

Деформирование слоистых эпоксидных композитов, армированных высокопрочными волокнами

Н. К. Кучер, М. П. Земцов, М. Н. Заразовский

Институт проблем прочности им. Г. С. Писаренко НАН Украины, Киев, Украина

Исследуются закономерности упругого деформирования слоистых эпоксидных угле- и стеклопластиков, армированных прямыми волокнами или тканью сатинового переплетения. Анализируется эффективность различных экспериментальных методик для определения усредненных характеристик упругости слоистых материалов. Изучается влияние понижения температуры испытаний до 77 К на механическое поведение указанных материалов. Рассматриваются возможности прогнозирования параметров жесткости и податливости композиций, армированных однонаправленными волокнами или тканью сатинового переплетения.

Ключевые слова: композиционные материалы, эпоксидные угле- и стеклопластики, высокопрочные волокна, армирующие ткани, эффективные характеристики упругости, прочность слоистых композиций, низкие температуры.

Введение. В последнее время в связи с возрастающим использованием композиционных материалов в различных областях современной техники значительно повысился интерес к теориям армированных сред и новым технологиям их изготовления. Большое место среди таких материалов занимают полимерные композиции, армированные высокопрочными волокнами [1]. Их преимуществами перед металлами являются: большие значения удельных прочностных и упругих характеристик; стойкость к агрессивным средам; низкая тепло- и электропроводность. К недостаткам относятся: низкая прочность и жесткость при сжатии и сдвиге; подверженность к изменению физико-механических характеристик при старении, а также трудоемкость изготовления и соответственно высокая стоимость.

В течение последних десятилетий для создания композиционных материалов начали использовать каркасы, изготовленные текстильными методами. Применение таких технологий позволяет снизить производственные затраты на изготовление композитов, применить трехмерное армирование и повысить стойкость изделий к механическим повреждениям. Кроме того, при таком армировании достигается высокое взаимодействие волокон между собой по всему объему среды, а изделие после изготовления принимает форму, не требующую поверхностной обработки [2, 3]. Однако использование композиций, упрочненных тканями, в настоящее время не достигло уровня применения слоистых материалов, армированных однонаправленными волокнами. Среди причин, ограничивающих их распространение, – отсутствие надежных экспериментальных методик для определения механических свойств материалов, трудности математического моделирования деформирования и прочности элементов конструкций, армированных текстильными каркасами, и необходимость разработки новейших технологий изготовления композитов.

Свойства композитных материалов определяются свойствами входящих в их состав компонентов, их соотношениями, характером взаимодействия на границах раздела матрица–волокно и технологией изготовления. Деформирование, прочность, тепло-, термо- и морозостойкость полимеров определяют температурные границы эксплуатации композиции. Как правило, полимерные материалы надежно эксплуатируются в температурном интервале между температурой стеклования и температурой хрупкости. Например, рекомендуемый диапазон эксплуатации композиций с эпоксидным наполнителем типа ЭД-10, ЭД-20 составляет 393...473 К. Возможности использования таких материалов при низких температурах, в частности при создании элементов конструкций криогенной техники, насколько нам известно, исследованы недостаточно, необходим более тщательный анализ их механического поведения в различных условиях термосилового нагружения.

Цель настоящей работы заключалась в изучении закономерностей деформирования полимерных пластиков, армированных однонаправленными высокопрочными волокнами или тканями сатинового переплетения, при комнатной и низких (до 77 К) температурах, анализе влияния различных экспериментальных методик на точность определения усредненных параметров упругости слоистых композиций, а также эффективности разных математических моделей при вычислении параметров жесткости и податливости тканых пластиков исходя из геометрии ткани, механических свойств волокна, нити, матрицы или отдельного монослоя.

В качестве объекта исследования были выбраны слоистые эпоксидные углепластик, армированный прямыми высокопрочными волокнами, и стеклопластик, армированный тканью сатинового переплетения. Углепластик состоит из 31 монослоя, код его армирования [1] $[0_2/90/0_2/\pm 45/(0_2/90)_2/\pm 45/\bar{0}]_S$. Стеклопластик характеризуется продольно-поперечной схемой укладки слоев: $[(0/90)_5/\bar{0}]_S$. Каждый из его 19 монослоев армирован четырехремизным сатином.

Заметим, что четырехремизным сатином называется ткань, каждая нить основы которой переплетается с каждой четвертой нитью утка и каждая уточная нить переплетается с каждой четвертой ниткой основы. Ткань такого переплетения не вполне симметрична, потому что с одной стороны ткани 80% волокон составляют волокна основы, с другой – примерно такое же количество – волокна утка. Кроме того, зоны искривления волокон в области прохода одной пряжи нитей под другой не симметричны относительно направлений основы и утка.

Композиционные материалы изготовлены методом горячего прессования предварительно пропитанных связующим монослоев при соответствующей температурной обработке, давлении и времени выдержки. Все элементарные слои предполагаются жестко связанными друг с другом и симметричными относительно срединной поверхности пакета. Это значит, что каждому слою с углом армирования θ соответствует такой же слой с углом армирования $-\theta$, за исключением срединного слоя. Такие композиции в общем случае относятся к классу квазиортотропных материалов.

Прогнозирование деформирования слоистых материалов выполняется в большинстве случаев в рамках классических или уточненных теорий слоис-

тых пластин и оболочек [3–5]. Гипотезы, положенные в их основу, не позволяют достаточно точно определить составляющие напряженного состояния, которые не лежат в плоскости слоев. При относительно большом количестве работ по деформированию и прочности слоистых угле- и стеклопластиков [6–9] в литературных источниках практически отсутствует информация об их механическом поведении при низких температурах.

Методики испытаний и результаты экспериментов. Исходя из гипотезы континуума [3, 5] полагаем, что исследуемые композиции являются гомогенными материалами. Такой подход включает в себя процедуру статистического осреднения, посредством которой действительное состояние среды идеализируется и считается континуумом с одинаковыми во всех точках среды свойствами.

При комнатной температуре деформирование слоистых угле- и стеклопластиков [3, 6–9] достаточно хорошо описывается соотношениями линейной теории упругости ортотропного тела [10, 11].

Воспользуемся прямоугольной декартовой системой координат с обычными декартовыми обозначениями. Будем считать, что оси 1, 2, 3 совпадают с осями ортотропии ортотропного тела, а плоскость 102 – со срединной плоскостью армирования слоистого композита.

Деформационные свойства упругого ортотропного тела характеризуются двенадцатью параметрами упругости: тремя модулями продольной упругости E_{11} , E_{22} , E_{33} , тремя модулями сдвига G_{12} , G_{13} , G_{23} и шестью коэффициентами Пуассона ν_{12} , ν_{13} , ν_{23} , ν_{21} , ν_{31} , ν_{32} . В обозначениях ν_{ij} принято, что индекс i относится к направлению приложения нагрузки, а j – к направлению поперечной деформации, вызванной этой силой. Кроме того, из предположения существования упругого потенциала следует

$$\nu_{ij}E_{jj} = \nu_{ji}E_{ii}, \quad i, j = 1, 2, 3. \quad (1)$$

Здесь суммирование по повторяющимся индексам не проводится. Следовательно, только девять характеристик материала являются линейно независимыми.

Для определения механических характеристик и технической паспортизации материалов проводили испытания на растяжение, сжатие, трехточечный и антиплоский изгиб. В частности, для вычисления характеристик упругости в плоскости монослоев из пластин композитов вырезали призматические образцы в направлениях 0, 45 и 90° [9]. Требования к их форме и размерам, способы закрепления и нагружения регламентированы ГОСТ 256001-80 при проведении испытаний на растяжение и ГОСТ 25602-80 – на сжатие. Для более точного определения параметров упругости с учетом возможного разброса экспериментальных данных измерения осуществляли при пяти значениях нагрузки для пяти образцов при исследовании каждого вида деформирования. Полученные значения затем усредняли.

Параметры E_{11} , E_{22} , ν_{12} , ν_{21} , ν_{13} , ν_{23} определяли по данным испытаний на растяжение образцов, вырезанных из пластины в направлениях главных осей. Модуль сдвига G_{12} в плоскости армирования вычисляли по известному соотношению [9]

$$\frac{1}{G_{12}} = \frac{4}{E_{45}} - \left[\frac{1}{E_{11}} + \frac{1}{E_{22}} - \frac{2\nu_{12}}{E_{11}} \right], \quad (2)$$

где E_{45} – модуль продольной упругости образца, вырезанного из пластины под углом 45° к осям упругой симметрии.

Остальные модули сдвига G_{13} , G_{23} определяли по результатам испытаний прямых стержней с прямоугольным поперечным сечением на трехточечный изгиб. Упругие характеристики прогнозировались на основании измеренных величин нагрузки и прогиба с помощью формул, точность которых определяется гипотезами, лежащими в основе модели Тимошенко. Более подробно данная методика изложена в [11]. Точность вычисления характеристик межслойного сдвига оценивали путем сравнения определенных при изгибе величин E_{11} , E_{22} с результатами испытаний на растяжение.

Ввиду малой толщины листового материала ($h = 3,6 \dots 4,5$ мм) и невозможности изготовить соответствующие образцы для растяжения в нормальном направлении к плоскости армирования для определения величины E_{33} использовали результаты испытаний на сжатие. Для этого была разработана специальная методика испытаний малых образцов в виде параллелепипеда, учитывающая жесткость испытательной машины и небольшую базу измерений.

Методика основана на сравнении углов наклона начальных участков диаграмм деформирования исследуемого и эталонного образцов с известным модулем упругости. С помощью параметров диаграммы деформирования эталонного образца для заданного значения нагрузки вычисляли соответствующую деформацию и модуль упругости E_{33} исследуемого материала.

Наибольший разброс полученных результатов наблюдался при вычислениях коэффициентов Пуассона, что связано с существенной анизотропией исследуемых материалов. Для их уточнения проводили также испытания на антиплоский изгиб квадратных в плане пластин [8, 9]. Пластины устанавливали на две опоры, расположенные по ее углам на одной из диагоналей, а по двум другим – нагружали сосредоточенной силой. Под действием равномерно распределенных изгибающих и крутящих моментов пластина принимает форму поверхности второго порядка. Уравнение поверхности связывает между собой величину действующей нагрузки, относительный прогиб и параметры упругости материала. В результате таких испытаний получаем три уравнения, которые связывают четыре неизвестные упругие постоянные [8, 9]. Воспользовавшись определенным по данным испытаний на растяжение значением параметра E_{11} , вычисляли величины E_{22} , G_{12} , ν_{12} , которые сравнивали с аналогичными величинами, полученными по результатам экспериментов на растяжение.

Значения расчетных параметров упругости углеродистого пластика и стеклотекстолита, откорректированные в соответствии с представлениями (1), приведены в табл. 1. Корректировка характеристик упругости состояла в том, что коэффициенты Пуассона ν_{ji} (табл. 1) были пересчитаны с помощью формулы (1).

Т а б л и ц а 1

**Полный комплект характеристик упругости слоистых эпоксидных
угле- и стеклопластиков**

Материал	T , К	E_{ii} , МПа	G_{ij} , МПа	ν_{ij}	ν_{ji}
Углепластик	293	$E_{11} = 91000$ $E_{22} = 38700$ $E_{33} = 8590$	$G_{12} = 11540$ $G_{13} = 2750$ $G_{23} = 1070$	$\nu_{12} = 0,26$ $\nu_{13} = 0,30$ $\nu_{23} = 0,30$	$\nu_{21} = 0,110$ $\nu_{31} = 0,028$ $\nu_{32} = 0,067$
	77	$E_{11} = 91500$ $E_{22} = 39100$ $E_{33} = 8650$	$G_{12} = 12720$ $G_{13} = 2800$ $G_{23} = 1050$	$\nu_{12} = 0,25$ $\nu_{13} = 0,27$ $\nu_{23} = 0,28$	$\nu_{21} = 0,110$ $\nu_{31} = 0,026$ $\nu_{32} = 0,062$
Стеклопластик	293	$E_{11} = 26600$ $E_{22} = 23300$ $E_{33} = 10760$	$G_{12} = 5030$ $G_{13} = 1140$ $G_{23} = 950$	$\nu_{12} = 0,17$ $\nu_{13} = 0,52$ $\nu_{23} = 0,53$	$\nu_{21} = 0,150$ $\nu_{31} = 0,062$ $\nu_{32} = 0,245$
	77	$E_{11} = 31600$ $E_{22} = 27700$ $E_{33} = 13250$	$G_{12} = 10490$ $G_{13} = 1250$ $G_{23} = 1270$	$\nu_{12} = 0,22$ $\nu_{13} = 0,38$ $\nu_{23} = 0,36$	$\nu_{21} = 0,200$ $\nu_{31} = 0,159$ $\nu_{32} = 0,172$

Для оценки влияния понижения температуры эксплуатации на упругие характеристики исследуемых материалов проводили аналогичные испытания при $T = 77$ К. При этом образцы помещали в криостат, в который заливали жидкий азот. Особенности методики испытаний в среде жидкого азота изложены ранее [11, 12]. Для уточнения механического поведения композитов при $T = 183$ К в качестве хладагента использовали охлажденный азотом спирт.

Результаты исследования деформирования полимерных композиций показали, что их упругие характеристики практически не изменяются при растяжении и сжатии. Как видно из данных табл. 1, для обоих материалов наблюдается существенное различие между характеристиками упругости в направлении главных осей. Можно отметить такие особенности композитов, как слабое сопротивление межслойному сдвигу и поперечному отрыву. Например, для углепластика имеем $E_{11}/G_{13} = 33,6$; $E_{22}/E_{33} = 4,5$ и соответственно для стеклопластика – $E_{11}/G_{13} = 22,5$; $E_{22}/E_{33} = 4,1$.

Значения параметров E_{22} , G_{12} , ν_{12} , определенные по результатам испытаний образцов на антиплоский или трехточечный изгиб, могут отличаться от аналогичных величин, вычисленных по другим методикам из испытаний на растяжение, на 5...20%. В частности, при проведении опытов на трехточечный изгиб в зависимости от степени анизотропии материала E_{11}/G_{13} необходимо выбирать такой относительный прогиб l/h , чтобы влияние сдвигов на него было пренебрежимо малым, т.е. $l/h \leq 10$. Следует учитывать и тот факт, что точность вычисленных характеристик упругости при этом определяется гипотезами, лежащими в основе модели Тимошенко (материал считается однородным и изотропным, а прогиб – малой величиной).

Понижение температуры испытаний до 77 К приводит к заметному увеличению модулей продольной упругости и к значительному изменению

модуля сдвига в плоскости армирования для полимерных пластиков, армированных тканью. Аналогичные параметры упругости углепластика изменяются в меньшей степени.

Выборочные испытания деформирования стеклопластика при $T = 183$ К свидетельствуют о монотонном изменении его характеристик упругости при охлаждении. По-видимому, можно считать, что подобная тенденция имеет место и при деформировании углепластика.

Свойства составляющих композиций. Согласно паспортным данным, модули упругости E_f , сдвига G_f и коэффициент Пуассона ν_f углеродного волокна ЛУ-03 соответственно равны 235000 МПа, 90400 МПа и 0,3. Механические характеристики связующего углепластика (блок сополимер эпокситрифенольной и анилиноформальдегидной смол): $E_m = 3500$ МПа, $G_m = 1320$ МПа, $\nu_m = 0,32$. В каждом монослое толщиной 0,171 мм объем, занимаемый волокнами, составляет 55% общего объема.

В качестве матрицы стеклопластика использовался эпоксидный полимер 5-211Б со следующими параметрами упругости: $E_m = 4200$ МПа, $G_m = 1500$ МПа, $\nu_m = 0,4$.

Армирующим элементом композиции является ткань сатиновой структуры Т-10-80. Узор повторяющихся зон переплетения четырехремизного сатина показан на рис. 1 штриховыми линиями. Отметим, что нити утка преобладают с лицевой стороны, а нити основы – с изнаночной.

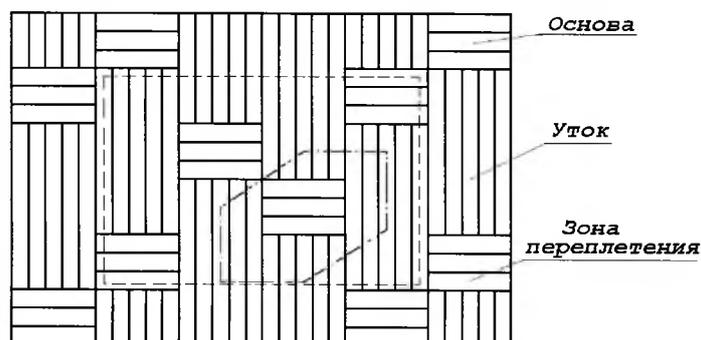


Рис. 1. Структура ткани Т-10-80 (четырёхремизный сатин).

Геометрическая характеристика ткани $n_g = 4$, ее толщина равна 0,25 мм. Плотность ткани по основе составляет 36 ниток/см, по утку – 20 ниток/см. Ткань получена путем переплетения алюмоборосиликатных ниток БС6 – $26 \times 1 \times 1$ (Е стекло). Диаметр волокна составляет $6 \cdot 10^{-3}$ мм. Механические характеристики волокна: $E_f = 74800$ МПа, $G_f = 31000$ МПа, $\nu_f = 0,2$. Количество волокон в одной нитке достигает 800 шт.

Предположим, что волокна нити упакованы равномерно и располагаются по винтовым линиям с постоянным шагом, т.е. шаг одного оборота крутки не зависит от радиуса. Если воспользоваться понятием поверхностного угла крутки α , то зависимость между радиусом R и круткой T определяется соотношением $\text{tg } \alpha = 2\pi RT$. Величина радиуса нити зависит от плотности упаковки φ . При $\varphi = 0,7$ величина $R = 0,102$ мм. Отношение

модулей упругости нити и волокна в первом приближении равно $\cos^2 \alpha$. В нашем случае $T = 100$ кр/м, $\operatorname{tg} \alpha = 0,0634$. В результате вычислений получим, что модуль упругости нити равен 74506 МПа. Модуль сдвига и коэффициент Пуассона нити примем такими же, как и для волокна: $E_n = 74500$ МПа, $G_n = 31000$ МПа, $\nu_n = 0,2$.

Располагая данными о механических свойствах нити и матрицы, структуре ткани, объемному содержанию армирующих элементов и схеме укладки слоев можно рассчитать как характеристики жесткости и податливости элементарного слоя в плоскости армирования, так и слоистых композиций в целом.

Расчет характеристик жесткости слоистых композиций. Методы исследования деформационных свойств слоистых композиционных материалов наиболее полно изложены в работах [3–5, 13–16]. Наибольшую известность получила классическая теория слоистых пластин.

Для представления ее определяющих соотношений воспользуемся линейными зависимостями между компонентами тензоров напряжения σ_{ij} и деформации ε_{ij} для анизотропного тела в матричном виде

$$\sigma_i = C_{ij} \varepsilon_j \quad (i, j = 1, 2, \dots, 6), \quad (3)$$

где

$$\begin{aligned} \sigma_1 = \sigma_{11}, \quad \sigma_2 = \sigma_{22}, \quad \sigma_3 = \sigma_{33}, \quad \sigma_4 = \sigma_{23}, \quad \sigma_5 = \sigma_{13}, \quad \sigma_6 = \sigma_{12}; \\ \varepsilon_1 = \varepsilon_{11}, \quad \varepsilon_2 = \varepsilon_{22}, \quad \varepsilon_3 = \varepsilon_{33}, \quad \varepsilon_4 = \varepsilon_{23}, \quad \varepsilon_5 = \varepsilon_{13}, \quad \varepsilon_6 = \varepsilon_{12}; \end{aligned} \quad (4)$$

C_{ij} – элементы симметричной матрицы жесткости. Суммирование в (3) предполагается по повторяющимся индексам.

Предположим также, что декартова система координат 123 выбрана таким образом, что плоскость 102 совпадает со срединной плоскостью слоистого пакета. Тогда исходя из гипотез Кирхгофа–Лява закон деформирования слоистого материала определяется соотношением [5, 13]

$$\begin{Bmatrix} N_i \\ M_i \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{ij} & B_{ij} \\ B_{ij} & D_{ij} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_j^0 \\ \chi_j \end{Bmatrix} \quad (i, j = 1, 2, 6), \quad (5)$$

где N_i , M_i , ε_j^0 , χ_j – соответственно мембранные усилия, моменты, деформация и кривизна срединной поверхности слоистого материала. Индексы 1, 2, 6 обозначают в системе 123 соответственно направление 01, направление 02 и плоскость 102. Компоненты матриц жесткости A , B , D вычисляются в результате суммирования проинтегрированных по толщине оболочки соответствующих жесткостей слоя:

$$(A_{ij}, B_{ij}, D_{ij}) = \sum_{k=1}^n \int_{h_{k-1}}^{h_k} (1, z, z^2) Q_{ij}^{(k)} dz, \quad (6)$$

где $Q_{ij}^{(k)}$ – постоянные параметры жесткости k -го слоя, который определяется величинами h_k и h_{k-1} в направлении толщины композита; n – количество слоев.

Из соотношения (6) следует

$$\begin{aligned} A_{ij} &= \sum_{k=1}^n Q_{ij}^{(k)} (h_k - h_{k-1}); & B_{ij} &= \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n Q_{ij}^{(k)} (h_k^2 - h_{k-1}^2); \\ D_{ij} &= \frac{1}{3} \sum_{k=1}^n Q_{ij}^{(k)} (h_k^3 - h_{k-1}^3). \end{aligned} \quad (7)$$

Выражение, обратное соотношению (5), имеет вид

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_i^0 \\ \chi_i \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{ij}^* & b_{ij}^* \\ b_{ij}^* & d_{ij}^* \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} N_j \\ M_j \end{Bmatrix}, \quad (8)$$

где a_{ij}^* , b_{ij}^* , d_{ij}^* – элементы матриц a^* , b^* , d^* ,

$$a^* = (A - BD^{-1}B)^{-1}, \quad b^* = (B - DB^{-1}B)^{-1}, \quad d^* = (D - BA^{-1}B)^{-1}; \quad (9)$$

A^{-1} – матрица, обратная к A .

Приведенные уравнения состояния (5)–(9) используются для прогнозирования механического поведения слоистых пластин. Отметим, что в общем случае совместное действие изгиба и растяжения в (5) отражается компонентами матрицы B_{ij} . Если слои в пакете композиции уложены так, что существует полная симметрия в толщинах отдельных слоев, в их свойствах и ориентации относительно срединной плоскости композиции, то из (7) следует, что $B_{ij} = 0$.

Результаты многочисленных экспериментальных исследований показывают, что теория слоистых пластин позволяет достаточно хорошо прогнозировать деформирование однородных пластин. Однако она может быть использована и при описании механического поведения армированных слоистых композиций.

Определение параметров жесткости углепластика. Каждый монослой композиции, состоящий из матрицы и системы параллельных волокон, исходя из гипотезы континуума будем считать гомогенным материалом, который обладает симметрией упругих свойств относительно трех плоскостей. При выводе характеристик жесткости слоистых композиций будем использовать соотношения для описания механического поведения среды с одной плоскостью упругой симметрии в случае поворота системы координат относительно одной из осей. Поэтому вначале рассмотрим вид матрицы жесткости C в представлении (3) для такого материала при использовании локальной системы координат, плоскость 102 которой совпадает со срединной плоскостью слоя:

$$C = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & C_{16} \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & C_{26} \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & 0 & 0 & C_{36} \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & C_{45} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{45} & C_{55} & 0 \\ C_{16} & C_{26} & C_{36} & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix}. \quad (10)$$

В теории слоистых пластин предполагается, что каждый слой композиции находится в условиях плоского напряженного состояния:

$$\sigma_3 = \sigma_{33} = 0, \quad \sigma_4 = \sigma_{23}, \quad \sigma_5 = \sigma_{31} = 0. \quad (11)$$

Тогда для анизотропного материала, обладающего одной плоскостью симметрии упругих свойств, из соотношений (3), (10), (11) следует

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & Q_{16} \\ Q_{21} & Q_{22} & Q_{26} \\ Q_{61} & Q_{62} & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_6 \end{bmatrix}, \quad (12)$$

где

$$Q_{ij} = C_{ij} - C_{i3} C_{j3} / C_{33}. \quad (13)$$

Для определения параметров A_{ij} , B_{ij} , D_{ij} , согласно представлению (7), используем формулы для вычисления величин Q_{ij} в случае поворота системы координат вокруг оси 03 на угол θ . Компоненты Q_{ij} , C_{ij} подчиняются при этом одному и тому же закону преобразования как компоненты тензора четвертого ранга. Следуя работам [5, 9], данное преобразование можно записать в компактной форме:

$$\begin{bmatrix} Q'_{11} \\ Q'_{22} \\ Q'_{12} \\ Q'_{66} \\ 2Q'_{16} \\ 2Q'_{26} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_1 & U_2 & 2U_6 & U_3 & U_7 \\ U_1 & -U_2 & -2U_6 & U_3 & U_7 \\ U_4 & 0 & 0 & -U_3 & -U_7 \\ U_5 & 0 & 0 & -U_3 & -U_7 \\ 0 & 2U_6 & -U_2 & 2U_7 & -2U_3 \\ 0 & 2U_6 & -U_2 & -2U_7 & 2U_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ \cos(2\theta) \\ \sin(2\theta) \\ \cos(4\theta) \\ \sin(4\theta) \end{bmatrix}, \quad (14)$$

где

$$\begin{aligned} U_1 &= (3Q_{11} + 3Q_{22} + 2Q_{12} + 4Q_{66})/8; \\ U_2 &= (Q_{11} - Q_{22})/2; \quad U_3 = (Q_{11} + Q_{22} - 2Q_{12} - 4Q_{66})/8; \\ U_4 &= (Q_{11} + Q_{22} + 6Q_{12} - 4Q_{66})/8; \quad U_5 = (Q_{11} + Q_{22} - 2Q_{12} + 4Q_{66})/8; \\ U_6 &= (Q_{16} + Q_{26})/2; \quad U_7 = (Q_{16} - Q_{26})/2; \end{aligned} \quad (15)$$

Q'_{ij} – компоненты тензора в “новой” системе координат.

Исследуемый углепластик состоит из 31 слоя: из них 17 слоев армированы в направлении $\theta = 0^\circ$, шесть – в направлении $\theta = 90^\circ$ и четыре – в направлениях $\theta = \pm 45^\circ$. Толщина всех слоев одинакова, $\Delta h = 0,113$ мм.

Вычислим жесткость композита в плоскости армирования, образованного из последовательно уложенных ортотропных слоев в соответствии с представленной схемой. Заметим, что если система координат совпадает с осями ортотропии слоя, то матрица жесткости Q имеет вид

$$[Q_{ij}] = \begin{bmatrix} E_{11}/D_\nu & \nu_{21} E_{11}/D_\nu & 0 \\ \nu_{12} E_{22}/D_\nu & E_{22}/D_\nu & 0 \\ 0 & 0 & G_{12} \end{bmatrix}, \quad D_\nu = 1 - \nu_{12}\nu_{21}, \quad (16)$$

где E_{11} , E_{22} – модули продольной упругости в направлении главных осей; G_{12} – модуль сдвига в плоскости армирования; ν_{12} , ν_{21} – коэффициенты Пуассона.

Предположим, что система координат 123 совпадает с осями упругой симметрии пакета. Тогда из представления (7) исходя из структуры пакета и соотношений (14) можно записать

$$A_{ij} = (17Q_{ij}^0 + 6Q_{ij}^{90} + 4Q_{ij}^{45} + 4Q_{ij}^{-45})\Delta h, \quad (17)$$

где Q_{ij}^{90} – параметры жесткости монослоя относительно локальной системы координат, которая повернута на угол $\theta = 90^\circ$ в плоскости армирования. Остальные обозначения аналогичны. Отметим, что в нашем случае $A_{16} = 0$, $A_{26} = 0$ ввиду симметричной схемы укладки слоев.

В качестве примера рассмотрим методику вычисления параметра A_{11} . Из выражения (14) следует

$$\begin{aligned} Q_{11}^0 &= U_1 + U_2 + U_3; & Q_{11}^{90} &= U_1 - U_2 + U_3; \\ Q_{11}^{45} &= Q_{11}^{-45} = U_1 - U_3. \end{aligned} \quad (18)$$

Подставляя полученные выражения в соотношения (17) при условии $i = j = 1$ и учитывая представление (15), получаем формулу для определения параметра A_{11} . Остальные характеристики материала определяются аналогично.

Усредненные параметры монослоя вычисляются с помощью известных соотношений [5, 9] с учетом механических характеристик углеродного волокна и эпоксидной матрицы:

$$\begin{aligned} E_{11} &\approx cE_f + (1-c)E_m; & \nu_{12} &\approx c\nu_f + (1-c)\nu_m; \\ E_{22} &\approx \frac{E_f E_m}{E_m c + E_f(1-c)}; & G_{12} &\approx \frac{G_f G_m}{G_m c + G_f(1-c)}, \end{aligned} \quad (19)$$

c – объемное содержание волокна в слое. Тогда $E_{11} = 130800$ МПа; $E_{22} = 7640$ МПа; $G_{12} = 2890$ МПа; $\nu_{12} = 0,31$.

С использованием вышеизложенной методики вычислим характеристики A_{ij} всего пакета, а затем и $\bar{A}_{ij} = A_{ij}/H$, где H – общая толщина композиции. Определим расчетные технические постоянные упругости слоистого пакета по соотношениям [9]

$$\begin{aligned} E_{11}^p &= \bar{A}_{11} - \bar{A}_{12}^2 / \bar{A}_{22}, & E_{22}^p &= \bar{A}_{22} - \bar{A}_{12}^2 / \bar{A}_{11}, \\ \nu_{12}^p &= \bar{A}_{13} / \bar{A}_{11}, & G_{12}^p &= \bar{A}_{66}. \end{aligned} \quad (20)$$

Тогда получим

$$E_{11}^p = 81000 \text{ МПа}, \quad E_{22}^p = 38500 \text{ МПа}, \quad G_{12}^p = 10820 \text{ МПа}, \quad \nu_{12}^p = 0,26.$$

Более точные результаты могут быть получены при использовании упругих характеристик слоя, вычисленных на основе данных испытаний образцов с одним направлением армирования.

Сравнение расчетных и экспериментальных данных свидетельствует об их удовлетворительной корреляции. Максимальная погрешность при расчетном определении параметров жесткости композиции исходя из механических характеристик волокна и матрицы не превышает 10%.

Определение параметров жесткости и податливости стеклопластика.

Для расчета жесткости и податливости слоистых композиций, армированных тканями, предлагается несколько моделей [3, 16, 17]. Самая простая из них – мозаичная – позволяет определить только верхнюю и нижнюю границы параметров жесткости и податливости композиции и дает приближенную их оценку. Волнистая модель, хотя и является одномерным приближением, учитывает непрерывность и криволинейность волокон, дает более точные результаты модулей упругости и сдвига по сравнению с мозаичной. Однако она не может использоваться для оценки механического поведения композитов с гладким переплетением волокон. Составная модель предложена для изучения жесткости композитов, армированных сатиновыми тканями общего вида. При этом параметры жесткости отдельного монослоя определяются по данным соответствующих испытаний образцов с одним направлением армирования и аналогичным процентным содержанием волокна.

С помощью вышеизложенных подходов оценим жесткость и податливость слоистого стеклопластика, армированного четырехремизным сатином, при этом используем механические характеристики не отдельного слоя, а составляющих композиции. На рис. 1 штрихпунктирной линией отмечена форма повторяющегося элемента этой ткани. Для вычисления характеристик жесткости и податливости элементарного слоя отвержденного композита достаточно определить соответствующие параметры повторяющегося элемента. Его размеры приведены на рис. 2,2, где a , b – расстояния между двумя последовательными нитями основы и утка.

Основной принцип работы мозаичной модели иллюстрирует рис. 2. Композит, армированный тканью, рассматривается как совокупность фрагментов из несимметричных ортогонально армированных слоистых элемен-

тов с прямыми нитями основы и утка. Основное упрощение модели состоит в отказе от учета криволинейности и непрерывности волокон. Как следует из рис. 2, *з*, реальный композит представляется в виде элемента кусочно-рубленной структуры. Упругие постоянные слоистого пакета можно вычислить из соотношений (7) в результате суммирования постоянных жесткостей каждого слоя.

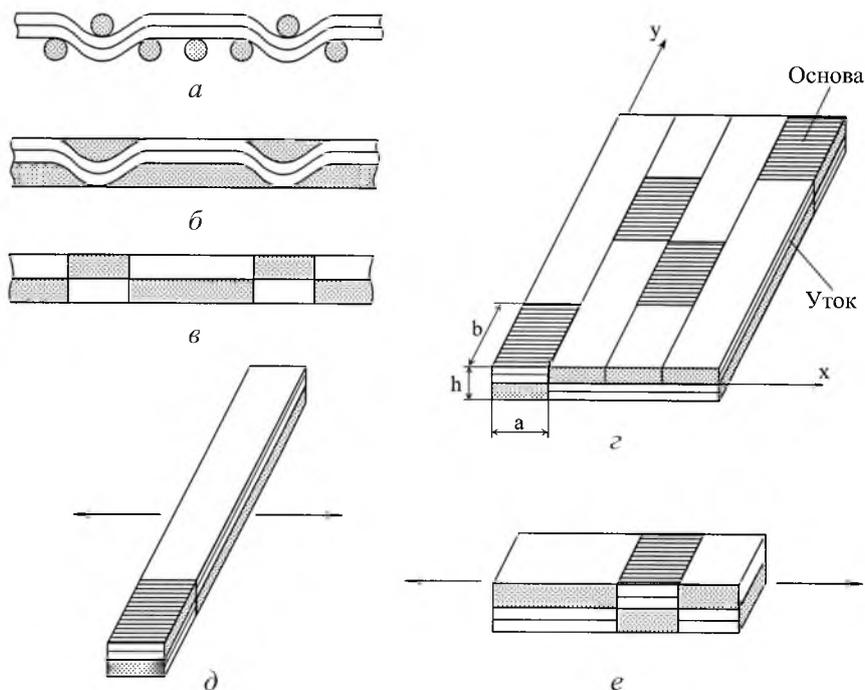


Рис. 2. Мозаичная модель: *a* – поперечное сечение тканого материала до пропитки связующим; *б* – монослой, армированный тканью; *в* – схема модели; *з* – повторяющийся элемент композита, армированный четырехремизным сатином; *д* – модель с параллельным соединением элементов; *е* – модель с последовательным соединением элементов.

Определим параметры упругости подслоев основы и утка толщиной $h/2$ с учетом различной плотности ткани в этих направлениях. Если системы координат совпадают со срединной плоскостью подслоев основы и утка, а ось 1 направлена вдоль волокон, то, используя характеристики упругости нити и эпоксидной матрицы, с помощью соотношений (19) соответственно получим

$$\begin{aligned} E_{11}^o &= 73040 \text{ МПа}, & E_{22}^o &= 33190 \text{ МПа}, & G_{12}^o &= 12040 \text{ МПа}, & \nu_{12}^o &= 0,210; \\ E_{11}^y &= 42850 \text{ МПа}, & E_{22}^y &= 11210 \text{ МПа}, & G_{12}^y &= 3400 \text{ МПа}, & \nu_{12}^y &= 0,296, \end{aligned} \quad (21)$$

где индексы “о”, “у” обозначают характеристики соответственно подслоя основы и утка. Еще раз отметим, что параметры подслоев основы и утка определены в разных системах координат, которые повернуты в плоскости армирования относительно друг друга на угол $\theta = 90^\circ$.

Элементы матриц жесткостей $[Q_{ij}^0]$, $[Q_{ij}^y]$ вычисляются с помощью соотношений (16) в результате подстановки в них параметров упругости, определяемых выражением (21).

Определим параметры жесткости монослоя, который состоит из двух подслоев основы и утка, армированных прямыми нитями. Предположим, что подслоем основы занимает верхнее положение в структуре.

Систему координат 123 выберем таким образом, чтобы ее координатная плоскость 102 совпадала со срединной плоскостью слоя, а ось 1 была направлена вдоль волокон основы. Тогда с помощью соотношений (17) получим

$$\begin{cases} A_{11}^c = h(Q_{11}^0 + Q_{22}^y)/2; & A_{12}^c = A_{21}^c = h(Q_{12}^0 + Q_{21}^y)/2; \\ A_{22}^c = h(Q_{22}^0 + Q_{11}^y)/2; & B_{11}^c = h^2(Q_{11}^0 - Q_{22}^y)/2; \\ B_{12}^c = B_{21}^c = h^2(Q_{12}^0 - Q_{21}^y)/2; & B_{22}^c = h^2(Q_{22}^0 - Q_{11}^y)/8; \\ B_{66}^c = h^2(Q_{66}^0 + Q_{66}^y)/8; & D_{11}^c = h^3(Q_{11}^0 + Q_{22}^y)/24; \\ D_{22}^c = h^3(Q_{22}^0 + Q_{11}^y)/24; & D_{12}^c = D_{21}^c = h^3(Q_{12}^0 + Q_{21}^y)/24; \\ D_{66}^c = h^3(Q_{66}^0 + Q_{66}^y)/24. & \end{cases} \quad (22)$$

Остальные компоненты матриц A^c , B^c , D^c равны нулю. Отметим, что в отличие от модели для углепластика постоянные жесткости B_{11}^c , B_{12}^c , B_{22}^c не равны нулю, что и определяет мембранно-изгибное взаимодействие слоев.

Далее при определении параметров среды опустим верхний индекс "с", подразумевая, что нижеизложенное относится к отдельному рассматриваемому слою. При использовании модели с параллельным соединением элементов (рис. 2, д) предполагается, что деформация срединной поверхности ε^0 является однородной, а кривизна χ – постоянной. Для одномерного повторяющегося элемента длиной bn_g среднее мембранное усилие слоя определяется соотношением (5). Тогда можем записать

$$\begin{aligned} \tilde{N}_1 &= \frac{1}{bn_g} \int_0^{bn_g} N_1 dy = \frac{1}{bn_g} \left[\int_0^b (A_{11}\varepsilon_1^0 + A_{12}\varepsilon_2^0 + B_{11}\chi_1) dy + \right. \\ &\left. + \int_b^{bn_g} (A_{11}\varepsilon_1^0 + A_{12}\varepsilon_2^0 + B_{11}\chi_1) dy \right] = A_{11}\varepsilon_1^0 + A_{12}\varepsilon_2^0 + \left(1 - \frac{2}{n_g}\right) B_{11}^L \chi_1. \end{aligned} \quad (23)$$

При этом учитывается, что величины B_{11} для зон с переплетением B_{11}^L и без переплетения B_{11}^T равны и имеют противоположные знаки. Параметр B_{11}^T находится для ортогонально армированного композита, полученного путем изменения порядка расположения двух подслоев основы и утка. Средний момент может быть вычислен с помощью выражения

$$\tilde{M}_1 = \frac{1}{bn_g} \int_0^{bn_g} M_1 dy = D_{11}\chi_1 + D_{12}\chi_2 + \left(1 - \frac{2}{n_g}\right) B_{11}^L \varepsilon_1^0, \quad (24)$$

через \tilde{A}_{ij} , \tilde{B}_{ij} , \tilde{D}_{ij} обозначим компоненты матриц жесткости, которые связывают среднее усилие \tilde{N} , момент \tilde{M} через деформацию ε^0 и кривизну χ срединной поверхности монослоя. Тогда из выражений (23), (24) и аналогичных соотношений для других компонент усилий и моментов получим

$$\tilde{A}_{ij} = A_{ij}, \quad \tilde{B}_{ij} = \left(1 - \frac{2}{n_g}\right) B_{ij}^L, \quad \tilde{D}_{ij} = D_{ij}. \quad (25)$$

Напомним, что все параметры матриц A , B , C вычисляются для фрагмента композита с верхним подслоем основы.

При рассмотрении модели с последовательным соединением элементов (рис. 2,е) предполагается постоянство напряжений для каждой составляющей структуры. В результате аналогичных вычислений получим

$$\tilde{a}_{ij}^* = a_{ij}^*, \quad \tilde{b}_{ij}^* = \left(1 - \frac{2}{n_g}\right) b_{ij}^*, \quad \tilde{d}_{ij}^* = d_{ij}^*. \quad (26)$$

Соотношения (26) позволяют определить верхние границы параметров податливости слоя, а после вычисления обратных величин – соответствующие нижние границы для постоянных жесткостей.

Просуммировав все параметры матриц жесткости и податливости монослоев, получим соответствующие величины для всего пакета.

Результаты расчетов усредненных характеристик композиции при использовании мозаичной модели представлены в табл. 2, где над чертой для $\bar{A}_{ij} = \tilde{A}_{ij}/H$ (H – общая толщина пакета) приведены верхние, а под чертой – нижние границы постоянных параметров жесткости. При вычислениях использовали следующие геометрические характеристики слоя: $h = h_t = 0,2368$ мм; $a = 0,5$ мм; $b = 0,2778$ мм.

Для расчета параметров жесткости слоя с помощью составной модели будем использовать упрощенную форму повторяющегося элемента (рис. 3,б). Последний состоит из зоны переплетения B и примыкающих к ней областей A и C , которые можно рассматривать как фрагменты ортогонально армированных слоистых композитов с прямыми нитями основы и утка (рис. 3,з). Методика определения параметров жесткости слоя для таких элементов изложена при изучении мозаичной модели.

Расчет параметров жесткости для фрагмента B с помощью одномерной волнистой модели подробно описан в [12]. Поэтому при использовании таких подходов ограничимся представлением только окончательных результатов.

Т а б л и ц а 2

Расчетные и экспериментальные значения параметров жесткости слоистого пакета, армированного тканью ($n_g = 4$)

Параметры упругости, МПа	Эксперимент	Модели		
		Мозаичная	Волнистая	Составная
\bar{A}_{11}	27480	$\frac{37248}{27407}$	28450	27500
\bar{A}_{12}	4090	$\frac{4560}{3226}$	4300	4140
\bar{A}_{22}	24070	$\frac{36800}{28960}$	28600	27940
\bar{A}_{66}	5030	$\frac{6742}{5072}$	5700	5130

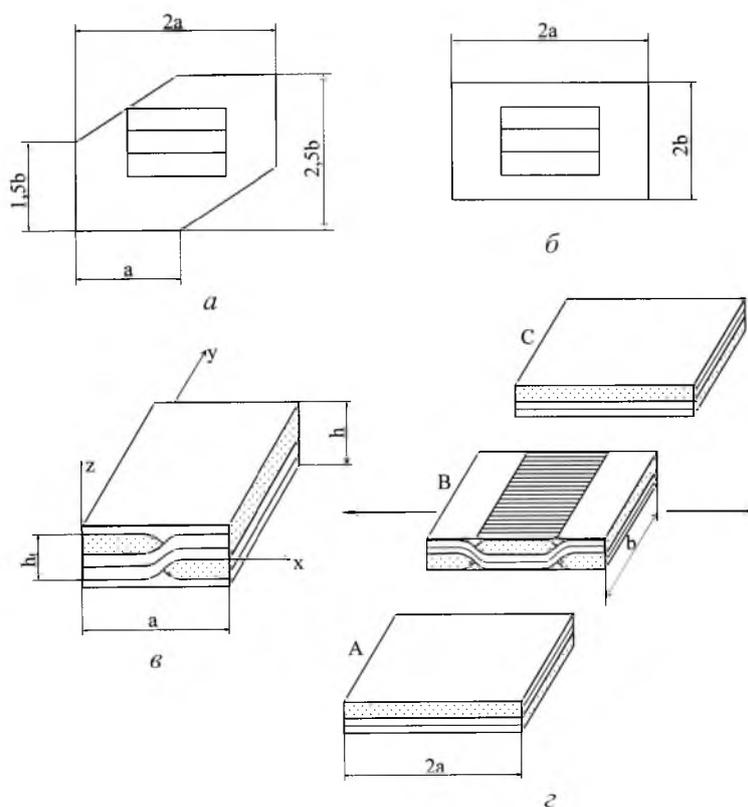


Рис. 3. Схема расчетной модели: *a* – форма повторяющегося элемента; *б* – упрощенная форма повторяющегося элемента; *в* – модель, учитывающая криволинейность волокна; *г* – схема составной модели.

Как видно из данных табл. 2, наиболее достоверные значения усредненных параметров жесткости получены при использовании составной модели. Полезными можно считать и расчеты, основанные на мозаичной модели, которая дает приближенные оценки упругих параметров армированных слоистых систем. Лучшее соответствие полученных результатов экспе-

риментальным имело бы место при использовании параметров жесткости отдельного монослоя, определенных из опытов по деформированию образцов с одним направлением армирования.

Заключение. В первом приближении при описании процессов деформирования в слоистых композитах, упрочненных однонаправленными или искривленными волокнами, можно полагать, что слои работают в условиях плоского напряженного состояния. Механические характеристики такого материала определяются, как правило, по данным испытаний образцов с одним направлением армирования или путем расчета с учетом механических параметров составляющих компонентов. Используя параметры упругости слоя, упрочненного прямыми волокнами, можно достаточно эффективно рассчитать параметры жесткости и податливости композиций, армированных тканями.

На уровне гипотез классической теории слоистых пластин описать деформирование армированных композиций значительно труднее, чем однородных пластин. В этом случае можно использовать более точные модели деформирования, например, учитывающие межслойные сдвиговые деформации. Однако и при таком подходе не устраняются трудности определения компонент тензора напряжения, которые действуют не в плоскости слоев или вблизи концентраторов, где имеют место значительные градиенты напряженного состояния. Один из подходов, используемый для описания процессов деформирования в слоистых армированных средах, основывается на решении краевых задач на базе трехмерной теории упругости анизотропного тела.

Резюме

Досліджуються закономірності пружного деформування шаруватих епоксидних вугле- і склопластиків, що армовані прямими волокнами або тканиною сатинового переплетення. Проаналізовано ефективність різних експериментальних методик для визначення усереднених характеристик пружності шаруватих матеріалів. Вивчається вплив пониження температури випробувань до 77 К на механічну поведінку указаних матеріалів. Розглядаються можливості прогнозування параметрів жорсткості і піддатливості композицій, що армовані однонаправленими волокнами або тканиною сатинового переплетення.

1. *Композиционные материалы*. В 8 т. / Под ред. Л. Браутмана, Р. Крока. Том 3. Применение композиционных материалов в технике / Под ред. Б. Нотона. – М.: Машиностроение, 1978. – 508 с.
2. *Пасторе К. М.* Возможности и недостатки тканевых композитов // *Механика композитных материалов*. – 2000. – 36, № 2. – С. 165 – 194.
3. *Тканые конструкционные композиты* / Под ред. Т.-В. Чу, Ф. Ко. – М.: Мир, 1991. – 432 с.
4. *Композиционные материалы*. В 8 т. / Под ред. Л. Браутмана, Р. Крока. Том 2. Механика композиционных материалов / Под ред. Дж. Сендеки. – М.: Мир, 1978. – 564 с.

5. Кристенсен Р. Введение в механику композитов / Пер. с англ. под ред. Ю. М. Тарнопольского. – М.: Мир, 1982. – 334 с.
6. Гольденблат И. И. Пластинки и оболочки из стеклопластиков. – М.: Высш. шк., 1970. – 407 с.
7. Малмейстер А. К., Тамуж В. П., Тетерс Г. А. Сопротивление полимерных и композитных материалов. – Рига: Зинатне, 1980. – 572 с.
8. Тарнопольский Ю. М., Жигун И. Г., Поляков В. А. Пространственно-армированные композитные материалы. Справочник. – М.: Машиностроение, 1987. – 224 с.
9. Композиционные материалы. Справочник / Под общ. ред. В. В. Васильева, Ю. М. Тарнопольского. – М.: Машиностроение, 1990. – 512 с.
10. Лехницкий С. Г. Теория упругости анизотропного тела. – М.: Наука, 1977. – 415 с.
11. Кучер Н. К., Двейрин А. З., Земцов М. П., Анкянец О. К. Характеристики упругости слоистых тканых стеклопластиков // Пробл. прочности. – 2004. – № 6. – С. 26 – 32.
12. Кучер Н. К., Двейрин А. З., Заразовский М. Н., Земцов М. П. Деформирование слоистых стеклопластиков, армированных тканью сатиновой структуры при комнатной и низких температурах // Механика композит. материалов. – 2004. – 40, № 3. – С. 341 – 354.
13. Амбарцумян С. А. Теория анизотропных пластин: Прочность, устойчивость, колебания. – М.: Наука, 1987. – 360 с.
14. Пискунов В. Г., Рассказов А. О. Развитие теории слоистых пластин и оболочек // Прикл. механика. – 2002. – 38, № 2. – С. 22 – 57.
15. Томашевский В. Т., Яковлев В. С. Модели технологической механики композитных систем с отверждающейся матрицей // Там же. – 2004. – 40, № 6. – С. 3 – 29.
16. Скудра А. М., Булавс М. Я. Структурная теория армированных пластиков. – Рига: Зинатне, 1978. – 192 с.
17. Круклиньш А. А. Жесткостные характеристики тканевых пластиков // Механика композитных материалов. – Рига: Риж. политехн. ин-т, 1984. – С. 75 – 88.

Поступила 26. 11. 2004