{S}_{ij} + C_M(\overline{u_i u_j} - \bar{u}_i \bar{u}_j), \quad (4)$$

где $C_V = 0,032$ и $C_M = 1,3$ (определены на основе [23]).

2. ЧИСЛЕННЫЙ МЕТОД

Природа течения в турбулентном пограничном слое над шероховатой поверхностью при больших числах Рейнольдса такова, что позволяет нам найти стационарное решение для установившегося турбулентного течения [35].

Система уравнений (3) решается конечно-разностным методом в физическом пространстве отфильтрованных гидродинамических характеристик. Каждое из уравнений (3) дискретизируется на прямоугольной расчетной сетке с шагом $\bar{\Delta}_S$ по всем трем координатам, где пределы изменения координат в исследуемой вычислительной безразмерной области такие:

$$D = \{x_1 \leq x \leq x_k; y_1 \leq y \leq 1; 0 \leq z \leq z_k\}.$$

Конечно-разностная сетка задается следующим образом:

$$x_n = x_1 + (n-1)\bar{\Delta}_S, \quad n = \overline{1, N};$$

$$y_l = y_1 + (l-1)\bar{\Delta}_S, \quad l = \overline{1, L_*};$$

$$z_m = (m-1)\bar{\Delta}_S, \quad m = \overline{1, M};$$

где $N=L_*=M=51$; $x_k = x_1 + (1-y_1)$; $z_k = 1-y_1$; $\bar{\Delta}_S = (1-y_1)/(L_*-1)$.

Вычислительный алгоритм подробно изложен в [35].

3. ГРАНИЧНЫЕ И НАЧАЛЬНЫЕ УСЛОВИЯ

Наиболее серьезная проблема использования методов непосредственного численного моделирования заключается в соответствующем определении граничных условий. Уравнения Навье-Стокса в частных производных для несжимаемой жидкости относятся к "неполнопараболическому" типу, а граничные условия для них следует задавать как для уравнений "эллиптического" типа, согласно [9]. Но на этот процесс влияют дополнительные граничные условия численного метода. Пространственно-эллиптический характер решений сглаженных уравнений Навье-Стокса в случае несжимаемой жидкости при больших числах Рейнольдса Re требует задания граничных условий на всех границах конечной трехмерной вычислительной области. Граничное условие "прилипания" не может быть использовано на плоской шероховатой поверхности в LES-технологии, потому что сеточный интервал $\bar{\Delta}_S$ является намного большим чем высота вязкого подслоя в турбулентном пограничном слое при $Re = 10^5$ в режиме промежуточной шероховатости. На первом расчетном уровне при $y = y_1$ среднее течение должно подчиняться логарифмическому "закону стенки". Следовательно, подробное течение, характеризуемое мгновенными параметрами, подчиняется этому закону только в среднем:

$$1) \quad y = y_1; 0 \leq z \leq z_k; x_1 \leq x \leq x_k :$$

$$\bar{u} = \bar{U}_c + \bar{u}_p; \quad \bar{v} = \bar{v}_p; \quad \bar{w} = \bar{w}_p;$$

2) $y = 1; 0 \leq z \leq z_k; x_1 \leq x \leq x_k :$

$$\bar{u} = \bar{U}_c + \bar{u}_p; \quad \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} = \frac{\partial \bar{w}}{\partial y} = 0;$$

3)-4) $z = 0; z = z_k; y_1 \leq y \leq 1; x_1 \leq x \leq x_k :$

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial z} = \frac{\partial \bar{v}}{\partial z} = \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} = 0;$$

5) условие на входе в расчетную область
 $x = x_1; 0 \leq z \leq z_k; y_1 \leq y \leq 1 :$

$$\bar{u} = \bar{U}_c + \bar{u}_p; \quad \bar{v} = \bar{v}_p; \quad \bar{w} = \bar{w}_p;$$

6) на выходе из расчетной области

($x = x_k; 0 \leq z \leq z_k; y_1 \leq y \leq 1$) используется "конвективное" граничное условие, которое позволяет распространяющимся вихрям покидать вычислительную область с минимальными искажениями. Для LES-технологии это граничное условие в настоящее время считается самым эффективным [16, 24]:

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + u_c \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} = 0;$$

$$\frac{\partial \bar{v}}{\partial t} + v_c \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} = 0;$$

$$\frac{\partial \bar{w}}{\partial t} + w_c \frac{\partial \bar{w}}{\partial x} = 0.$$

Необходимо учитывать, что LES-технология пригодна только для расчета крупномасштабных решаемых движений, в то время как мелкомасштабные движения (т. е. подсеточные, движения с масштабами меньшими Δ_S) в пристеночном регионе не могут быть решены, поскольку величина масштаба вихрей пропорциональна расстоянию по нормали от пластины. Следовательно, в силу ограничений, накладываемых недостаточным количеством подробных экспериментальных данных и использованием LES-технологии для сдвигового течения при наличии плоской пластины, значение y_1 должно находиться в логарифмическом подслое. Поэтому на основе принятых допущений и особенно того, что течение находится в режиме промежуточной шероховатости, расчеты проводятся от уровня y_1 , величина которого определяется выражением $y_1 = 70/(u_{*K} Re)$, где u_* – динамическая скорость; $u_{*K} = u_*(x = x_k)$.

Распределение величины средней скорости течения вдоль оси Oy в вычислительной области турбулентного пограничного слоя определяется следующим образом:

$$U_c = u_*((1/\kappa) \ln((y-d)/h_s) + B +$$

$$+ (\Pi/\kappa)[1 - \cos(\{\pi[y-d]/\{\delta-d\})]), \quad (5)$$

где h_s – эквивалентная высота элемента песочной шероховатости; κ – постоянная Кармана ($\kappa = 0,4$); $\Pi = 0,55$. Полагаем, что $U_c(y=1) = 1$.

Число Рейнольдса по шероховатости задается выражением

$$Re_h = h_s u_* Re. \quad (6)$$

На основе анализа исследований [3, 30] в данной модели принято следующее значение параметра d :

$$d = (2h_s/3)(Re_h - 1)/(Re_{hR} - 1). \quad (7)$$

В свою очередь, величина B определяется так [30]:

$$B = C + \frac{1}{\kappa} \ln Re_h + [B_1 - C - \frac{1}{\kappa} \ln Re_h] \sin(\pi g/2);$$

$$g = \frac{\ln(Re_h/Re_{hs})}{\ln(Re_{hR}/Re_{hs})},$$

где $C = 5,1$; $B_1 = 8,5$; $Re_{hs} = 15$; $Re_{hR} = 55$, согласно [30].

При изучении течения турбулентного пограничного слоя в режиме промежуточной шероховатости особую трудность представляет определение динамической скорости u_* . Параметр u_* является масштабом скорости вблизи плоской пластины. Он входит в универсальный "закон стенки" для средней скорости турбулентного течения. Как правило [3-8], параметр u_* определяется как некая средняя величина по времени и по направлению Oz в тонком слое (вдоль Oy) вблизи пластины. Он связан с локальным коэффициентом трения c_f соотношением $u_*^2 = c_f/2$. Таким образом, динамическая скорость u_* зависит только от одной из независимых переменных (от координаты x). В настоящее время существуют относительно надежные экспериментальные данные [3-7] только для более простых случаев (режимы гидродинамической гладкости и развитой шероховатости при высоких Re). Режим промежуточной шероховатости мало изучен [30, 34], особенно в отношении u_* . Как правило, динамическая скорость является масштабом для обезразмеривания искомых величин и, таким образом, выпадает из числа неизвестных, подлежащих определению. Такой подход характерен для более простых методов исследования турбулентности. В рамках LES-технологии для наиболее полного определения характеристик турбулентности необходимо задавать u_* , даже при условии недостаточного количества экспериментальной информации. В данной работе исследуется случай $Re_h = 20$ при $x = x_k$, который близок

к условному рубежу ($Re_{hS} = 15$) раздела режимов гидродинамической гладкости и промежуточной шероховатости. Динамическая скорость u_* определяется с помощью зависимости из [4], характерной для гладкой поверхности:

$$c_f = 0,0263(Re_x)^{-1/7}.$$

Используя соотношения $u_*^2 = c_f/2$, $Re_x = xRe$ и поправочную константу a_S (где $a_S = 0.002$ получено на основе экспериментальных данных [34]), имеем окончательный вид зависимости для определения динамической скорости:

$$u_* = 0,1146(xRe)^{-1/14} + a_S. \quad (8)$$

При $x = x_k$ параметр h_S представим в виде:

$$h_S = Re_h / (u_{*K} Re), \quad (9)$$

где Re и Re_h – входные параметры задачи.

Полагаем, что условная высота турбулентного пограничного слоя δ равна такому значению координаты y , в которой $U_c = 0,995$:

$$\delta = d + h_S \exp(0,995\kappa/u_* - B\kappa - 1,1). \quad (10)$$

В рамках выбранного способа задания физически значимой конечной вычислительной области важным является корректное определение значений $x = x_1$ и $x = x_k$. С этой целью полагаем, что при $x = x_k$ безразмерная высота турбулентного пограничного слоя равна 0,95. Определим значение u_* в точке $x = x_k$ путем численного решения следующего уравнения, составленного на основе выражений (7), (9) и (10):

$$\frac{0,995\kappa}{u_{*K}} = \ln[\{0,95u_{*K}Re\}/\{Re_h\}] - \{2(Re_h - 1)\}/\{3(Re_hR - 1)\} + B\kappa + 1,1. \quad (11)$$

Подставляя результат решения (11) в зависимость (8), после преобразований находим значение x_k :

$$x_k = Re^{-1}[(u_{*K} - a_S)/0,1146]^{-14}. \quad (12)$$

В свою очередь, параметр x_1 определяется выражением

$$x_1 = x_k - (1 - y_1). \quad (13)$$

И как результат, находим распределение вдоль оси Oy величины средней скорости U_c на входе ($x = x_1$) в вычислительную область турбулентного пограничного слоя.

4. ПОДСЕТОЧНЫЙ ВКЛАД В ТУРБУЛЕНТНЫЕ НАПРЯЖЕНИЯ

Для установления взаимосвязи экспериментально измеренных турбулентных напряжений F_{ij} и вычисленных R_{ij} по LES-технологии представим флуктуирующую во времени скорость в виде

$$u_i'' = u_i - \langle u_i \rangle, \quad (14)$$

а подсеточную составляющую в виде

$$u_i' = u_i - \bar{u}_i. \quad (15)$$

Экспериментально измеренные турбулентные напряжения F_{ij} и вычисленные R_{ij} принимают следующий вид:

$$F_{ij} = \langle u_i'' u_j'' \rangle; \quad (16)$$

$$R_{ij} = \langle \bar{u}_i'' \bar{u}_j'' \rangle, \quad (17)$$

где \bar{u}_i'' – пространственно отфильтрованная переменная; $\langle u_i \rangle$ – осредненная по времени переменная. Период осреднения по времени T_c близок к величине отношения характерного размера вычислительной области к скорости набегающего на пластину внешнего потока.

Используем результаты [24, 35]:

$$\bar{F}_{ij} \simeq \bar{R}_{ij} + \langle \tau_{ij} \rangle - \langle L_{ij} \rangle, \quad (18)$$

где L_{ij} – Леонардово напряжение:

$$L_{ij} = \overline{\bar{u}_i \bar{u}_j} - \bar{u}_i \bar{u}_j.$$

Соотношение (18) устанавливает связь пространственно отфильтрованных величин \bar{F}_{ij} и \bar{R}_{ij} , обеспечивая приближенное определение подсеточного вклада в турбулентные напряжения. При этом учитывается, что операция фильтрации по пространству (адекватная осреднению по периоду времени T_c , согласно [24]) Леонардова напряжения стремится к нулю. Полные турбулентные напряжения, определяемые на основе LES-технологии, вычисляются посредством правой стороны уравнения (18) и сравниваются с экспериментально измеренными и отфильтрованными турбулентными напряжениями \bar{F}_{ij} . Используя такую методику, мы можем оценить корректность и точность получаемых результатов.

5. РЕЗУЛЬТАТЫ ВЫЧИСЛЕНИЙ

Для определения характеристик течения в турбулентном пограничном слое в режиме промежуточной шероховатости (на основе разработанного

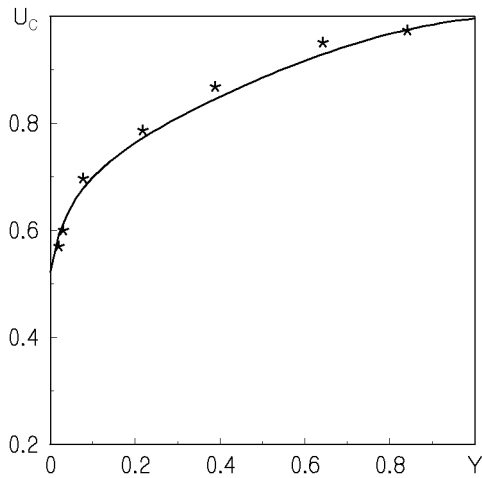


Рис. 1. Зависимость безразмерной средней скорости $\langle \bar{U}_c \rangle$ от Y (сплошная линия) и экспериментальные данные [30] (*)

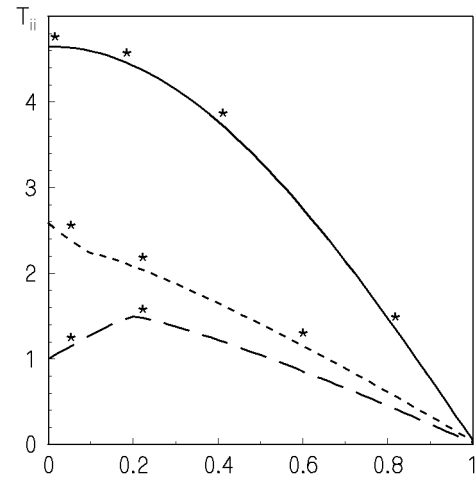


Рис. 2. Зависимость полных турбулентных напряжений T_{ii} от Y (T_{11} – сплошная кривая; T_{22} – — — — T_{33} - - - - ; экспериментальные данные [30] (*))

численного алгоритма в рамках LES-технологии) проведен расчет для случая $Re=10^5$ и $Re_h=20$ при $x_k=56$. В вычислениях применялся компьютер PENTIUM-IV с тактовой частотой 1,6 ГГц и оперативной памятью 512 Мб. Предполагается, согласно [3, 24], что операция осреднения по всей заданной вычислительной области близка к операции осреднения по однородным направлениям Ox и Oz , поскольку в данной работе рассматривается установившееся турбулентное течение в пограничном слое. В рамках конкретной реализации LES-технологии, в представленном нами исследовании расчет по методу установления прекращается при выполнении следующего условия – осредненные по однородным направлениям Ox и Oz подсеточные напряжения изменяются меньше, чем на одну десятую процента. Для выхода на установившийся режим было проведено $K=500$ шагов по времени ($\Delta t = 0,002$). Таким путем достигается статистически стационарная средняя скорость турбулентного течения по промежутку времени $T_c = K\Delta t$.

Далее, на рис. 1 – 5 представлены изменения основных осредненных (по однородным направлениям Ox и Oz) безразмерных характеристик турбулентного пограничного слоя вдоль координаты $Y = (y - y_1)/\delta$. Для сравнения с полученными нами численными результатами используются экспериментальные данные [30] ($Re=10^5$, $Re_h=20$ и удалении от начала пластины вдоль по потоку при $x=56$).

На рис. 1 приведены изменения безразмерной средней скорости $\langle \bar{U}_c \rangle$ вдоль Y и эксперименталь-

ные данные [30]. Сравнение результатов позволяет сделать вывод о том, что разработанная модель на основе LES-подхода правильно и довольно точно рассчитывает распределение средней скорости течения поперек пограничного слоя для режима промежуточной шероховатости в заданной вычислительной области.

Зависимости полных турбулентных напряжений $T_{ii} = \langle (u_i'' u_i'') / u_*^2 \rangle$ от координаты Y и экспериментальные данные [30] представлены на рис. 2. При сопоставлении представленных результатов наблюдается хорошая коррелированность между ними.

На рис. 3 приведены численные результаты изменения полного сдвигового турбулентного напряжения $T_{12} = -\langle (\overline{u'' v''}) / u_*^2 \rangle$ вдоль Y и хорошо согласующиеся с ними экспериментальные данные [30].

На рис. 4 даны зависимости решаемых турбулентных напряжений $\bar{T}_{ii} = \langle (\overline{u_i'' u_i''}) / u_*^2 \rangle$ от Y . На основе численного расчета установлено, что вклад подсеточных напряжений в полные турбулентные напряжения составляет около 14 процентов для заданного типа фильтра и конечно-разностной схемы ($\langle \tau_{ij} / u_*^2 \rangle \simeq 0,14 T_{ij}$).

Изменение безразмерной кинетической энергии турбулентности E вдоль безразмерной координаты Y и экспериментальные данные [30] представлены на рис. 5, где

$$E = \langle \overline{u'' u''} / u_*^2 \rangle + \langle \overline{v'' v''} / u_*^2 \rangle + \langle \overline{w'' w''} / u_*^2 \rangle.$$

Выполненными расчетами (рис. 2, 3, 5), в основном, подтверждены экспериментальные дан-

ные работ [3-8] о том, что интенсивность турбулентности вблизи пластины может изменяться десятками процентов. Как показали опыты [5-8], в пристеночной области порождается около 3/4 пульсационной энергии турбулентного пограничного слоя, в то время как оставшаяся четверть возникает во внешней области, а интенсивность турбулентных пульсаций плавно убывает до своего значения на внешней границе пограничного слоя (убывает до нуля в случае безвихревого натекающего внешнего потока). В этом факте обнаруживается характерная черта пристеночной турбулентности – сосредоточенность возникновения ее вблизи пластины и сильное влияние уровня шероховатости. Анализ полученных результатов расчета (рис. 2, 3, 5) качественно и количественно подтверждает такой характер поведения кинетической энергии турбулентности, а именно, степень влияния шероховатой пластины на течение при $Re_h=20$ и $Re=10^5$. Результаты расчетов течения в турбулентном пограничном слое на основе LES-технологии для случая $Re=10^5$ и $Re_h=20$ в мировой научной литературе нами не обнаружены.

Проведен ряд тестовых расчетов по определению порога чувствительности разработанного численного алгоритма к варьированию значений u_* , C_V , C_M относительно номинальных (принятых в модели). Характеристики течения (при выполнении (8)) мало чувствительны к изменению параметров C_V и C_M в следующих случаях: 1) $C_M=1,3$; $0,025 < C_V < 0,04$; 2) $C_V=0,032$; $1,25 < C_M < 1,32$; 3) $0,025 < C_V < 0,032$; $1,3 < C_M < 1,32$; 4) $0,032 < C_V < 0,04$; $1,25 < C_M < 1,3$. При $C_M=1,3$; $C_V=0,032$ расчетные характеристики LES-подхода практически не изменяются при колебаниях u_* в пределах до трех процентов относительно номинального значения. В иных случаях происходит разбалансировка численного алгоритма.

ВЫВОДЫ

Численное моделирование на основе LES-подхода обладает определенными преимуществами по сравнению со статистическими моделями турбулентности (предназначенными для замыкания системы уравнений Рейнольдса). Во-первых, оно позволяет учитывать трехмерные эффекты, которые существенны в турбулентных процессах. Во-вторых, модели турбулентности с масштабами, меньшими шага сетки, более универсальны, и поэтому основанные на них методы позволяют рассчитывать более широкий класс течений.

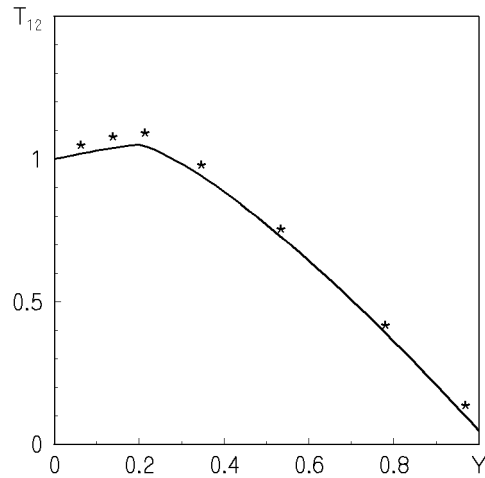


Рис. 3. Изменение полного сдвигового турбулентного напряжения T_{12} вдоль Y (сплошная кривая) и экспериментальные данные [30](*)

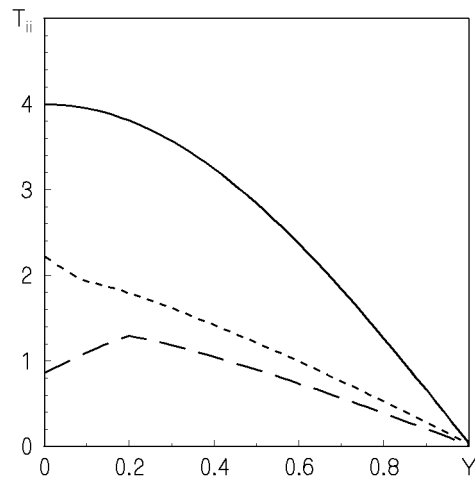


Рис. 4. Зависимость решаемых турбулентных напряжений T_{ii} от Y (T_{11} — сплошная кривая; T_{22} — — — ; T_{33} - - -).

В-третьих, на определенном этапе исследований эти методы оказываются более простыми, чем все усложняющиеся статистические теории.

Эффективность применения технологии моделирования крупных вихрей LES по сравнению с прямым методом численного моделирования DNS для течений с высокими числами Рейнольдса определяется необходимой величиной шагов расчетной сетки LES и DNS. Для LES безразмерный шаг сетки составляет порядка $Re^{-3/8}$, а для DNS — $Re^{-3/4}$. При $Re \geq 10^5$ в DNS нужно использовать громадное количество расчетных точек, которое приведет к накоплению вычислительных погреш-

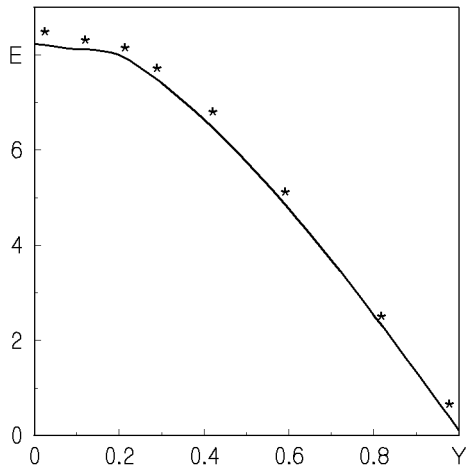


Рис. 5. Зависимость кинетической энергии турбулентности E от Y (сплошная кривая) и экспериментальные данные [30](*)

ностей. Следовательно, на современном этапе развития компьютерной техники использование прямого метода численного моделирования DNS для турбулентного пограничного слоя при $Re=10^5$ становится практически неосуществимым. Технология моделирования крупных вихрей LES решает на сетке явно только крупные масштабы течения. Поэтому объем вычислений и вклад численной диффузии резко уменьшаются в случае большого числа Рейнольдса при корректном учете взаимосвязи подсеточного моделирования, метода решения, выбранных граничных условий и явно определяемых операций фильтрации. LES-технология является пока единственной возможностью численного определения мгновенных трехмерных полей гидродинамических характеристик течений с высокими числами Рейнольдса.

Прямые методы численного моделирования DNS и LES предназначены для возможно наиболее полного решения задач о турбулентных течениях на основе исходных законов движения. Рассматривая уравнения Навье-Стокса как основу для теории турбулентности, можно проследить за динамикой течения. Полученные в результате расчета поля характеристик течения, которые даже в случае простейшей геометрии области течения и при статистически стационарных начальных и граничных условиях остаются трехмерными и нестационарными, позволяют затем определить любые интересующие нас величины.

В представленном исследовании разработан LES-подход для турбулентного пограничного слоя без расчета пристенной подобласти, но с обяза-

тельным заданием динамической скорости в граничных условиях. Такая экономичная методика позволяет эффективно реализовывать данную LES-технологии на персональных компьютерах. В обзорной работе [36] представлены способы определения динамической скорости на основе "зонального" подхода, но его вычислительная стоимость чрезвычайно высока. Суть зонального подхода в том, что основная часть течения определяется LES-технологией, а пристенный подслой — уравнениями Рейнольдса на более мелкой сетке. Численный алгоритм объединяет LES-подход и уравнения Рейнольдса посредством многошаговой итерационной процедуры для вычисления динамической скорости, как общего параметра течения. Реализация "зонального" подхода возможна только на суперкомпьютере CRAY, а стоимость расчетов примерно в 100 раз больше, чем вычислительная стоимость представленной нами LES-технологии.

Результаты проведенных исследований формулируются следующим образом:

1. На основе LES-технологии создана численная трехмерная модель течения несжимаемой жидкости в турбулентном пограничном слое в режиме промежуточной шероховатости для случая $Re=10^5$ и $Re_h=20$.

2. Разработан численный алгоритм решения замкнутой трехмерной нелинейной начально-краевой задачи в режиме установления. Для дискретизации поставленной проблемы создана неявная абсолютно устойчивая конечно-разностная схема второго порядка. На базе "сглаженных" уравнений Навье-Стокса на границе получен и эффективно используется корректный вид граничных условий для уравнения Пуассона, что обеспечивает требуемую точность численных результатов.

3. Все параметры и уравнения разработанной модели представлены в безразмерном виде на основе корректной взаимосвязи с физически значимой конечной вычислительной областью, что дает возможность выделить критерии подобия для течения в турбулентном пограничном слое несжимаемой жидкости при высоких числах Рейнольдса в режиме промежуточной шероховатости. В представленной модели имеются два параметра подобия: число Рейнольдса течения в заданной расчетной области Re и число Рейнольдса по шероховатости Re_h , характеризующее пристеночные эффекты. Подсеточная модель содержит константы C_V и C_M . Гидродинамические поля турбулентного течения полностью определяются параметрами общей модели Re, Re_h, u_*, C_V и C_M при

заданных граничных условиях.

4. Впервые на основе LES-технологии проведены численные исследования для определения искомых параметров течения в турбулентном пограничном слое несжимаемой жидкости в режиме промежуточной шероховатости для случая $Re=10^5$ и $Re_h=20$. Получены численные значения осредненной скорости, полных и подсеточных турбулентных напряжений и кинетической энергии турбулентности, которые хорошо согласуются с экспериментальными данными другого автора. При заданных исходных параметрах модели вклад подсеточных напряжений в полные турбулентные напряжения составляет 14 процентов.

1. Хинце И.О. Турбулентность.– М.: Физматгиз, 1963.– 680 с.
2. Ламли Д.Л., Пановский Г.А. Структура атмосферной турбулентности.– М.: Мир, 1966.– 264 с.
3. Монин А.С., Яглом А.М. Статистическая гидромеханика. Т. 1.– С.-П.: Гидрометеоиздат, 1992.– 694 с.
4. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа.– М.: Наука, 1987.– 840 с.
5. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя.– М.: ИЛ, 1956.– 528 с.
6. Новожилов В.В. Теория плоского турбулентного пограничного слоя несжимаемой жидкости.– Л.: Судостроение, 1977.– 167 с.
7. Романенко П.Н. Гидродинамика и теплообмен в пограничном слое. Справочник.– М.: Энергия, 1974.– 464 с.
8. Себиси Е., Бредшоу П. Конвективный теплообмен.– М.: Мир, 1987.– 590 с.
9. Методы расчета турбулентных течений: Пер. с англ./ Под ред. В.Кольмана.– М.: Мир, 1984.– 464 с.
10. Воропаев Г.А., Птуха Ю.А. Моделирование турбулентных сложных течений.– К.: Наук. думка, 1991.– 166 с.
11. Марвин Д.Г. Моделирование турбулентности для вычислительной аэродинамики // Аэрокосмическая техника.– 1984.– 2, N3.– С. 21–41.
12. Андерсон Д., Танненхил Дж., Плетчер Р. Вычислительная гидромеханика и теплообмен.Т.2.– М.: Мир, 1990.– 726 с.
13. Spalart P.R. Direct simulation of a turbulent boundary layer up to $Re_\theta=1410$ // J.Fluid Mech.– 1988.– V. 187.– P. 61–98.
14. Spalart P.R., Watmuff J.H. Experimental and numerical study of a turbulent boundary layer with pressure gradients // J.Fluid Mech.– 1993.– V. 249.– P. 337–371.
15. Kong H., Choi H., Lee J. Direct numerical simulation of turbulent thermal boundary layers // Phys.Fluids.– 2000.– V. 12, N 10.– P. 2555–2568.
16. Orellano A., Wengle H. Numerical simulation (DNS and LES) of manipulated turbulent boundary layer flow over a surface-mounted fence // Eur.J.Mech.B/Fluids.– 2000.– V. 19, N 5.– P. 765–788.
17. Минайлос А.Н. Точность численных решений уравнений Навье-Стокса // Ж.вычисл.матем. и мат.физ.(Россия).– 1998.– Т. 38, N 7.– С. 1220–1232.
18. Колмогоров А.Н. Уравнения турбулентного движения несжимаемой жидкости // Изв. АН СССР, сер. физ.– 1942.– Т. 6, N 1-2.– С. 56–58.
19. Smagorinsky J. General circulation experiments with primitive equation // Mon.Wether.– 1963.– V. 91.– P. 99–105.
20. Germano M., Piomelli U., Moin P., Cabot W. A dynamic subgrid-scale eddy viscosity model // Phys.Fluids A.– 1991.– V. 3, N 7.– P. 1760–1765.
21. Bardina J., Ferziger J., Reynolds W. Improved turbulence models based on LES of homogeneous incompressible turbulent flows // Department of Mechanical Engineering Report, Stanford.– 1984.– No.TF-19.– P. 1.
22. Horiuti K. The role of the Bardina model in large eddy simulation of turbulent channel flow // Phys.Fluids A.– 1989.– V. 1, N 2.– P. 426–428.
23. Sarghini F., Piomelli U., Balaras F. Scale-similar models for large-eddy simulations // Phys.Fluids.– 1999.– V. 11, N 6.– P. 1596–1607.
24. Zang Y., Street R., Koseff J. A dynamic mixed subgrid-scale model and its application to turbulent recirculating flows // Phys.Fluids A.– 1993.– V. 5, N 12.– P. 3186–3196.
25. Vreman B., Geurts B., Kuerten H. On the formulation of the dynamic subgrid-scale model // Phys.Fluids.– 1994.– V. 6, N 12.– P. 4057–4059.
26. Piomelli U., Moin P., Ferziger J. Model consistency in large eddy simulation of turbulent channel flows // Phys.Fluids.– 1988.– V. 31, N 7.– P. 1884–1891.
27. Piomelli U., Cabot W., Moin P., Lee S. Subgrid-scale backscatter in turbulent and transitional flows // Phys.Fluids.– 1991.– V. 3, N 7.– P. 1766–1771.
28. Piomelli U. High Reynolds number calculations using the dynamic subgrid-scale stress model // Phys.Fluids A.– 1993.– V. 5, N 6.– P. 1484–1490.
29. Vreman B., Geurts B., Kuerten H. Realizability conditions for the turbulent stress tensor in large-eddy simulation // J.Fluid.Mech.– 1994.– V. 278.– P. 351–362.
30. Ligrani P., Moffat R. Structure of transitionally rough and fully rough turbulent boundary layers // J.Fluid.Mech.– 1986.– V. 162.– P. 69–98.
31. Shean L., Yue D. Large-eddy simulation of free-surface turbulence // J.Fluid.Mech.– 2001.– V. 440.– P. 75–116.
32. Nicoud F., Bagget J., Cabot W. Large eddy wall-modelling based on suboptimal control theory and linear stochastic estimation // Phys.Fluids.– 2001.– V. 13, N 10.– P. 2968–2984.
33. Stolz S., Adams N., Kleiser L. The approximate deconvolution model for large-eddy simulations of compressible flows and its application to shock-turbulent-boundary-layer interaction // Phys.Fluids.– 2001.– V. 13, N 10.– P. 2985–3001.
34. Perry A., Abell C. Asymptotic similarity of turbulence structures in smooth- and rough-walled pipes // J.Fluid.Mech.– 1977.– V. 79.– P. 785–799.
35. Кузьменко В.Г. Численное трехмерное моделирование турбулентного пограничного слоя в режиме развитой шероховатости на основе LES-технологии // Прикладна гідромеханіка.– 2002.– 4(76), N 3.– С. 31–41.
36. Piomelli U., Balaras E. Wall-layer models for large-eddy simulations // Annu.Rev.Fluid.Mech.– 2002.– V. 34.– P. 349–374.