

Прочность полупространства, ослабленного плоской круговой трещиной

И. Н. Жуковский

ПромстройНИИпроект, Харьков, Украина

На основании механики хрупкого разрушения и теории обобщенного нормального разрыва приближенно решена задача о прочности полупространства, ослабленного плоской круговой трещиной. Предложена упрощенная расчетная схема, с помощью которой определена разрушающая нагрузка при свободном разрушении (отрыве). Результаты теоретических исследований получили экспериментальное подтверждение при испытании бетонных образцов.

Ключевые слова: трещина, вязкость разрушения, нормальный отрыв, бетон, полупространство.

Введение. Рассматривается приближенный метод определения прочности упругого полупространства, ослабленного на глубине h_0 плоской круговой щелью (трещиной) радиуса a_0 , при его свободном разрушении (отрыве), т.е. когда опорная реакция R силы нагрузки P расположена за пределами конуса разрушения (выкола) – рис. 1. К ближнему от границы полупространства берегу трещины приложена равномерно распределенная нагрузка $q_0 \equiv P/\pi a_0^2$.

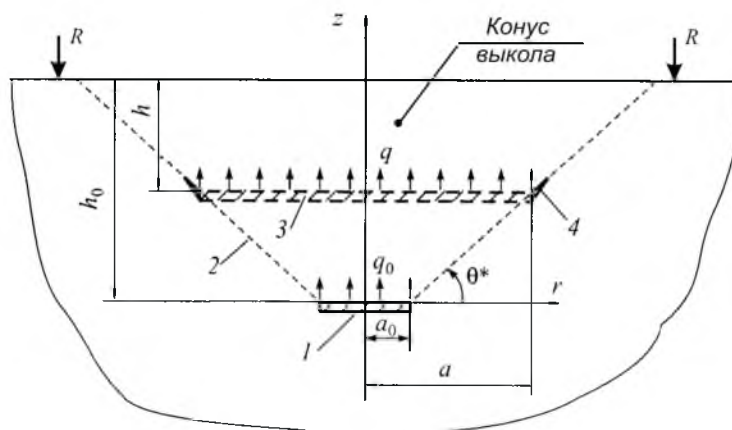


Рис. 1. Расчетная схема.

В известных литературных источниках, например [1], задача о полупространстве, ослабленном плоской круговой трещиной, решается в статической постановке. В данной работе изучается (в рамках сделанных ниже допущений) процесс развития трещины при увеличении нагрузки. Несмотря на допущения, предложенный метод расчета можно использовать для оценки несущей способности реальных конструкций, например анкеров, усиленных пластиной на заделанном в бетоне конце.

Теория. Процессы возникновения и роста трещины будем исследовать с помощью теории обобщенного нормального разрыва [2]. Согласно теории развитие трещины происходит по поверхности, нормальной к направлению максимального растягивающего напряжения, по достижении коэффициентом интенсивности этого напряжения (КИН) K_{θ}^* величины вязкости разрушения материала K_{Ic} :

$$K_{\theta}^* = K_{Ic}. \quad (1)$$

Угол θ^* между исходной плоскостью трещины и поверхностью разрушения, на которой напряжения максимальны, а также КИН K_{θ}^* определяются по следующим выражениям [2, 3]:

$$\theta^* = 2 \operatorname{arctg} \left(\frac{1 - \sqrt{1 + 8\lambda^2}}{4\lambda} \right); \quad (2)$$

$$K_{\theta}^* = K_I \left(1 - 3\lambda \operatorname{tg} \frac{\theta^*}{2} \right) \cos^3 \frac{\theta^*}{2}, \quad (3)$$

где $\lambda = K_{II}/K_I$.

Для рассматриваемой задачи коэффициенты интенсивности напряжений K_I и K_{II} , соответствующие нормальному отрыву и поперечному сдвигу, приведены в [4] и в табл. 6.4 справочника [1]. На основании этих данных можно определить угол разрушения θ^* и КИН K_{θ}^* . Удобно ввести безразмерный коэффициент интенсивности напряжений

$$k_{\theta}^* = \frac{K_{\theta}^* a^{3/2}}{P}, \quad (4)$$

где a – текущий радиус трещины; P – равнодействующая сила.

Значения угла θ^* и коэффициента k_{θ}^* (для случаев нагрузки как равномерно распределенной в круговой плоскости трещины, так и сосредоточенной в ее центре) в зависимости от коэффициента Пуассона μ и относительной глубины расположения вершины трещины $\beta = h/a$ представлены в табл. 1 и 2.

Значения угла разрушения θ^* (табл. 1) согласуются с данными многочисленных экспериментов (более 150), проведенных на заделанных в бетон ($\mu = 1/6$) усиленных анкерах [5–7]. Например, по данным [5] значения угла θ^* колеблются в интервале 19...28°, по данным [6, 7] – 18...31°.

Из данных табл. 2 видно, что коэффициент k_{θ}^* незначительно зависит от коэффициента Пуассона μ . В большей степени коэффициент Пуассона влияет на угол разрушения θ^* (табл. 1). Важно отметить, что угол разрушения оказывается практически постоянным в широком диапазоне изменения относительной глубины расположения вершины трещины $\beta = h/a$ (от

единицы до бесконечности). Поэтому далее для данного значения μ в качестве угла разрушения будем принимать среднее значение θ^* (в наиболее представительном интервале $1 \leq \beta \leq 8$).

Т а б л и ц а 1

Угол разрушения θ^* (град) в зависимости от коэффициента Пуассона μ и относительной глубины расположения вершины трещины $\beta = h/a$

μ	β , равное						
	8,0	4,0	2,0	1,0	0,5	0,3	0,2
Равномерно распределенная нагрузка							
0	34,80	34,24	32,98	32,62	35,67	39,00	41,55
1/6	29,95	29,44	28,52	29,37	34,09	38,24	41,15
0,3	23,02	22,68	22,46	25,21	32,17	37,30	40,70
0,5	0,06	0,48	3,24	12,93	26,85	34,95	39,48
Сосредоточенная нагрузка							
0	48,74	47,34	42,29	36,70	40,91	44,58	46,35
1/6	44,47	43,03	37,93	34,20	40,15	44,29	46,21
0,3	37,38	35,73	31,37	31,02	39,21	43,94	46,05
0,5	0,12	1,04	6,51	21,37	36,73	43,05	45,63

Т а б л и ц а 2

Коэффициенты k_θ^* в зависимости от коэффициента Пуассона μ и относительной глубины расположения вершины трещины $\beta = h/a$

μ	β , равное						
	8,0	4,0	2,0	1,0	0,5	0,3	0,2
Равномерно распределенная нагрузка							
0	0,2149	0,2206	0,2442	0,3312	0,5918	1,033	1,703
1/6	0,2041	0,2098	0,2348	0,3241	0,5863	1,027	1,698
0,3	0,1945	0,2005	0,2257	0,3177	0,5797	1,022	1,693
0,5	0,1820	0,1890	0,2163	0,3070	0,5664	1,009	1,681
Сосредоточенная нагрузка							
0	0,1420	0,1488	0,1876	0,3748	1,0125	2,196	4,055
1/6	0,1279	0,1350	0,1758	0,3666	1,0048	2,190	4,049
0,3	0,1131	0,1213	0,1646	0,3577	0,9972	2,184	4,043
0,5	0,0924	0,1020	0,1477	0,3407	0,9776	2,165	4,028

Условие (1) после подстановки в него K_θ^* из выражения (4) позволяет определить усилие P^T , необходимое для подрастания трещины:

$$P^T = \frac{K_{Ic}}{k_\theta^*} a^{3/2}, \quad (5)$$

где k_θ^* – коэффициент, определяемый по данным табл. 2.

Процесс разрушения полупространства с трещиной происходит следующим образом. По мере увеличения нагрузки P как только КИН K_{θ}^* сравнивается с вязкостью разрушения материала K_{Ic} , трещина подрастает на некоторую величину под углом θ^* к плоскости ее первоначального залегания. Начальный радиус трещины a_0 увеличивается до a , а глубина расположения ее вершины уменьшается от h_0 до h (рис. 1). Очевидно, что после этого нагрузки P распределяется по большей площади, и нагрузка $q = P/\pi a^2$ уменьшается. Соответственно уменьшается КИН K_{θ}^* , и условие (1) нарушается. Для дальнейшего роста трещины необходимо повышать нагрузку. Вместе с тем следует учитывать, что уменьшение глубины залегания трещины h (при равной величине q) приводит к увеличению K_{θ}^* .

Ниже будет показано, что фактор уменьшения КИН превалирует над фактором увеличения КИН, т.е. трещина развивается устойчиво только после увеличения нагрузки P , пока относительная глубина расположения вершины трещины $\beta = h/a$ не достигнет некоторого критического значения $\beta^P \approx 0,8$ (рис. 2). Максимальная сила, соответствующая критическому значению β^P , т.е. началу неустойчивого роста трещины, и является разрушающей силой P^P . Устойчивость роста трещины (в бетоне) экспериментально подтверждается в [8, 9]. Стративание трещины начинается при нагрузке, составляющей 40...60% по данным работы [9] и 30...40% – по данным [8].

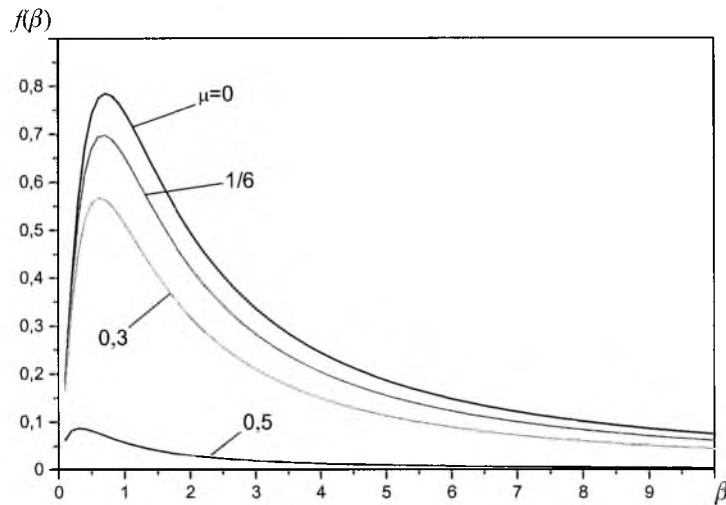


Рис. 2. Функция $f(\beta)$ для разных значений μ .

Таким образом, после начала развития плоская трещина становится ломаной и состоит из исходного 1 и наклонного 2 участков (рис. 1). Для практической возможности исследования процесса развития участка 2 прием следующую упрощенную расчетную схему (рис. 1). Заменим ломаную трещину 1–2 плоской трещиной 3, расположенной на глубине h , которая на бесконечно малое расстояние меньше глубины расположения вершины

участка 2, т.е. в расчетную схему введем плоскую трещину 3 с бесконечно малым отростком 4. Последний позволяет учитывать различия между КИН для расчетной трещины 3 и фактической трещины 1–2. Силу P распределим равномерно по кругу радиуса a , т.е. примем $q = P/\pi a^2$, и приложим ее к верхнему берегу трещины 3. Наличие наклонного отростка 4 учитываем путем введения поправочного коэффициента КИН K_θ^* . В справочнике [1] указаны работы, в которых влияние наклонного отростка (для плоской двухмерной задачи) также учитывается с помощью поправочного коэффициента КИН для трещины без отростка.

При рассмотрении наклонного отростка отметим, что в соответствии с (2) при небольших значениях угла θ^* ($\leq 30^\circ$) КИН K_θ^* будет определяться в основном коэффициентом интенсивности напряжений K_I , соответствующим нормальному отрыву. Это утверждение, отражающее очевидный факт, что основную роль в раскрытии трещины играют нормальные силы, подтверждается сравнением значения K_θ^* , определяемого по формуле (4) и данным табл. 2, со значением КИН K_I , приведенным в [4]. При изменении β в широком интервале 1,0...8,0 отношение K_θ^*/K_I не превышает 1,13. Поэтому будем учитывать только нормальную (к поверхности трещины 2–4) компоненту силы внешней нагрузки, заменив $P^\Gamma \rightarrow P^\Gamma \cos \theta^*$ в формуле (5). Вводимая поправка близка (при θ^* менее 30°) к данным для ломаной трещины в плоской задаче теории упругости (в [1] табл. 2.5).

Принятая упрощенная расчетная схема позволяет с помощью известных значений КИН [1, 4] решить поставленную задачу и получить выражение для силы внешней нагрузки P^Γ , при которой происходит развитие трещины. Далее расчет удобно вести в терминах относительных геометрических размеров задачи, $\beta_0 = h_0/a_0$ и $\beta = h/a$, причем

$$a = \frac{1 + \beta_0 \operatorname{ctg} \theta^*}{1 + \beta \operatorname{ctg} \theta^*} a_0. \quad (6)$$

Подставляя в условие (5) значение текущего радиуса a из (6) и заменяя в соответствии с изложенными выше соображениями $P^\Gamma \rightarrow P^\Gamma \cos \theta^*$, получаем

$$P^\Gamma = \frac{(1 + \beta_0 \operatorname{ctg} \theta^*)^{3/2} a_0^{3/2}}{k_\theta^* (1 + \beta \operatorname{ctg} \theta^*)^{3/2} \cos \theta^*} K_{Ic} \equiv f(\beta) \frac{(1 + \beta_0 \operatorname{ctg} \theta^*)^{3/2} a_0^{3/2}}{\cos \theta^*} K_{Ic}. \quad (7)$$

Сила внешней нагрузки P^Γ достигает максимума – разрушающей нагрузки P^p при максимуме функции

$$f(\beta) = \frac{1}{k_\theta^* (1 + \beta \operatorname{ctg} \theta^*)^{3/2}}. \quad (8)$$

Графики функции $f(\beta)$ при разных значениях коэффициента Пуассона μ приведены на рис. 2.

Зависимости максимального значения $\max f(\beta) \equiv f^P \equiv f(\beta^P)$ и критического значения текущей относительной глубины расположения трещины β^P , при которых происходит разрушение, от коэффициента Пуассона μ представлены на рис. 3.

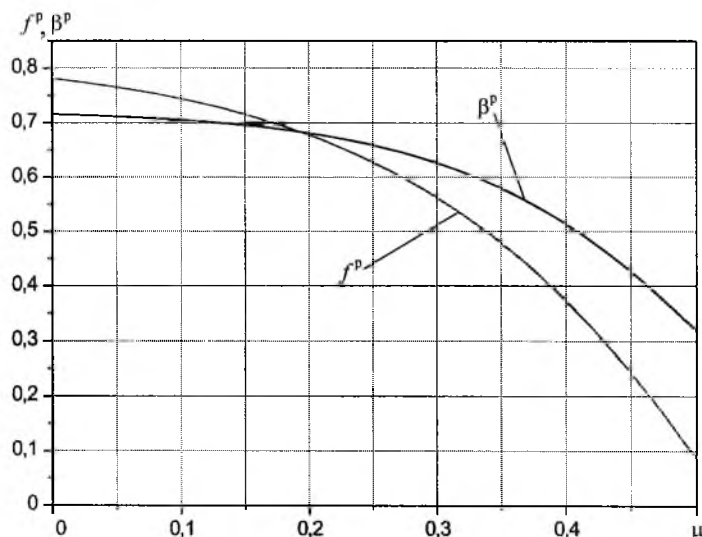


Рис. 3. Зависимость максимального значения $\max f(\beta) \equiv f^P \equiv f(\beta^P)$ и критического значения текущей относительной глубины расположения трещины β^P от коэффициента Пуассона μ .

При относительной начальной глубине расположения трещины β_0 : меньшей критической β^P , разрушающая нагрузка определяется выражением (5) при $a = a_0$:

$$P^P = \frac{K_{Ic}}{k_\theta^*} a_0^{3/2}, \quad (9)$$

где значение k_θ^* взято из табл. 2.

Для частного случая бетона (при $\mu = 1/6$), принимая $\theta^* = 29,3^\circ$ и $f^P = 0,7$ (см. соответственно табл. 1 и рис. 2), определяем с помощью выражений (7) и (8) разрушающую нагрузку P^P (при $\beta_0 \geq \beta^P$):

$$P^P = 0,8(1 + 1,78\beta_0)^{3/2} a_0^{3/2} K_{Ic}. \quad (10)$$

Представляет интерес сравнение предложенной зависимости (10) с величиной разрушающей нагрузки по расчетным формулам других авторов [5–14]. Однако расчетные формулы [5–14] предложены в зависимости от принятого авторами характера растягивающих напряжений по поверхности разрушения (треугольник и парабола с максимумом в вершине трещины либо

прямоугольник) и получены из условия равновесия вырываемой части конуса. В работе [9] угол разрушения принят равным 60° , в [12] – $45...55^\circ$, в [14] – 75° , что не соответствует экспериментальным данным. Разрушающая нагрузка пропорциональна прочности бетона при растяжении [9, 12–14] или сжатии [11] и без учета имеющихся в [9, 12–14] малых поправок – квадрату глубины заделки анкера h_0 (вязкость разрушения K_{Ic} авторами [9, 12–14] не определялась).

В отличие от [5–14], разрушающая нагрузка, определяемая в данной работе, пропорциональна вязкости разрушения бетона и при относительно большом значении параметра $\beta_0 \gg 1$ – глубине заделки анкера h_0 в степени $3/2$. Для определения несущей способности первый фактор не столь важен, так как существует близкая к линейной зависимость между K_{Ic} и прочностью при растяжении R_p , установленная в ряде работ, например в [15]. Многочисленными данными, подтверждающими наличие такой зависимости, располагает и автор данной статьи. Второй фактор, заключающийся в степени влияния глубины заделки анкера ($h_0^{3/2}$ вместо h_0^2) на величину разрушающей нагрузки, намного существеннее и должен приниматься во внимание при расчете анкерных соединений.

Рассмотренная схема разрушения полупространства может быть использована также в случае загрузки обоих берегов щели после определения для этого случая коэффициентов интенсивности напряжений K_I и K_{II} . Поскольку коэффициенты интенсивности напряжений от нагрузки, приложенной к нижнему берегу щели, значительно меньше, чем от нагрузки, приложенной к верхнему берегу, на практике применимы приведенные выше выражения для разрушающей нагрузки.

Результаты экспериментов. Правомерность изложенных выше представлений о характере разрушения и прочности ослабленного плоской круговой щелью полупространства проверялась экспериментально. Было проведено испытание на выдергивание стальных усиленных анкеров, заделанных в бетон (рис. 4 и табл. 3). Вязкость разрушения определяли на бетонных образцах с трещинами при их центральном растяжении (образцы типа K_p) и внецентренном сжатии (образцы типа K_c) [16].

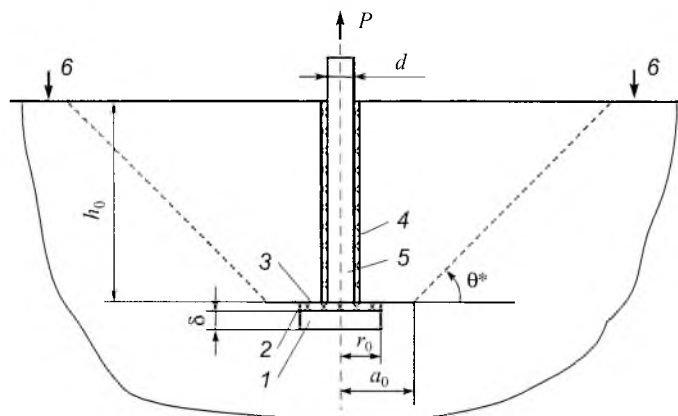


Рис. 4. Схема испытания анкера: 1 – пластина; 2 – эластичная прокладка; 3 – стальная мембрана толщиной 0,008 мм; 4 – изолирующий слой; 5 – стержень; 6 – опорные реакции.

Т а б л и ц а 3

Размеры анкеров

Тип анкера	a_0 , м	r_0 , м	d , м
A1	0,0375	0,0375	0,040
A2	0,0750	0,0750	0,030
A3	0,0750	0,0375	0,030
A4	0,0375	0,0375	0,030
A5	0,0250	0,0250	0,020
A6	0,0250	0,0250	0,020
A7	0,0070	0,0070	0,012

Примечания. 1. Анкер А5 устанавливался с прокладкой 2 и изолирующим слоем 4 (рис. 4). 2. Анкер А7 являлся анкерным устройством типа I по ГОСТ 21243-75 “Бетоны. Определение прочности методом отрыва со скалыванием”. 3. Количество анкеров во всех сериях составляло три.

Использовали две серии бетона заводского приготовления. Бетон серии 1 имел кубиковую прочность $R = 21,8$ МПа и прочность при растяжении на скалывание $R_{p,p} = 1,46$ МПа, бетон серии 2 – соответственно 23,3 МПа и 1,68 МПа. Вязкость разрушения бетона серии 1 для образцов типа Р составляла $1066 \text{ кН/м}^{3/2}$, типа С – $1154 \text{ кН/м}^{3/2}$, вязкость разрушения бетона серии 2 – соответственно 1163 и 1149 $\text{кН/м}^{3/2}$. Далее для каждой серии принимали средние для образцов типа Р и С значения вязкости разрушения бетона, равные соответственно 1100 и 1156 $\text{кН/м}^{3/2}$. Результаты экспериментов приведены в табл. 4.

Разрушение анкерного соединения происходило путем выкола из бетона усеченного конуса с углом между поверхностью разрушения и плоскостью анкерной пластины в пределах $24...32^\circ$, что близко к теоретическому значению угла разрушения $29,3^\circ$.

Как видно из данных табл. 4, экспериментальные и теоретические значения разрушающей нагрузки удовлетворительно согласуются между собой. Характер распределения напряжений на контакте пластина анкера – бетон (анкеры А5 и А6) практически не влияет на величину разрушающей нагрузки. Аналогичное заключение можно сделать также по результатам испытания анкеров А3.

Условия эксперимента несколько отличались от теоретической постановки задачи. В образцах была не трещина, а щель, которая в процессе загрузки превращалась в трещину. Пластина передавала на бетон неравномерную нагрузку, распределение которой зависело от отношения модуля сдвига бетона к цилиндрической жесткости пластины и отношения радиуса стержня к радиусу пластины. Хотя на начальной стадии нагружения нагрузка от анкера передается на бетон через пластину и стержень, по мере увеличения нагрузки сцепление между стержнем и бетоном нарушается, и нагрузка на бетон передается только через пластину. В образце возникает вертикальная полость. Наличие этой полости, удаленной на относительно большое расстояние от вершины трещины, практически не влияет на напряжения вблизи вершины трещины.

Результаты экспериментов

Тип анкера	Размеры анкера, м		$\beta_0 = \frac{h_0}{a_0}$	K_{Ic}^* , кН/м ^{3/2}	$P_{\text{эксп}}^p$, кН	$P_{\text{теор}}^p$, кН	$P_{\text{теор}}^p / P_{\text{эксп}}^p$
	a_0	h_0					
A1	0,0375	0,1500	4,000	1100	145,3	149,2	1,03
A2	0,0750	0,0987	1,316		120,0	111,5	0,93
A3	0,0750	0,0787	1,049		95,3	88,6	0,93
A4	0,0375	0,1077	2,872		84,7	97,5	1,15
A5	0,0250	0,0620	2,480		45,8	44,2	0,97
A6	0,0250	0,0607	2,428		39,7	43,1	1,09
A7	0,0070	0,0397	5,671		20,1	19,3	0,96
A1	0,0375	0,1500	4,000	1156	146,0	155,5	1,07
A2	0,0750	0,0857	1,143		106,0	100,4	0,95
A3	0,0750	0,0753	1,004		77,3	86,5	1,12
A4	0,0375	0,0853	2,275		77,0	76,3	0,99
A5	0,0250	0,0653	2,612		49,5	49,1	0,99
A6	0,0250	0,0667	2,668		50,9	50,4	0,99
A7	0,0070	0,0392	5,600		18,9	19,7	1,04

Примечание: h_0 – фактическая глубина заделки анкера в бетон; теоретическая разрушающая нагрузка определена по формуле (10).

Фактор неравномерности загрузки берега трещины оценивали теоретически сравнением прочности полупространства при загрузке берега трещины равномерно распределенной нагрузкой и центральной сосредоточенной силой. Для большей убедительности полагали, что по мере распространения трещины сосредоточенная сила не перераспределяется по берегу фиктивной трещины, а остается сосредоточенной. Для случая сосредоточенной силы угол разрушения θ^* и коэффициент интенсивности напряжения K_{θ}^* , выраженный через k_{θ}^* , приведены в табл. 1 и 2 соответственно.

На основании данных табл. 1 и 2 (для сосредоточенной нагрузки) по изложенной выше методике определяли разрушающую нагрузку при коэффициенте Пуассона $\mu = 1/6$, т.е. для бетона, которая выражается зависимостью

$$P^p = 1,18(1 + 1,14\beta_0)^{3/2} a_0^{3/2} K_{Ic}. \quad (11)$$

Сравнительные величины относительной разрушающей нагрузки для равномерно распределенной и сосредоточенной нагрузки приведены в табл. 5. Видно, что для двух видов нагружения различие в разрушающей нагрузке не превышает 36%. С учетом распределения нагрузки по берегу фиктивной трещины это различие будет значительно меньшим. Таким образом, неравно-

мерность приложения нагрузки к берегу исходной трещины приводит к незначительному влиянию на величину разрушающей нагрузки и более существенному – на нагрузку трещинообразования. Это заключение подтверждают и результаты эксперимента с анкерами различных типов (табл. 4).

Т а б л и ц а 5

Относительная разрушающая сила $P^D/a_0^{3/2} K_{Ic}$ при $\mu = 1/6$

Нагрузка	β_0 , равное				
	1,0	1,5	2,0	4,0	8,0
Распределенная	3,71	5,02	7,79	18,51	47,60
Сосредоточенная	2,72	4,25	7,00	15,46	38,12

Заключение. Выражение (11) позволяет определять несущую способность расположенных в бетоне усиленных анкеров. Правомерность теоретических результатов и изложенных выше представлений о прочности ослабленного трещиной полупространства подтверждается экспериментальными данными. Многочисленные эксперименты с усиленными анкерами в бетоне, выполненные другими авторами, также подтверждают полученные результаты.

Окончательное заключение о предложенном решении поставленной задачи может быть сделано после проведения экспериментов с использованием других хрупких материалов и при других схемах загрузки трещины, а также после сравнения полученных результатов с точным решением задачи о криволинейной трещине.

Резюме

На основі механіки крихкого руйнування і теорії узагальненого нормального розриву наближено розв'язано задачу міцності послабленого плоскою круговою тріщиною півпростору. Запропоновано спрощену розрахункову схему, за допомогою якої визначено руйнівне навантаження при вільному руйнуванні (відриві). Результати теоретичних досліджень отримали експериментальне підтвердження при випробуванні бетонних зразків.

1. *Механика разрушения и прочность материалов. Справочное пособие: В 4 т. / Под ред. В. В. Панасюка. Т. 2. Коэффициенты интенсивности напряжений в телах с трещинами.* – Киев: Наук. думка, 1988. – 620 с.
2. *Черепанов Г. П. Механика хрупкого разрушения.* – М.: Наука, 1974. – С. 150 – 151.
3. *Андрейкив А. Е. Пространственные задачи теории трещин.* – Киев: Наук. думка, 1982. – 294 с.
4. *Жуковский И. Н. Коэффициенты интенсивности напряжений при загрузке одного берега щели, расположенной в упругом полупространстве // Пробл. прочности.* – 1982. – № 3. – С. 104 – 107.

5. Астряб М. Ю., Туголуков А. М., Миренков А. Ф. Исследование работы бетона в зоне заделки анкерных болтов // Бетон и железобетон. – 1971. – № 4. – С. 39 – 41.
6. Лукоянов Ю. Н. К вопросу о работе бетона в анкерных креплениях: Тр. Урал. политех. ин-та им. С. М. Кирова. – 1958. – № 83.
7. Лукоянов Ю. Н. Экспериментальное исследование работы бетона в анкерных креплениях. Проектирование и строительство промышленных зданий. – М.: Стройиздат, 1964.
8. Рохлин И., Аленич М. Микротрещинообразование в бетоне при растяжении со сдвигом // Буд. матеріали і конструкції. – 1967. – № 3. – С. 35 – 37.
9. Каширский Ю. А., Лукоянов Ю. Н. О расчете заделки болтов с анкерными плитами в бетонных фундаментах // Изв. вузов. Стр-во и архитектура. – 1966. – № 4.
10. Кононов И. А. Определение глубины заделки анкерных болтов: Тр. НИИ оснований и подземных сооружений. – 1962. – № 51. – С. 195 – 216.
11. Кононов И. А. Метод определения глубины заделки анкерных болтов фундаментов под машины // Там же. – 1966. – № 56. – С. 68 – 74.
12. Гитман Ф. М. Некоторые вопросы заделки анкерных болтов // Пром. стр-во. – 1965. – № 12.
13. Астряб М. Ю., Туголуков А. М. Исследование напряженного состояния бетона в зоне заделки болтов с анкерными плитами // Инженерные сооружения на промышленных предприятиях: Тр. ЦНИИПромзданий. – М., 1968. – Вып. 12.
14. Людковский И. Г. и др. О прочности самоанкерующихся фундаментных болтов // Прочность и деформативность бетона и специальных железобетонных конструкций. – М.: Стройиздат, 1972.
15. Митрофанов В. И. Плотность энергии разрушения бетона // Физ.-хим. механика материалов. – 1976. – № 1.
16. Ягуст В. И. Определение сопротивления бетона развитию трещины при кратковременном нагружении: Тр. ВНИИ заводской технологии сборных железобетонных конструкций и изделий. – М., 1975. – Вып. 20.

Поступила 06. 01. 2006