

Визначення ефективних характеристик демпфірування в'язкопружних композиційних матеріалів, армованих волокнами

В. Г. Дубенець, О. О. Яковенко

Чернігівський державний технологічний університет, Чернігів, Україна

Пропонується числовий метод визначення ефективних комплексних модулів і декрементів коливань армованих волокнами в'язкопружних композиційних матеріалів, що базується на скінченноелементному моделюванні представницького елемента об'єму і прирівнюванні пружної і в'язкої частин енергії деформування об'ємів композиційного і квазіоднорідного матеріалів. Досліджено вплив структури армування на декремент коливань в'язкопружних волокнистих композиційних матеріалів.

Ключові слова: композиційний матеріал, ефективні комплексні модулі, декремент коливань, метод скінченних елементів.

Вступ. Дослідження властивостей композиційних матеріалів, зокрема волокнистих на полімерній основі, свідчить про перспективність їх використання в багатьох галузях промисловості, у першу чергу завдяки високим характеристикам питомої міцності і внутрішнього розсіяння енергії та можливості регулювання механічних характеристик шляхом зміни структурних параметрів. Реалізувати переваги композиційних матеріалів можна завдяки раціональному вибору схем армування, відповідному вибору компонентів, методів розрахунку, які дозволяють врахувати розривні матеріальні функції по об'єму композита і відповідні визначальні співвідношення для матеріалів, що складають композит. Точні аналітичні розв'язки задачі, яка враховує ці особливості, можливі тільки в небагатьох випадках [1], у зв'язку з чим у розрахунках використовують так звані “ефективні” характеристики композитів [2], які, у свою чергу, визначаються або експериментально, або розрахунковими методами.

Оскільки експериментальні і більшість наближених аналітичних методів не дозволяють точно врахувати особливості розподілу напружень і деформацій по об'єму, пошук і використання уточнених методів отримання ефективних характеристик є актуальною задачею, особливо враховуючи можливість оптимізації конструкцій з композитів. Визначенню ефективних характеристик, зокрема пружних модулів однонаправлених композиційних матеріалів, присвячено багато робіт, наприклад [3, 4]. Значно менше робіт, що стосуються визначення ефективних пружних властивостей перехресно-армованих (армованих у двох напрямках) композитів [5, 6], композитів з об'ємним армуванням (армування у трьох, чотирьох і більше напрямках) [7, 15] і зовсім мало досліджень ефективних характеристик неідеально пружних матеріалів, зокрема характеристик демпфірування [16–20]. Відомо, що зі збільшенням напрямків армування в композиційному матеріалі при незмінному коефіцієнті армування змінюються властивості всього матеріалу [3, 11]. У зв'язку з наявністю великої кількості просторових схем армування постає питання про

доцільність використання кожної зі схем при проектуванні конструкцій з композиційних матеріалів із заданими властивостями. Метою даної роботи є розробка методу визначення ефективних комплексних модулів і декрементів коливань композиційних матеріалів із в'язкопружними компонентами та дослідження впливу особливостей армування на характеристики демпфірування волокнистих композиційних матеріалів.

Метод аналізу. Для розрахунку ефективних характеристик композиційного матеріалу розглядається так званий представницький елемент об'єму [2]. Потім визначаються граничні умови, що мають місце для цього елемента при роботі у складі конструкції, і розв'язуються крайові задачі, кількість яких дозволяє знайти всі невідомі параметри умовного квазіоднорідного матеріалу. Набір таких елементів із достатньою точністю імітує поведінку всього композиційного матеріалу. Представницькі елементи об'єму для просторово-армованих композиційних матеріалів наведено на рис. 1, структура чотиринаправленого композиту – на рис. 2 [11].

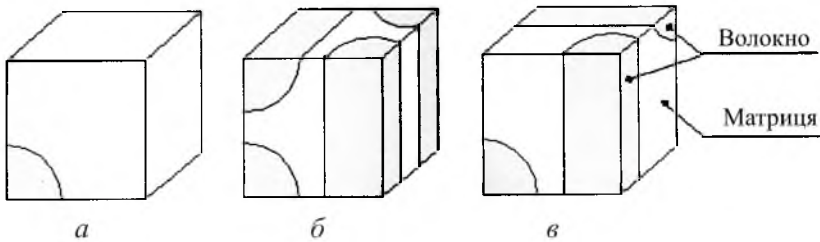


Рис. 1. Представницькі елементи об'єму для одно- (а), дво- (б) і трінаправленого (в) композиційного матеріалу.

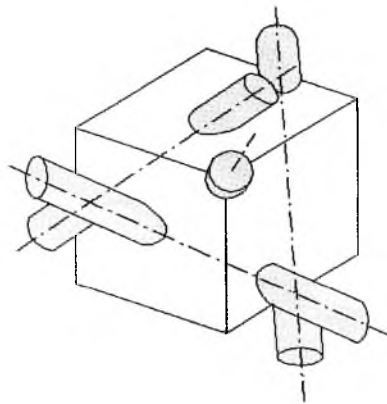


Рис. 2. Чотиринаправлений композиційний матеріал.

Для отримання ефективних характеристик в'язкопружного композиційного матеріалу припустимо, що залежності між напруженнями і деформаціями для матеріалів, які складають композит, записано у вигляді рівнянь Больцмана–Вольтерра:

$$\sigma(t) = \int_0^t R(t - \tau) \dot{\epsilon}(\tau) d\tau, \quad (1)$$

де σ, ε – вектори напружень і деформацій; $R(t - \tau)$ – матриця функцій релаксації; t – час; $\dot{\varepsilon}$ – швидкість деформації, $\dot{\varepsilon} = \frac{d\varepsilon}{dt}$.

Рівняння стаціонарних коливань скінченноелементної моделі представницького елемента композиційного матеріалу, яке зв'язує конструктивні і механічні характеристики елемента з вузловими переміщеннями u , матиме вигляд [19]

$$M\ddot{u} + R^*(u) = Fe^{i\omega t}, \quad (2)$$

де M – матриця мас; $R^*(u)$ – матричний інтегральний оператор; $Fe^{i\omega t}$ – вектор зовнішніх навантажень.

Приймемо розв'язок (2) у вигляді

$$u = qe^{i\omega t} \quad (3)$$

і отримаємо алгебраїчну задачу для визначення вектора q :

$$Z(i\omega)q = F, \quad (4)$$

де $Z(i\omega)$ – матриця динамічної жорсткості, $Z(i\omega) = K(i\omega) + \lambda M$; $K(i\omega)$ – матриця жорсткості, $K(i\omega) = K'(\omega) + iK''(\omega)$; ω – частота; $\lambda = (i\omega)^2$.

Компоненти матриці $Z(i\omega)$ залежать від комплексних модулів матеріалів, що складають композит, які, у свою чергу, можуть залежати від частоти.

Помножимо ліву і праву частини рівняння (4) на $\frac{1}{2}$ та спряжено-транспонований вектор q^H і запишемо

$$\frac{1}{2}q^H Z(i\omega)q = \frac{1}{2}q^H F. \quad (5)$$

Отримання рівняння можна розглядати як закон збереження енергії за цикл коливань з амплітудою q . За відсутності зовнішніх сил маємо

$$\frac{1}{2}q^H Z(i\omega)q = 0 \quad (6)$$

або після розділення матриці $Z(i\omega)$ на дійсну й уявну частини –

$$\frac{1}{2}q^H Z'q + \frac{1}{2}iq^H Z''q = 0. \quad (7)$$

Як видно, пружна енергія визначається дійсною частиною матриці $Z(i\omega)$, а дисипативна – уявною.

Приймемо, що умовою еквівалентності композиційного і квазіоднорідного матеріалів є рівність енергій деформації:

$$\frac{1}{2} q^H Z(i\omega) q = \frac{1}{2} q^H Z_{\text{еф}}(i\omega) q, \quad (8)$$

або з урахуванням розділення (7) –

$$\frac{1}{2} q^H Z' q + \frac{1}{2} i q^H Z'' q = \frac{1}{2} q^H Z'_{\text{еф}} q + \frac{1}{2} i q^H Z''_{\text{еф}} q. \quad (9)$$

Розділимо у рівнянні (9) дійсні й уявні доданки без урахування сил інерції (квазістатичне деформування) і отримаємо

$$q^H K' q = q^H K'_{\text{еф}} q; \quad q^H K'' q = q^H K''_{\text{еф}} q. \quad (10)$$

Для визначення лівих частин рівнянь (10) необхідно розглянути скінченноелементні моделі представницького елемента одиничних розмірів, розв'язати відповідну кількість крайових задач при заданих граничних умовах окремо для дійсної й уявної частин матриці K і знайти відповідні енергії деформації об'єму елемента U' , U'' . Енергії деформації одиничного об'єму квазіоднорідного матеріалу при заданих переміщеннях (рис. 3) визначаються за формулами

$$2U' = \varepsilon^T C'_{\text{еф}} \varepsilon; \quad 2U'' = \varepsilon^T C''_{\text{еф}} \varepsilon, \quad (11)$$

де ε – вектор деформації у точках об'єму елемента; $C'_{\text{еф}}$, $C''_{\text{еф}}$ – матриці дійсних і уявних частин комплексних модулів квазіоднорідного матеріалу.

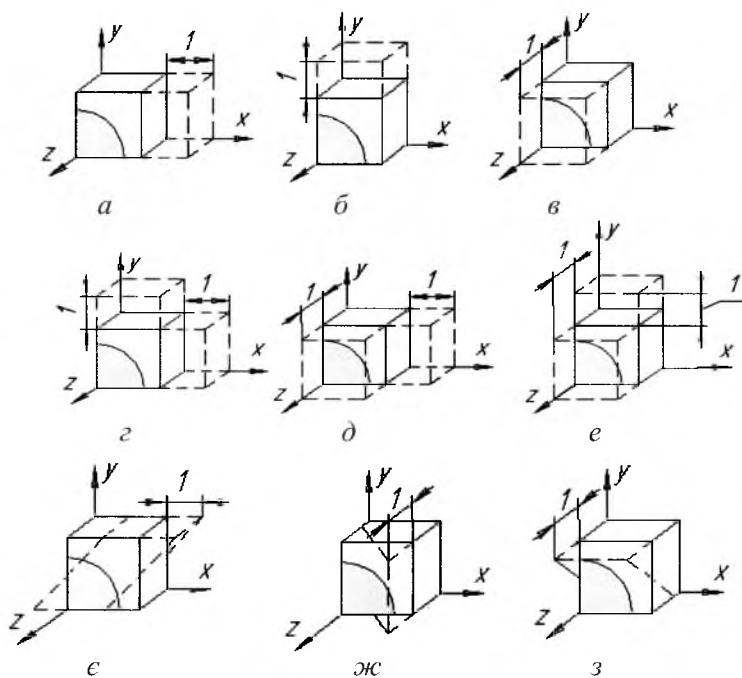


Рис. 3. Варіанти граничних умов для переміщень характерного елемента об'єму.

Компоненти матриць ефективних модулів в'язкопружного композиційного матеріалу $C'_{\text{еф}}$, $C''_{\text{еф}}$ знаходяться з рівнянь (11). Як видно, процедура визначення компонент матриць комплексних модулів однакова для дійсних і уявних складових.

Для ортотропного матеріалу достатньо розглянути дев'ять варіантів граничних умов (рис. 3).

Компоненти матриці декрементів коливань визначаються за формулою [16]

$$\Delta_{i,j} = \pi \frac{C''_{\text{еф}i,j}}{C'_{\text{еф}i,j}}, \quad (12)$$

Матриця декрементів для ортотропного композиційного матеріалу має такий вигляд:

$$\Delta = \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} & 0 & 0 & 0 \\ d_{12} & d_{22} & d_{23} & 0 & 0 & 0 \\ d_{13} & d_{23} & d_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & d_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & d_{66} \end{bmatrix}, \quad (13)$$

де компоненті матриці декрементів d_{11} відповідає деформація розтягу–стиску вздовж осі x ; компоненті d_{22} – деформація розтягу–стиску вздовж осі y ; компоненті d_{33} – деформація розтягу–стиску вздовж осі z ; компоненті d_{12} – деформація розтягу–стиску вздовж осей x і y ; компоненті d_{13} – деформація розтягу–стиску вздовж осей x і z ; компоненті d_{23} – деформація розтягу–стиску вздовж осей y і z ; компонентам d_{44} , d_{55} , d_{66} – відповідно деформації циклічного зсуву вздовж осей x , y , z .

Результати досліджень. Розглянемо представницькі елементи в'язкопружного композиційного матеріалу одиничних розмірів (рис. 1, 2). Для чотирьох варіантів просторового армування приймалися такі характеристики матеріалів основи й армуючих волокон: комплексний модуль армуючого матеріалу $K_1 = 93 + 3,72i$ ГПа; комплексний модуль матеріалу основи $K_2 = 3,3 + 0,594i$ ГПа; коефіцієнт Пуассона армуючого матеріалу $\nu_1 = 0,267$; коефіцієнт Пуассона матеріалу основи $\nu_2 = 0,35$.

Максимальний коефіцієнт армування η (відношення об'єму армуючих волокон до об'єму елемента композиційного матеріалу) для одно- і двонаправленого композита дорівнює 0,7854, для тринаправленого – 0,589, для чотиринаправленого – 0,7 [9]. За результатами розрахунків отримано залежності дев'яти компонент матриці декрементів коливань для одно- (1D), дво- (2D), три- (3D) і чотиринаправленого (4D) композита (рис. 4–8).

Як видно, максимальні значення компоненти d_{11} матриці декрементів коливань характерні для двонаправленого композиційного матеріалу, компоненти d_{22} – для однонаправленого. Максимальні значення компоненти d_{33} характерні для композиційного матеріалу, армованого у чотирьох напрямках, причому зі зменшенням напрямків армування значення декрементів коливань матеріалу також зменшуються.

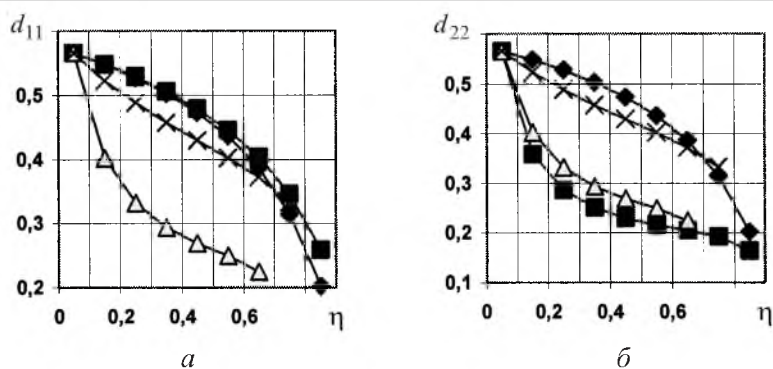


Рис. 4. Залежність компоненти d_{11} (а) і компоненти d_{22} (б) матриці декрементів коливань від коефіцієнта армування для просторово-армованих композиційних матеріалів. (Тут і на рис. 5–8: \blacklozenge – 1D; \blacksquare – 2D; \blacktriangle – 3D; \times – 4D.)

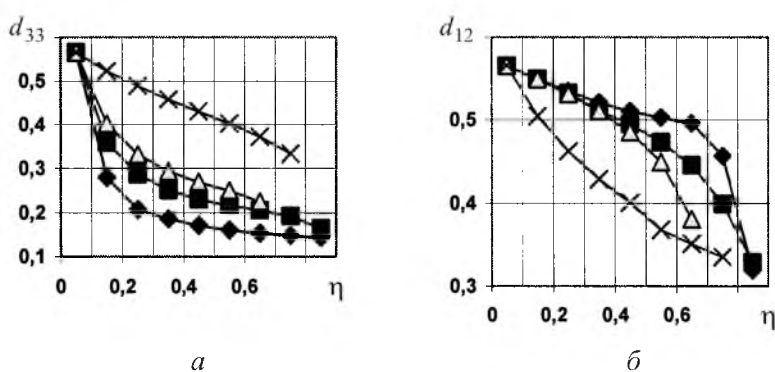


Рис. 5. Залежність компоненти d_{33} (а) і компоненти d_{12} (б) матриці декрементів коливань від коефіцієнта армування для просторово-армованих композиційних матеріалів.

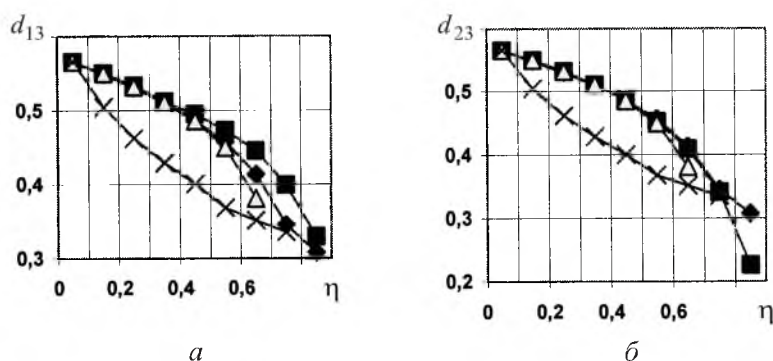


Рис. 6. Залежність компоненти d_{13} (а) і компоненти d_{23} (б) матриці декрементів коливань від коефіцієнта армування для просторово-армованих композиційних матеріалів.

Максимальні значення компоненти d_{12} матриці декрементів коливань характерні для двонаправленого композиційного матеріалу, а компонент d_{13} і d_{23} – для однонаправленого. Зі збільшенням напрямків армування спостерігається зменшення значень декременту коливань матеріалу для компоненти d_{12} матриці декрементів коливань. Найбільші значення декрементів коливань d_{44} , d_{55} і d_{66} мають місце для однонаправленого композиційного матеріалу.

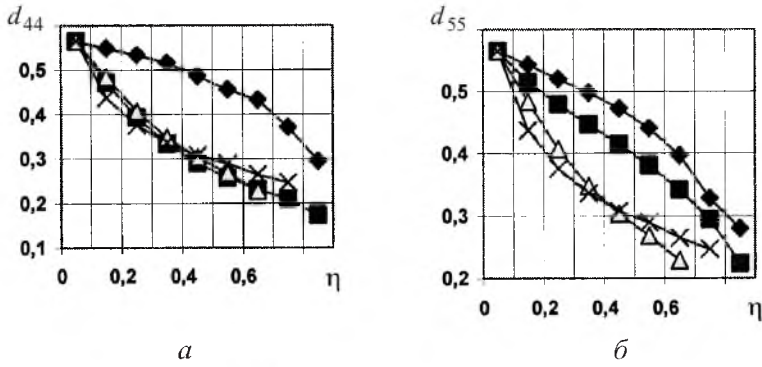


Рис. 7. Залежність компоненти d_{44} (а) і компоненти d_{55} (б) матриці декрементів коливань від коефіцієнта армування для просторово-армованих композиційних матеріалів.

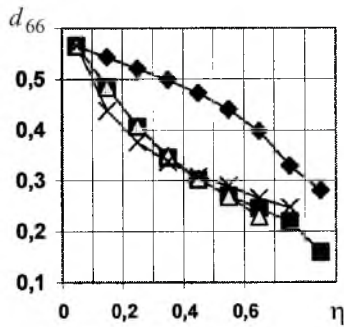


Рис. 8. Залежність компоненти d_{66} матриці декрементів коливань від коефіцієнта армування для просторово-армованих композиційних матеріалів.

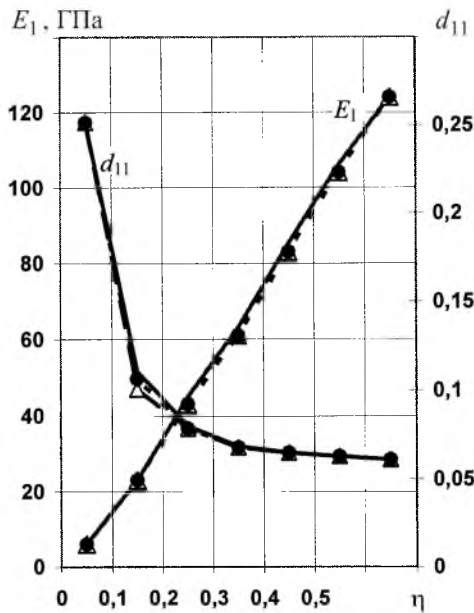


Рис. 9. Залежність модуля пружності E_1 і декременту коливань d_{11} при деформації розтягу-стиску вздовж волокна від коефіцієнта армування η для однонаправленого композиційного матеріалу: \triangle – експериментальні дані [3]; \bullet – дані, отримані методом скінченноелементного моделювання; лінії – дані [20].

Отримані результати свідчать про суттєвий вплив структури армування на характеристики розсіювання енергії в композиційному матеріалі, причому цей вплив залежить від виду напруженого стану. Для перевірки цих даних було проведено порівняння значень модуля пружності E_1 і декременту коливань d_{11} при деформації розтягу–стиску вздовж волокна, що отримали за допомогою запропонованого вище методу скінченноелементного моделювання, з результатами роботи [20] і експериментальними даними [3] (рис. 9). У розрахунку приймалися значення модулів пружності і коефіцієнтів розсіювання енергії (подвоєного декременту коливань), що наведені у вказаних роботах. Результати порівняння свідчать про працездатність запропонованого методу.

Висновки. За допомогою енергетичного підходу на основі скінченно-елементної моделі досліджено вплив просторового армування на розсіювання енергії у волокнистих композиційних матеріалах. Встановлено, що максимальні значення декрементів коливань мають місце для однонаправленого композиційного матеріалу. Отримані результати свідчать про суттєвий вплив просторового армування на характеристики розсіювання енергії і їх можна використовувати для оптимального проектування конструкцій з просторово-армованих композиційних матеріалів.

Резюме

Предлагается численный метод определения эффективных комплексных модулей и декрементов колебаний армированных волокнами вязкоупругих композиционных материалов, который базируется на конечноэлементном моделировании представительного элемента объема и приравнивании упругой и вязкой частей энергии деформации объемов композиционного и квазиоднородного материалов. Исследовано влияние структуры армирования на декремент колебаний вязкоупругих волокнистых композиционных материалов.

1. *Победра Б. Е.* Механика композиционных материалов. – М.: Моск. гос. ун-т, 1984. – 326 с.
2. *Победра Б. Е.* О точности эффективных характеристик в механике композитов // Механика композитных материалов. – 1990. – № 2. – С. 408 – 413.
3. *Композиционные материалы:* Справочник / Под общ. ред. В. В. Васильева, Ю. М. Тарнопольского. – М.: Машиностроение, 1990. – 512 с.
4. *Группа В. Р.* Расчет микромеханических свойств композитных материалов с податливой матрицей // Конструирование и технология машиностроения. – 1987. – № 1. – С. 42 – 48.
5. *Головчан В. Т., Куц В. И.* Упругое равновесие и эффективные модули перекрестно армированного волокнистого композита // Прикл. механика. – 1992. – 28, № 1. – С. 47 – 56.
6. *Кучер Н. К., Двейрин А. З., Земцов М. П., Анкянец О. К.* Характеристики упругости слоистых тканых стеклопластиков // Пробл. прочности. – 2004. – № 6. – С. 26 – 32.

7. Джанг И. П., Гуо В. Л., Юэ З. Ф. Исследование трехмерного микро-механического поведения тканых композитов // Механика композитных материалов. – 2006. – 42, № 2. – С. 209 – 220.
8. Пардоэн Дж. С. Улучшенный метод расчета конструкции из углерод-углеродных композиционных материалов с объемным ортогональным армированием // Ракет. техника и космонавтика. – 1975. – № 6. – С. 57 – 63.
9. Крегерс А. Ф., Тетерс Г. А. Структурная модель деформирования анизотропных пространственно армированных композитов // Механика композитных материалов. – 1982. – № 1. – С. 14 – 22.
10. Делнест Л., Перес Б. Неупругая модель из конечных элементов для четырехнаправленного углерод-углеродного композиционного материала // Аэрокосм. техника. – 1984. – № 6. – С. 3 – 11.
11. Тарнопольский Ю. М. Пространственно-армированные композиционные материалы. – М.: Машиностроение, 1987. – 224 с.
12. Ванин Г. А. Упругость и разрушение триортогональных армированных сред. 1. Характеристики жгутов // Механика композитных материалов. – 1989. – № 2. – С. 269 – 275.
13. Малмейстер А. К., Тамуж В. П., Тетерс Г. А. Сопротивление полимерных и композитных материалов. – Рига: Зинатне, 1980. – 570 с.
14. Паймушин В. Н., Сидоров И. Н. Математическое моделирование процессов создания волокнистых композитных материалов и тонкостенных элементов конструкций силовой намоткой. 2. Алгоритм создания эффективных модулей упругости и модельные задачи // Механика композитных материалов. – 1990. – № 4. – С. 724 – 735.
15. Мунгалов Д. Д., Крегерс А. Ф. Определение деформативных свойств пространственно-плетеного композитного материала // Там же. – 1990. – № 5. – С. 795 – 802.
16. Болотин В. В. О рассеянии энергии при колебаниях конструкций из армированных полимеров // Динамика и прочность машин: Тр. МЭИ. – М., 1967. – С. 9 – 25.
17. Яковлев А. П. О демпфирующих свойствах композиционного материала с однонаправленными волокнами // Пробл. прочности. – 1973. – № 2. – С. 60 – 64.
18. Яковлев А. П. Диссипативные свойства неоднородных материалов и систем. – Киев: Наук. думка, 1985. – 248 с.
19. Дубенец В. Г., Хильчевский В. В. Колебания демпфированных композитных конструкций. – Киев: Вища шк., 1995. – 226 с.
20. Зиновьев П. А., Ермаков Ю. Н. Анизотропия диссипативных свойств волокнистых композитов // Механика композитных материалов. – 1985. – № 5. – С. 816 – 825.

Поступила 03. 04. 2008