

УДК 532.51:537.84

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ МАГНИТНО-ВИХРЕВОГО КОЛЬЦА ВОЗЛЕ ПЛОСКОЙ ПОВЕРХНОСТИ

О. Н. БУЛАНЧУК*, С. А. ДОВГИЙ**, Ю. П. ЛАДИКОВ – РОЕВ***

* Приазовский государственный технический университет, Мариуполь,

** Институт гидромеханики НАН Украины, Киев,

*** Институт космических исследований НАН Украины

Получено 19.07.2002

В работе исследуется динамика магнитно-вихревого кольца вблизи проводящей и непроводящей стенки. Рассмотрены наиболее характерные случаи движения при различных начальных условиях. Численные результаты указывают на существование критических значений начального соотношения между магнитной и кинетической энергией, определяющих особенности динамики кольца вблизи поверхности. Показано, что в некоторых ситуациях на движение магнитно-вихревого кольца существенным образом может влиять его толщина.

В роботі досліджується динаміка магнітно-вихревого кільця поблизу провідної на непровідної стінки. Розглянуто найбільш характерні випадки руху при різних початкових умовах. Чисельні результати вказують на існування критичних значень початкового співвідношення між магнітною та кінетичною енергіями, яке визначає особливості динаміки кільця біля поверхні. Показано, що в деяких випадках на рух магнітно-вихревого кільця може істотним чином впливати його товщина.

In the paper it was investigated magneto-vortex ring dynamics near conductive and nonconductive wall. It was considered the most character movement cases under various initial conditions. The numerical results point out on the existence of critical initial ratio between magnetic and kinetic energy value which determines the ring dynamics features near surface. It was shown that under some situations the ring thickness can essentially influence on its movement.

ВВЕДЕНИЕ

Интерес к плазменным вихревым кольцам обусловлен необходимостью исследования структур, возникающих при истечении плотной плазмы в воздух [1], а также как одна из возможных механических моделей шаровой молнии [2, 3]. В настоящее время ведутся интенсивные исследования, связанные с попыткой обоснования природы шаровой молнии и возможностью её генерации в лабораторных условиях [4–6]. В работе [7] было показано, что в атмосфере возможно устойчивое существование магнитных вихревых колец, давление и температура которых может значительно превышать атмосферные. Время жизни таких колец оказывается порядка 10 с. Исследования показали, что тонкое магнитно-вихревое кольцо устойчиво относительно малых возмущений, если плотность внутри кольца меньше, чем плотность вне его, что дает возможность таким объектам парить над поверхностью Земли и легко переносится ветром. Отметим, что в [3] был произведен качественный анализ траекторий движения магнитно-вихревых пар, моделирующих движение магнитно-вихревых колец вблизи проводящей и непроводящей стенки. В настоящей работе приво-

дятся результаты численного моделирования динамики магнитно-вихревых колец вблизи проводящей и непроводящей стенки в рамках модели, предложенной в [3].

1. СИСТЕМА УРАВНЕНИЙ

При выводе уравнений движения магнитно-плазменных колец будем исходить из обобщенных уравнений Лагранжа для движения многосвязных тел в несжимаемой жидкости. Система уравнений (которые описывают движение как недеформируемых, так и деформируемых тел) имеет вид [8]:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial T}{\partial q_i} + \sum_{j=1}^n \gamma_{ij} \dot{q}_j + \frac{\partial K_{\Gamma}}{\partial q_i} = Q_i$$

$$T = \sum_{i,j} A_{ij} \dot{q}_i \dot{q}_j, \quad K_{\Gamma} = \sum_{i,j} B_{ij} \Gamma_i \Gamma_j,$$

$$\gamma_{ij} = \frac{\partial \beta_j}{\partial q_i} - \frac{\partial \beta_i}{\partial q_j} \quad (i, j = 1, \dots, n), \quad (1)$$

где q_i – обобщенные координаты; \dot{q}_i – обобщенные скорости; T – та часть кинетической энергии, которой обладали бы движущиеся тела и жидкость при отсутствии циркуляции; K_{Γ} – квадратичная форма циркуляции Γ_i , представляющая собой ки-

нетическую энергию циркуляционного движения; Q_i – обобщенная сила, соответствующая обобщенной координате q_i ; величины β_i являются линейными формами циркуляции $\vartheta\beta_i = \sum_{j=1}^k \alpha_{ij}\Gamma_j$, коэффициенты которой определяются из уравнений

$$\rho\dot{\chi}_j = \frac{\partial K_\Gamma}{\partial \Gamma_j} + \sum_{i=1}^n \alpha_{ij}\dot{q}_i \quad (j = 1, \dots, k), \quad (2)$$

где k – порядок связности. Если рассматриваемую область течения жидкости превратить в односвязную с помощью k перегородок, то $\rho\dot{\chi}_j$ определяет поток массы в единицу времени через перегородку j и, соответственно, α_{ij} есть та часть потока массы через перегородку j , которая приходится на единицу скорости изменения координаты q_i . В уравнении (1) фигурируют квадратичные формы T и K_Γ , которые сами могут быть определены только из решения соответствующей гидродинамической задачи. Однако в случае очень тонких тел (например, вихревых колец) эти уравнения могут быть применены.

Пусть в несжимаемой идеальной непроводящей жидкости находятся тонкие плазменные, вихревые кольца, по которым текут токи I_j , совпадающие по направлению с завихренностью или противоположны ей (рис. 1). Вне вихревых колец жидкость вовлечена в безвихревое циркуляционное движение, скорость которого определяется по формуле Био–Саварра. Текущие по нитям токи вызывают в окружающем пространстве магнитное поле, напряженность которого также определяется по закону Био–Саварра.

Будем полагать, что окружающая среда немагнитна. В силу вышесказанного, циркуляция Γ по любому замкнутому контуру должна сохранять постоянное значение и, соответственно, вихревые нити не могут покинуть ту область плазмы, с которой они были связаны в начальный момент времени, т. е. вихревые нити будут ”вморожены” в соответствующие плазменные нити. Если полагать кольца достаточно тонкими ($a/r \ll 1$), то величиной T и её производными в системе (1) будем пренебрегать по сравнению с другими слагаемыми (поскольку T пропорциональна объемам колец).

Обобщенные силы Q_i в рассматриваемом случае определяются [9] как производные от магнитной энергии M токов по соответствующим координатам: $Q_i = \partial M / \partial q_i$. Уравнения (1) будут иметь вид:

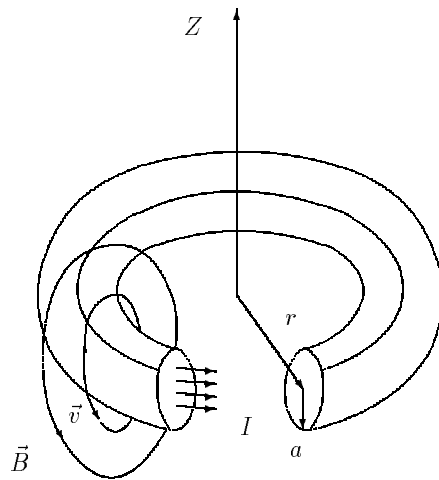


Рис. 1. Модель магнитно-вихревого кольца

$$\sum \gamma_{ij}\dot{q}_i + \frac{\partial K_\Gamma}{\partial q_i} = \frac{\partial M}{\partial q_i} \quad (i = 1, \dots, n), \quad (3)$$

Кроме того, полагая плазменные кольца и нити идеальными проводниками, к системе (3) следует добавить условие постоянства потока вектора магнитной индукции $\Phi_i = \int (\vec{B}d\vec{S})$ через площадь, ограниченную контуром проводника:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial M}{\partial I_j} = 0, \quad (4)$$

где $M = \sum_i L_i I_i^2 / 2 + \sum_{i,j} L_{i,j} I_i I_j / 2$ – энергия магнитного поля системы контуров; L_i – индуктивность i контура; $L_{i,j}$ – коэффициенты взаимной индукции. Таким образом, плазменные вихревые кольца и нити должны описываться системой (3) и (4).

Рассмотрим движение двух тонких магнитно-вихревых колец с общей осью симметрии z . В качестве обобщенных координат мы можем принять $q_1 = r_1$ – радиус первого кольца; $q_2 = z_1$ – расстояние центра первого кольца от начала координат; $q_3 = r_2$ – радиус второго кольца; $q_4 = z_2$ – расстояние центра второго кольца от начала координат. Кинетическая энергия циркуляционного движения K_Γ и магнитная энергия M соответственно равны [8, 10]:

$$\begin{aligned}
 K_{\Gamma} &= \frac{\rho \Gamma_1^2 r_1}{4} \left(\ln \frac{128\pi^2}{\tau_1} r_1^3 - \frac{7}{2} \right) + \\
 &+ \frac{\rho \Gamma_2^2 r_2}{4} \left(\ln \frac{128\pi^2}{\tau_2} r_2^3 - \frac{7}{2} \right) + 2\rho \Gamma_1 \Gamma_2 \sqrt{r_1 r_2} f(k), \\
 M &= \frac{\mu_0 I_1^2 r_1}{4} \left(\ln \frac{128\pi^2}{\tau_1} r_1^3 - \frac{7}{2} \right) + \\
 &+ \frac{\mu_0 I_2^2 r_2}{4} \left(\ln \frac{128\pi^2}{\tau_2} r_2^3 - \frac{7}{2} \right) + 2\mu_0 I_1 I_2 \sqrt{r_1 r_2} f(k).
 \end{aligned} \quad (5)$$

Здесь $r_{1,2}$ — радиусы колец; $\tau_{1,2} = 2\pi^2 r_{1,2} a_{1,2}^2$ — объемы колец; $a_{1,2}$ — радиусы поперечных сечений колец;

$$k^2 = \frac{4r_1 r_2}{(r_1 + r_2)^2 + (z_1 - z_2)^2};$$

$$f(k) = \frac{2 - k^2}{2k} K(k) - \frac{1}{k} E(k);$$

$K(k)$ і $E(k)$ — полные эллиптические интегралы первого и второго рода соответственно. Используя уравнение (2), можно найти $\alpha_{12} = -\pi r_1^2 \rho$, $\alpha_{24} = -\pi r_2^2 \rho$. Все остальные величины $\alpha_{ij} = 0$. Вычисляя затем значения β_i і γ_{ij} и подставляя в уравнение (3), получаем систему уравнений, описывающую движение и взаимодействие двух магнитно-вихревых колец:

$$\begin{aligned}
 \frac{dr_1}{dt} &= \frac{\Gamma_2}{\pi} (1 - \xi_1 \xi_2) \frac{k^3 (z_1 - z_2)}{4r_1 (r_1 r_2)^{1/2}} \frac{\partial f(k)}{\partial k}, \\
 \frac{dr_2}{dt} &= -\frac{\Gamma_1}{\pi} (1 - \xi_1 \xi_2) \frac{k^3 (z_1 - z_2)}{4r_2 (r_1 r_2)^{1/2}} \frac{\partial f(k)}{\partial k}, \\
 \frac{dz_1}{dt} &= \frac{3\Gamma_1}{8\pi} (1 - \xi_1^2) \frac{\ln \lambda_1 r_1}{r_1} + \\
 &+ \frac{\Gamma_2}{\pi} (1 - \xi_1 \xi_2) \left(\frac{r_2}{r_1} \right)^{1/2} \left(\frac{f(k)}{2r_1} + \frac{\partial f(k)}{\partial k} \frac{\partial k}{\partial r_1} \right), \\
 \frac{dz_2}{dt} &= \frac{3\Gamma_2}{8\pi} (1 - \xi_2^2) \frac{\ln \lambda_2 r_2}{r_2} + \\
 &+ \frac{\Gamma_1}{\pi} (1 - \xi_1 \xi_2) \left(\frac{r_1}{r_2} \right)^{1/2} \left(\frac{f(k)}{2r_2} + \frac{\partial f(k)}{\partial k} \frac{\partial k}{\partial r_2} \right), \quad (6)
 \end{aligned}$$

$$3\Gamma_1 \xi_1 r_1 \ln \left(\frac{\lambda_1 r_1}{e} \right) + 4\Gamma_2 \xi_2 \sqrt{r_1 r_2} f(k) = \Psi_1 = \text{const},$$

$$3\Gamma_2 \xi_2 r_2 \ln \left(\frac{\lambda_2 r_2}{e} \right) + 4\Gamma_1 \xi_1 \sqrt{r_1 r_2} f(k) = \Psi_2 = \text{const},$$

где $\lambda_{1,2} = (128\pi^2 / \tau_{1,2} \sqrt{\epsilon})^{1/3}$; $\xi_{1,2} = \sqrt{\mu_0 / \rho} I_{1,2} / \Gamma_{1,2}$ — отношение энергии магнитного поля к кинетической энергии первого и второго магнитно-вихревого кольца соответственно; ρ — плотность

плазмы; $I_{1,2}$ — сила тока; $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м — магнитная постоянная; $\Gamma_{1,2}$ — циркуляции; $\Psi_{1,2}$ — величина, пропорциональная магнитному потоку через кольцо. Производные имеют вид:

$$\frac{df(k)}{dk} = \frac{(2 - k^2)E(k)}{2(1 - k^2)k^2} - \frac{K(k)}{k^2},$$

$$\frac{dk}{dr_{1,2}} = \frac{k^3 (r_{2,1}^2 - r_{1,2}^2 + (z_1 - z_2)^2)}{8r_{1,2}^2 r_{2,1}}.$$

2. ДВИЖЕНИЕ КОЛЬЦА ВБЛИЗИ ПРОВОДЯЩЕЙ СТЕНКИ

При движении магнитно-вихревого кольца вблизи идеально проводящей границы последняя моделируется с помощью введения зеркально-отраженного кольца, симметрично расположенного относительно плоскости $z = 0$ и имеющего противоположные циркуляции и токи. Это обеспечивает выполнение условия непротекания на границе и непроникновение магнитного поля в проводник: $B_{1n} = B_{2n} = 0$. В этом случае из системы (6), положив $\Gamma_2 = -\Gamma_1 = -\Gamma$, $r_2 = r_1 = r$, $z_2 = -z_1 = -z$, $I_2 = -I_1 = -I$, $\xi_1 = \xi_2 = \xi$, получим систему уравнений, описывающих движение кольца вблизи идеально проводящей поверхности:

$$\frac{dr}{dt} = -\frac{\Gamma}{2\pi r} (1 - \xi^2) \frac{k^3 z}{r} \frac{\partial f(k)}{\partial k},$$

$$\frac{dz}{dt} = \frac{\Gamma}{2\pi r} (1 - \xi^2) \left(\frac{3}{4} \ln \lambda r - f(k) - \frac{k^3 z^2}{r^2} \frac{\partial f(k)}{\partial k} \right), \quad (7)$$

$$\xi r (3 \ln((\lambda r / e) - 4f(k)) = \text{const}. \quad (8)$$

Система (7) имеет интеграл движения [3] $M + K = \text{const}$, из которого следует:

$$(1 + \xi^2) r (3 \ln(\lambda r / e) - 4f(k)) = \text{const}. \quad (9)$$

Как следует из уравнений (8) и (9) отношение магнитной к кинетической энергии системы не изменяется в процессе движения: $\xi = \text{const}$.

Из анализа уравнения (7) видно, что в зависимости от знака Γ и величины ξ , возможны следующие сценарии поведения магнитно-вихревого кольца:

1. $\Gamma > 0$, $\xi^2 < 1$ или $\Gamma < 0$, $\xi^2 > 1$. Магнитно-вихревое кольцо удаляется от поверхности, и на большом расстоянии влияние границы становится пренебрежимо малым. Радиус кольца

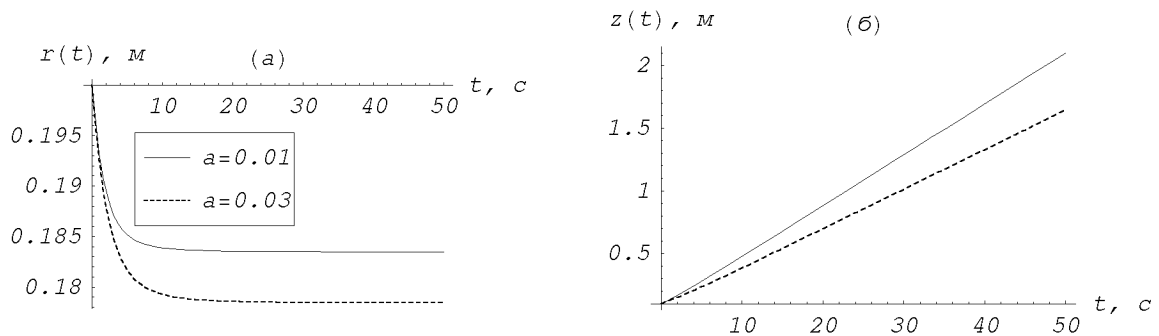


Рис. 2. Движение магнитно-вихревого кольца вблизи проводящей поверхности при $\Gamma = 0.16\pi \text{ м}^2/\text{с}$, $r_0 = 0.2 \text{ м}$, $z_0 = 0.1 \text{ м}$, $\xi = 0.98$

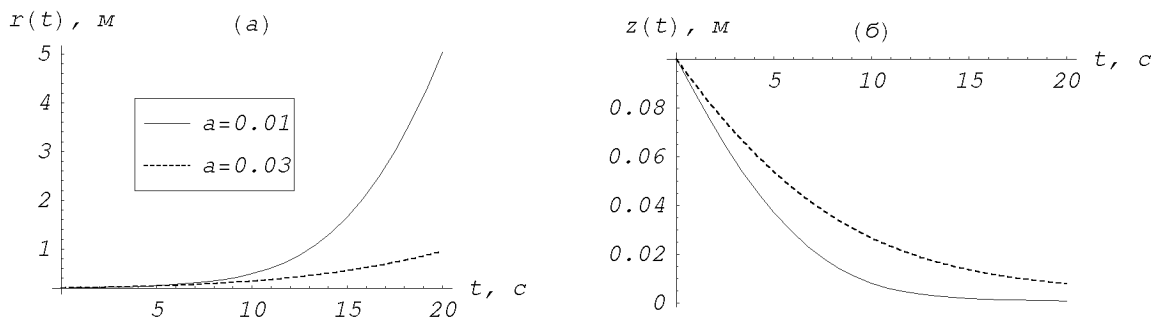


Рис. 3. Движение магнитно-вихревого кольца в направлении проводящей поверхности при $\Gamma = 0.16\pi \text{ м}^2/\text{с}$, $r_0 = 0.2 \text{ м}$, $z_0 = 0.1 \text{ м}$, $\xi = 1.01$

стремится к постоянному значению (происходит стабилизация формы кольца): $\lim_{t \rightarrow \infty} r(t) = r_s$. Скорость удаления от стенки $\lim_{t \rightarrow \infty} v(t) = 3\Gamma \ln(\lambda r_s)(1 - \xi^2)/8\pi r_s$ зависит от циркуляции (чисто гидродинамический случай) и соотношения между магнитной и кинетической энергией кольца (скорость движения будет минимальной, когда их значения близки). На рис. 2 показана динамика кольца при разных значениях начального радиуса сечения кольца. Видно, что качественный характер движения кольца вблизи проводящей поверхности не зависит от толщины кольца. При увеличении начального радиуса сечения кольца увеличивается объем, занимаемый плазмой, что приводит к уменьшению скорости движения.

2. $\Gamma < 0$, $\xi^2 < 1$ или $\Gamma > 0$, $\xi^2 > 1$. Кольцо бесконечно близко приближается к поверхности, а его радиус неограниченно увеличивается (рис. 3).

3. ДВИЖЕНИЕ КОЛЬЦА ВБЛИЗИ НЕПРОВОДЯЩЕЙ СТЕНКИ

В данном случае стенка моделируется вторым кольцом без электрического тока ($I_2 = 0$, $\xi_2 = 0$), что обеспечивает выполнение условия непротекания. При этом магнитное поле может свободно проникать в вещество стенки. Из уравнения (6) можно получить систему уравнений, описываю-

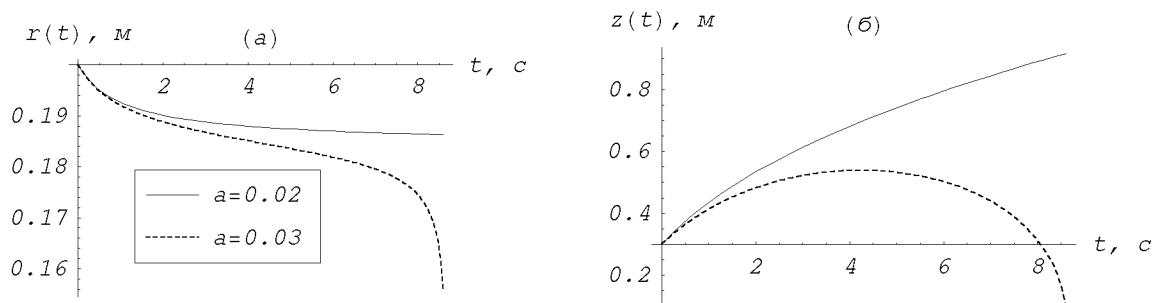


Рис. 4. Движение кольца вблизи непроводящей стенки при $\Gamma = 0.16\pi \text{ м}^2/\text{с}$, $r_0 = 0.2 \text{ м}$, $z_0 = 0.3 \text{ м}$, $\xi_0 = 0.871$

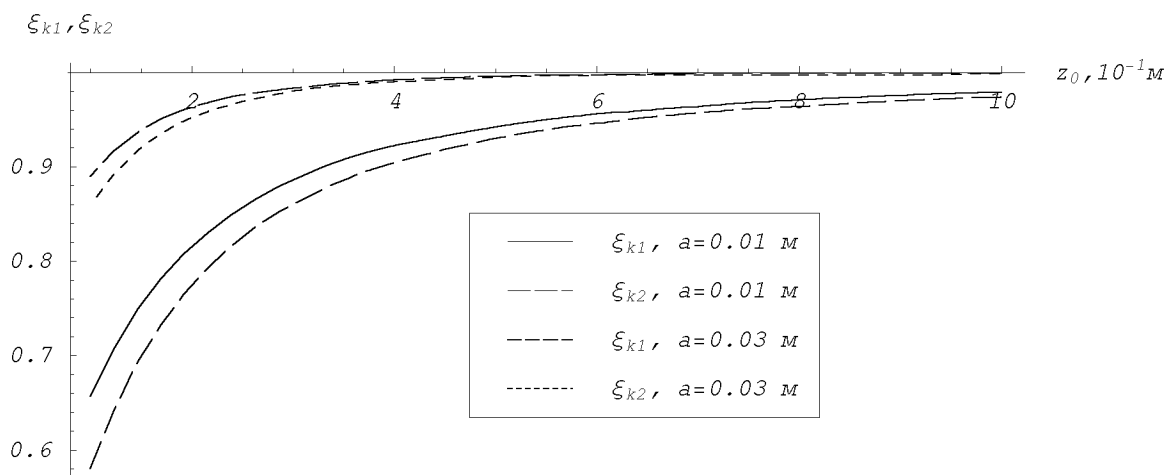


Рис. 5. Влияние на величину критической энергии $\xi_{k1,2}$ начального расстояния кольца от поверхности z_0 и начального радиуса сечения кольца a при $r_0 = 0.2 \text{ м}$

щих динамику магнитно-вихревого кольца вблизи немагнитной поверхности:

$$\frac{dr}{dt} = -\frac{\Gamma}{2\pi r} \frac{k^3 z}{r} \frac{\partial f(k)}{\partial k},$$

$$\frac{dz}{dt} = \frac{\Gamma}{2\pi r} \left(\frac{3}{4} (1 - \xi^2) \ln \lambda r - f(k) - \frac{k^3 z^2}{r^2} \frac{\partial f(k)}{\partial k} \right), \quad (10)$$

$$\xi r \ln(\lambda r / \epsilon) = \text{const}. \quad (11)$$

Непосредственной проверкой можно убедиться, что $M + K\Gamma/2$ является интегралом (10):

$$r(3(1 + \xi^2) \ln(\lambda r / \epsilon) - 4f(k)) = \text{const}. \quad (12)$$

Решение системы уравнений (10) с учетом (11) производилось численными методами. Для контроля точности использовалось соотношение (12).

В случае $\Gamma > 0$ вихревое кольцо сжимается, а его движение в направлении стенки определяется

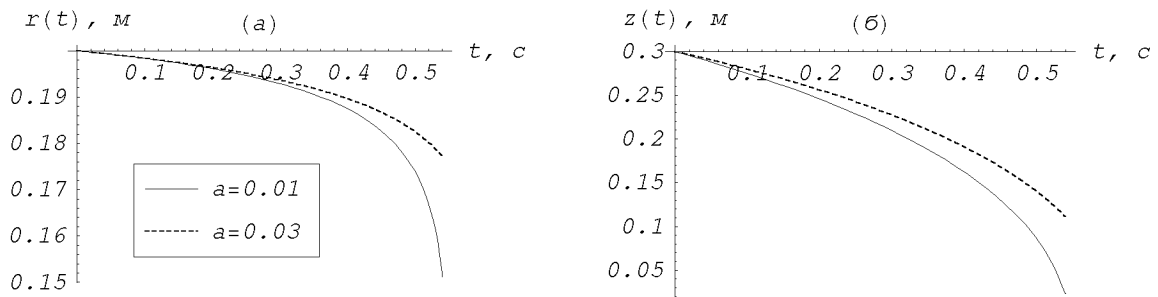


Рис. 6. Движение кольца вблизи непроводящей стенки при $\Gamma = 0.16\pi \text{ м}^2/\text{с}$, $r_0 = 0.2 \text{ м}$, $z_0 = 0.3 \text{ м}$, $\xi_0 = 1.1$

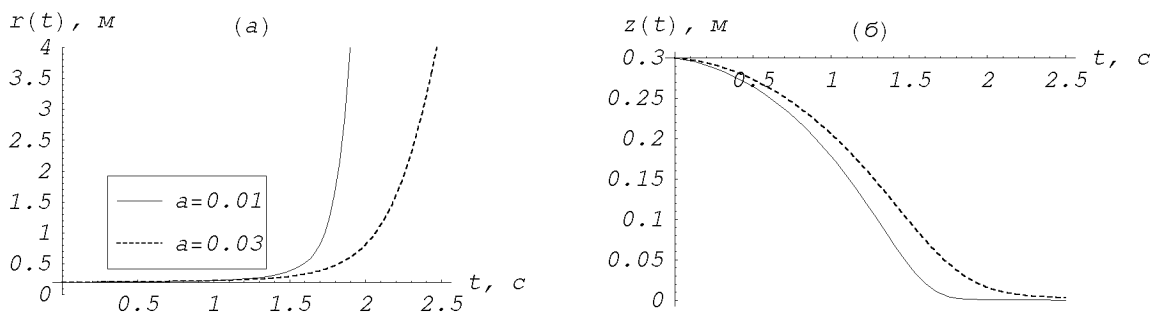


Рис. 7. Движение кольца вблизи непроводящей стенки при $\Gamma = -0.16\pi \text{ м}^2/\text{с}$, $r_0 = 0.2 \text{ м}$, $z_0 = 0.3 \text{ м}$, $\xi_0 = 0.97$.

начальным радиусом вихревого кольца a и соотношением между магнитной и кинетической энергиями в начальный момент времени ξ_0 . Результаты численного моделирования показали, что в зависимости от соотношения между магнитной и кинетической энергиями ξ_0 возможны следующие ситуации:

1. При $\xi_0 < \xi_{k1}$ движение кольца аналогично чисто гидродинамическому случаю: кольцо удаляется на бесконечность, а его радиус стре-

мится к постоянному значению (рис. 4 при $a = 0.02 \text{ м}$). На величину ξ_{k1} оказывает влияние начальная толщина кольца a (или радиус r_0) и начальное расстояние от поверхности z_0 . На рис. 5 показаны зависимости ξ_{k1} от z_0 при различных значениях сечения кольца. Видно, что удаление кольца от поверхности приводит к возрастанию ξ_{k1} , которая стремится к единице при $z_0 \rightarrow \infty$. Увеличение начального радиуса сечения кольца a (и r_0) приводит к уменьшению ξ_{k1} .

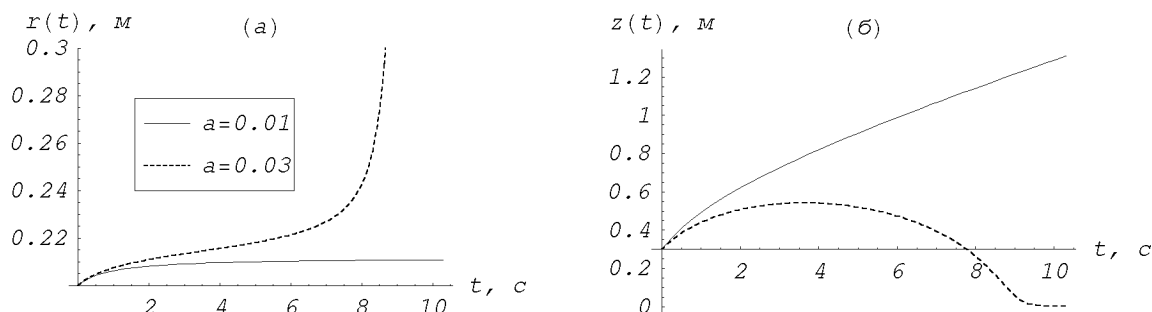


Рис. 8. Движение кольца вблизи непроводящей стенки при $\Gamma = -0.16\pi \text{ м}^2/\text{с}$, $r_0 = 0.2 \text{ м}$, $z_0 = 0.3 \text{ м}$, $\xi_0 = 1.12$.

2. В случае $\xi_{k1} < \xi_0 < \xi_{k2}$ магнитно-вихревое кольцо вначале удаляется от поверхности на некоторое расстояние, затем приближается (рис. 4 при $a = 0.03 \text{ м}$). В фазе отхода кольца от поверхности его радиус уменьшается медленно, кольцо почти зависает над поверхностью, затем, плавно набирая скорость и быстро сжимаясь, стремительно падает на поверхность. При наличии отверстия подходящего размера можно ожидать, что кольцо проскочит через него.

Следует отметить, что вблизи поверхности, вследствие сжатия кольца, его радиус поперечного сечения будет увеличиваться и, таким образом, кольцо уже нельзя полагать тонким.

Рис. 5 отражает зависимость ξ_{k2} от z_0 при $a = 0.03 \text{ м}$. Из графиков видно, что характер зависимости аналогичен предыдущему случаю.

3. Когда $\xi_0 > \xi_{k2}$, кольцо, сжимаясь, устремляется к поверхности (рис. 6). При этом оказывается, что чем меньше начальная толщина кольца, тем быстрее его движение в направлении к поверхности.

Таким образом, из вышесказанного следует, что при прочих равных условиях толщина магнитно-вихревого кольца может существенным образом влиять на характер движения кольца вблизи непроводящей поверхности.

При $\Gamma < 0$ радиус магнитно-вихревого кольца увеличивается. Из анализа системы (10) следует,

что в зависимости от величины ξ_0 имеют место следующие характерные типы динамики кольца:

1. При малых значениях магнитной энергии $\xi_0 < \xi_{k2}$ движение кольца аналогично чисто гидродинамическому случаю: оно бесконечно близко приближается к стенке, увеличиваясь в диаметре (рис. 7). При этом кольцо с большим начальным радиусом сечения движется в направлении стенки и расширяется несколько медленнее.
2. В случае $\xi_{k2} < \xi_0 < 2 - \xi_{k1}$ магнитно-вихревое кольцо вначале удаляется от поверхности на некоторое расстояние, затем приближается, увеличиваясь в диаметре (рис. 8 при $a = 0.03 \text{ м}$).
3. Когда энергия магнитного поля велика: $\xi_0 > 2 - \xi_{k1}$, кольцо удаляется на бесконечность, при этом его радиус стремится к постоянному значению (рис. 8 при $a = 0.01 \text{ м}$).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, характер движения магнитно-вихревого кольца при заданных начальных значениях r_0 и z_0 зависит как от начального соотношения между магнитной и кинетической энергией, так и от начального радиуса сечения кольца. Одновременное изменение нескольких параметров может обуславливать сложный и труднопредсказуемый характер движения плазменного кольца, что позволяет предложить модель магнитно-

вихревого кольца для объяснения движения шаровой молнии.

1. Юсупалиев У. Импульсное истечение плотной излучающей плазмы в затопленную среду // Автореф. канд. диссерт., – М.: МГУ. – 1988. – 15 с.
2. Ладиков Ю. П. Магнитно-вихревые кольца // Изв. АН СССР. ОТН. сер. "Механика и машиностроение". – 1960. – N 4. – С. 7–13.
3. Ладиков Ю. П. Некоторые задачи динамики магнитно-вихревых конфигураций // Прикл. матем. и механика. – Т. XXIV. – 1960. – С. 897–905.
4. Новиков А. А. Загадки огненного яйца пророка Или: обоснование плазменной природы шаровой молнии. – Винница: Континент-Прим, 1999. – 231 с.
5. Turner D. J. Ball lighting and other meteorological phenomenon // Ph. Reports. – 1998. – V. 293. – P. 1–60.
6. Graham K. Hubler Lighting: Fluff balls of fire // Nature. – 2000. – V. 403. – P. 487–488.
7. Ладиков Ю. П. Существование и движение магнитно-вихревых колец в атмосфере // Труды матем. ин-та им. Стеклова АН СССР. – 1989. – Т. 186. – С. 61–70.
8. Ламб Г. Гидродинамика. – М.-Л.: Гостехиздат, 1947. – 928 с.
9. Ландау Л. Д., Лившиц Е. М. Электродинамика сплошных сред. – М.-Л.: ГИИТТ, 1962. – 620 с.
10. Цейтлин Л. А. Индуктивности проводов и контуров. – М.: Госэнергоиздат, 1950. – 290 с.