

## Оценка времени распространения фронта разрушения в элементах конструкций

А. Ф. Никитенко

Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск, Россия

*Исследованы особенности распространения фронта разрушения в элементах конструкций (диски и пластины с переменной толщиной, толстостенные сосуды, нагруженные внутренним давлением). Выполнены верхняя и нижняя оценки относительного времени распространения этого фронта. Сформулированы рекомендации относительно применения полученных результатов в расчетной практике.*

**Ключевые слова:** ползучесть, параметр поврежденности, время начала разрушения, время распространения фронта разрушения.

Характер деформирования и разрушения материала произвольного тела (элемента конструкции), нагруженного внешними температурно-силовыми воздействиями, является двухстадийным [1, 2]. На первой стадии наблюдается накопление повреждений в материале, заканчивается она достижением накопленными повреждениями в точке или в некоторой области тела критического значения, что отвечает началу образования фронта разрушения. Для второй стадии характерно распространение этого фронта до полного разрушения рассматриваемого тела.

Отметим, что в общем случае при решении задачи о распространении фронта разрушения в теле произвольной конфигурации возникают значительные трудности, так как заранее форма фронта и направление его движения неизвестны. По-видимому, поэтому на практике долговечность тела иногда отождествляют со временем начала его разрушения [3], т.е. с продолжительностью первой стадии “скрытого” разрушения. Количество работ, посвященных исследованию движения фронта разрушения в элементах конструкций, весьма ограничено, и следующие из них выводы иногда противоречивы [1, 2, 4–10].

В работе с использованием кинетической теории ползучести исследованы особенности движения фронта разрушения в ряде элементов конструкций в зависимости от характерного геометрического размера, характеристики материала, численное значение которой отражает при соответствующих расчетах выбор варианта кинетической теории ползучести, а также выполнены верхняя и нижняя оценки относительного времени движения фронта разрушения в этих элементах конструкций.

Рассмотрим ползучесть равномерно нагретого диска с одновременным учетом с феноменологических позиций процесса накопления повреждений в материале. Внутренний радиус диска  $a_0$ , наружный  $b_0$ , текущий радиус  $r$ ,  $a_0 \leq r \leq b_0$ , толщина диска  $h = h(r)$ , причем  $h = h_0 r^{-k}$ ,  $k \geq 0$ ,  $h_0$  – константа.

Полагаем, что в диске реализуется плоское напряженное состояние ( $\sigma_z = 0$ ) при условии несжимаемости ( $\eta_\varphi + \eta_r + \eta_z = 0$ ),  $\eta_r = dv/dr$ ,  $\eta_\varphi = v/r$ , где  $v(r, t)$  – радиальная скорость перемещения произвольной точки

диска;  $\eta_\varphi$ ,  $\eta_r$ ,  $\eta_z$  – соответственно окружная, радиальная и осевая компоненты тензора скоростей деформаций ползучести. Ось  $z$  направлена перпендикулярно плоскости диска, а оси  $r$ ,  $\varphi$  – соответственно радиально и тангенциально.

Напряжения  $\sigma_\varphi$ ,  $\sigma_r$ , которые являются главными, в любой момент времени  $t$  удовлетворяют уравнению равновесия

$$d(hr\sigma_r)/dr - h\sigma_\varphi + h\Omega^2 r^2 = 0$$

и граничным условиям:

$$\sigma_r(a_0) = 0; \quad \sigma_r(b_0) = q,$$

где  $q$  – равномерное растягивающее усилие обода диска;  $\Omega^2 = \gamma\omega^2$ ;  $\gamma$  – плотность материала диска;  $\omega$  – его угловая скорость.

Интегрируя уравнение равновесия с учетом первого граничного условия и  $h(r) = h_0 r^{-k}$ , получаем

$$\sigma_r = \left( \frac{\Omega^2}{3-k} a_0^{3-k} + \int_a^r \sigma_\varphi r^{-k} dr \right) r^{k-1} - \frac{\Omega^2}{3-k} r^2, \quad (1)$$

с учетом второго граничного условия –

$$\int_a^b \sigma_\varphi r^{-k} dr = Q, \quad Q = qb_0^{1-k} + \frac{\Omega^2}{3-k} (b_0^{3-k} - a_0^{3-k}). \quad (2)$$

В качестве физических используем расчетные соотношения на основе кинетической теории ползучести Работнова в виде [2, 11]

$$\eta_{ij} = \frac{W}{\sigma_\varphi} \frac{\partial \sigma_\varphi}{\partial \sigma_{ij}}; \quad W = \frac{B_1 \sigma_\varphi^{n+1}}{\varphi_1(\mu)}, \quad i, j = 1, 2, 3; \quad (3)$$

$$d\mu/dt = -B_2 \sigma_{*\varphi}^{g+1} / \varphi(\mu), \quad \mu(x_k, 0) = 1, \quad \mu(x_k^*, t_*) = 0. \quad (4)$$

В (3), (4) обозначения общеприняты:  $\eta_{ij}$ ,  $\sigma_{ij}$  – компоненты тензоров скоростей деформации ползучести и напряжений;  $\sigma_\varphi$ ,  $\sigma_{*\varphi}$  – эквивалентные напряжения, являющиеся однородными относительно напряжений функциями первой степени;  $W$  – удельная мощность рассеяния энергии,  $W = \sigma_{ij} \eta_{ij}$ ;  $B_1$ ,  $n$ ,  $B_2$ ,  $g$  – характеристики ползучести и длительной прочности материала;  $\mu$  – параметр, описывающий с феноменологических позиций накопление повреждений в процессе ползучести материала. Время начала разрушения тела (элемента конструкции) обозначено  $t_*$  и вычисляется из условия достижения параметром поврежденности в какой-то точке с координатами  $x_k^*$  ( $k=1, 2, 3$ ) критического значения, равного нулю.

Если  $\varphi_1(\mu) = \varphi(\mu)$ , то система (3), (4) представляет собой вариант кинетической теории, из которой как частные случаи следуют теория кратковременной ползучести [2, 12], энергетический вариант ползучести и длительной прочности [11, 13], теория упрочнения с различными ее модификациями [11, 14]; если  $\varphi(\mu) = 1$ , то получаем “упрощенный” вариант кинетической теории ползучести в формулировке Качанова [1, 2]. Следовательно, система уравнений (3), (4) представляет достаточно общий вариант кинетической теории ползучести. В дальнейшем принимаем, что  $\varphi_1(\mu) = \mu^{m_1}$ ,  $\varphi(\mu) = \mu^m$ ,  $0 \leq m_1 \leq m$  [15].

Для простоты и ясности получаемых результатов выберем в (3), (4) в качестве  $\sigma_{\varphi}$  и  $\sigma_{*\varphi}$  максимальное касательное напряжение [1, 2]. Ограничимся, например, случаем, когда в каждой точке диска в любой момент времени вплоть до разрушения  $\sigma_{\varphi} > \sigma_r > \sigma_z = 0$ . С учетом этого получим  $\sigma_{\varphi} = \sigma_{*\varphi} = \sigma_{\varphi}/2$ , система (3), (4) существенно упрощается и принимает вид

$$\eta_{\varphi} = \bar{B}_1 \sigma_{\varphi}^n / \mu^{m_1}, \quad \eta_r = 0, \quad \eta_z = -\bar{B}_1 \sigma_{\varphi}^n / \mu^{m_1}; \quad (5)$$

$$\mu^m d\mu/dt = -\bar{B}_2 \sigma_{\varphi}^{g+1}, \quad \mu(r, 0) = 1, \quad \mu(r^*, t_*) = 0, \quad (6)$$

где  $\bar{B}_1 = B_1/2^{n+1}$ ;  $\bar{B}_2 = B_2/2^{g+1}$ ;  $0 \leq m_1 \leq m$ .

Поскольку  $\eta_r = 0$ , то  $dv/dr = 0$ , откуда следует, что  $v(r, t)$  является функцией только времени, т.е.  $v = c(t)$ . В этом случае

$$\eta_{\varphi} = c(t)/r, \quad \eta_r = 0, \quad \eta_z = -c(t)/r. \quad (7)$$

Из сопоставления (5) с (7) получим

$$\sigma_{\varphi}(r, t) = \frac{Q}{J_1} \frac{[\mu(r, t)]^{m_1/n}}{X(t)} r^{-1/n}, \quad (8)$$

где

$$J_1 = \int_a^b r^{-(k+1/n)} dr; \quad \left[ \frac{c(t)}{B_1} \right]^{1/n} = \frac{Q}{J_1} [X(t)]^{-1}. \quad (9)$$

После подстановки (8) в уравнения (6) и (2) следует

$$\int_1^{\mu} z^{k_1} dz = -[(m+1)t^0(r)]^{-1} \int_0^t [X(\tau)]^{-(g+1)} d\tau, \quad (10)$$

где

$$t^0(r) = [(m+1)B_2(Q/J_1)^{g+1} r^{-(g+1)/n}]^{-1}; \quad k_1 = [mn - m_1(g+1)]/n \quad (11)$$

и

$$\int_a^b [\mu(r, t)]^{m_1/n} r^{-(k+1/n)} dr = J_1 X(t). \quad (12)$$

Таким образом, решение задачи, связанной с расчетом напряженно-деформированного состояния диска и времени начала его разрушения, свелось к решению системы уравнений (10), (12). Действительно, зная  $\mu(r, t)$  и  $X(t)$ , вычисляем из (8)  $\sigma_\varphi$ , из (1) –  $\sigma_r$ , из (7) с использованием (9) –  $\eta_\varphi$  и  $\eta_z$ .

В результате интегрирования (10) получим

$$\mu^{m_1/n} = \left\{ 1 - \frac{\nu}{t^0(r)} \int_0^t [X(\tau)]^{-(g+1)} d\tau \right\}^\beta, \quad (13)$$

где

$$\beta = \frac{m_1}{n + mn - m_1(g+1)}; \quad \nu = \frac{n + mn - m_1(g+1)}{n(m+1)}. \quad (14)$$

Подставив (13) в (12), получим

$$\int_a^b \left\{ 1 - \frac{\nu}{t^0(r)} \int_0^t [X(\tau)]^{-(g+1)} d\tau \right\}^\beta r^{-(k+1/n)} dr = J_1 X(t). \quad (15)$$

Решение (15) позволяет найти  $X(t)$ , а затем из (13) –  $\mu(r, t)$ . Время начала разрушения диска определяем из условия  $\mu(r^*, t_*) = 0$ . Легко показать, что  $r^* = a_0$ , т.е. разрушение начинается с внутренней поверхности диска. Чтобы интеграл в левой части равенства (10) имел смысл в случае  $\mu = 0$ , на характеристики материала необходимо наложить ограничения, которые подробно описаны в [15].

Пусть  $m_1 = 0$ . Тогда согласно (14) имеем  $\beta = 0$ ,  $\nu = 1$ , и система (3), (4) представляет собой вариант кинетической теории ползучести в формулировке Качанова. Согласно (15)  $X(t) = 1$ , из (8), (1), (7) с учетом второго равенства (9) следует, что напряженно-деформированное состояние является стационарным. Тогда из (13) получим

$$\mu(r, t) = \left[ 1 - \frac{t}{t_*^0} \left( \frac{a_0}{r} \right)^{(g+1)/n} \right]^{1/(m+1)},$$

где  $t_*^0 = [(m+1)B_2(Q/J_1)^{g+1} a_0^{-(g+1)/n}]^{-1}$ , т.е. согласно (11)  $t_*^0 = t^0(a_0)$  и представляет собой время начала разрушения диска. Очевидно, что  $r^* = a_0$ .

В расчетной практике принято иногда время начала разрушения отождествлять с временем разрушения тела [3]. Именно поэтому вычисление

продолжительности движения фронта разрушения – одна из актуальных для практики задач.

Отметим (об этом говорилось выше), что в общем случае решение задачи о распространении фронта разрушения в теле произвольной конфигурации связано с трудностями, так как заранее место зарождения фронта, его форма и направление движения неизвестны. Определенно можно сказать, что при  $t > t_*$  "... в теле образуются две зоны: зона, где  $1 > \mu(t) > 0$ , и зона, где уже произошло разрушение, и материал потерял способность к сопротивлению" [2]. Граница между разрушенной зоной и неразрушенной представляет собой фронт разрушения и "... движется он таким образом, что на фронте разрушения  $\mu = 0$ , и усилия со стороны разрушенной зоны к неразрушенной зоне не передаются" [2].

Применительно к рассматриваемой задаче имеем: в момент  $t = t_*$  разрушается внутренняя поверхность диска  $r = a_0$ , фронт разрушения движется в сторону наружной поверхности  $r = b_0$ , является симметричным и в любой момент времени  $t > t_*$  его радиус есть  $a(t)$ . Очевидно, что  $a_0 < a(t) < b_0$ , причем  $a(t_*) = a_0$ ,  $a(t_{*f}) = b_0$ ,  $t_{*f}$  – время окончательного разрушения диска, и продолжительность распространения фронта разрушения составляет  $t_{*f} - t_*$ .

Далее соответствующие параметры и функции, связанные с движением фронта разрушения, обозначим нижним индексом  $f$ . В частности, в любой момент времени  $t > t_*$  получим  $J_1(t) \equiv J_{1f}$ ,  $Q(t) \equiv Q_f$  и т.д.; вычисляются они согласно (2) и (9) при замене  $a_0$  на  $a(t)$ . В неразрушенной зоне, в которой  $1 > \mu(t) > 0$ , остаются справедливыми уравнения (5)–(7), уравнение равновесия и соответствующие граничные условия. Поэтому напряжения  $\sigma_\varphi$  и  $\sigma_r$  по-прежнему будут определяться по (1) и (8) с учетом вышесказанного замечания относительно соответствующих параметров и функций (обратим внимание на то, что в общем случае в связи с движением фронта разрушения граничные условия следует уточнять).

Повторяя приведенные выше оценки, получаем в момент времени  $t$  вместо (10), (12):

$$\int_1^{\mu(t)} z^{k_1} dz = - \int_0^t [(m+1)t^0(r, \tau)]^{-1} [X(\tau)]^{-(g+1)} d\tau; \quad (16)$$

$$\int_{a(t)}^b [\mu(r, t)]^{m_1/n} r^{-(k+1/n)} dr = J_{1f}(t) X(t). \quad (17)$$

В результате интегрирования (16) получим

$$[\mu(r, t)]^{m_1/n} = \left\{ 1 - \nu \int_0^t [t^0(r, \tau)]^{-1} [X(\tau)]^{-(g+1)} d\tau \right\}^\beta. \quad (18)$$

Пусть в момент времени  $t$  фронт разрушения проходит через окружность, радиус которой  $r$ , т.е.  $a(t) = r$ . На линии фронта выполняется равен-

ство  $\mu[a(t), t] = 0$ . Из (18) в результате использования соответствующего выражения для  $t^0(r, t)$  следует

$$1 - \bar{\nu}(m+1)\bar{B}_2 \int_0^t [Q_f(\tau)/J_{1f}(\tau)]^{g+1} a^{-(g+1)/n} [X(\tau)]^{-(g+1)} d\tau = 0. \quad (19)$$

С учетом (19) и соответствующего выражения для  $t^0(r, t)$  для параметра поврежденности из (18) получим

$$[\mu(r, t)]^{m_1/n} = \left\{ 1 - \left[ \frac{r}{a(t)} \right]^{-(g+1)/n} \right\}^\beta. \quad (20)$$

Равенство (17) с учетом (20) окончательно запишем следующим образом:

$$\int_{a(t)}^b \left\{ 1 - \left[ \frac{r}{a(t)} \right]^{-(g+1)/n} \right\}^\beta r^{-(k+1/n)} dr = J_{1f}(t)X(t). \quad (21)$$

Для установления закономерности движения фронта разрушения  $a = a(t)$  продифференцируем выражение (19) по  $t$ , используя в самом общем случае правило дифференцирования интеграла по параметру ( $t$  используется в качестве параметра). Исключив в полученном выражении с помощью (19) интегральный член, после простых операций придем к выражению

$$a^{-1+(g+1)/n} \frac{da}{dt} = \frac{\nu n(m+1)}{g+1} B_2 [Q_f(t)]^{g+1} [J_{1f}(t)X(t)]^{-(g+1)}.$$

Интегрируя последнее с использованием (21), окончательно запишем

$$I(a) = \frac{\nu n(m+1)}{g+1} B_2 \int_{t_*}^t d\tau, \quad (22)$$

где

$$I(a) = \int_a^b a^{-1+(g+1)/n} [Q_f(a)]^{-(g+1)} \left\{ \int_a^b \left[ 1 - \left( \frac{r}{a} \right)^{-(g+1)/n} \right]^\beta r^{-(k+1/n)} dr \right\}^{g+1} da; \quad (23)$$

$$Q_f(a) = qb_0^{1-k} + \frac{\Omega^2}{3-k} (b_0^{3-k} - a^{3-k}). \quad (24)$$

Уравнение (22) позволяет описывать временное изменение  $a = a(t)$ . Об особенностях движения фронта разрушения можно судить по графику в

системе координат, где по оси абсцисс отложено  $\tau = (t - t_*)/t_*$ , по оси ординат –  $\beta_f = b_0/a(t)$ , где  $\beta_f$  – “толщина” неразрушенной части диска в процессе движения фронта. В момент начала движения величина  $\beta_f = \beta_1$  ( $\beta_1 = b_0/a_0$ ) и со временем она убывает до единицы, что соответствует окончательному разрушению материала диска. С методической точки зрения при решении уравнения (22) целесообразно в (23) перейти к новым переменным интегрирования  $y(t) = a(t)/a_0$  и  $\rho(t) = r/a(t)$ . Очевидно, что  $y(t_*) = 1$ ,  $y(t_{*f}) = \beta_1$ , и поэтому  $1 \leq y(t) \leq \beta_1$ ;  $\rho(t) = 1$  при  $r = a(t)$  и  $\rho(t) = \beta_1/y(t)$  при  $r = b_0$ .

На практике иногда в качестве прикидочной оценки относительного времени движения фронта разрушения можно использовать величину  $(t_{*f} - t_*)/t_*^0$ . Действительно, из (22)–(24) получим

$$\frac{t_{*f} - t_*}{t_*^0} = \frac{g+1}{vn} \left( \frac{n-1}{n} - k \right)^{g+1} f(\beta_1) I(\beta_1), \quad (25)$$

где

$$I(\beta_1) = \int_1^{\beta_1} y^{-1-(k-1)(g+1)} [q\beta_1^{1-k} + \kappa(\beta_1^{3-k} - y^{3-k})]^{-(g+1)} \times \\ \times \left[ \int_1^{\beta_1/y} \rho^{-(k+1/n)} (1 - \rho^{-(g+1)/n})^\beta d\rho \right]^{g+1} dy; \\ f(\beta_1) = \left[ \frac{q\beta_1^{1-k} + \kappa(\beta_1^{3-k} - 1)}{\beta_1^{-k+(n-1)/n} - 1} \right]^{g+1}; \quad \kappa = \frac{a_0^2 \Omega^2}{3-k}.$$

Соотношения (22)–(25) использовались для следующих элементов конструкций: в частности, для диска постоянной толщины при  $k=0$ , диска гиперболического профиля, внешний контур которого свободен от растягивающей нагрузки, при  $q=0$ , а также для кольцевой пластины гиперболического профиля, находящейся под действием равномерно распределенной растягивающей нагрузки на внешнем контуре, при  $\kappa=0$  и кольцевой пластины постоянной толщины при  $\kappa=0$  и  $k=0$ .

Аналогичные результаты применительно к перечисленным выше элементам конструкций, получаемые с использованием “упрощенного” варианта кинетической теории ползучести в формулировке Качанова, следуют из (22)–(25), если положить  $m_1 = 0$ .

Отметим, что структура формул (22)–(25) сохраняется также для других элементов конструкций. Например, для толстостенных сосудов (труба, сфера), нагруженных внутренним давлением  $p$ , соотношения (22), (23) принимают вид

$$I(a) = \frac{vnc}{(g+1)(1+s)} \int_{t_*}^t dt, \quad (26)$$



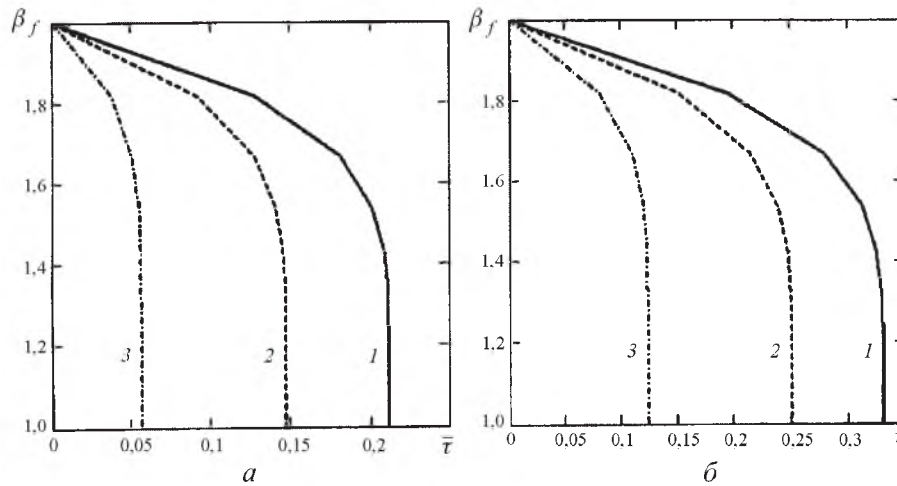
где

$$I(a) = \int_a^b a^{-1+(1+s)(g+1)/n} \left[ \int_a^b \left[ 1 - \left( \frac{r}{a} \right)^{-(1+s)(g+1)/n} \right]^\beta r^{-1+(1+s)/n} dr \right]^{g+1} da; \quad (27)$$

$c = (m+1)B_2 \left( \frac{\lambda_1 P}{s} \right)^{g+1}$ , причем для трубы имеем  $s=1$ ,  $\lambda_1 = 3/2$ , для сферы —  $s=2$ ,  $\lambda_1 = 1$ .

Фронт разрушения, как и для диска, симметричный, движется от внутренней поверхности  $r = a_0$  в сторону наружной  $r = b_0$ , и в любой момент времени  $t > t_*$  его радиус  $a(t)$ . Если при  $0 < t \leq t_*$  граничные условия были  $\sigma_r(a_0, t) = -p$ ,  $\sigma_r(b_0, t) = 0$ , то при  $t > t_*$  они, сохраняя прежнюю структуру, уточняются и записываются в виде  $\sigma_r(a(t), t) = -p$ ,  $\sigma_r(b_0, t) = 0$ . В качестве  $\sigma_\varphi$  и  $\sigma_{* \varphi}$  в рассматриваемой задаче используется интенсивность напряжений  $\sigma_i$ : для трубы  $\sigma_i = \sqrt{3}(\sigma_\varphi - \sigma_r)/2$ , для сферы  $\sigma_i = (\sigma_\varphi - \sigma_r)$ .

На рисунке представлены результаты решения уравнения (26) для трубы и сферы при  $m_1 = 0; 5$  и  $10$ . В начальный момент времени  $t > t_*$  фронт разрушения движется достаточно медленно, в дальнейшем резко ускоряется независимо от характеристики материала  $m_1$  и толщины стенки сосуда  $\beta_1$ . В табл. 1, 2 приведены значения  $\tau_* = (t_{*f} - t_*)/t_*$  при разных  $\beta_1$  и  $m_1$  для трубы и сферы.



Изменение толщины стенки трубы (а) и сферы (б) в процессе движения фронта разрушения при  $m_1 = 0$  (1), 5 (2) и 10 (3).

Анализ результатов показал, что относительное время движения фронта разрушения колеблется в зависимости от толщины стенки сосуда и характеристики материала  $m_1$  в интервале от сотых долей процента до нескольких десятков (этот же вывод справедлив для диска, если проанализировать аналогичные результаты).



Т а б л и ц а 1

**Оценки относительного времени движения фронта разрушения при  $\beta_1$  и  $m_1$  для трубы**

Оценки времени	$m_1$ , равное						$\beta_1$
	0	3	5	7	10	13	
$C/A$	0,302	0,176	0,105	0,050	0,0067	0,000017	1,2
$\tau_*$	0,053	0,036	0,025	0,014	0,0280	0,000015	
$C/B$	0,053	0,036	0,024	0,014	0,0028	0,000015	
$C/A$	0,573	0,394	0,276	0,166	0,042	0,00085	1,5
$\tau_*$	0,121	0,094	0,073	0,051	0,018	0,00075	
$C/B$	0,121	0,093	0,072	0,050	0,018	0,00075	
$C/A$	0,824	0,625	0,480	0,331	0,123	0,008	2
$\tau_*$	0,214	0,178	0,149	0,115	0,057	0,007	
$C/B$	0,214	0,177	0,147	0,113	0,056	0,007	
$C/A$	1,008	0,885	0,727	0,553	0,270	0,040	3
$\tau_*$	0,357	0,311	0,273	0,227	0,135	0,035	
$C/B$	0,357	0,309	0,270	0,223	0,135	0,035	
$C/A$	1,254	1,051	0,890	0,704	0,385	0,079	4
$\tau_*$	0,467	0,415	0,372	0,318	0,212	0,071	
$C/B$	0,467	0,412	0,367	0,312	0,206	0,070	

Т а б л и ц а 2

**Оценки относительного времени движения фронта разрушения при  $\beta_1$  и  $m_1$  для сферы**

Оценки времени	$m_1$ , равное						$\beta_1$
	0	3	5	7	10	13	
$C/A$	0,758	0,562	0,423	0,282	0,097	0,005	1,5
$\tau_*$	0,186	0,152	0,125	0,095	0,044	0,004	
$C/B$	0,186	0,151	0,124	0,093	0,043	0,004	
$C/A$	0,758	0,562	0,423	0,282	0,097	0,005	2
$\tau_*$	0,336	0,291	0,254	0,209	0,126	0,030	
$C/B$	0,336	0,289	0,251	0,206	0,122	0,029	
$C/A$	1,247	1,044	0,883	0,698	0,380	0,077	2,5
$\tau_*$	0,462	0,411	0,367	0,314	0,208	0,069	
$C/B$	0,462	0,408	0,363	0,308	0,203	0,068	

Прикидочная оценка относительного времени движения фронта разрушения, следующая из (26), (27), в какой-то мере аналогична (25). Действительно,

$$\frac{t_{*f} - t_*}{t_*^0} = \frac{(g+1)(1+s)}{nv} f(\beta_1) I(\beta_1), \quad (28)$$

где

$$I(\beta_1) = \int_1^{\beta_1} y^{-1} \left[ \int_1^{\beta_1/y} \rho^{-1-(1+s)/n} (1 - \rho^{-(1+s)(g+1)/n})^\beta d\rho \right]^{g+1} dy;$$

$$f(\beta_1) = \left(\frac{1+s}{n}\right)^{g+1} \left[ \frac{\hat{\beta}_1^{(1+s)/n}}{\beta_1^{(1+s)/n} - 1} \right]^{g+1}.$$

Представляется целесообразным получить верхнюю и нижнюю оценки относительного времени движения фронта разрушения в элементах конструкций. В работе [16] получены верхняя и нижняя оценки времени начала разрушения произвольного тела:

$$A \leq \frac{t_*}{t_*^0} \leq B, \quad A = \frac{1 - (1 - \lambda)^{g+2}}{\lambda \bar{\nu}(g+2)}, \quad B = \frac{1 - (1 - \lambda)^{1/\bar{\nu}}}{\lambda}, \quad \lambda = t_*^0 / \bar{t}^0, \quad \bar{\beta} < 1, \quad (29)$$

где  $t^0$  – результат использования теоремы о среднем:

$$\int_V (W^0 / t^0) dV = (1/t^0) \int_V W^0 dV;$$

$W^0$  – мощность диссипируемой энергии в предположении установившейся ползучести материала. В случае  $\beta > 1$  границы  $A$  и  $B$  в (29) меняются местами [16].

На основе (29) совместно с (25) или (28) окончательно получим

$$\frac{C}{B} \leq \frac{t_{*f} - t_*}{t_*} \leq \frac{C}{A}, \quad (30)$$

где  $C$  – правая часть (25) при расчете дисков гиперболического профиля или правая часть (28) при расчете толстостенных сосудов давления. В табл. 1, 2 расчетные значения относительного времени движения фронта разрушения в сосудах высокого давления отвечают случаю  $\beta < 1$  и сопоставляются с его нижней и верхней оценками в соответствии с неравенствами (30).

**Заключение.** Время начала разрушения элементов конструкций и относительное время распространения фронта разрушения существенно зависят от их геометрических размеров и характеристики материала  $m_1$ , численное значение которой отражает выбор соответствующего варианта кинетической теории ползучести.

Верхнюю и нижнюю оценки времени начала разрушения (29) элементов конструкций и относительного времени движения фронта разрушения (30) в них рекомендуется использовать в расчетной практике.

Работа выполнена в рамках программы INTAS, грант № 03-51-6046.

## Резюме

Досліджено особливості розповсюдження фронту руйнування в елементах конструкцій (диски та пластини зі змінною товщиною, товстостінні посудини).

ни, що навантажені внутрішнім тиском). Виконано верхню і нижню оцінки відносного часу розповсюдження цього фронту. Наведено рекомендації щодо застосування отриманих результатів у розрахунковій практиці.

1. Качанов Л. М. Теория ползучести. – М.: Физматгиз, 1960. – 546 с.
2. Работнов Ю. Н. Ползучесть элементов конструкций. – М.: Наука, 1966. – 752 с.
3. Работнов Ю. Н. Влияние концентрации напряжений на длительную прочность // Инж. журн. Механика твердого тела. – 1967. – № 3. – С. 36 – 41.
4. Качанов Л. М. Время разрушения в условиях ползучести // Проблемы механики сплошной среды (Сборник к 70-летию Н. И. Мухелишвили). – М.: Изд-во АН СССР, 1961. – С. 186 – 201.
5. Качанов Л. М. Некоторые вопросы разрушения в условиях ползучести // Ползучесть и длительная прочность: Тр. Всесоюз. сов. по теории расчетов на ползучесть и длительную прочность. – Новосибирск: СО АН СССР, 1963. – С. 3 – 14.
6. Хейхерст. Определение времени до разрушения для вращающихся дисков в условиях ползучести с использованием уравнений повреждаемости при двухосном напряженном состоянии // Прикл. механика. – 1973. – № 4. – С. 88 – 95.
7. Хейхерст. Перераспределение напряжений и разрушение при ползучести равномерно растягиваемых тонких пластин с круглым отверстием // Там же. – № 1. – С. 253 – 260.
8. Budden P. J. The sensitivity of the creep rupture of a pressurized cylinder to variations in the multiaxial rupture surface // Int. J. Mech. Sci. – 1985. – 27, No. 1/2. – P. 83 – 95.
9. Бойл Дж., Спенс Дж. Анализ напряжений в конструкциях при ползучести: Пер. с англ. – М.: Мир, 1986. – 360 с.
10. Логинов О. А. Распространение фронта разрушения в толстостенной трубе в условиях ползучести // Надежность и прочность машиностроительных конструкций. – Куйбышев: Куйбыш. политехн. ин-т, 1988. – С. 61 – 67.
11. Никитенко А. Ф. Ползучесть и длительная прочность металлических материалов. – Новосибирск: Новосиб. гос. архит.-строит. ун-т, 1997. – 278 с.
12. Работнов Ю. Н., Милейко С. Т. Кратковременная ползучесть. – М.: Наука, 1970. – 222 с.
13. Соснин О. В., Горев Б. В., Никитенко А. Ф. Энергетический вариант теории ползучести. – Новосибирск: Ин-т гидродинамики им. М. А. Лаврентьева, 1986. – 96 с.
14. Закономерности ползучести и длительной прочности. Справочник / Под ред. С. А. Шестерикова. – М.: Машиностроение, 1983. – 101 с.

15. *Никитенко А. Ф., Любашевская И. В.* Кинетическая теория ползучести и расчет элементов конструкций на длительную прочность. Сообщ. 1. Напряженно-деформированное состояние неравномерно нагретых толстостенных труб // Пробл. прочности. – 2005. – № 5. – С. 30 – 44.
16. *Никитенко А. Ф., Любашевская И. В.* Кинетическая теория ползучести и расчет элементов конструкций на длительную прочность. Сообщ. 3. Верхняя и нижняя оценки времени начала разрушения неравномерно нагретых элементов конструкций // Там же. – 2006. – № 1. – С. 32 – 40.

Поступила 19. 02. 2007