

УДК 533.6.011.5÷541.123

## ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЯЗКОГО ТЕЧЕНИЯ НАД ПОВЕРХНОСТЬЮ С УГЛУБЛЕНИЕМ

Г. А. ВОРОПАЕВ, Н. В. РОЗУМНЮК

Институт гидромеханики НАН Украины, Киев

Получено 11.06.2004

Исследовано течение вязкой несжимаемой жидкости в окрестности полуцилиндрической каверны на плоской поверхности на основании численного решения нестационарных уравнений Навье-Стокса. Изучена структура течения внутри каверны и ее влияние на характеристики потока над пластиной. Показано существование разных режимов течения (стационарного и квазипериодического) в зависимости от числа Рейнольдса. Исследованы спектральные характеристики колебаний при нестационарном поведении течения. Показана связь безразмерных частот с частотой неустойчивости сдвигового слоя вдоль ширины каверны на первом этапе нестационарного режима обтекания, и появление и развитие колебаний с более низкими частотами при дальнейшем увеличении числа Рейнольдса.

Досліджено течію в'язкої нестисливої рідини в околі напівциліндричної каверни на плоскій поверхні на основі чисельного розв'язку нестационарних рівнянь Нав'є-Стокса. Вивчено структуру течії всередині каверни та її вплив на характеристики потоку над пластиною. Показано існування різних режимів течії (стаціонарного та квазіперіодичного) в залежності від числа Рейнольда. Досліджено спектральні характеристики коливань при нестационарній поведінці течії. Показано зв'язок безрозмірних частот з частотою нестійкості зсувного шару вздовж ширини каверни на першому етапі нестационарного режиму обтікання, і появу і розвиток коливань з більш низькими частотами при подальшому збільшенні числа Рейнольда.

The flow of viscous incompressible liquid past a semicircular cavity in a flat surface has been investigated, on the basis of numerical solution to unstable Navier-Stokes equations. The structure of flow inside the cavity and its influence on the characteristics of flow over the surface has been analyzed. There exist different regimes of flow (stable and quasiperiodic) in dependence on the Reynolds number. Spectrum characteristics of oscillations at unstable behavior of flow have been investigated. A correlation of nondimensionalized frequencies with the frequency of instability of the shear layer along cavity mouth has been revealed, at the initial stage of unstable regime, as well as appearance and development of oscillations with lower frequencies, at increased Reynolds number.

### ВВЕДЕНИЕ

Формирование пограничного слоя на поверхностях с малыми локальными (геометрическими) неоднородностями существенно отличается от развития пограничного слоя на жесткой гладкой поверхности. В первую очередь эти неоднородности влияют на формирование волновых и вихревых возмущений пограничного слоя. Масштабы и интенсивность возмущений пограничного слоя зависят от формы и относительных размеров неоднородностей (отнесенных к локальным характерным масштабам пограничного слоя) и локальных чисел Рейнольдса. Геометрические неоднородности обтекаемой поверхности различаются по механизму генерации возмущений и степени воздействия на характеристики пограничного слоя. Условно все локальные геометрические неоднородности можно разделить на два вида: выступающие над поверхностью и выемки в поверхности.

Выступающие геометрические неоднородности ( $h \leq \delta$ , где  $\delta$  – локальная толщина пограничного слоя) обтекаемой поверхности даже при малых числах Рейнольдса приводят к появлению нестационарных отрывных зон, резкому локальному воз-

растанию сопротивления. Выступающие неоднородности генерируют вниз по потоку вихревые возмущения, масштабы и частоты которых зависят от формы и относительных размеров препятствия. Как правило, они приводят к турбулизации пограничного слоя, но в определенном диапазоне чисел Рейнольдса можно управлять структурой потока вниз по течению за счет генерации препятствием детерминированных вихревых структур, мешающих стохастизации пограничного слоя.

Локальные углубления в поверхности до определенных относительных размеров (порядка  $10\delta$ ) практически не изменяют динамические характеристики обтекаемых поверхностей. Более того, за счет устойчивого циркуляционного течения в углублении локально снижается сопротивление трения [2, 3]. Однако при больших числах  $Re$  сохранить устойчивость циркуляционного течения внутри углубления не удастся, там возникает сложное многовихревое, осциллирующее течение, взаимодействующее с пограничным слоем пластины. Происходит обмен жидкости между углублением и пограничным слоем за счет периодических выбросов из углубления. Масштабы, частота и интенсивность выбросов зависят от числа

Re, формы и размеров углублений. Таким образом, начиная с некоторого порогового числа Re, углубление начинает генерировать в пограничный слой вихревые возмущения. Принципиальное отличие механизма генерации вихревых возмущений углублениями от выступающих препятствий состоит в том, что увеличение масштабов вихревых возмущений практически не связано с увеличением динамического сопротивления в определенном диапазоне чисел Re.

## 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассматривается обтекание вязкой жидкостью пластины длиной  $L$  с полуцилиндрическим углублением (канавкой) шириной  $b$  с острыми кромками, находящимся на расстоянии  $s$  от носика пластины. Изучается формирование потока во времени. В начальный момент времени рассматривается установившийся поток над пластиной при заданном числе Рейнольдса, и неподвижная жидкость внутри углубления тех же свойств, что и вне углубления. Течение внутри канавки возникает за счет вязких сдвиговых напряжений на границе углубления.

Аналогичные задачи имеют достаточно большую библиографию теоретических и экспериментальных работ [1-10, 12]. В них приводится объяснение механизма неустойчивости течения внутри выемки и дана параметризация этапов перехода, связанная с конвективной устойчивостью сдвигового слоя на границе раздела внешний поток – течение внутри каверны.

Вместе с тем, в задаче с начальными данными классическая схема конвективной неустойчивости сформировавшегося сдвигового слоя не всегда применима. На каком-то этапе формирования течения в углублении есть промежуток времени, в течение которого можно сформировать профиль сдвигового слоя и рассмотреть его конвективную устойчивость (развитие возмущений вниз по потоку от передней кромки канавки). Но как только внутри углубления при увеличении числа Re возникает интенсивное вихревое течение, взаимное влияние становится настолько велико, что аналогии с собственными возмущениями свободного сдвигового слоя становятся некорректными. Формирование сложного вихревого течения в полограниченной области при увеличении чисел Re отвечает механизму различных стадий глобальной устойчивости течения во всей области, о чем говорит появление дробных мод по сравнению с первой собственной модой сдвигового слоя, экспе-

риментально зафиксированных Роквеллом [6].

В связи с этим, для адекватного описания процесса формирования такого течения с учетом нелинейного взаимодействия возникающих возмущений при различных числах Рейнольдса необходимо привлекать полные нестационарные уравнения Навье-Стокса.

Нестационарные уравнения Навье-Стокса записываются в переменных завихренность – функция тока:

$$\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} = \frac{1}{Re} \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right); \quad (1)$$

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} = w, \quad (2)$$

где завихренность  $w$  и функция тока  $\varphi$  определяются следующим образом:

$$w = \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial x}; \quad (3)$$

$$u = \frac{\partial \varphi}{\partial y}, \quad v = \frac{\partial \varphi}{\partial x}.$$

Граничные условия на границах расчетной области следующие: невозмущенный поток на входе в область; условия симметрии на нижней границе перед и за пластиной; мягкие граничные условия в выходном сечении; условия прилипания и непротекания на твердой поверхности; условие "подвижной крышки без трения" на верхней границе.

В расчетной области вводится ортогональная сетка с неравномерными по обоим направлениям шагами таким образом, чтобы адекватно анализировать области с сильным изменением физических параметров, т. е. возле поверхности пластины, в районе углубления и кромок пластины. Во впадине прямоугольная согласованная расчетная сетка строится так, чтобы узлы попадали на границу впадины.

Для решения нестационарного уравнения переноса завихренности (1) используется неявная схема метода переменных направлений. Разностные пространственные производные представлены следующим образом: для диффузионных членов записываются центральные разности 2-го порядка точности, а конвективные члены аппроксимируются направленными разностями 3-го порядка [11]. Уравнение (1) интегрируется на каждом шаге по времени для достижения сходимости. Уравнение Пуассона для функции тока (2) решается методом линейного сканирования.

В качестве начальных условий используются данные стационарного обтекания гладкой пласти-

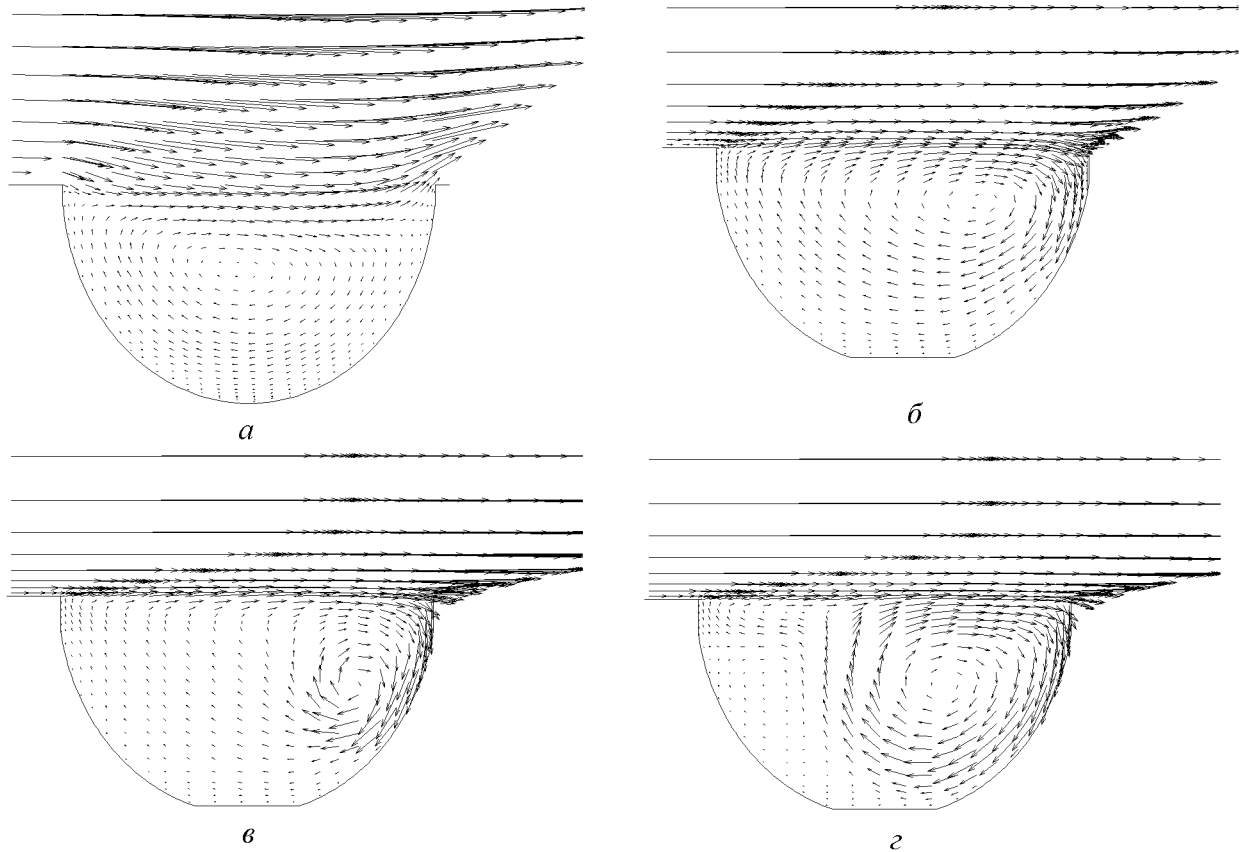


Рис. 1. Поле вектора скорости в выемке при:  
 $a - Re_b = 62.5$ ;  $б - Re_b = 625$ ;  $в - Re_b = 6700$ ,  $t = 0.7$ ;  $г - Re_b = 6700$ ,  $t = 5$

ны, полученные с использованием того же алгоритма методом установления. В углублении в начальный момент все величины равны нулю.

Таким образом, фактически численно решается начально-краевая задача формирования во времени поля течения вязкой несжимаемой жидкости в полуограниченной области из состояния покоя при фиксированном числе Рейнольдса.

## 2. РЕЗУЛЬТАТЫ РЕШЕНИЯ

При  $Re_b < 100$  в выемке формируется слоистое циркуляционное течение (рис. 1, а), на внешней границе выемки это течение в сочетании с пограничным слоем можно назвать свободным сдвиговым слоем почти на всей ширине выемки. Нарастание толщины этого слоя по ширине выемки незначительное, и течение внутри выемки практически симметрично относительно центра выемки. Смена знака продольной скорости происходит на глубине, равной  $\sim 1/3R$ . Безразмерное время

установления течения в выемке составляет  $t \sim 0.2$ . Циркуляция внутри выемки нарастает монотонно, осцилляций значений скорости и завихренности во время установления не наблюдается.

При увеличении числа Рейнольдса ( $100 < Re_b < 1000$ ) слоистое циркуляционное течение сохраняется (рис. 1, б), но центр вращения смещается к правой кромке, оставаясь на той же глубине. Течение устанавливается при  $t \sim 0.4$ . Поле течения внутри выемки однородно. Сдвиговый слой устойчив.

При  $1000 < Re_b < 7000$  равномерное циркуляционное течение трансформируется в интенсивный вихрь у правой кромки выемки (рис. 1, в). В процессе установления наблюдаются существенные осцилляции с частотами, которые коррелируют с частотами сдвигового слоя, полученными в [6] при  $b/\Theta_0 > 40$ , где  $\Theta_0$  — толщина потери импульса в пограничном слое перед выемкой, однако при  $t > 0.6$  интенсивные возмущения вырождаются, сохраняя фоновые значения той же частоты.

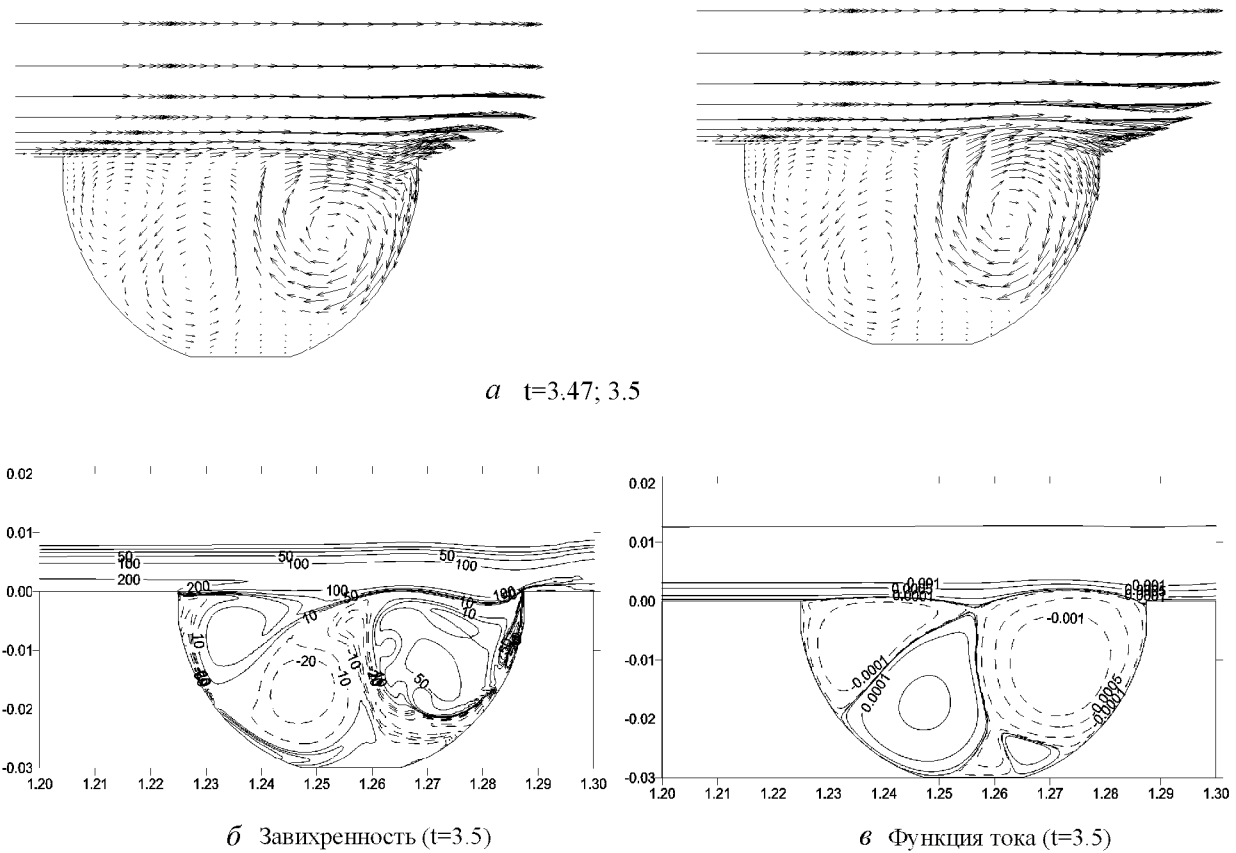


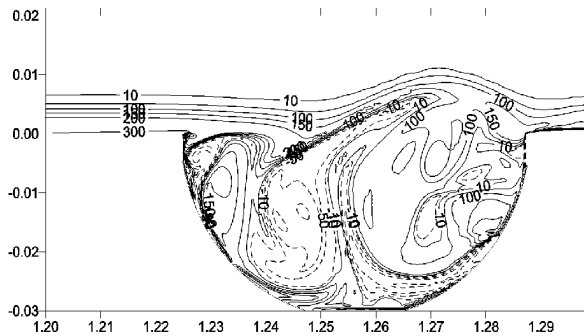
Рис. 2. Поле вектора скорости, изолинии при  $Re_b = 15600$

Если из рассчитанных значений скорости вычесть скорость переноса вдоль  $\vec{U}_n$  пластины, равную  $(0.3 \div 0.4)U_\infty$ , и построить поле скорости  $\vec{V} = \vec{U} - \vec{U}_n$ , то над границей выемки в каждый момент времени одновременно фиксируются два вихря. Они формируются за левой кромкой, переносятся потоком, увеличиваясь в размерах, и разрушаются над правой кромкой выемки. Эти вихри имеют одинаковый знак завихренности (катящиеся вниз по течению). В связи с этим можно утверждать, что безразмерная частота появления вихрей изменяется в диапазоне  $St = fb/U_\infty = 0.6 \div 0.8$ . Эти численные результаты коррелируют с представленными в [6] картинками визуализации течения над каверной. Таким образом, в этом диапазоне чисел Рейнольдса "слой смешения" уже имеет достаточно сложную структуру, которую можно трактовать на основании линейной теории устойчивости в классе бегущих волн.

При числах  $Re_b \cong 7000$  на фоне интенсивного

вихря у правой кромки выемки в области выемки формируются еще два противоположно вращающихся вихря. Их интенсивность существенно ниже по сравнению с вихрем у правой кромки, но с увеличением числа Рейнольдса она растет. Процесс установления сопровождается значительными осцилляциями локальной и интегральной завихренности в выемке. В спектре частот прослеживаются как высокие частоты, которые можно связать с частотами неустойчивости сдвигового слоя, так и низкие частоты, которые коррелируют с частотами колебаний интенсивного вихря у правой кромки (рис. 2).

В начальный момент  $t = 0$  условия прилипания и непротекания на пластине над углублением устраняются, таким образом, на линии раздела начинает действовать сила вязкого напряжения  $\mu \frac{\partial u}{\partial y}(x, 0)$ , при  $t = 0$  равная вязкому напряжению на пластине в соответствующей точке. В последующие моменты времени величина этого напряжения на линии раздела изменяется, но вязкий меха-


 Рис. 3. Изолинии завихренности при  $Re_b = 24000$ 

низм передачи импульса внутрь углубления сохраняется. В связи с появлением возмущений вертикальной составляющей скорости на линии раздела появляется и невязкий механизм передачи продольного импульса в углубление  $-\rho u(x, 0)v(x, 0)$ , суммарное значение которого равно  $\int_0^b \rho u(0)v(0)ds$ , где  $b$  — длина линии раздела над углублением. При числах Рейнольдса ( $1000 < Re_b < 7000$ ), когда течение внутри углубления не осциллирует, вязкий механизм передачи энергии в углубление доминирует. Более того, часть этой энергии перераспределяется и за счет вязких напряжений на дне углубления действует в противоположном направлении, что способствует уменьшению гидродинамических потерь за счет организованного детерминированного течения в углублении. При увеличении числа Рейнольдса невязкий механизм обмена энергией становится преобладающим, особенно в последней четверти углубления, где осцилляции вертикальной компоненты скорости становятся сопоставимыми с величиной продольной компоненты скорости (рис. 5, а). При числах Рейнольдса  $Re > 20000$  конечные возмущения достигают передней кромки углубления (рис. 5, б), и обмен энергией между пограничным слоем и углублением происходит по всей ширине углубления.

Фактически внутри углубления рассмотрен процесс развития глобальной неустойчивости течения, а в пограничном слое — развитие конечных возмущений из углубления и перенос их вниз по потоку, что эквивалентно конвективной устойчивости пограничного слоя относительно конечных возмущений, генерированных углублением.

Спектральный анализ нестационарных численных решений показал наличие адекватных дискретных составляющих в спектре пульсаций завихренности как внутри углубления, так и в следе

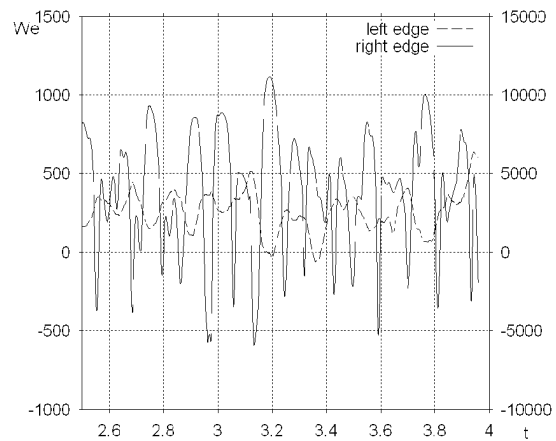


Рис. 4. Колебания завихренности на кромках выемки

за углублением в пограничном слое. При числах Рейнольдса в диапазоне  $7000 < Re_b < 15000$ , когда в углублении сохраняется автоколебательный режим, в спектре прослеживаются три дискрета (рис. 6). Один (наиболее мощный) соответствует первой собственной моде сдвигового слоя, формирующегося на границе раздела между углублением и пограничным слоем, две дробные гармоники (меньшие по частоте) коррелируют с частотой колебания вихря у задней кромки углубления. В пограничном слое максимум вихревых возмущений концентрируется внутри пристенного слоя. Они распространяются вниз по потоку с фазовой скоростью  $\approx 0.41U_0$ , расширяясь и теряя интенсивность, и затухают вниз по течению.

При увеличении числа Рейнольдса ( $20000 - 24000$ ) спектр внутри углубления не имеет ярко выраженных дискретов, хотя аномалии на соответствующих частотах прослеживаются (рис. 7). Полученные численные решения коррелируют с результатами экспериментальной работы [6]. Аналогичный спектр регистрируется и в пограничном слое, причем возмущен пограничный слой по всей толщине, возмущения практически не затухают вниз по потоку, однако спектр меняется, вырождаются высокочастотные составляющие (рис. 7, б), что может быть связано с численными эффектами, так как с удалением от углубления шаг сетки увеличивается.

При  $Re_b > 30000$  выброс возмущенной завихренности из углубления становится настолько мощным и хаотичным, что вниз по течению фактически развивается турбулентное течение. Получить разумное решение при таких числах Рейнольдса становится очень трудно и требует большого расчетного времени, а вместе с тем численно выявить и проследить в потоке когерентные образования при таких числах Рейнольдса не удастся,

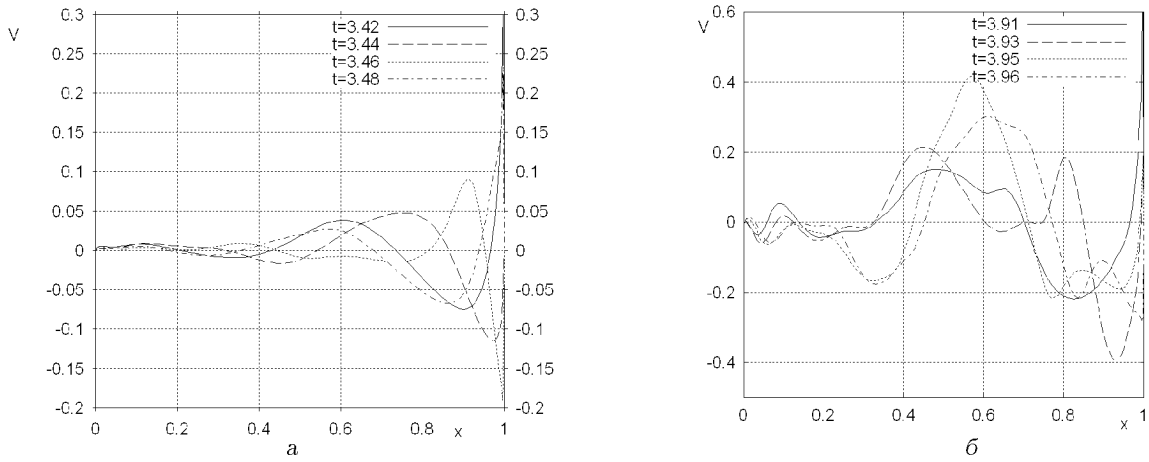


Рис. 5. Вертикальная скорость вдоль ширины каверны:  
 а -  $Re_b = 15600$ ; б -  $Re_b = 24000$

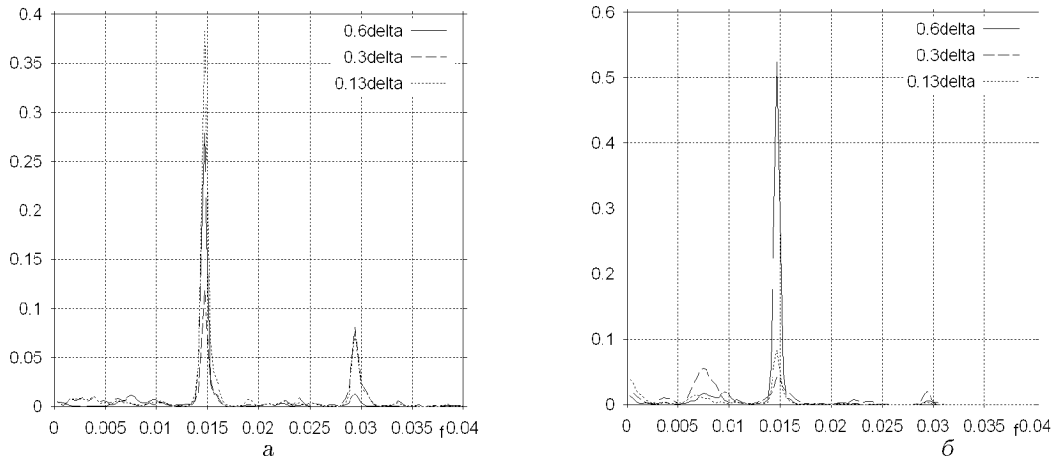


Рис. 6. Спектр колебаний завихренности в трех точках по высоте над:  
 а - выходной кромкой; б - на расстоянии  $0.44b$  вниз по потоку ( $Re_b = 15600$ )

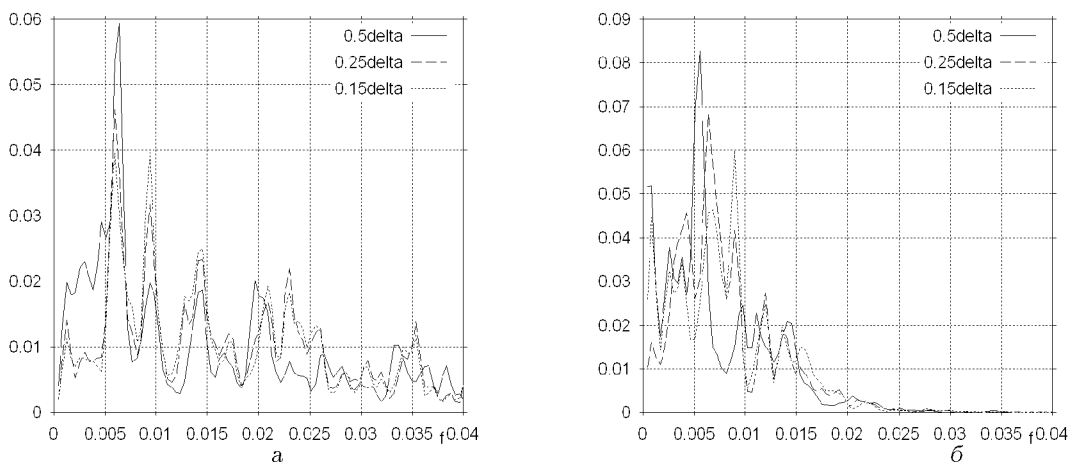


Рис. 7. Спектр колебаний завихренности в трех точках по высоте над:  
 а - выходной кромкой; б - на расстоянии  $0.44b$  вниз по потоку ( $Re_b = 24000$ )

поэтому при таких числах Рейнольдса уже можно переходить от уравнений Навье-Стокса к уравнениям Рейнольдса. Однако спектральные и корреляционные численные характеристики переходного процесса становятся очень полезным материалом для моделирования механизмов замыкания моделей турбулентности при наличии дискретных когерентных составляющих возмущений сложных течений.

## ВЫВОДЫ

1. Поперечная неоднородность (углубление) на плоской поверхности не изменяет структуру ламинарного пограничного слоя при  $Re_b < 6700$ . Внутри углубления формируется устойчивое вихревое течение, циркуляция которого определяется величиной вязкого напряжения на границе углубления.
2. При числах  $Re_b > 6700$  в пограничном слое ниже углубления генерируются низкочастотные вихревые возмущения, частота которых определяется первой собственной частотой сдвигового слоя на границе каверны.
3. При последующем увеличении числа  $Re_b$  ( $Re_b > 10000$ ) структура течения внутри каверны становится многотурбулентной. В пограничный слой генерируется наряду с частотой собственной моды сдвигового слоя дробные гармоники, соответствующие осцилляциям интенсивного вихря и выбросам части завихренной жидкости из углубления.
4. При  $Re_b > 30000$  выброс возмущенной завихренности из углубления становится настоль-

ко мощным, что вниз по течению фактически развивается турбулентное течение.

1. Баранов П. А., Гувернюк С. В., Зубов М. А., Исачев С. А. Численное и физическое моделирование циркуляционного течения в вихревой ячейке на стенке прямого канала // Механика жидкости и газа.– 2000.– N 5.– С. 44–56.
2. Gatski T. B., Grosch C. E., Lin A. Embedded cavity drag in steady laminar flow // AIAA Journal.– 1985.– Vol.23.– P. N 7.1028–1037
3. Gharib M., Roshko A. The Effect of Flom Oscillation on Cavity Drag // Journal of Fluid Mechanics.– 1987.– Vol.177.– P. 501–530.
4. Ghoniem A. F., Sethian J. A. Effect of Reynolds Number on the Structure of Recirculating Flow // AIAA Journal.– 1987.– Vol.25.– P. N 1.168–171
5. Hardin J. C., Pope D. S. Sound generation by flow over a two-dimensional cavity // AIAA Journal.– 1995.– Vol.33.– P. N 3.407–412
6. Knisely C., Rockwell D. Self-Sustained Low-Frequency Components in an Impinging Shear Layer // Journal of Fluid Mechanics.– 1982.– Vol.116.– P. 157–186.
7. Lin C., Rockwell D. Organized oscillation of initially turbulent flow past a cavity // AIAA Journal.– 2001.– Vol.39.– P. N 6.1139–1151
8. Najm H. N., Ghoniem A. F. Numerical simulation of the convective instability in a dump combustor // AIAA Journal.– 1991.– Vol.29.– P. N 6.911–919
9. Rockwell D., Naudascher E. Self-Sustained Oscillations of Impinging Free Shear Layers // Ann. Rev. Fluid Mech.– 1979.– Vol.11.– P. 67–94.
10. Sarohia V. Experimental Investigation of Oscillations in Flows Over Shallow Cavities // AIAA Journal.– 1977.– Vol.15.– P. N 7.984–991
11. Shirayama S. Construction of modified third-order schemes for stretched meshes // AIAA Journal.– 1992.– Vol.30.– P. N 5.1237–1242
12. Tang Y. P., Rockwell D. Instantaneous pressure fields at a corner associated with vortex impingement // Journal of Fluid Mechanics.– 1983.– Vol.126.– P. 187–204.