

УДК 532.5:518:5

## РАСЧЕТ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ТЕЧЕНИЙ ЖИДКОСТИ С КАВИТАЦИЕЙ

Г. А. АТАНОВ\*, О. А. РУСАНОВА\*\*, А. Н. СЕМКО\*\*

\* Донецкий открытый университет,

\*\* Донецкий национальный университет

Получено 19.04.2004

В работе обсуждаются проблемы расчета нестационарных движений жидкости с кавитацией. Рассматривается несколько моделей кавитации, базирующихся на представлениях о сплошной среде. Подробно анализируются две модели кавитации, основанные на постоянстве давления и скорости звука в зоне кавитации. Предложена разностная схема с искусственной вязкостью, свободная от недостатков, присущих другим схемам. Результаты расчетов для разных моделей кавитации сравниваются с аналитическим решением. Приведены результаты расчетов течений с кавитацией в различных гидроимпульсных установках: генераторе импульсных струй, гидропушке ударного действия, установке сжатия, пресс-пушке и установке для определения динамической прочности воды на растяжение.

У роботі обговорюються проблеми розрахунку нестационарних течій рідини з кавитацією. Розглядається кілька моделей кавитації, що базуються на уявленнях про суцільне середовище. Докладно аналізуються дві моделі кавитації, засновані на сталості тиску і швидкості звуку в зоні кавитації. Різницева схема зі штучною в'язкістю, яка запропонована у роботі, вільна від недоліків, властивих іншим схемам. Результати розрахунків для різних моделей кавитації порівнюються з аналітичним рішенням. Приведено результати розрахунків течій з кавитацією в різних гідроімпульсних установках: генераторі імпульсних струменів, гідропушці ударної дії, установці стиску, прес-пушці та установці для визначення динамічної міцності води на розтягання.

In the paper, problems of the liquid pulse and wave movements calculation accompanying the unsteady cavitation are discussed. Some models of the cavitation based on representations about a continuous medium are considered. Two models that are based on a constancy of i) pressure and ii) the sound speed in the cavitation zone are analyzed in details. A new numerical scheme that is free from the listed lacks is offered. It is based on introduction of an artificial viscosity in the movement equations of an ideal compressed liquid. The results of calculations for different cavitation models are compared with analytical solutions. The calculation results for various hydro-pulse installations are given: a generator of pulse jets, percussive hydro-gun, installation of compression, press-gun, and installation for determination of the water dynamic stretching durability.

### ВВЕДЕНИЕ

Характерной особенностью импульсных и волновых движений жидкости является возникновение в ней в определенные моменты времени растягивающих напряжений, которые приводят к появлению нестационарной кавитации. Появление кавитации связано с волнами разрежения, которые возникают, например, при отражении волн сжатия от свободной поверхности или при торможении поршня в гидропушке, установке сжатия или пресс-пушке [1-3]. При определенных условиях расчетные значения растягивающих напряжений могут достигать сотен атмосфер, которые действуют в течение долей миллисекунд. Как известно, обычная вода практически не выдерживает растягивающих напряжений и "разрушается" – возникает кавитация. По разным источникам величина критического давления  $p_{cr}$ , при котором вода разрушается, составляет около 0.05 - 1 МПа [4 - 5]. Известно, что с уменьшением времени воздействия растягивающих напряжений  $p_{cr}$  возрастает, и, например, по данным [6] достигает около 0.25 МПа при времени воздействия около 20 - 30

мкс. При стационарном растяжении специально обработанной воды удалось достичь растягивающих напряжений до 28 МПа [3].

Численные расчеты течений с кавитацией требуют или выделения границ кавитации (метод характеристик), или добавления новых типов "распадов взрывов" (метод Годунова), что усложняет алгоритм. В данной работе предложена разностная схема, основанная на введении искусственной вязкости в уравнения движения идеальной сжимаемой жидкости, свободная от перечисленных недостатков. Результаты расчетов для разных моделей кавитации сравниваются с аналитическим решением.

### 1. МОДЕЛИ КАВИТАЦИИ

Как известно, теоретическим путем уравнение состояния воды не получено. Наиболее распространенным является уравнение состояния в форме Тэта:

$$p = B \left[ \left( \frac{\rho}{\rho_0} \right)^n - 1 \right], \quad (1)$$

где  $B = 304.5$  МПа,  $n = 7.15$ ,  $\rho_0 = 1$  г/см<sup>3</sup>. Для неизоэнтропических процессов используют двухчленное уравнение

$$p = B \left[ \left( \frac{\rho}{\rho_0} \right)^n - 1 \right] + \rho(n-1)\epsilon, \quad (2)$$

где  $\epsilon$  – внутренняя энергия единицы массы. А при больших давлениях – трехчленное уравнение состояния типа

$$p = a \left( \frac{\rho}{\rho_0} - 1 \right) + b \left( \frac{\rho}{\rho_0} - 1 \right)^2 + c\rho\epsilon,$$

где  $a, b, c$  и  $\rho_0$  – эмпирические постоянные [7].

Приведенные уравнения состояния воды не учитывают возможности возникновения кавитации. Они формально допускают существование больших отрицательных давлений (растяжений). Но, как показывают исследования, пренебрежение кавитацией приводит к существенным количественным и качественным искажениям процесса.

Существует несколько моделей нестационарной кавитации [3]. В одной из них считается, что жидкость выдерживает небольшие растягивающие напряжения и при кавитации не действует на границу раздела жидкость–кавитация. Расчеты по этой модели удовлетворительно согласуются с экспериментальными данными по прогибу пластин и измерению давления на них [3]. В другой модели также считается, что жидкость выдерживает небольшие растягивающие напряжения, но влияет на границу раздела кавитации. Влияние кавитации учитывается через плотность, которая считается постоянной, близкой к плотности насыщенного пара. Третья модель отличается от второй тем, что плотность среды при кавитации не остается постоянной, а изменяется, подчиняясь закону сохранения массы. Рассмотрим две модели кавитации, основанные на постоянстве давления и скорости звука. В первой модели будем считать, что давление в зонах кавитации постоянное, равное некоторому критическому  $p_{cr}$ , которое зависит от времени воздействия на жидкость [2 - 6]. Критерием возникновения и существования кавитации является плотность: кавитация возникает и существует, если плотность меньше критической  $\rho_{cr}$ . В этой модели считается, что жидкость может выдерживать отрицательные давления  $p_{cr}$ . Учитывая малость  $p_{cr}$ , им обычно пренебрегают, то есть считают  $p_{cr} = 0$ . Уравнение состояния воды (1) в этом случае примет вид

$$p = \begin{cases} B \cdot \left[ \left( \frac{\rho}{\rho_0} \right)^n - 1 \right], & \rho > \rho_{cr}, \\ 0, & \rho \leq \rho_{cr}. \end{cases}$$

Частицы жидкости при кавитации движутся независимо друг от друга  $\frac{du}{dt} = 0$ . Скорость звука

в такой среде равна нулю:  $a = \sqrt{\frac{\partial p}{\partial \rho}} = 0$ . Как только плотность среды повысится до  $\rho_{cr}$ , жидкость скачком переходит в другое состояние, и кавитация закрывается. Для уравнения состояния воды в виде (2) кавитацию можно учесть следующим образом:

$$p = \begin{cases} a \left( \frac{\rho}{\rho_0} - 1 \right) + b \left( \frac{\rho}{\rho_0} - 1 \right)^2 + c\rho\epsilon, & p \geq 0, \\ a \left( \frac{\rho}{\rho_0} - 1 \right), & p_{cr} < p < 0, \\ p_{cr}, & p \leq p_{cr}. \end{cases}$$

Во второй модели кавитации скорость звука при кавитации будем считать постоянной, равной  $a_{cr}$ . Из экспериментальных данных [2 - 6] следует, что при давлении, близком к атмосферному, скорость звука при кавитации значительно меньше, чем в жидкости или воздухе, и в некоторых пределах изменения газовой фазы слабо зависит от общего содержания газа. Исходя из этого, для второй модели считаем, что в некоторых пределах изменения газового компонента скорость звука в зонах кавитации не изменяется. Условие возникновения кавитации для этой модели такое же, как и для первой. Уравнение состояния (1) для этой модели принимает вид

$$p = \begin{cases} B \cdot \left[ \left( \frac{\rho}{\rho_0} \right)^n - 1 \right], & \rho > \rho_{cr}, \\ p_{cr} + a_{cr}^2 (\rho - \rho_{cr}), & \rho \leq \rho_{cr}. \end{cases} \quad (3)$$

Описанные модели кавитации использованы при расчете нестационарных течений жидкости в различных конкретных процессах.

## 2. МЕТОД РАСЧЕТА КАВИТАЦИИ

Для единообразного описания течения жидкости без выделения разрывов в уравнения движения вводится искусственная вязкость  $q$  как добавка к гидростатическому давлению  $p$ . Для одномерного течения уравнения движения в лагранжевой форме имеют вид [9]

$$\begin{aligned} \frac{d\rho}{dt} &= -\rho \frac{\partial u}{\partial x}, \\ \frac{du}{dt} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial (p+q)}{\partial x}, \\ \frac{d\epsilon}{dt} &= -\frac{(p+q)}{\rho} \frac{\partial u}{\partial x}. \end{aligned} \quad (4)$$

Вязкое давление  $q$  представим суммой линейной  $q_1$  и квадратичной  $q_2$  вязкости [10]:

$$q_1 = \lambda_1 a \rho \Delta x \left| \frac{\partial u}{\partial x} \right|,$$

$$q_2 = \lambda_2 \rho \Delta x^2 \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2.$$

Здесь  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  – коэффициенты линейной и квадратичной вязкости;  $a$  – местная скорость звука;  $\Delta x$  – шаг разностной сетки. Квадратичная вязкость  $q_2$  включается на ударных волнах, а линейная вязкость  $q_1$  – только при сглаживании пульсаций. Экспериментально установлены оптимальные значения коэффициентов вязкости  $\lambda_1 = 0.6$  и  $\lambda_2 = 2$ .

Аппроксимация уравнений (4) производится на лагранжевой сетке по формулам

$$u_i^{j+1} = u_i^j - \frac{2\Delta t \left( (p+q)_{i+1/2}^j + (p+q)_{i-1/2}^j \right)}{(\rho \Delta x)_{i-1/2}^j + (\rho \Delta x)_{i+1/2}^j},$$

$$\rho_{i+1/2}^{j+1} = \rho_{i+1/2}^j \frac{\Delta x_{i+1/2}^j}{\Delta x_{i+1/2}^{j+1}},$$

$$e_{i+1/2}^{j+1} = e_{i+1/2}^j - \Delta t^j \left( \frac{p+q}{\rho} \right)_{i+1/2}^j \left( \frac{u_{i+1} - u_i}{\Delta x_{i+1/2}} \right),$$

$$x_i^{j+1} = x_i^j + u_i^{j+1/2} \Delta t.$$

Скорость определяется в узлах основной сетки, с координатами  $x_i$ , а остальные параметры рассчитываются в узлах вспомогательной сетки, с координатами  $x_{i+1/2} = \frac{(x_i + x_{i+1})}{2}$ .

Предложенный метод VIS опробован при расчете ряда модельных задач с кавитацией жидкости, некоторые из которых имеют аналитическое решение. Сравнение метода VIS с сеточно-характеристическими методами и методом Годунова показало полное совпадение результатов для течений без кавитации при разных конфигурациях ударных волн и волн разрежения. При возникновении кавитации наблюдалось различие результатов, так как упомянутыми методами учет кавитации затруднителен. При расчетах контролировались балансы массы, импульса и энергии, которые выполнялись с точностью 0.1 %.

Для тестирования метода VIS рассмотрим следующую задачу. Неподвижный столб жидкости длиной  $L$ , ограниченный слева жесткой стенкой, а справа – диафрагмой, находится под давлением  $p_1$ . В начальный момент диафрагма разрывается

и жидкость приходит в движение. Начальные и граничные условия следующие:

$$u(0, x) = 0, p(0, x) = p_1, \rho(0, x) = \rho_1, 0 < x < L,$$

$$u(t, 0) = 0, \quad p(t, x_f) = p_a.$$

После разрыва диафрагмы по жидкости распространяется волна разрежения, при отражении которой от стенки возникает кавитация. При значении показателя  $n = 3$  в уравнении состояния (1) можно получить аналитическое решение [9]. Кавитация возникает в момент времени  $t_c = \frac{L}{a_a}$  одновременно на участке длиной  $L_c = \frac{u_a}{a_a} L$ , примыкающем к стенке. Скорость и плотность жидкости в зоне кавитации изменяются по закону

$$u = \frac{x}{t}, \quad \rho = \rho_0 \frac{L}{a_a t} \quad \text{при } 0 \leq x \leq u_a t,$$

где  $u_a = a_1 - a_a$  – скорость жидкости после расширения; координата  $x$  отсчитывается от стенки. Скорость в зоне кавитации увеличивается линейно от нуля на стенке до максимального значения  $u_a$  на границе кавитации, которая перемещается с этой же скоростью. Максимальное значение скорости не изменяется, а градиент скорости убывает обратно пропорционально времени. Плотность в зоне кавитации везде одинаковая, она уменьшается обратно пропорционально времени и терпит разрыв на границе кавитации. На рис. 1 приведены распределения скорости и плотности жидкости на моменты времени  $t = 1, 2, 3$  и  $4 t_c$  (кривые 1–4 соответственно). Кружочками отмечено аналитическое решение для последнего момента времени, квадратиками – численное решение, пересчитанное в автомодельных переменных по значениям параметров в момент времени  $t = 1$ . Все величины безразмерные, за масштабы выбраны: время  $t_c$ , скорость жидкости  $u_a$ , длина водяного столба  $L$ , плотность  $\rho_0$ . При численных расчетах использовалась модель кавитации с постоянным давлением. Критические значения давления и плотности равнялись  $p_{cr} = 0$  и  $\rho_{cr} = \rho_0$ .

Закрывание кавитации исследовалось в этой же задаче. Для этого на расстоянии  $\Delta L = u_a t_c$  от свободной поверхности располагалась жесткая стенка, на которой принималось граничное условие  $u = 0$ .

В момент времени  $t_c$ , когда возле стенки возникла кавитация, передний фронт жидкости ударялся о стенку и по жидкости распространялась ударная волна. До границы кавитации ударная волна – стационарная, давление и плотность за фронтом

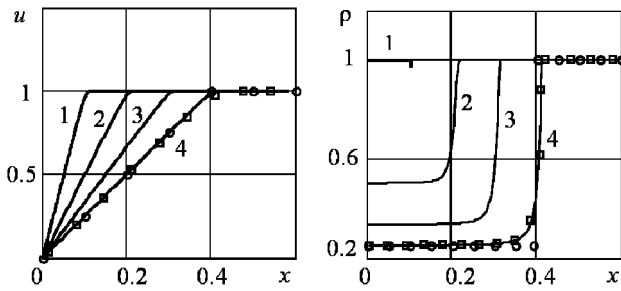


Рис. 1. Распределение скорости и плотности жидкости

волны практически равны начальным значениям  $\rho_1$  и  $\rho_1$  сжатого столба жидкости. При закрытии кавитации волна становится нестационарной, так как параметры среды в зоне кавитации изменяются в пространстве и во времени. На рис. 2 приведено распределение давления, скорости и плотности в жидкости на момент времени  $t = 2.5t_c$  (см. соответствующие кривые). На границе кавитации все параметры течения терпят разрыв, а это значит, что кавитация закрывается ударной волной. Скорость волны в зоне кавитации значительно меньше, чем в жидкости. Средняя скорость волны, рассчитанная по перемещению фронта за время закрытия кавитации, равна  $D = 0.1c_1$ .

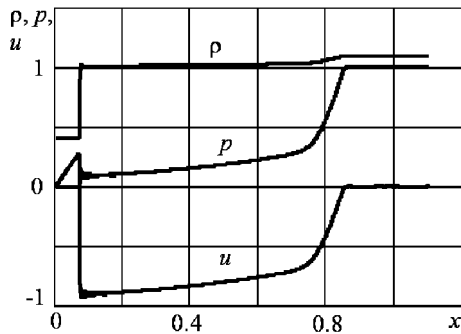


Рис. 2. Распределение параметров

В этой же задаче исследовалась вторая модель кавитации с постоянной скоростью звука. В этом случае давление и плотность при кавитации связаны уравнением (3). Критическое значение скорости звука при кавитации взято на основе анализа экспериментальных и теоретических исследований распространения акустических волн в воде с пузырьками воздуха [11, 12]. Даже при небольшой концентрации пузырьков скорость звука в такой суспензии гораздо меньше скорости звука в воздухе. Минимальное значение скорости звука

в газожидкостной суспензии, равное 30 м/с, было взято за критическое. Уравнение энергии при кавитации не интегрировалось, поскольку давление однозначно определялось через плотность. Закрытие и возникновение кавитации для второй модели можно контролировать как по давлению, так и по плотности. В первой модели закрытие кавитации контролируется только по плотности.

К недостаткам второй модели можно отнести то, что уравнение (3) допускает существование отрицательных давлений, которые не удастся объяснить в рамках модели газожидкостной смеси, для которой давление не может быть отрицательным из-за наличия газовой фазы.

На рис. 3 приведено распределение скорости (сплошные) и плотности (штрих-пунктирные) на момент времени  $2t_c$  для разных значений критической скорости среды при кавитации: кривые 1 – для  $a_{cr} = 30$  м/с, кривые 2 – для  $0.2 a_{cr}$ , кривые 3 – для  $4 a_{cr}$ . Кружочками отмечено решение для первой модели кавитации. Видно, что результаты расчетов по разным моделям полностью совпадают при наименьшей критической скорости звука (кривые 2 и кружочки на них). При увеличении скорости различие в распределении параметров увеличивается (кривые 3). Это связано с тем, что для второй модели по кавитирующей жидкости могут распространяться волны, и на границе кавитации происходит их отражение, что приводит к изменению параметров среды.

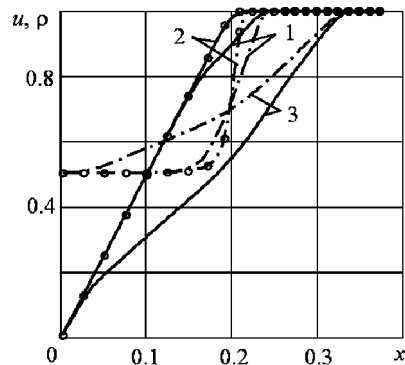


Рис. 3. Распределение параметров

Как видно из приведенных результатов, численное решение по методу VIS полностью совпадает с аналитическим при развитии кавитации, что подтверждает надежность метода.

### 3. ЧИСЛЕННЫЕ РАСЧЕТЫ

#### 3.1. Гидропушка ударного действия

Известно, что течение жидкости в гидропушке ударного действия сопровождается кавитацией [1, 13]. Расчет таких течений методом характеристик требует выделения границ кавитации, что делает алгоритм неоднородным и существенно усложняет его [13]. При расчете подобных течений методом Годунова добавляются новые типы "распадов взрывов", что также усложняет алгоритм [15]. Разностная схема, описанная во втором разделе, свободна от этих недостатков.

Квазиодномерное движение жидкости в гидропушке при решении методом Годунова описывалось уравнениями с начальными и граничными условиями

$$\frac{\partial \rho F}{\partial t} + \frac{\partial F \rho u}{\partial x} = 0,$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{u^2}{2} + \frac{n}{n-1} \frac{p+B}{\rho} \right) = 0, \quad (5)$$

$$u(0, x) = 0, \quad p(0, x) = 0, \quad x \in [-L, 0],$$

где  $F$  – площадь поперечного сечения сопла;  $x_p$  и  $x_f$  – координаты поршня и свободной поверхности;  $u_p$  – скорость поршня;  $L$  – длина водяного заряда. Движение поршня описывалось уравнениями с начальными условиями

$$\frac{du_p}{dt} = -\frac{F_p}{m_p}, \quad \frac{dx_p}{dt} = u_p, \quad u_p(0) = u_{p0}, \quad (6)$$

$$x_p(0) = -L.$$

Здесь  $F_p$  – площадь поршня;  $p_p$  – давление на поршень;  $m_p$  – масса поршня;  $u_{p0}$  – начальная скорость поршня.

При решении задачи методом с искусственной вязкостью течение в гидропушке описывалось уравнениями

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{u}{F} \frac{dF}{dx} \right) = 0,$$

$$\rho \frac{du}{dt} + \frac{\partial}{\partial x} (p+q) = 0, \quad (7)$$

$$\rho \frac{de}{dt} + (p+q) \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{u}{F} \frac{dF}{dx} \right) = 0.$$

Расчет методом Годунова проводился на регулярной подвижной эйлеровой сетке. При расчете

методом с искусственной вязкостью использовалась лагранжевая сетка. На рис. 4 приведена диаграмма развития кавитации для гидропушки ударного действия с данными из работы [7, 13]. Кривые 1–3 изображают границу кавитации, полученную при расчете методом характеристик, методом Годунова и методом с искусственной вязкостью соответственно, кривая 4 представляет траекторию поршня. При расчете методом характеристик граница кавитации выделялась явно (кривая 1). Кривые 2 и 3 получены при расчетах методами сквозного счета без выделения границ, что привело к некоторому размазыванию этих границ и увеличению области кавитации.

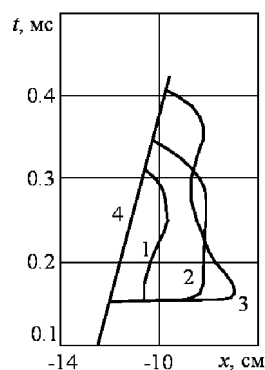


Рис. 4. Диаграмма развития кавитации

#### 3.2. Пресс-пушка

Как известно, процессы при гидроимпульсной штамповке, как правило, сопровождаются кавитацией жидкости, которая может возникнуть как на заготовке, так и на поршне. Представим пресс-пушку [3], в которой используется кинетическая энергия поршня. Одномерное движение идеальной сжимаемой жидкости в пресс-пушке рассматривается с учетом кавитации, и описывается уравнениями (5) или (7) в зависимости от метода решения. Начальные и граничные условия следующие:

$$u(0, x) = 0, \quad p(0, x) = 0, \quad x \in [-L, 0],$$

$$u(t, x) = u_p, \quad u(t, 0) = 0,$$

движение поршня описывается уравнениями (6). Заготовка для простоты считается жесткой и неподвижной.

Задача решалась численно методами Годунова и VIS. Использовалась первая модель кавитации с критическим давлением, равным нулю. Ниже

приведены результаты расчетов для установки с данными [3]: длина столба воды  $L = 650$  мм, радиус поршня 56 мм, масса поршня 2.3 кг, скорость поршня 32 м/с. На рис. 5. сравниваются расчеты с учетом и без учета кавитации, выполненные методом Годунова: 1 – давление на поршне, 2 – давление на заготовке, 3 – скорость поршня; сплошные кривые – с учетом, а пунктирные – без учета кавитации. На рис. 6 сравниваются расчеты с учетом кавитации, выполненные разными методами: сплошные кривые – методом Годунова, кружочки на кривых – методом VIS. Нумерация кривых – такая же, как на рис. 5.

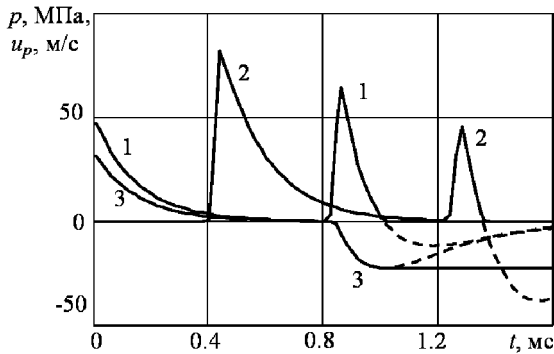


Рис. 5. Результаты расчета с учетом и без учета кавитации

Как видно, давление на заготовке и на поршне изменяется скачками, что отражает волновые процессы в установке. К моменту времени  $t = 1$  мс на поршне после отражения волны сжатия возникает кавитация. Давление здесь равно нулю, и поршень движется равномерно. На заготовке кавитация возникает позже, к моменту времени  $t = 1.3$  мс после отражения волны сжатия. При расчете без учета кавитации давление на поршне и на заготовке становится отрицательным, достигая величины -40 МПа. Отрицательное давление воды на поршне приводит к его повторному ускорению.

Использование различных моделей кавитации мало влияет на результаты расчетов. Это можно объяснить, наверное, тем, что давления, возникающие в гидроимпульсных установках, во много раз больше критического давления, которое используется в моделях кавитации. Расчеты, выполненные разными численными методами, полностью совпадают, как показано на рис. 6.

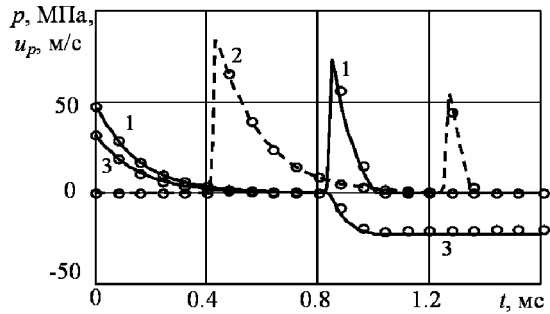


Рис. 6. Результаты расчетов разными методами

### 3.3. Установка для исследования динамической прочности воды на разрыв

Установка для исследования прочности воды на разрыв при динамических нагрузках [2] представляет цилиндр, заполненный жидкостью и закрытый с одного торца, у которого расположен пьезокерамический датчик давления. С другой стороны в цилиндр вставлен поршень, соединенный штоком с другим поршнем большего диаметра, который может перемещаться с большим ускорением под действием сжатого газа, давление которого поддерживается постоянным. В начальный момент поршни приводятся в движение и по воде распространяется волна разрежения, давление в которой регистрируется датчиком. Изменяя давление на поршень, можно регулировать скорость изменения давления в волне и исследовать зависимость возникновения кавитации от времени действия растягивающего напряжения. Максимальное ускорение поршня достигало  $170g$ . Исследовалась обычная водопроводная вода без пузырьков воздуха, видимых невооруженным глазом. Экспериментально установлено, что критическое давление, при котором возникает кавитация, зависит от времени действия: чем меньше время воздействия, тем больше величина критического давления  $p_{cr}$ . Например, при времени воздействия 50 мкс кавитация возникает при давлении -0.25 МПа.

Движение жидкости в установке описывалось уравнениями (4) с начальными и граничными условиями

$$\begin{aligned} u(0, x) &= 0, & p(0, x) &= p_a, \\ \rho(0, x) &= \rho_0, & 0 < x < L, \\ u(t, 0) &= 0, & u(t, x_p) &= a_p t, \end{aligned}$$

где  $a_p$  – заданное ускорение поршня. При расчете

использовалась первая модель кавитации с критическим давлением  $p_{cr} = -0.25$  МПа.

На рис. 7 приведены зависимости давления на поршень, закрытый торец и скорости поршня от времени для описанной установки (кривые 1–3 соответственно). Ускорение поршня задавалось равным  $a_p = 170g$ . Из графиков видно, что давление на датчике действительно убывает по линейному закону от нуля до критического примерно за 50 мкс, как было зарегистрировано в эксперименте.

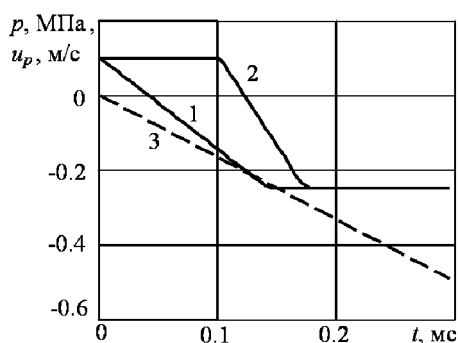


Рис. 7. Зависимость давления на поршень, закрытый торец и скорости поршня от времени

### 3.4. Импульсный генератор струй жидкости

Исследуемая установка [12] представляет цилиндр диаметром  $D$  и длиной  $L$ , закрытый с одного конца заглушкой с отверстием малого диаметра  $d$  по центру. Цилиндр заполнен водой и с другого конца в него вставлен поршень. В начальный момент поршень ударом приводится в движение, жидкость сжимается и начинает истекать из отверстия импульсной струей. Жидкость считаем идеальной и сжимаемой, радиальным течением из-за малости отверстия пренебрегаем, движение жидкости считаем одномерным, трение поршня не учитываем. В начальный момент времени жидкость покоится, ее давление равно нулю, начало координат совмещено с поршнем.

Одномерное движение идеальной сжимаемой жидкости описывалось системой уравнений нестационарной газовой динамики (4) с начальными и граничными условиями

$$\begin{aligned} u(0, x) = 0, \quad p(0, x) = 0, \quad 0 < x < L, \\ u(t, x_p) = u_p, \quad u(t, L) = 0. \end{aligned}$$

Движение поршня описывалось уравнением (6). Скорость истечения струи определялась по уравнению Бернулли  $u(t, x_p) = u_p$ ,  $u(t, L) = 0$ .

На рис. 8 приведены графики зависимости давления на поршне и на торце камеры, скорости поршня и струи от времени, полученные при расчете методом с искусственной вязкостью (кривые 1, 2, 3 и 4 соответственно). Данные параметров установки взяты из работы [15]:  $D = 25$  мм,  $d = 2.5$  мм,  $L = 75$  мм,  $u_{p0} = 3.37$  м/с,  $m_p = 0.088$  кг.

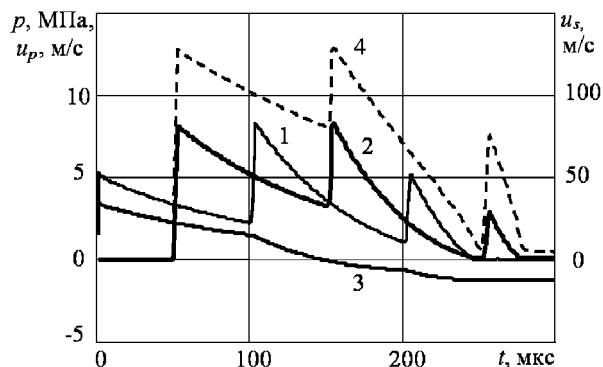


Рис. 8. Зависимость параметров от времени

Давление на поршне и на торце изменяется скачкообразно. Поршень быстро тормозится, испуская волны разрежения. К приходу отраженной от торца волны давление на поршне уменьшается почти в два раза, а затем падает более интенсивно, чем до прихода отраженной волны (кривая 1). Из графиков видно, что к моменту времени  $t \approx 250$  мкс на торце и на поршне возникает кавитация. Таким образом, на струе можно зарегистрировать экспериментально не более 3 пульсаций. Поршень к этому моменту движется в обратном направлении, его скорость немного меньше начальной. Изломы на графике скорости поршня соответствуют приходу очередной волны сжатия на поршень.

Можно отметить, что давление на торце и на поршне до прихода очередной волны сжатия изменяется по экспоненциальному закону  $p = p_a e^{-\alpha t}$ , который широко используется при аналитических исследованиях динамического воздействия на преграды в жидкости и газах. Например, для первой волны на торце  $p_a = \Delta p$ ,  $\alpha = 8.32 \text{ мс}^{-1}$ , а время отсчитывается в миллисекундах с момента отражения волны.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотрено несколько моделей кавитации, показано, как кавитация учитывается при расчетах. Предложен метод VIS для расчета течений с кави-

тацией. Результаты расчетов методом VIS сравниваются с другими расчетами и аналитическим решением для модельных задач, которые сопровождаются возникновением, развитием и закрытием кавитации. Приведены результаты расчетов течений жидкости с кавитацией. На примерах показано, что игнорирование кавитации может существенно повлиять на параметры гидроимпульсной установки.

Работа выполнена при поддержке фонда CRDF Project No: UE2-2441-DO-02.

1. Атанов Г. А. Гидроимпульсные установки для разрушения горных пород.– К.: Вища школа, 1987.– 155 с.
2. Briggs L. I. Limiting negative pressure // Appl. Phys.– 1950.– V. 1.– P. 721–722.
3. Галиев Ш. У. Нелинейные волны в ограниченных сплошных средах.– К.: Наукова думка, 1988.– 264 с.
4. Кнеш Р., Дейли Дж., Хеммит Ф. Кавитация.– М.: Мир, 1974.– 687 с.
5. Биггоф Г., Сарантелло Э. Струи, следы и каверны.– М.: Мир, 1964.– 640 с.
6. Гавриленко Т. П., Топчийн М. Е. Исследование динамической прочности воды на разрыв // Прикладная механика и техническая физика.– 1966.– N 4.– С. 172–174.
7. Glenn L. A. The mechanics of the impulsive water cannon // Computers and Fluids.– 1975.– V. 3.– P. 197–215.
8. Рождественский Б. Л., Яненко Н. Н. Системы квазилинейных уравнений.– М.: Наука, 1978.– 687 с.
9. Уилкинс М. Л. Расчет упруго пластических течений // Вычислительные методы в гидродинамике.– М.: Мир, 1967.– 212–264 с.
10. Бэтчелор К. Г. Волны сжатия в суспензии газовых пузырьков в жидкости // Сб. переводов "Механика".– 1968.– No 3.– С. 65–84.
11. Лойцянский Л. Г. Механика жидкости и газа.– М.: Наука, 1987.– 840 с.
12. Атанов Г. А., Семко А. Н., Украинский Ю. Д. Исследование внутренней баллистики гидропушки // Известия АН СССР. Механика жидкости и газа.– 1983.– N 4.– С. 168–170.
13. Атанов Г. А. Расчет течений с кавитацией в гидропушке // Известия вузов СССР. Энергетика.– 1974.– N 5.– С. 108–113.
14. Атанов Г. А. Обобщение метода Годунова для расчета течений с кавитацией // Вычислительная математика и математическая физика.– 1978.– N 6.– С. 1607–1612.
15. Поздеев В. А. Нестационарная периодическая структура струи, вызванная импульсным движением поршня в струйном генераторе // Известия РАН. Механика жидкости и газа.– 1996.– N 4.– С. 172–178.