

Оптимізація композитних конструкцій з пасивним демпфуванням***В. В. Хільчевський^а, В. Г. Дубенець^б, О. В. Савченко^б**^а Національний технічний університет України “КПІ”, Київ, Україна^б Чернігівський державний технологічний університет, Чернігів, Україна*Розглядається методика оптимального проектування конструкцій з в'язкопружних матеріалів із метою зменшення амплітуд коливань при динамічних навантаженнях.***Ключові слова:** пасивне демпфування, композитні конструкції, оптимізація.

Аналіз розсіювання енергії у композитних конструкціях із пасивними демпфуючими елементами свідчить про існування таких значень конструктивних і фізичних параметрів, за яких розсіювання енергії досягає максимальних значень.

Оскільки розсіювання енергії – головний чинник, який забезпечує швидке затухання коливань та зменшення амплітуд напружень і переміщень при динамічних навантаженнях, важливою проблемою є розробка методів максимізування розсіювання енергії у конструкціях при забезпеченні інших експлуатаційних характеристик. Поставлену задачу з урахуванням використання дискретних моделей конструкцій можна сформулювати у термінах теорії математичного програмування [1]: визначити параметри проекту, які забезпечать мінімальне значення критерію оптимізації при обмеженнях, що накладаються на ці параметри.

У даній роботі розглядається загальний алгоритм розрахунку оптимальних композитних конструкцій з в'язкопружних матеріалів з урахуванням розсіювання енергії як рівноправного параметра проектування.

Першим етапом пошуку є побудова дискретної моделі конструкції. Для цього доцільно використати варіаційне рівняння Лагранжа у згортках [2]:

$$\int_V g^* \delta \varepsilon_t^* \sigma_t dV + \int_V \delta u_t^* \rho u_t dV - \int_S g^* \delta u_t^* p dS - \int_V \delta u_t^* f dV = 0. \quad (1)$$

Використання згортки дозволяє врахувати початкові умови безпосередньо у рівняннях руху і сформулювати крайову задачу, для якої варіаційні формулювання будуть аналогічними існуючим у теорії пружності.

Після процедури дискретизації рівняння (1) набуває вигляду

$$g^* \tilde{K}^* \dot{q}_t + M q_t - g^* P - t M \dot{q}_{0t} - M q_{0t} = 0. \quad (2)$$

Функції апроксимації розподілених параметрів, необхідні для обчислення матриць жорсткості, мас і зовнішніх сил, можуть вибиратися з класу як глобально, так і локально означених функцій в об'ємі конструкції.

* За матеріалами доповіді на міжнародній науково-технічній конференції “Динаміка, міцність і ресурс машин і конструкцій” (1–4 листопада 2005 р., Київ, Україна).

Застосуємо до (2) інтегральне перетворення Фур'є, після чого одержимо матричне рівняння, характерне для статки конструкцій. Зокрема, при нульових початкових умовах маємо

$$(K(i\omega) + (i\omega)^2 M)q = F(i\omega). \quad (3)$$

Рівняння (3) використовується у програмі оптимізації для визначення параметрів оптимізації і цільових функцій проекту. У задачах проектування елементів конструкцій з високими демпфуючими властивостями цільовою функцією може бути одна з характеристик розсіяння енергії у системі, зокрема декремент коливань, максимальні амплітуди, час затухання нестационарних коливань, максимальна енергія, що розсіяна у конструкції. За параметри оптимізації приймаються геометричні розміри, фізичні параметри матеріалів.

Про можливість вибору параметрів, що можуть забезпечити максимальні величини розсіяння енергії у конструкціях із композиційних матеріалів, свідчать залежності декремента коливань матеріалу від параметрів структури [3]. Значення оптимальних параметрів також суттєво залежать від виду напруженого стану, що приводить до необхідності оптимізувати не матеріал, а конструкцію.

Нижче розглядається приклад оптимізації за критерієм максимального демпфування циліндричної тришарової оболонки, шари якої армовано волокнами в'язкопружного матеріалу (рис. 1).

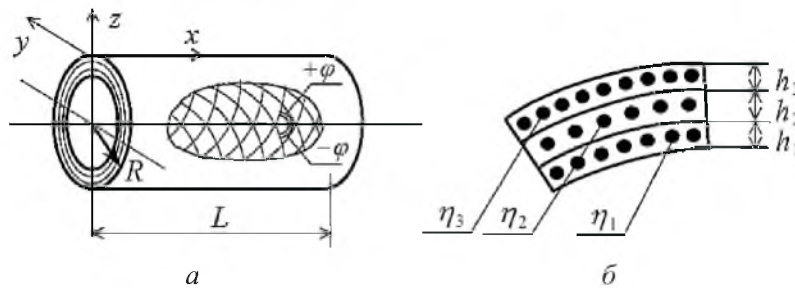


Рис. 1. Оболонка з композиційного матеріалу (а) і структура матеріалу (б).

Припускалося, що кожний шар армований двома сімействами волокон під кутами $+\varphi$ і $-\varphi$ до осі оболонки, що дозволяє розглядати його як ортотропний з матрицею комплексних модулів, які залежать від частоти коливань, кутів і коефіцієнтів армування шарів. Ефективні комплексні модулі матеріалів обчислювали за методикою, опублікованою раніше [3, 4].

Значення комплексних модулів (об'ємний модуль і модуль зсуву) приймали такими: $K_2 = 4 \cdot 10^9 (1 + 0,1i)$ Па, $G_2 = 0,4K_2$ для матеріалу основи; $K_1 = 4 \cdot 10^{11} (1 + 0,001i)$ Па, $G_1 = 0,4K_1$ для матеріалу армуючих волокон; розміри оболонки: довжина $L = 2$ м, радіус $R = 1$ м.

За параметри оптимізації приймаються кути армування матеріалу шарів і товщини шарів.

Задачу оптимізації формулювали у наступному вигляді: знайти вектор параметрів $x = (\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, h_1, h_2, h_3)$ (h_i – товщини шарів, φ_i – кути армування), який забезпечує максимальне значення критерію оптимізації (декремента коливань оболонки)

$$\Delta(x, \omega) \rightarrow \Delta_{\max}(x)$$

при обмеженнях $h_{\min} \leq h \leq h_{\max}$, $\varphi_{\min} \leq \varphi \leq \varphi_{\max}$.

Для одержання рівняння коливань використовувалася модель оболонки з ортотропного матеріалу з урахуванням зсуву по товщині кожного шару. Середні характеристики ортотропного матеріалу розраховувалися за заданими комплексними модулями вхідних матеріалів, значеннями коефіцієнта і кута армування [3].

Результати оптимізації для перших форм поздовжніх, крутильних і згинальних коливань при обмеженнях на кути армування і товщини шарів наведено в табл. 1–3 і на рис. 2, 3.

Т а б л и ц я 1

Результати оптимізації параметрів проектування тришарової циліндричної оболонки (поздовжні коливання)

Початкові значення			Оптимальні значення		
φ_{i0}	h_{i0}	η_0	φ_i , рад	h_{ip} , м	Δ
0,1	0,005	0,01	1,5637; 1,5708; 1,5708	0,001; 0,01; 0,01	0,2871
0,5	0,005	0,01	1,5708; 1,5708; 1,5708	0,001; 0,01; 0,01	0,2871
1,0	0,005	0,01	1,5452; 1,5708; 1,5708	0,001; 0,01; 0,01	0,2871
0,1	0,005	0,50	1,5708; 1,5708; 1,5602	0,01; 0,001; 0,001	0,3077
0,5	0,005	0,50	1,5708; 1,5708; 1,5708	0,001; 0,0032; 0,0091	0,3077
1,0	0,005	0,50	0,9995; 0,9984; 0,9971	0,0048; 0,0062; 0,0056	0,3002
0,1	0,005	0,99	1,5152; 1,5708; 1,5708	0,001; 0,0014; 0,01	0,1324
0,5	0,005	0,99	1,5708; 1,5708; 1,5708	0,01; 0,001; 0,01	0,1324
1,0	0,005	0,99	1,5708; 1,5697; 1,5680	0,0011; 0,00837; 0,01	0,1324

Цікаво відмітити, що в достатньо широкому діапазоні значень кутів армування оптимальні параметри виявилися однаковими. Аналіз одержаних результатів показав, що оптимізація за критерієм максимального демпфування може використовуватися для визначення оптимальних параметрів конструкцій з композиційних матеріалів. Разом із тим очевидно, що постановка задач оптимізації повинна будуватися на попередньому аналізі залежностей розсіяння енергії в конструкції від окремих параметрів для визначення діапазонів пошуку і правильної оцінки одержаних результатів. Методика оптимізації з урахуванням окремих форм має сенс для одночастотних коливань або коливань із декількома нижніми частотами. Зазначимо, що такі випадки достатньо поширені завдяки фільтруючим властивостям систем із в'язкопружним демпфуванням.

Т а б л и ц я 2

Результати оптимізації параметрів проектування тришарової циліндричної оболонки (згинальні коливання)

Початкові значення			Оптимальні значення		
φ_{i0}	h_{i0}	η_0	φ_i , рад	h_i , м	Δ
0,1	0,005	0,01	0; 0,5381; 0,3141	0,001; 0,01; 0,01	0,3042
0,5	0,005	0,01	0,6231; 0,6137; 0,5960	0,001; 0,0098; 0,001	0,3103
1,0	0,005	0,01	0,6206; 0,6187; 0,6135	0,001; 0,0015; 0,0087	0,3103
0,1	0,005	0,50	0,1127; 0,1075; 0,0854	0,002; 0,001; 0,0014	0,3079
0,5	0,005	0,50	0,6192; 0,6177; 0,6152	0,001; 0,0021; 0,0016	0,3099
1,0	0,005	0,50	0,6311; 0,6240; 0,6183	0,0066; 0,006; 0,0035	0,3098
0,1	0,005	0,99	0,5210; 0; 0,0004	0,01; 0,001; 0,001	0,1483
0,5	0,005	0,99	0,6238; 0,6194; 0,6987	0,001; 0,01; 0,0094	0,1556
1,0	0,005	0,99	0,6225; 0,6148; 0,6101	0,0014; 0,0097; 0,0017	0,1556

Т а б л и ц я 3

Результати оптимізації параметрів проектування тришарової циліндричної оболонки (крутильні коливання)

Початкові значення			Оптимальні значення		
φ_{i0}	h_{i0}	η_0	φ_i , рад	h_i , м	Δ
0,1	0,005	0,01	0; 0; 0	0,001; 0,001; 0,1	0,3133
0,5	0,005	0,01	0; 0; 0	0,001; 0,0098; 0,001	0,3133
1,0	0,005	0,01	1,5708; 1,2649; 1,5749	0,0043; 0,0035; 0,01	0,3007
0,1	0,005	0,99	0; 0; 0	0,001; 0,0037; 0,01	0,1583
0,5	0,005	0,99	0; 0; 0	0,001; 0,01; 0,001	0,1583
1,0	0,005	0,99	1,5640; 0,9023; 1,5639	0,01; 0,001; 0,01	0,1496

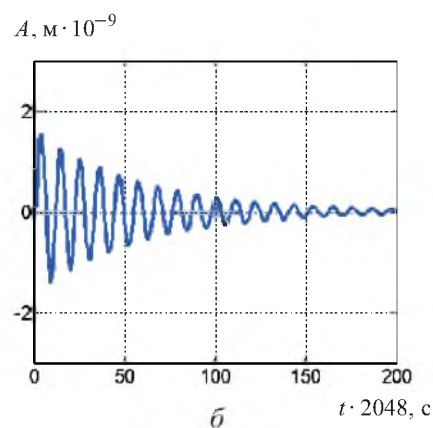
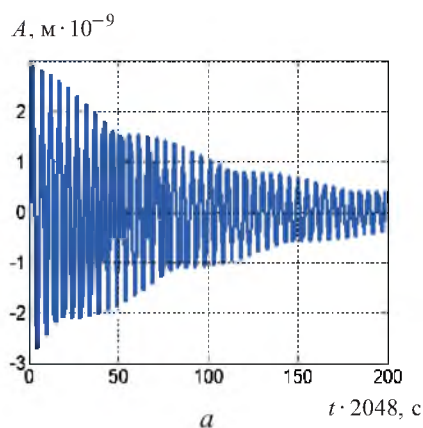


Рис. 2. Осцилограми крутильних коливань оболонки на першій формі з початковими [1,0 1,0 1,0 0,01 0,001 0,01], $\Delta = 0,0402$ (а) і оптимальними [0 0,9516 0 0,04 0,001 0,04], $\Delta = 0,3133$ (б) параметрами проекту.

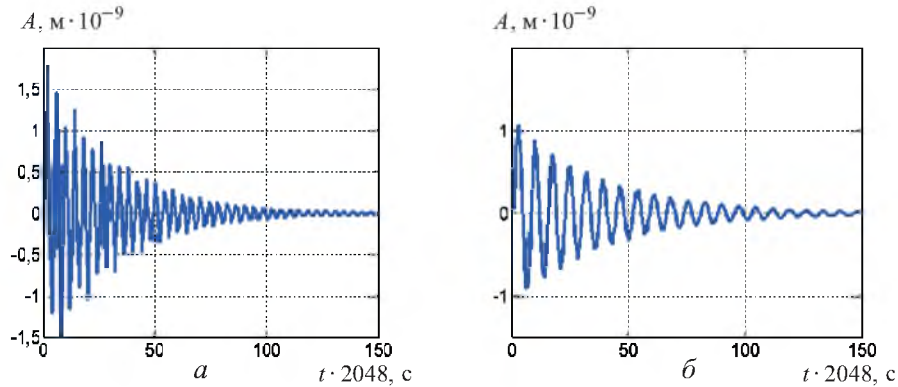


Рис. 3. Осцилограми згинальних коливань оболонки на першій формі з початковими $[1,0 \ 1,0 \ 1,0 \ 0,01 \ 0,005 \ 0,01]$, $\Delta = 0,1288$ (а) і оптимальними $[0 \ 0,287 \ 0,0032 \ 0,04 \ 0,005 \ 0,04]$, $\Delta = 0,1885$ (б) параметрами проекту.

Для наведеної вище методики характерним є вибір цільовою функцією декременту коливань, що відповідає заданій формі коливань. Таким чином, відшукували оптимальні параметри, які забезпечували максимальне демпфування саме на вибраній формі. При цьому не гарантувалося, що на іншій формі коливань розсіяння енергії також буде забезпечуватися на необхідному рівні.

У багатьох випадках така постановка задачі є виправданою, оскільки, як правило, найбільші амплітуди коливань мають місце при перших декількох формах, які можна розглянути окремо, а при навантаженнях, близьких до моногармонічних, коливання відбуваються в основному по одній з форм коливань. Разом із тим при навантаженнях із широким спектральним складом, зокрема імпульсних і випадкових, можуть збуджуватися декілька форм, і тоді постає задача мінімізації амплітуд коливань у заданому частотному діапазоні.

Суть запропонованого нижче методу полягає в одержанні оптимальних проектних параметрів, які забезпечують мінімальне значення амплітуд коливань у заданому діапазоні частот при обмеженнях на вибрані параметри проектування.

Запишемо розв'язок рівняння дискретної моделі конструкції (3) у просторі перетворень Фур'є:

$$q = Z(i\omega)^{-1} F(i\omega). \quad (4)$$

Для одержання амплітудно-частотних характеристик, які визначають зображення переміщень вузлів конструкції, необхідно знайти розв'язки для вектора q у заданому частотному діапазоні при навантаженні на задану координату у вигляді δ -імпульсу (у просторі перетворень Фур'є δ -функція є одиницею):

$$q = \begin{bmatrix} q_{11} & q_{12} & \dots & q_{1N} \\ q_{21} & q_{22} & \dots & q_{2N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ q_{n1} & q_{n2} & \dots & q_{nN} \end{bmatrix}. \quad (5)$$

В одержаній таким чином матриці переміщень кожний рядок дає залежність зображень переміщень по i -й координаті від частоти. Відповідна амплітудно-частотна характеристика визначається як залежність абсолютних значень комплексних амплітуд від частоти.

Задача мінімізації амплітуд коливань i -ї узагальненої координати у заданому частотному діапазоні формулюється так.

Мінімізувати $\max(|q_{i,k}|)$ ($k=1, 2, \dots, N$) при обмеженнях $x_{\min} \leq x \leq x_{\max}$, $G(x)=0$, де $|q_{i,k}|$ – амплітуди коливань i -го узагальненого переміщення; x – вектор параметрів проекту; $G(x)$ – функція неявних обмежень; x_{\min} , x_{\max} – граничні значення параметрів проекту.

Перевагами такої постановки задачі оптимізації є: можливість забезпечення необхідного демпфування у заданому частотному діапазоні; достатньо простий спосіб обчислення критерію оптимізації, який полягає у визначенні максимальної компоненти i -го рядка матриці q ; можливість контролю амплітуд коливань у напрямку всіх узагальнених переміщень. В останньому випадку критерієм оптимізації буде максимальне значення компонент матриці q .

Для ілюстрації методу було знайдено оптимальні значення параметрів оптимізації розглянутої вище циліндричної оболонки з композиційного матеріалу і тришарового стрижня з демпфуючим середнім шаром. На рис. 4 наведено результати порівняння резонансних кривих згинальних коливань оболонки по першій формі до і після оптимізації.

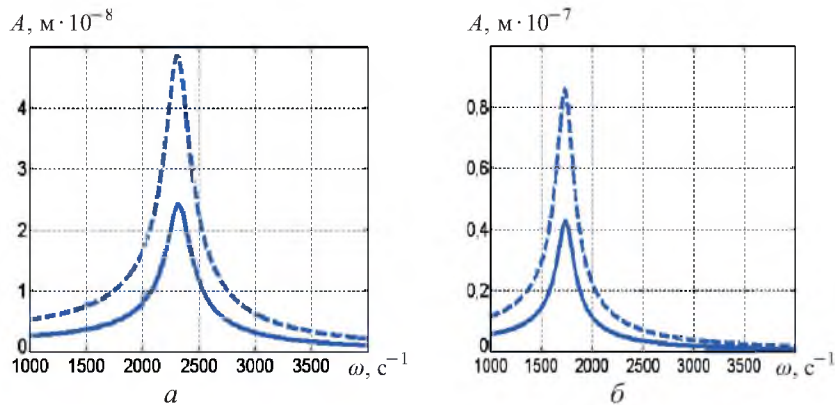


Рис. 4. Амплітудно-частотні характеристики тришарової оболонки для початкового (штрихові лінії) і оптимального (суцільні лінії) варіантів: a – коефіцієнти армування шарів $[0,9 \ 0 \ 0,9]$, оптимальні значення параметрів $[0 \ 0,1 \ 0 \ 0,01 \ 0,01 \ 0,01]$; b – $[0 \ 0,9 \ 0]$, $[0,1 \ 0 \ 0,1 \ 0,01 \ 0,01 \ 0,01]$ (початкові значення проектних параметрів $[0,1 \ 0,1 \ 0,1 \ 0,005 \ 0,005 \ 0,005]$).

Результати оптимізації тришарового стрижня показано на рис. 5. Для моделювання стрижня використовувався метод скінченних елементів, що спричинило відоме перевантаження частотного спектра.

Розглянуті задачі є в значній мірі модельними і порівняно простими. Проте вони свідчать про можливість урахування неідеально-пружних властивостей матеріалів уже на початковій стадії проектування і створення вібростійких конструкцій, які не потребують корекції після реалізації проекту.

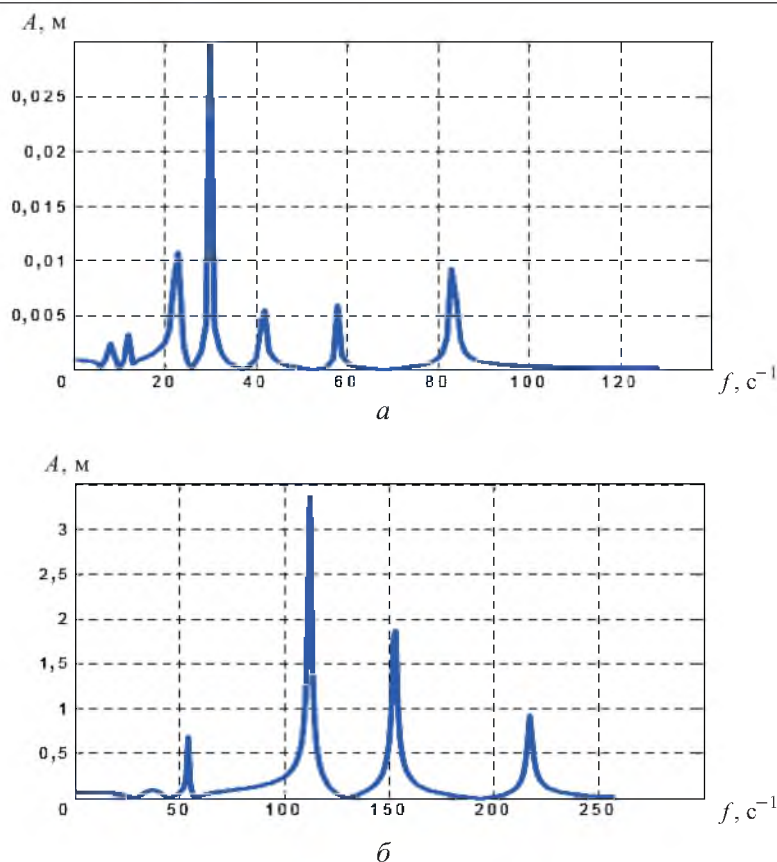


Рис. 5. Амплітудно-частотні характеристики стрижня до (а) і після (б) оптимізації.

Резюме

Рассматривается методика оптимального проектирования конструкций из вязкоупругих материалов с целью уменьшения амплитуд колебаний при динамических нагрузках.

1. Химмельблау Д. Прикладное нелинейное программирование. – М.: Мир, 1975. – 534 с.
2. Кристенсен Р. Введение в теорию вязкоупругости. – М.: Мир, 1974. – 338 с.
3. Дубенець В. Г. Моделирование несовершеннo-упругих свойств композиционных материалов // Пробл. прочности. – 1988. – № 12. – С. 81 – 86.
4. Дубенець В. Г., Хильчевский В. В. Колебания демпфированных композитных конструкций. – Киев: Вища шк., 1995. – Т. 1. – 210 с.

Поступила 04. 11. 2005