

Метод расчета долговечности при случайном нагружении, основанный на энергетическом критерии усталостного разрушения

П. А. Фомичев

Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского “Харьковский авиационный институт”, Харьков, Украина

Предложен метод расчета долговечности при случайном нагружении, основанный на энергетическом критерии усталостного разрушения и модели циклического деформирования материала после перегрузки. Обосновано определение максимальной амплитуды напряжений по числу циклов повторения за время нагружения до разрушения. Результаты расчетов долговечности в условиях однородного напряженного состояния сравниваются с экспериментальными данными Свенсона, гипотезой спектрального суммирования поврежденных Райхера и гипотезой линейного суммирования. Установлена зависимость правой части гипотезы линейного суммирования поврежденных от дисперсии случайного процесса нагружения.

Ключевые слова: долговечность, случайный процесс нагружения, циклическое деформирование, усталостное разрушение.

Введение. Долговечность элементов конструкций в значительной мере определяется спектром действующих нагрузок. На этапе эксплуатации изделия нагрузки уточняют путем записи реализации силового фактора во времени. Полученную реализацию обрабатывают каким-либо методом схематизации случайного процесса. Наиболее широкое распространение получили методы полных циклов и “дождевого потока”. Часто предпочтение отдают последнему методу, поскольку он позволяет формировать замкнутые петли гистерезиса. В результате обработки получают таблицы дифференциальной частоты повторения нагрузок, которые характеризуют число циклов повторения сочетания амплитудных и средних значений. Метод расчета долговечности при таком задании нагрузок, основанный на энергетическом критерии разрушения, предложен ранее [1].

На этапе проектирования нагрузки могут быть найдены методами статистической динамики, когда возмущающий фактор рассматривается в вероятностном аспекте. Случайный процесс нагружения полагают стационарным и нормальным с известной спектральной плотностью и функцией распределения амплитуд силового фактора. В рамках такого подхода в работе [2] описан метод расчета долговечности на основе линейной гипотезы суммирования усталостных повреждений. В [3] предложена гипотеза спектрального суммирования повреждений и проведено сопоставление экспериментальных исследований с опубликованными данными. Результаты расчетов по гипотезам линейного и спектрального суммирования повреждений или совпадают, или достаточно близки. В [3] отмечается, что применительно к эксперименту Свенсона соответствие между данными испытаний и расчетов является неудовлетворительным. Расчеты завышают долговечность примерно в десять раз.

Цель данной работы заключается в разработке метода расчета долговечности при случайном нагружении в условиях однородного напряженного

состояния на основе энергетического подхода к процессу усталостного разрушения. Аналогичные методы применительно к программному, блочному, бигармоническому нагружениям предложены ранее [1, 4, 5].

Теоретические основы исследования. Предварительно рассмотрим некоторые зависимости, характерные для нормального стационарного процесса, которые необходимы в дальнейшем для расчета долговечности. Эти зависимости получены Райсом. Применение теории Райса к расчету долговечности при случайном нагружении изложено в работе [2]. По возможности сохраним принятые в ней обозначения.

Зависимость для плотности вероятности максимумов ξ_m нормального стационарного процесса, выраженных через безразмерную величину $z = \xi_m / \sigma_{\xi}$, имеет вид

$$\varphi(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left[\nu e^{-z^2/2\nu^2} + \sqrt{2\pi(1-\nu^2)} z e^{-z^2/2} \Phi\left(\frac{\sqrt{1-\nu^2}}{\nu} z\right) \right], \quad (1)$$

где $\Phi(y)$ – функция распределения нормального закона

$$y = \frac{\sqrt{1-\nu^2}}{\nu} z;$$

ν – параметр, характеризующий ширину энергетического спектра.

Параметр ν может быть определен так:

$$\nu^2 = 1 - \frac{\sigma_{\eta}^4}{\sigma_{\xi}^2 \sigma_{\xi}^2}. \quad (2)$$

Дисперсию процесса σ_{ξ}^2 и его двух первых производных найдем по формулам

$$\begin{cases} \sigma_{\xi}^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S(\omega) d\omega; \\ \sigma_{\eta}^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \omega^2 S(\omega) d\omega; \\ \sigma_{\xi}^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \omega^4 S(\omega) d\omega, \end{cases} \quad (3)$$

где $S(\omega)$ – спектральная плотность процесса; ω – круговая частота.

Введем приведенную спектральную плотность

$$\bar{S}(\omega) = \frac{1}{2\pi\sigma_{\xi}^2} S(\omega).$$

Тогда формулы (3) представим следующим образом:

$$\begin{cases} \int_{-\infty}^{\infty} \bar{S}(\omega) d\omega = 1; \\ \sigma_{\eta}^2 = \sigma_{\xi}^2 \int_{-\infty}^{\infty} \omega^2 \bar{S}(\omega) d\omega; \\ \sigma_{\xi}^2 = \sigma_{\xi}^2 \int_{-\infty}^{\infty} \omega^4 \bar{S}(\omega) d\omega. \end{cases} \quad (4)$$

С учетом последних соотношений зависимость (2) для расчета параметра ν примет вид

$$\nu^2 = 1 - \frac{I_{\eta}^2}{I_{\xi}}, \quad (5)$$

где

$$I_{\eta} = \int_{-\infty}^{\infty} \omega^2 \bar{S}(\omega) d\omega;$$

$$I_{\xi} = \int_{-\infty}^{\infty} \omega^4 \bar{S}(\omega) d\omega.$$

Согласно формулам Райса, среднее число пересечений нулевого уровня N_0 и среднее число максимумов за единицу времени N_1 определим так:

$$N_0 = \frac{1}{\pi} I_{\eta}^{1/2}; \quad (6)$$

$$N_1 = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{I_{\xi}}{I_{\eta}} \right)^{1/2}. \quad (7)$$

Параметр ν может изменяться от нуля до единицы. При $\nu \rightarrow 0$ распределение относительных максимумов процесса (1) соответствует закону распределения Рэлея, при $\nu \rightarrow 1$ – нормальному закону распределения.

В соответствии с энергетическим критерием усталостного разрушения [6], дифференциальное уравнение накопления относительной энергии \bar{W} , расходуемой на накопление усталостных повреждений, примем в виде

$$\frac{d\bar{W}}{dn} = R W_r^{\alpha}, \quad (8)$$

где n – число циклов нагружения; R , α – параметры уравнения, определяемые для конкретного материала по результатам усталостных испытаний;

W_r – рассеянная в единице объема за цикл нагружения энергия, численно равная площади петли гистерезиса,

$$W_r = K_\phi \sigma_a \varepsilon_{ar}; \quad (9)$$

K_ϕ – коэффициент формы петли гистерезиса, численное значение которого может быть принято равным трем; σ_a – амплитуда напряжения; ε_{ar} – амплитуда остаточной деформации, равная половине ширины петли гистерезиса. В состоянии материала до циклического нагружения имеем $\overline{W} = 0$, в случае разрушения – $\overline{W} = 1$.

Для циклически нестабильных материалов амплитуда остаточной деформации изменяется в процессе циклического нагружения [7]:

$$\varepsilon_{ar} = \varepsilon_{ar}^* f(\sigma_a, x), \quad (10)$$

где ε_{ar}^* – среднее значение амплитуды остаточной деформации; $f(\sigma_a, x)$ – функция упрочнения (разупрочнения) материала, подчиняющаяся условию

$$\int_0^1 f(\sigma_a, x) dx = 1; \quad (11)$$

$x = n/N$ – относительная наработка; N – число циклов до разрушения при регулярном нагружении.

Текущее значение рассеянной за цикл нагружения энергии определим следующим образом:

$$W_r = W_r^* f(\sigma_a, x), \quad (12)$$

где W_r^* – среднее значение рассеянной за цикл нагружения энергии, полученное по (9) для амплитуды остаточной деформации ε_{ar}^* .

С учетом (12) зависимость (8) примет вид

$$\frac{d\overline{W}}{dx} = NRW_r^{*\alpha} f^\alpha(\sigma_a, x). \quad (13)$$

В результате интегрирования (13) при регулярном нагружении получим уравнение кривой усталости

$$NRW_r^{*\alpha} \int_0^1 f^\alpha(\sigma_a, x) dx = 1. \quad (14)$$

Данные многочисленных экспериментальных исследований показывают [7–9], что зависимость средних амплитуд деформаций от амплитуд напряжений в логарифмических координатах можно аппроксимировать прямой или ломаной прямой. Это означает, что справедливо уравнение

$$\varepsilon_{ar}^* = \left(\frac{\sigma_a}{K} \right)^{1/m}, \quad (15)$$

где m и K – параметры уравнения диаграммы циклического деформирования материала.

В случае нерегулярного нагружения, после действия максимальной амплитуды напряжений в блоке нагрузок, ширина петли гистерезиса на меньших уровнях может значительно превышать значения ε_{ar} на этих уровнях до перегрузки. Величина рассеянной за цикл нагружения энергии после перегрузки возрастает. Амплитуду остаточной деформации после перегрузки можно определить из формулы [1, 7]:

$$\varepsilon_{ar} = \varepsilon_{ar\max} \left(\frac{\sigma_a}{\sigma_{a\max}} \right)^{1/c}, \quad (16)$$

где c – параметр диаграммы циклического деформирования материала после перегрузки; $\sigma_{a\max}$ – амплитуда напряжения на перегрузочной ступени в блоке нагрузок; $\varepsilon_{ar\max}$ – амплитуда остаточной деформации при $\sigma_{a\max}$.

В этом случае рассеянная за цикл нагружения энергия составит

$$W_r = W_{r\max} \left(\frac{\sigma_a}{\sigma_{a\max}} \right)^{(1+c)/c}, \quad (17)$$

В условиях нерегулярного нагружения кинетика амплитуды остаточной деформации в основном наблюдается на максимальном уровне нагрузок. Рассеянную за цикл нагружения энергию $W_{r\max}$ можно определить следующим образом:

$$W_{r\max} = W_{r\max}^* f(\sigma_{a\max}, x_{\max}), \quad (18)$$

где x_{\max} – относительная наработка на максимальном уровне нагрузок.

В соответствии с энергетическим критерием усталостного разрушения, относительная энергия \bar{W} определяется величиной рассеянной за цикл нагружения суммарной энергии W_r . За dn циклов и время Δt приращение относительной энергии составит

$$\Delta d\bar{W} = R W_r^\alpha dn. \quad (19)$$

В случае узкополосного случайного процесса число циклов пересечения нулевого уровня, равное $N_0/2$, и число максимумов N_1 , которые можно вычислить по формулам (6) и (7), практически совпадают. Для широкополосного процесса число амплитуд совпадает не с числом циклов пересечения нулевого уровня, а с числом максимумов процесса. Тогда, зная плотность вероятности распределения амплитудных напряжений $\varphi(\sigma_a)$, можно найти число циклов нагружения с амплитудой напряжения σ_a :

$$dn = N_1 \varphi(\sigma_a) d\sigma_a \Delta\tau. \quad (20)$$

С учетом (20) соотношение (19) примет вид

$$\Delta d\bar{W} = RW_r^\alpha N_1 \varphi(\sigma_a) d\sigma_a \Delta\tau.$$

Накопленная за время $\Delta\tau$ относительная энергия с учетом распределения амплитуд напряжений

$$\Delta\bar{W} = RN_1 \Delta\tau \int_0^\infty W_r^\alpha \varphi(\sigma_a) d\sigma_a.$$

После предельного перехода и интегрирования получим зависимость для расчета времени до разрушения в условиях стационарного случайного процесса нагружения:

$$RN_1 \int_0^T \int_0^\infty W_r^\alpha \varphi(\sigma_a) d\sigma_a d\tau = 1. \quad (21)$$

Число циклов до разрушения N_{\max} при регулярном нагружении с $\sigma_{a\max}$, согласно (14), составит

$$N_{\max} RW_{r\max}^{*\alpha} \int_0^1 f^\alpha(\sigma_{a\max}, x) dx = 1. \quad (22)$$

Введем обозначение

$$I_x = \int_0^1 f^\alpha(\sigma_{a\max}, x) dx \quad (23)$$

и разделим (21) на (22):

$$\frac{N_1}{I_x N_{\max}} \int_0^T \int_0^\infty \left(\frac{W_r}{W_{r\max}^*} \right)^\alpha \varphi(\sigma_a) d\sigma_a d\tau = 1. \quad (24)$$

С учетом (17) и (18) отношение рассеянных энергий равно

$$\frac{W_r}{W_{r\max}^*} = \left(\frac{\sigma_a}{\sigma_{a\max}} \right)^{(1+c)/c} f(\sigma_{a\max}, x_{\max}). \quad (25)$$

Для определения максимальной амплитуды напряжений при случайном нагружении принято [10, 11] задавать вероятность превышения уровня этих напряжений P_{\max} . Если плотность распределения амплитуд напряжений подчиняется закону Рэлея

$$\varphi(\sigma_a) = \frac{\sigma_a}{\sigma_\xi^2} e^{-\sigma_a^2/2\sigma_\xi^2}, \quad (26)$$

то

$$\sigma_{a \max} = \sigma_\xi \sqrt{-2 \ln P_{\max}}. \quad (27)$$

В случае задания распределения амплитуд напряжений зависимостью (1) величина $\sigma_{a \max}$ может быть найдена путем численного интегрирования плотности вероятности по выбранному значению P_{\max} .

Относительную наработку с амплитудой $\sigma_{a \max}$ определим следующим образом:

$$x_{\max} = \frac{N_1 \tau}{N_{\max}} P_{\max}. \quad (28)$$

После подстановки (25) в (24) имеем

$$\frac{N_1}{I_x N_{\max}} I_d \int_0^T f^\alpha \left(\sigma_{a \max}, \frac{N_1 \tau}{N_{\max}} P_{\max} \right) d\tau = 1, \quad (29)$$

где

$$I_d = \int_0^\infty \left(\frac{\sigma_a}{\sigma_{a \max}} \right)^{\alpha(1+c)/c} \varphi(\sigma_a) d\sigma_a. \quad (30)$$

Зная параметры критерия усталостного разрушения материала R и α , параметры диаграммы циклического деформирования до (K , m) и после (c) перегрузки, а также вид функции упрочнения (разупрочнения), с помощью численного интегрирования зависимости (29) для известной спектральной плотности случайного процесса $S(\omega)$ и плотности распределения амплитуд напряжений $\varphi(\sigma_a)$ можно найти время до разрушения T .

Принятый подход к расчету долговечности при случайном нагружении путем задания вероятности P_{\max} превышения максимальной амплитуды напряжения не является бесспорным. Затруднено физическое обоснование выбираемой величины P_{\max} . При одном и том же P_{\max} для различных дисперсий процесса получаем значительно отличающиеся наработки в виде числа циклов нагружения на максимальном уровне.

Рассмотрим иной подход к определению амплитуды максимальных напряжений. Перегрузочная ступень в блоке нагружения приводит к увеличению амплитуды остаточной деформации на остальных уровнях нагрузки. Повышается рассеянная энергия, а значит, снижается долговечность. Стабилизация параметра c в уравнении (16) наблюдается после нескольких блоков нагружения [7], обычно число таких блоков не превышает десяти. Аналогичный факт отмечен в работе [12], в которой перед началом регулярного нагружения гладких образцов предварительно реализовывалось определенное число перегрузочных циклов. Долговечность при регулярном нагружении интенсивно падала с увеличением числа таких циклов. Ее стабили-

зация практически наступала после десяти циклов перегрузки. В этой работе были выполнены также измерения амплитуды остаточной деформации.

С учетом вышеизложенного можно предположить, что в качестве максимальной амплитуды напряжений при случайном нагружении следует принимать такую, для которой число циклов повторения за время до разрушения равно некоторому числу n_{\max} , например десяти.

При таком подходе вероятность превышения максимальной амплитуды напряжений составит

$$P_{\max} = \frac{n_{\max}}{N_1 T}, \quad (31)$$

а относительная наработка на максимальном уровне нагрузок – $x_{\max} = n_{\max} / N_{\max}$.

Зависимость (29) можно значительно упростить, если пренебречь кинетикой амплитуды остаточной деформации, ограничиваясь учетом влияния максимальной амплитуды напряжений на рассеяние энергии при меньших нагрузках. В таком случае: $f(\sigma_a, x) = 1$, интеграл в (23) $I_x = 1$, подынтегральная функция в (29) равна единице, и зависимость (29) приобретает вид

$$\frac{N_1 I_d}{N_{\max}} T = 1.$$

Время до разрушения при случайном нагружении равно

$$T = \frac{N_{\max}}{N_1 I_d}. \quad (32)$$

Если задавать значение вероятности превышения максимальной амплитуды напряжений P_{\max} , то следует по (1) или (26) найти $\sigma_{a \max}$, по (30) – I_d и по (22) – N_{\max} .

В случае задания числа циклов нагружения n_{\max} вероятность превышения P_{\max} зависит согласно (31) от времени T до разрушения. Такая зависимость имеет место для I_d и N_{\max} . Уравнение (32) становится нелинейным относительно времени, но его легко решить методом последовательных приближений.

На основе гипотезы линейного суммирования усталостных повреждений можно получить зависимость для расчета времени до разрушения $T_{\text{л}}$, аналогичную (32):

$$T_{\text{л}} = \frac{N_{\max}}{N_1 I_{\text{л}}}, \quad (33)$$

где

$$I_{\text{л}} = \int_0^{\infty} \left(\frac{\sigma_a}{\sigma_{a \max}} \right)^M \varphi(\sigma_a) d\sigma_a; \quad (34)$$

M – показатель степени уравнения кривой усталости;

$$\sigma_a^M N = c_v. \quad (35)$$

Время до разрушения, определенное по формуле линейного суммирования (33), не зависит от выбранной максимальной амплитуды напряжений, поскольку по этой амплитуде вычисляется в соответствии с (35) и число циклов до разрушения N_{\max} .

Представляет интерес анализ ошибки линейного суммирования повреждений. Как и в работе [2], обозначим правую часть формулы линейного суммирования через a_p . Разделим (32) на (33). Тогда получим

$$a_p = \frac{I_{\text{л}}}{I_d}. \quad (36)$$

Конкретизируем интегралы (30) и (34). Введем новые переменные

$$z = \frac{\sigma_a}{\sigma_{\xi}}; \quad z_{\max} = \frac{\sigma_{a\max}}{\sigma_{\xi}}.$$

Тогда

$$I_d = \int_0^{z^*} \left(\frac{z}{z_{\max}} \right)^{\alpha(1+c)/c} \varphi(z) dz; \quad (37)$$

$$I_{\text{л}} = \int_0^{z^*} \left(\frac{z}{z_{\max}} \right)^M \varphi(z) dz. \quad (38)$$

Подынтегральные функции в (37) и (38) с ростом z быстро убывают, и выбор верхнего предела интегрирования z^* особого значения не имеет. Интегралы (37) и (38) отличаются между собой показателями степени в подынтегральных функциях. Между показателями степени уравнений (8), (15) и (35) существует зависимость [6]

$$\alpha \left(1 + \frac{1}{m} \right) = M. \quad (39)$$

Для циклически стабильных материалов, у которых отсутствуют кинетика амплитуды остаточной деформации и влияние перегрузки на рассеиваемую энергию, параметры c и m равны. В этом случае справедливо линейное суммирование усталостных повреждений. Применительно к циклически упрочняющимся или разупрочняющимся материалам параметр c в два-три раза может превышать значение параметра m . Соответственно $I_d > I_{\text{л}}$ и $a_p < 1$. Это является следствием того, что после действия больших нагрузок при нерегулярном нагружении величина рассеянной энергии на остальных уровнях значительно увеличивается.

Сопоставление полученных результатов с данными экспериментальных исследований Свенсона. Экспериментальные исследования проводили на образцах из сплава 2024S-T4 без концентраторов напряжений при циклическом растяжении. Получены зависимости долговечности от амплитуды напряжений при регулярном нагружении и от стандартного отклонения для двух видов спектральных плотностей при случайном нагружении. Испытывали не менее семи образцов при гармонической нагрузке и не менее 16 образцов при случайной нагрузке. Результаты испытаний Свенсона в табличном виде представлены в работе [3].

Ранее [9] приведены циклические деформационные характеристики сплава Д16АТ, который является аналогом сплава 2024. Параметры уравнений (8), (15), (16) для сплава Д16АТ следующие: $\alpha = 1,12$; $R = 2,01 \cdot 10^{-3}$; $m = 0,25$; $K = 3352$ МПа; $c = 0,64$. Значения m и K соответствуют большим амплитудам напряжений, которые превышают напряжение точки перелома на диаграмме циклического деформирования сплава Д16АТ [9] и представляют интерес при анализе случайного нагружения. В работе [3] приведены параметры уравнения (35), определенные по данным Свенсона, $M = 5,7$, $c_v = 10^{12,68}$. Экспериментальные данные Свенсона при регулярном нагружении и аппроксимирующая зависимость показаны на рис. 1. Размерность для амплитуд напряжений приведена в МПа. Отметим, что показатель степени M , вычисленный по зависимости (39) для сплава Д16АТ, менее чем на 2% отличается от экспериментального значения для сплава 2024. Расчетные значения долговечности, полученные с использованием параметров уравнений для сплава Д16АТ, соответствуют левой границе разброса данных Свенсона. Поэтому расчет числа циклов до разрушения N_{\max} при регулярном нагружении проводили по формуле (35).

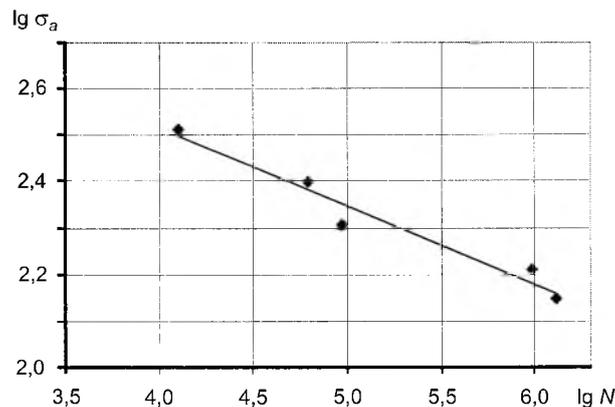


Рис. 1. Кривая усталости и экспериментальные данные Свенсона.

Учет кинетики амплитуды остаточной деформации циклически упрочняющегося сплава Д16АТ позволил установить, что интеграл в (23) отличается от единицы не более чем на 0,5%. Время до разрушения, вычисленное по (29), меньше определенного по (32) не более чем на 20%. Это позволило далее не учитывать кинетику амплитуды остаточной деформации и про-

дять расчет долговечности при случайном нагружении по уравнениям (32) и (37).

Приведенные спектральные плотности, реализованные Свенсоном при случайном нагружении, иллюстрирует рис. 2. Спектральная плотность 1 (рис. 2,а) соответствует узкополосному случайному процессу со значением параметра ширины энергетического спектра $\nu = 0,042$, числом циклов пересечения нулевого уровня $N_0/2 = 47,1$ и числом максимумов процесса $N_1 = 47,4$. Для спектральной плотности 2 (рис. 2,б) указанные величины следующие: $\nu = 0,829$; $N_0/2 = 24,2$; $N_1 = 43,4$.

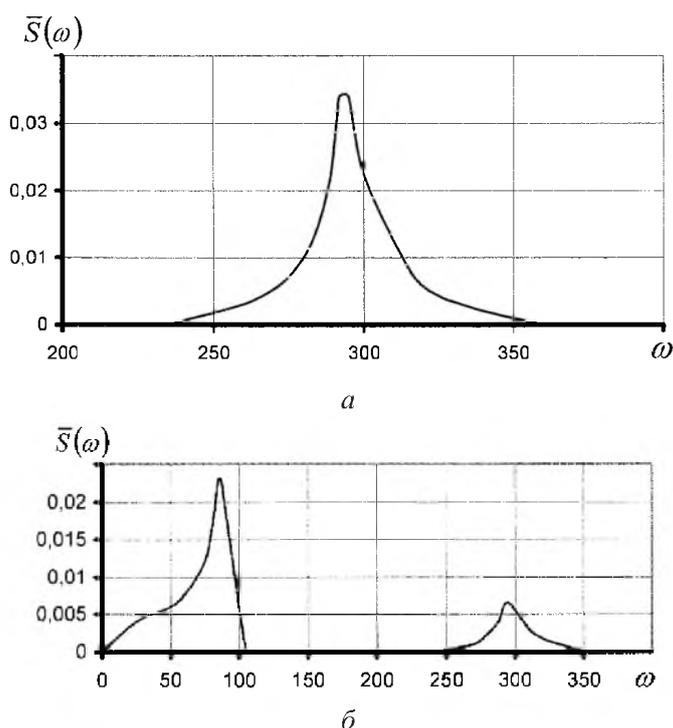


Рис. 2. Приведенные спектральные плотности 1 (а) и 2 (б) в эксперименте Свенсона.

Уравнение плотности вероятности распределения (1) получено Райсом для максимумов случайного процесса и строго может быть использовано для задания распределения амплитуд напряжений при схематизации процесса по методу максимумов [2]. Тем не менее проведены сравнительные расчеты долговечности при случайном нагружении с использованием плотностей вероятности распределения амплитуд напряжений по Райсу (1) и Рэлею (26).

Предварительно принято фиксированное значение вероятности P_{\max} превышения максимальной амплитуды напряжений $\sigma_{a\max}$. В табл. 1 и 2 представлены значения $\sigma_{a\max}$ и времени до разрушения T для плотностей (1) и (26) при $P_{\max} = 10^{-4}$ и различных стандартных отклонениях.

Результаты расчета долговечности при узкополосном случайном процессе, соответствующем спектральной плотности 1, для распределений Райса и

Рэлея практически совпадают. Совпадают также значения максимальных амплитуд напряжений и правой части (36), которые составили $a_p = 0,169$. Для широкополосного случайного процесса со спектральной плотностью 2 (рис. 2,б) расчет долговечности по распределению Райса приводит к большим на 30% значениям, чем по распределению Рэлея. Различие между максимальными амплитудами напряжений, полученных по этим распределениям, не превышает 1%, величины a_p равны соответственно 0,176 и 0,169.

Т а б л и ц а 1

Результаты расчета времени до разрушения при случайном нагружении со спектральной плотностью 1 и фиксируемом P_{\max}

σ_{ξ} , МПа	Распределение Райса		Распределение Рэлея	
	$\sigma_{a \max}$, МПа	$T \cdot 10^{-3}$, с	$\sigma_{a \max}$, МПа	$T \cdot 10^{-3}$, с
100	429	0,984	429	0,951
70	300	7,520	300	7,260
50	215	51,200	215	49,400

Т а б л и ц а 2

Результаты расчета времени до разрушения при случайном нагружении со спектральной плотностью 2 и фиксируемом P_{\max}

σ_{ξ} , МПа	Распределение Райса		Распределение Рэлея	
	$\sigma_{a \max}$, МПа	$T \cdot 10^{-3}$, с	$\sigma_{a \max}$, МПа	$T \cdot 10^{-3}$, с
100	426	1,35	429	1,04
70	298	10,30	300	7,92
50	213	70,20	215	53,90

Интеграл (37) не зависит от величины стандартного отклонения амплитуд случайного процесса и определяется только принятым значением P_{\max} . Поэтому рассчитанная по формуле (32) кривая усталости при случайном нагружении параллельна кривой усталости при регулярном нагружении. Выбор P_{\max} влияет на расчетную долговечность, однако при изменении P_{\max} в десять раз долговечность изменяется в 1,5 раза. Устойчивость решения относительно P_{\max} обуславливает быструю сходимость итерационного процесса расчета T по формуле (32) при задании фиксированного значения n_{\max} и вычислении P_{\max} по (31). Правая часть гипотезы линейного суммирования усталостных повреждений зависит только от величины P_{\max} . При фиксированном P_{\max} значение a_p остается постоянным и не зависит от σ_{ξ} .

Следовательно, подход, основанный на фиксировании вероятности P_{\max} , приводит к противоречию, поскольку известно [2], что с уменьшением стандартного отклонения ошибка в расчете с помощью гипотезы линейного суммирования усталостных повреждений увеличивается.

Предлагаемый подход к расчету максимальной амплитуды напряжений, основанный на фиксированном числе циклов действия этой амплитуды при случайном нагружении до разрушения, т.е. решении уравнения (32) с учетом (31), лишен указанного недостатка. С уменьшением стандартного отклонения увеличивается время до разрушения, что приводит к уменьшению P_{\max} и a_p .

Результаты расчета $\sigma_{a \max}$, a_p , T для распределений Райса, Рэлея и двух спектральных плотностей представлены в табл. 3 и 4. Там же приведены полученные значения P_{\max} . Принято $n_{\max} = 10$.

Т а б л и ц а 3

Результаты расчета времени до разрушения при случайном нагружении со спектральной плотностью 1 и фиксируемом n_{\max}

σ_{ξ} , МПа	Распределение Райса				Распределение Рэлея			
	$\sigma_{a \max}$, МПа	$T \cdot 10^{-3}$, с	a_p	$P_{\max} \cdot 10^4$	$\sigma_{a \max}$, МПа	$T \cdot 10^{-3}$, с	a_p	$P_{\max} \cdot 10^4$
100	414	1,09	0,188	1,93	413	1,06	0,189	1,990
70	318	6,41	0,144	0,33	318	6,21	0,145	0,340
50	245	35,10	0,116	0,06	245	34,00	0,117	0,062

Т а б л и ц а 4

Результаты расчета времени до разрушения при случайном нагружении со спектральной плотностью 2 и фиксируемом n_{\max}

σ_{ξ} , МПа	Распределение Райса				Распределение Рэлея			
	$\sigma_{a \max}$, МПа	$T \cdot 10^{-3}$, с	a_p	$P_{\max} \cdot 10^4$	$\sigma_{a \max}$, МПа	$T \cdot 10^{-3}$, с	a_p	$P_{\max} \cdot 10^4$
100	415	1,45	0,189	1,590	413	1,16	0,189	1,990
70	319	8,51	0,145	0,270	318	6,77	0,145	0,340
50	246	46,80	0,117	0,049	245	37,10	0,117	0,062

Отметим, что для рассмотренных вариантов наибольшее различие между максимальными амплитудами напряжений не превышает 0,5%. В случае использования распределения Райса $\sigma_{a \max}$ без существенной погрешности можно определять по простой формуле (27).

Для узкополосного случайного процесса со спектральной плотностью 1 значения долговечностей, определенные по распределениям Райса и Рэлея, практически совпадают. Применительно к процессу со спектральной плотностью 2 время до разрушения, вычисленное по распределению Райса, на 26% выше соответствующего времени, полученного по распределению Рэлея.

С уменьшением стандартного отклонения для распределений Райса и Рэлея одинаково уменьшается правая часть гипотезы линейного суммирования усталостных повреждений. Ошибка в расчете долговечности по данной гипотезе возрастает с 5,3 до 8,55 раз.

Результаты расчета времени до разрушения при случайном нагружении со спектральными плотностями 1 и 2 по уравнению (32) с учетом (31)

показаны на рис. 3 (сплошные линии), где точки соответствуют экспериментальным данным Свенсона. Как и в гипотезе спектрального суммирования Райхера [3], принято распределение амплитуд по закону Рэля. Результаты расчета долговечности, полученные в [3], показаны на рис. 3 штриховыми линиями.

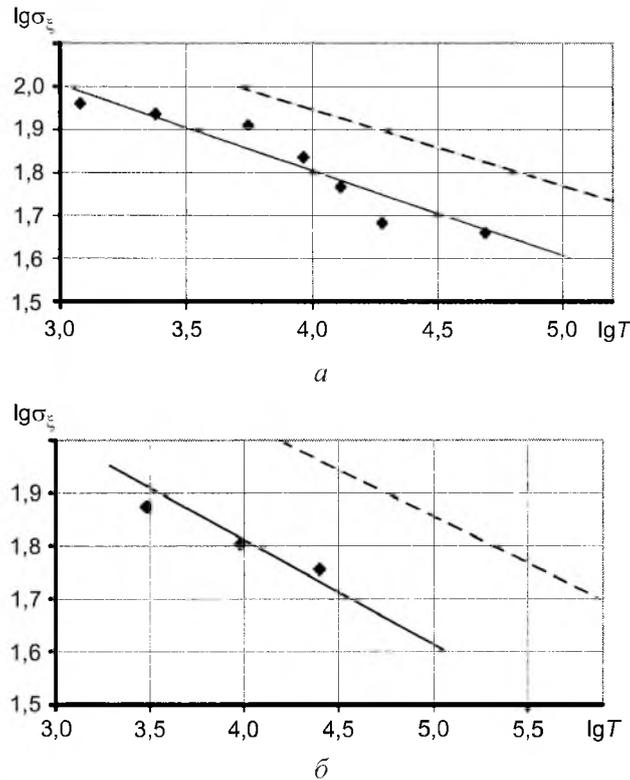


Рис. 3. Долговечность при случайном нагружении со спектральной плотностью 1 (а) и 2 (б).

Причина несогласования гипотезы спектрального суммирования с экспериментальными данными заключается не в представлении кривой Велера в степенном виде, как предполагал Райхер [3], а в неучете влияния перегрузок на долговечность.

Выводы

1. Результаты, полученные по предложенному методу, учитывающему влияние перегрузки на рассеяние энергии в материале при циклическом нагружении, вполне удовлетворительно согласуются с экспериментальными данными Свенсона, полученными при различных спектральных плотностях случайного процесса нагружения гладких образцов.

2. Максимальную амплитуду напряжений при случайном нагружении целесообразно определять по фиксируемому числу циклов повторения этой амплитуды в процессе нагружения до разрушения. Такой подход позволяет установить зависимость правой части гипотезы линейного суммирования усталостных повреждений от дисперсии случайного процесса нагружения.

3. Для узкополосного случайного процесса использование плотностей вероятности распределения амплитуд напряжений по Райсу и Рэлею приводит к практически одинаковым значениям долговечности, в то время как в случае широкополосного процесса использование плотности вероятности по Рэлею обеспечивает долговечность на 26% меньшую, чем по Райсу.

Резюме

Запропоновано метод розрахунку довговічності при випадковому навантаженні, що базується на енергетичному критерії утомного руйнування і моделі циклічного деформування матеріалу після перевантаження. Обґрунтовано визначення максимальної амплітуди напруження по числу циклів повторення за час навантаження до руйнування. Результати розрахунків довговічності в умовах однорідного напруженого стану зіставляються з експериментальними даними Свенсона, гіпотезою спектрального підсумовування пошкоджень Райхера та гіпотезою лінійного підсумовування. Установлено залежність правої частини гіпотези лінійного підсумовування пошкоджень від дисперсії випадкового процесу навантаження.

1. *Фомичев П. А.* Энергетический метод расчета долговечности при нерегулярном нагружении. Сообщ. 2. Долговечность при программном блочном нагружении // Пробл. прочности. – 1995. – № 8. – С. 3 – 11.
2. *Когаев В. П.* Расчеты на прочность при напряжениях, переменных во времени. – М.: Машиностроение, 1977. – 232 с.
3. *Райхер В. Л.* Гипотеза спектрального суммирования и ее применение для определения усталостной долговечности при действии случайной нагрузки. – М.: ЦАГИ, 1969. – 38 с.
4. *Фомичев П. А.* Энергетический метод расчета долговечности при нерегулярном нагружении. Сообщ. 1. Учет последовательности действия нагрузок // Пробл. прочности. – 1995. – № 7. – С. 3 – 12.
5. *Фомичев П. А.* Долговечность при бигармоническом нагружении // Там же. – 2004. – № 3. – С. 14 – 22.
6. *Троценко В. Т., Фомичев П. А.* Энергетический критерий усталостного разрушения // Там же. – 1993. – № 1. – С. 3 – 10.
7. *Фомичев П. А., Трубочанин И. Ю.* Изменение амплитуды пластической деформации при регулярном и программном мягком нагружении сталей // Там же. – 1991. – № 2. – С. 39 – 44.
8. *Циклические деформации и усталость металлов.* В 2 т. Т. 2: Долговечность металлов с учетом эксплуатационных и технологических факторов / В. Т. Троценко, Л. А. Хамаза и др. – Киев: Наук. думка, 1985. – 224 с.
9. *Фомичев П. А., Звягинцев В. В.* Прогнозирование долговечности тел с надрезами по локальному напряженно-деформированному состоянию. Сообщ. 1. Определение напряжений и деформаций в надрезе при циклическом упругопластическом деформировании // Пробл. прочности. – 2000. – № 3. – С. 37 – 45.

10. *Серенсен С. В., Козаев В. П., Шнейдерович Р. М.* Несущая способность и расчет деталей машин на прочность. – М.: Машиностроение, 1975. – 488 с.
11. *Климан В.* Определение эксплуатационной долговечности на основе энергетического критерия: Тр. VI Междунар. colloквиума “Механическая усталость металлов”. – Киев: Наук. думка, 1983. – С. 104 – 109.
12. *Ауржедник Б.* Влияние предварительной малоцикловой перегрузки на многоцикловую долговечность стали: Тр. VI Междунар. colloквиума “Механическая усталость металлов”. – Киев: Наук. думка, 1983. – С. 349 – 356.

Поступила 12. 12. 2005