

Определение напряженно-деформированного состояния и прочности элементов конструкций на основе анализа деформационного упрочнения материала

В. Н. Бастун, А. А. Каминский

Институт механики им. С. П. Тимошенко НАН Украины, Киев, Украина

Изложены основы метода определения напряженно-деформированного состояния и прочности элементов конструкций при нагружении по прямолинейным траекториям и траекториям малой кривизны путем учета деформационного упрочнения материала конструкции или прикрепляемых к ней пластических индикаторов. Метод базируется на модели упрочнения, в соответствии с которой поверхность нагружения, разделяющая области упругого и упругопластического деформирования, при деформировании вне упругой области изменяет свои размеры и смещается в направлении вектора, соединяющего ее центр с изображающей точкой на траектории нагружения. Предполагается, что в исходном состоянии материал изотропен, выполняются гипотезы о единой кривой деформирования и пропорциональности девиаторов напряжений и деформаций.

Ключевые слова: напряженно-деформированное состояние, прочность элементов конструкций, деформационное упрочнение, прямолинейная траектория, траектория деформирования малой кривизны.

Введение. Одно из основных направлений развития современной механики – повышение надежности и долговечности машин и инженерных сооружений. Практическое решение этой проблемы требует улучшения качества диагностики напряженно-деформированного состояния (НДС) и прочности элементов конструкций в процессе изготовления и эксплуатации.

Для диагностики НДС и прочности элементов конструкций используются расчетные или экспериментальные методы, основанные на измерении напряжений или деформаций обычно в процессе нагружения. Такие измерения проводят, как правило, при испытаниях конструкций и оценке их несущей способности известными методами [1–8], к которым относятся тензометрические, основанные на использовании тензометров и тензодатчиков, термоэлектрический, акусто- и магнитоупругий, поляризационно-оптический, ультразвуковой, рентгенографический, а также базирующиеся на применении реперных линий, муаровых полос и хрупких покрытий. Указанные методы в основном являются трудоемкими и сложными при разделении компонент тензоров напряжений и деформаций либо требуют проведения измерений одновременно с процессом нагружения. На практике часто возникают условия, когда действующие на конструкцию нагрузки неизвестны, а процессы нагружения и измерения напряжений и деформаций разделены во времени. Например, в процессе эксплуатации конструкций деформации или перемещения обычно не измеряют. Необходимость определения напряжений и деформаций возникает в случае преждевременного разрушения конструкции, когда требуется установить причины возникновения аварийной ситуации, что возможно лишь на основе анализа состояния материала обломков разрушившейся конструкции. Следует заметить, что НДС элементов

конструкций определяется не только внешними воздействиями, но и деградацией материала, обусловленной накоплением рассеянных повреждений, структурными изменениями, развитием коррозии. В качестве примера можно привести магистральные газопроводы, где именно деградация материала является причиной отказов [9, 10].

Оценка НДС в подобных условиях может быть выполнена с помощью метода, основанного на решении сформулированной А. А. Ильюшиным в теории пластичности в общем виде задачи генезиса начальных свойств и состояний [11]. Однако возможность использования этого метода ограничена тем, что известные решения задачи [12, 13] справедливы лишь для материалов с выраженной анизотропией упругих свойств либо имеют приближенный характер и относятся к частным случаям напряженного состояния.

С учетом изложенного представляется актуальным эффективное решение указанной задачи в общем случае сложного напряженного состояния применительно к широкому кругу конструкционных материалов и разработка на базе полученного решения достаточно простого и экспериментально обоснованного метода оценки НДС элементов конструкций в условиях, когда данные о величине нагрузок или перемещений отсутствуют, а процессы нагружения и определения напряжений и деформаций разделены во времени.

Ниже в обобщенном виде рассматривается подход к решению задачи определения НДС и прочности элементов конструкций в общем случае сложного напряженного состояния при простом нагружении и сложном по траекториям деформирования малой кривизны на основе анализа деформационного упрочнения материала исследуемой конструкции или прикрепляемых к ней пластических индикаторов. При этом используются известные из литературных источников закономерности деформационного упрочнения и разрушения металлов, в том числе исследованные авторами, которые достаточно полно представлены в работах [14–18], а также полученные ранее частные решения поставленной задачи [19–24].

Постановка задачи. Следуя работе [11], решение задачи будем рассматривать в пятимерном векторном пространстве $\{S_i\}$ ($i = 1, \dots, 5$), компоненты которого связаны с компонентами тензора напряжений σ_{ij} ($i, j = 1, 2, 3$) и девиатором напряжений $\{S_{ij}\}$ соотношениями

$$\begin{aligned} S_1 &= \sqrt{3/2} S_{11}; & S_2 &= \frac{\sqrt{2}}{2}(S_{22} - S_{33}); & S_3 &= \sqrt{2} S_{12}; \\ S_4 &= \sqrt{2} S_{23}; & S_5 &= \sqrt{2} S_{31}; & S_{ij} &= \sigma_{ij} - \delta_{ij} \sigma_0, \end{aligned} \quad (1)$$

где σ_0 – среднее напряжение, $\sigma_0 = \frac{1}{3} \sigma_{ii}$; δ_{ij} – символ Кронекера,

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 0, & \text{если } i \neq j; \\ 1, & \text{если } i = j. \end{cases}$$

Полагаем, что существуют исходное изотропное состояние O и начальное анизотропное состояние O_0 , обусловленное упругопластическим деформированием материала, процесс нагружения $O\vec{O}_0$, когда материал переходит из состояния O в состояние O_0 , и процесс нагружения $O_0\vec{K}$ материала в состоянии O_0 . При этом процесс $O_0\vec{K}$ реализуется на вырезаемых из исследуемого элемента конструкции образцах или прикрепляемых к нему пластических индикаторов, деформирующихся совместно с ним. Таким образом, решение задачи генезиса деформационной анизотропии в случае простого нагружения (по прямолинейной траектории) сводится к нахождению параметров процесса $O\vec{O}_0$, т.е. направления вектора $O\vec{O}_0$ и его модуля, которые полностью определяют тензор напряжений $\{\sigma_{ij}\}$ (или девиатор $\{S_{ij}\}$).

Пусть в состоянии O материал изотропен, наступление пластичности определяется условием постоянства энергии формоизменения, а упрочнение при реализации процесса $O\vec{O}_0$ описывается гипотезой изотропно-кинематического типа. Закон упрочнения примем в форме Кадашевича–Новожилова [25], получившей экспериментальное обоснование на достаточно широком круге конструкционных материалов. Траектория нагружения при процессе $O\vec{O}_0$ представляет прямую

$$\frac{S_1}{l_1} = \frac{S_2}{l_2} = \frac{S_3}{l_3} = \frac{S_4}{l_4} = \frac{S_5}{l_5}, \quad (2)$$

где l_i – направляющие косинусы.

В соответствии с принятыми допущениями поверхность нагружения материала в состоянии O_0 будет описываться сферой

$$(S_i - a_i)(S_i - a_i) = R^2, \quad (3)$$

где a_i – координаты центра сферы; R – ее радиус.

Из условия смещения центра поверхности нагружения в направлении траектории нагружения имеем

$$\frac{a_1}{l_1} = \frac{a_2}{l_2} = \frac{a_3}{l_3} = \frac{a_4}{l_4} = \frac{a_5}{l_5}. \quad (4)$$

С учетом того что $l_i l_i = 1$, из (4) следует

$$l_1 = \frac{a_1}{a}; \quad l_2 = \frac{a_2}{a}; \quad l_3 = \frac{a_3}{a}; \quad l_4 = \frac{a_4}{a}; \quad l_5 = \frac{a_5}{a}, \quad (5)$$

где $a = |\vec{a}| = (a_i a_i)^{1/2}$.

При этом модуль вектора \vec{OO}_0 определяется длиной отрезка прямой, характеризуемого расстоянием от начала координат O до точки S_i^0 пересечения прямой (2) и сферы (3). Таким образом, решение поставленной задачи заключается в нахождении параметров a_1, \dots, a_5 и R , определяющих траекторию нагружения (2) и поверхность нагружения (3).

Решение задачи. Простое нагружение. В случае простого нагружения из совместного решения уравнений (2) и (3) с учетом (5) найдем

$$\begin{aligned} S_1^0 &= \frac{(a+R)a_1}{a}; & S_2^0 &= \frac{(a+R)a_2}{a}; & S_3^0 &= \frac{(a+R)a_3}{a}; \\ S_4^0 &= \frac{(a+R)a_4}{a}; & S_5^0 &= \frac{(a+R)a_5}{a}. \end{aligned} \quad (6)$$

Согласно (1) компоненты девиатора напряжений $\{S_{ij}^0\}$ будут равны

$$\begin{aligned} S_{11}^0 &= \sqrt{2/3} \frac{(a+R)a_1}{a}; & S_{22}^0 &= \frac{a+R}{3\sqrt{2}a} (3a_2 - \sqrt{2}a_1); \\ S_{33}^0 &= -\frac{(a+R)[a_1(2\sqrt{3} - \sqrt{2}) + 3a_2]}{3\sqrt{2}a}; & S_{31}^0 &= \frac{\sqrt{2}(a+R)a_3}{2a}; \\ S_{23}^0 &= \frac{\sqrt{2}(a+R)a_4}{2a}; & S_{31}^0 &= \frac{\sqrt{2}(a+R)a_5}{2a}. \end{aligned} \quad (7)$$

Определение компонент σ_{ij}^0 тензора напряжений возможно при наличии дополнительных условий, в соответствии с которыми шаровой тензор фиксирован (например, в случае плоского напряженного состояния или при работе конструкции в условиях известного гидростатического сжатия) либо равен нулю, и при наложении каких-либо ограничений, например типа плоской деформации.

Заметим, что точка $\{\sigma_{ij}^0\}$ принадлежит поверхности нагружения (3), которая, будучи представленной в пространстве $\{\sigma_{ij}\}$, имеет вид

$$\begin{aligned} &\frac{2}{3}(\sigma_{11}^2 + \sigma_{22}^2 + \sigma_{33}^2) + 2(\sigma_{12}^2 + \sigma_{23}^2 + \sigma_{31}^2) - \frac{2}{3}(\sigma_{11}\sigma_{22} + \sigma_{22}\sigma_{33} + \sigma_{11}\sigma_{33}) - \\ &- 2\sqrt{2/3} a_1 \sigma_{11} + \sqrt{2} \left(\frac{a_1}{\sqrt{3}} - a_2 \right) \sigma_{22} + \sqrt{2} \left(\frac{a_1}{\sqrt{3}} + a_2 \right) \sigma_{33} - \\ &- 2\sqrt{2}(a_3 \sigma_{12} + a_4 \sigma_{23} + a_5 \sigma_{31}) + a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + a_4^2 + a_5^2 - R^2 = 0. \end{aligned} \quad (8)$$

Подставляя последовательно в (8) граничные условия $\sigma_{ij} = \sigma_{ijT}$, определяем искомые параметры a_i и R . При этом получим систему шести уравнений, из решения которой найдем:

$$\begin{cases}
 a_1 = \sqrt{2/3} \frac{\sigma_{2T}(\sigma_{1T}^2 - \sigma_{3T}^2) + \sqrt{2}\sigma_{3T}(\sigma_{1T}^2 - \sigma_{2T}^2)}{\sigma_{2T}(2\sigma_{1T} + \sigma_{3T}) + \sigma_{3T}(2\sigma_{1T} + \sigma_{2T})}, \\
 a_2 = \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{\sqrt{2/3}(\sigma_{1T}^2 - \sigma_{3T}^2) - (2\sigma_{1T} + \sigma_{3T})a_1}{\sigma_{3T}}; \\
 a_3 = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{\sigma_{12T}^2 + \sqrt{2/3}\sigma_{1T}a_1 - 1/3\sigma_{1T}^2}{\sigma_{12T}}; \\
 a_4 = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{\sigma_{23T}^2 + \sqrt{2/3}\sigma_{1T}a_1 - 1/3\sigma_{1T}^2}{\sigma_{23T}}; \\
 a_5 = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{\sigma_{31T}^2 + \sqrt{2/3}\sigma_{1T}a_1 - 1/3\sigma_{1T}^2}{\sigma_{31T}}; \\
 R = [(\sqrt{2/3}\sigma_{1T} - a_1)^2 + a_2^2 + a_3^2 + a_4^2 + a_5^2]^{1/2},
 \end{cases} \quad (9)$$

где $\sigma_{1T}, \sigma_{2T}, \sigma_{3T}, \sigma_{12T}, \sigma_{23T}, \sigma_{31T}$ – пределы текучести материала в состоянии O_0 , определяемые соответственно по данным испытаний на одноосное растяжение (сжатие) и сдвиг.

Значения компонент тензора деформаций $\{\varepsilon_{ij}^0\}$, соответствующего тензору напряжений $\{\sigma_{ij}^0\}$, определим, воспользовавшись принятым законом упрочнения [25], согласно которому с учетом условия несжимаемости имеем:

$$\begin{aligned}
 a_1 &= \frac{\varepsilon_{11}^p}{\varepsilon_i^p} a; & a_2 &= \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{\varepsilon_{11}^p + 2\varepsilon_{22}^p}{\varepsilon_i^p} a; & a_3 &= \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{\varepsilon_{12}^p}{\varepsilon_i^p} a; \\
 a_4 &= \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{\varepsilon_{23}^p}{\varepsilon_i^p} a; & a_5 &= \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{\varepsilon_{31}^p}{\varepsilon_i^p} a,
 \end{aligned} \quad (10)$$

где ε_{ij}^p – компоненты тензора пластических деформаций; ε_i^p – интенсивность пластических деформаций, причем $\varepsilon_i^p = \left(\frac{2}{3}\varepsilon_{ij}^p\varepsilon_{ij}^p\right)^{1/2}$ – инвариантная к виду напряженного состояния функция интенсивности напряжений $\sigma_i = \left(\frac{3}{2}S_{ij}S_{ij}\right)^{1/2}$, которая определяется по данным испытаний на одноосное растяжение [15]. Величины ε_{ij}^0 получим, полагая $\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^e + \varepsilon_{ij}^p$ (ε_{ij}^e – компоненты тензора упругих деформаций, определяемые по закону Гука), значения ε_{ij}^p находим из (10).

В качестве примера рассмотрим случай плоского напряженного состояния, когда $\sigma_{11} \neq 0, \sigma_{22} \neq 0, \sigma_{33} = \sigma_{12} = \sigma_{23} = \sigma_{31} = 0$ и $a_3 = a_4 = a_5 = 0, a = (a_1^2 + a_2^2)^{1/2}$. Тогда из (7) с учетом (1) получим

$$2\sigma_{11}^0 - \sigma_{22}^0 = \sqrt{6} \frac{a+R}{a} a_1; \quad 2\sigma_{22}^0 - \sigma_{11}^0 = \sqrt{3/2} \left(\sqrt{3} \frac{a+R}{a} a_2 - \frac{a+R}{a} a_1 \right), \quad (11)$$

откуда искомые напряжения σ_{11}^0 и σ_{22}^0 будут равны:

$$\sigma_{11}^0 = \frac{a+R}{\sqrt{2}a} (\sqrt{3}a_1 + a_2); \quad \sigma_{22}^0 = \sqrt{2} \frac{a+R}{a} a_2. \quad (12)$$

Как видно из (9), для определения входящих в (12) значений a_1 , a_2 и R необходимо знать три значения предела текучести: σ_{1T} , σ_{2T} , σ_{3T} .

В случае тонкостенных конструкций определить величину предела текучести σ_{3T} в направлении толщины стенки не представляется возможным. В связи с этим искомые значения параметров a_1 , a_2 и R будем определять приближенно следующим образом.

Подставляя в выражение поверхности нагружения (8) граничные условия

$$\begin{aligned} \sigma_{11} &= \sigma_{1T} \quad (\sigma_{22} = \sigma_{33} = \sigma_{12} = \sigma_{23} = \sigma_{31} = 0); \\ \sigma_{22} &= \sigma_{2T} \quad (\sigma_{11} = \sigma_{33} = \sigma_{12} = \sigma_{23} = \sigma_{31} = 0), \end{aligned}$$

получаем систему двух уравнений, из решения которой найдем:

$$\begin{aligned} a_1 &= \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}\sigma_{1T}} \left(\frac{2}{3}\sigma_{1T}^2 + a^2 - R^2 \right); \\ a_2 &= \frac{1}{\sqrt{2}\sigma_{1T}} \left(\frac{2}{3}\sigma_{2T}^2 + \sqrt{2/3}a_1\sigma_{2T} + a^2 - R^2 \right). \end{aligned} \quad (13)$$

Выражения (13) вместе с равенством $a^2 = a_1^2 + a_2^2$ образуют систему трех уравнений с четырьмя неизвестными. Однако, учитывая, что a и R есть функции одного и того же аргумента ε_i^p и, следовательно, не являются независимыми, указанная система может быть решена методом последовательных приближений. Задаваясь величиной a (в первом приближении можно принять $a=0$), по известным функциям $a(\varepsilon_i^p)$ и $R(\varepsilon_i^p)$ находим соответствующее значение σ_i , а из соотношения

$$a + R = \sqrt{2/3} \sigma_i \quad (14)$$

определяем величину R . Затем по формулам (13) определяем величины a_1 и a_2 и находим уточненное значение a . Процесс повторяется до тех пор, пока не будет удовлетворено условие $|\sigma_i^{(k+1)}| - |\sigma_i^{(k)}| \leq \delta$, где k – номер приближения; δ – допускаемая погрешность.

Нагружение по траекториям деформирования малой кривизны. В случае сложного нагружения по траекториям деформирования малой кривизны, когда ни одна из компонент тензора напряжений не убывает и сохраняется инвариантность функций $\sigma_i(\varepsilon_i^P)$ и $a(\varepsilon_i^P)$, в соответствии с гипотезой Циглера поверхность нагружения смещается в направлении вектора $\vec{S}^{(k)} - \vec{a}^{(k)}$ (рис. 1), соединяющего ее центр (его положение определяется вектором $\vec{a}^{(k)}$) с некоторой изображающей точкой k на траектории нагружения (ломаная 1). Положение точки k определяется вектором $\vec{S}^{(k)}$.

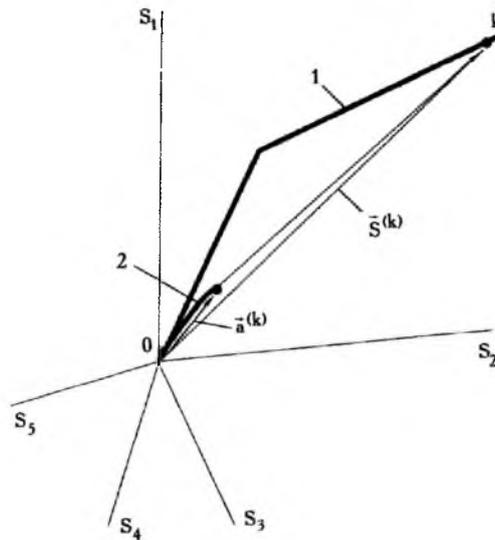


Рис. 1. Схема построения траектории центра поверхности нагружения согласно гипотезе Циглера: 1 – траектория нагружения; 2 – траектория центра поверхности нагружения.

Таким образом, при сложном нагружении траектория центра поверхности нагружения (на рис. 1 кривая 2) зависит от вида траектории нагружения, в связи с чем формулы (7) непригодны для определения компонент девиатора или тензора напряжений. Однако, учитывая инвариантность функций $\sigma_i(\varepsilon_i^P)$ и $a(\varepsilon_i^P)$ к виду траектории нагружения в случае процессов нагружения по траекториям деформирования малой кривизны, уровень напряжений может быть оценен интегрально по интенсивности напряжений σ_i^0 , а уровень деформаций – по интенсивности деформаций ε_i^0 . При этом вначале по формулам (10) определяются значения координат a_i^0 центра поверхности нагружения и величина смещения a^0 ее центра, а затем по известным функциям $\sigma_i(\varepsilon_i^P)$ и $a(\varepsilon_i^P)$ – интенсивности напряжений σ_i^0 и деформаций ε_i^0 .

В случае если траектория нагружения известна, то из совместного решения описывающего ее уравнения и уравнения сферы с центром в начале координат и радиусом, равным $\sqrt{2/3} \sigma_i^0$, могут быть определены компо-

ненты тензора напряжений $\{\sigma_{ij}^0\}$. Построив соответствующую указанной траектории нагружения траекторию центра поверхности нагружения и определив по ней координаты a_i^0 центра поверхности, соответствующие точке $\{\sigma_{ij}^0\}$, получим величины ε_{ij}^0 .

Применение пластических индикаторов (ПИ). В соответствии с рассматриваемым методом [22, 24, 26–29] НДС элементов конструкций определяется путем учета деформационного упрочнения материала пластических индикаторов, прикрепляемых к поверхности элементов и деформирующихся совместно с ними. При этом упрочнение оценивается по данным испытаний образцов, вырезаемых из пластического индикатора, на основании чего судят о величине деформации в нем. Для реализации метода используются пластические индикаторы различных типов, представляющие собой тонкие металлические пластинки или полоски, которые в ненагруженном состоянии прикрепляются по контуру или концами к поверхности исследуемого участка конструкции. Из условия совместности деформирования пластического индикатора и исследуемого элемента определяют деформации в конструкции. Для оценки напряженного состояния по деформированному используются номограмма деформаций [15] и графоаналитический метод определения связей между напряжениями и деформациями [30].

В случае оценки уровня напряжений в элементе конструкции в области упругих деформаций пластические индикаторы изготавливают из материала с пределом текучести, более низким по сравнению с пределом текучести материала конструкции, или выполняют таким образом, чтобы деформация в них локализовалась на небольшом участке. Ниже рассматриваются два варианта конструкции пластических индикаторов, выполненных в виде пластинок, привариваемых точечной сваркой по контуру к поверхности конструкции [26, 29], и полосок с утоненной рабочей частью, которые крепятся к конструкции концами [24].

Пластические индикаторы в виде пластинок. Рассмотрим наиболее распространенный случай, когда материал конструкции подвержен двухосному растяжению напряжениями $\sigma_z^{(к)} = \sigma_{11}$, $\sigma_\theta^{(к)} = \sigma_{22}$. При этом в пластическом индикаторе также имеет место двухосное напряженное состояние, обусловленное напряжениями $\sigma_{11}^{(п.и)}$ и $\sigma_{22}^{(п.и)}$ ($\sigma_{33}^{(п.и)} = \sigma_{12}^{(п.и)} = \sigma_{23}^{(п.и)} = \sigma_{31}^{(п.и)} = 0$ и $\varepsilon_{12}^{(п.и)} = \varepsilon_{23}^{(п.и)} = \varepsilon_{31}^{(п.и)} = 0$).

Согласно (10) с учетом закона Гука значения компонент тензора деформаций в пластическом индикаторе, которые отличаются от нуля, равны

$$\begin{cases} \varepsilon_{11}^{(п.и)} = \frac{1}{E}(\sigma_{11}^{(п.и)} - \mu\sigma_{22}^{(п.и)}) + \frac{a_1}{a}\varepsilon_i^{p(п.и)}; \\ \varepsilon_{22}^{(п.и)} = \frac{1}{E}(\sigma_{22}^{(п.и)} - \mu\sigma_{11}^{(п.и)}) + (\sqrt{3}a_2 - a_1)\frac{\varepsilon_i^{p(п.и)}}{2a}; \\ \varepsilon_{33}^{(п.и)} = -\frac{\mu}{E}(\sigma_{11}^{(п.и)} + \sigma_{22}^{(п.и)}) - (a_1 + \sqrt{3}a_2)\frac{\varepsilon_i^{p(п.и)}}{2a}. \end{cases} \quad (15)$$

Значения напряжений $\sigma_{11}^{(п.и)}$ и $\sigma_{22}^{(п.и)}$ в пластическом индикаторе определяются по формулам

$$\begin{aligned}\sigma_{11}^{(п.и)} &= \frac{\sigma_i^{(п.и)}}{\sqrt{3}a}(\sqrt{3}a_1 + a_2); \\ \sigma_{22}^{(п.и)} &= \frac{2\sigma_i^{(п.и)}}{\sqrt{3}a}a_2,\end{aligned}\tag{16}$$

которые следуют из (12) с учетом (14). Входящие в (15) и (16) величины a_1 , a_2 , $\varepsilon_i^{p(п.и)}$ и $\sigma_i^{(п.и)}$ определяются методом последовательных приближений с помощью соотношений (13) в зависимости от значений пределов текучести $\sigma_{1T}^{(п.и)}$ и $\sigma_{2T}^{(п.и)}$ материала продеформированного пластического индикатора. Вырезаемые из пластического индикатора образцы для определения пределов текучести должны быть ориентированы в направлении осей z и θ .

Ввиду совместного деформирования пластического индикатора и стенки конструкции имеем $\varepsilon_z^{(к)} = \varepsilon_{11}^{(п.и)}$, $\varepsilon_\theta^{(к)} = \varepsilon_{22}^{(п.и)}$, $\varepsilon_r^{(к)} = \varepsilon_{33}^{(п.и)}$. Тогда напряжения $\sigma_z^{(к)}$ и $\sigma_\theta^{(к)}$ в случае простого нагружения определяются по теории малых упругопластических деформаций:

$$\begin{aligned}\sigma_z^{(к)} - \sigma_0^{(к)} &= \frac{2}{3} \frac{\sigma_i^{(к)}}{\varepsilon_i^{(к)}} (\varepsilon_z^{(к)} - \varepsilon_0^{(к)}); \\ \sigma_\theta^{(к)} - \sigma_0^{(к)} &= \frac{2}{3} \frac{\sigma_i^{(к)}}{\varepsilon_i^{(к)}} (\varepsilon_\theta^{(к)} - \varepsilon_0^{(к)}).\end{aligned}\tag{17}$$

Как и выше, предполагается, что функции $a(\varepsilon_i^p)$ и $\sigma_i(\varepsilon_i^p)$ материала пластического индикатора и конструкции известны.

В случае сложных процессов нагружения по траекториям деформирования малой кривизны находятся лишь интенсивности напряжений $\sigma_i^{(к)}$ и $\varepsilon_i^{(к)}$.

Пластические индикаторы в виде полосок. Пластические индикаторы в виде полосок обеспечивают уменьшение порога измеряемых деформаций за счет наличия участка с утоненным сечением, что позволяет локализовать на нем пластическую деформацию. Такие пластические индикаторы устанавливаются попарно в виде розетки, ориентируя каждый из них в одном из главных направлений.

При деформировании конструкции пластические индикаторы подвергаются одноосному растяжению и в случае возникновения в их рабочей части пластической деформации материал упрочняется, в результате чего изменяется предел текучести. Устанавливая по диаграмме растяжения $\sigma(\varepsilon)$ новый предел текучести $\sigma_T^{(п.и)}$ и полагая, что он совпадет с точкой начала разгрузки пластического индикатора при снятии его с конструкции, опреде-

ляем величину деформации $\varepsilon^{p(\text{п.и})}$. При этом сумма упругой $\varepsilon^{e(\text{п.и})}$ и пластической $\varepsilon^{p(\text{п.и})}$ составляющих соответствует деформации конструкции $\varepsilon^{(к)}$ в направлении ориентации пластического индикатора. Так, деформация в пределах базы измерения равна

$$\varepsilon^{(\text{п.и})} = \varepsilon^{(к)} = \frac{\Delta L}{L}.$$

Здесь ΔL – полное удлинение пластического индикатора в пределах базы измерения L , причем $\Delta L = \Delta l + \Delta(L-l)$, где Δl и $\Delta(L-l)$ – удлинение соответственно утоненного и неутоненного участков пластического индикатора.

Обозначив размеры сечения утоненного участка через $b \times \delta$, неутоненного через $B \times \delta$ (B и b – ширина в неутоненном и утоненном сечениях соответственно, δ – толщина пластического индикатора) и подобрав отношение B/b таким образом, чтобы на неутоненном участке пластические деформации не возникали, величину ΔL можно представить как сумму $\Delta l^e + \Delta l^p$. Вычисляя упругие составляющие удлинений на утоненном и неутоненном участках по закону Гука, с учетом $\Delta l^p = \varepsilon^{p(\text{п.и})}l$ получаем

$$\Delta L = \frac{l\sigma_{\mp}^{(\text{п.и})}}{E} + \varepsilon^{p(\text{п.и})}l + (L-l)\frac{\sigma_{\mp}^{(\text{п.и})}}{BE}b,$$

где E – модуль Юнга материала пластического индикатора; величина деформации $\varepsilon^{p(\text{п.и})}$ определяется экспериментально по упрочнению материала пластического индикатора.

Пренебрегая упругими деформациями и краевыми эффектами в утоненном сечении, найдем

$$\varepsilon^{(к)} = \frac{l}{L}\varepsilon^{p(\text{п.и})} = \alpha\varepsilon^{p(\text{п.и})}. \quad (18)$$

Значение коэффициента α может быть уточнено путем тарировки. Как видно, пороговое значение деформации $\varepsilon^{(к)}$ определяется отношением длины утоненного участка пластического индикатора к его полной длине и будет тем ниже, чем меньше это отношение.

Для изготовления пластических индикаторов можно рекомендовать стали с существенным упрочнением, например стали ферритно-перлитного класса с высоким содержанием углерода и мартенситные стали.

Переход от деформаций к напряжениям по номограмме деформаций. Переход от деформированного состояния, характеризуемого деформациями $\varepsilon_z^{(к)}$ и $\varepsilon_{\theta}^{(к)}$, к напряженному осуществляется с помощью номограмм деформаций [15], которые при простом нагружении рассчитываются по соотношениям теории малых упругопластических деформаций [11]. В случае сложного нагружения используется графоаналитический метод построения связи между напряжениями и деформациями [30].

Номограмма деформаций при двухосном напряженном состоянии представляет собою сетку, которая образована двумя семействами взаимопересекающихся линий, построенных на основе диаграммы одноосного растяжения $\sigma(\varepsilon)$ в плоскости главных деформаций ε_{11} и ε_{22} . Одно из этих семейств соответствует условию $\sigma_i = \text{const}$ и описывается уравнением

$$[1 - \mu^* + (\mu^*)^2] \varepsilon_{11}^2 - [1 - 4\mu^* + (\mu^*)^2] \varepsilon_{11} \varepsilon_{22} + [1 - \mu^* + (\mu^*)^2] \varepsilon_{22}^2 = \{\varepsilon [1 - (\mu^*)^2]\}^2, \quad (19)$$

другое – условию $\sigma_z/\sigma_\theta = \text{const}$ и описывается уравнением

$$\varepsilon_{11} = \frac{n - \mu^*}{1 - n\mu^*} \varepsilon_{22}. \quad (20)$$

Здесь $n = \sigma_{11}/\sigma_{22}$; $\mu^* = \mu^*(\varepsilon)$ – коэффициент поперечной деформации, определяемый по формуле [15]

$$\mu^* = \frac{1}{2} - \frac{1 - 2\mu}{2E} \frac{\sigma}{\varepsilon}, \quad (21)$$

где E – модуль Юнга; μ – коэффициент Пуассона.

Номограмма деформаций ограничена предельной кривой, которая определяется с учетом формы конструктивного элемента [15] и эффекта нарушения устойчивости процесса пластического деформирования. Указанный эффект связан с началом локализации деформаций по достижении максимума на диаграмме деформирования.

Таким образом, с помощью номограммы деформаций по известным значениям деформаций ε_{11} и ε_{22} можно определить интенсивность напряжений σ_i и соотношение напряжений σ_{11}/σ_{22} . Из совместного решения уравнений $\sigma_{11} = n\sigma_{22}$ с равенством

$$\sigma_i = (\sigma_{11}^2 - \sigma_{11}\sigma_{22} + \sigma_{22}^2)^{1/2} = \sigma_v \quad (22)$$

получаем значения напряжений σ_{11} и σ_{22} .

На рис. 2 в качестве примера представлена номограмма деформаций для трубы диаметром $D = 1420$ мм и толщиной стенки $\delta = 21,5$ мм из стали 15Г2 в области напряжений $\sigma_{11} > 0$ и $\sigma_{22} > 0$. Здесь принято $\varepsilon_z = \varepsilon_{11}$ (продольное направление), $\varepsilon_\theta = \varepsilon_{22}$ (окружное направление). Кривыми 1, 2 показаны траектории деформирования, соответствующие нагружению трубы по траекториям $\sigma_z = 0,5\sigma_\theta$ при $\sigma_\theta < \sigma_\theta^{(0)}$, $d\sigma_z > 0$ при $\sigma_\theta = \sigma_\theta^{(0)}$ и $\sigma_\theta = 0$ при $\sigma_z \leq 340$ МПа, $\sigma_z = 340 + 0,5\sigma_\theta$ при $\sigma_z > 340$ МПа.

Траектория 1 соответствует нагружению трубы внутренним давлением и последующим изгибом, траектория 2 – случаю, когда первоначально изогнутая труба нагружается внутренним давлением.

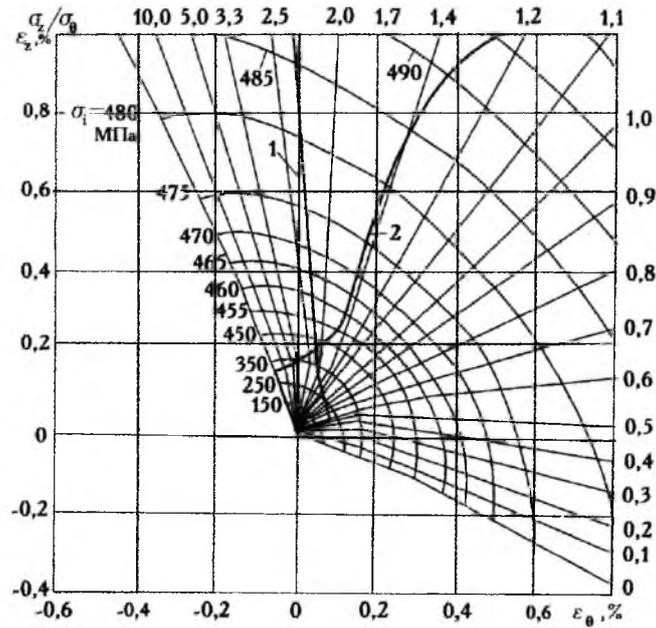


Рис. 2. Номограмма деформаций для трубы из стали 15Г2 в области положительных значений главных напряжений.

Если траектория нагружения известна, то количество пластических индикаторов в розетке можно сократить до одного (вместо двух) и ориентировать его в направлении большей по величине деформации. С этой целью необходимо предварительно рассчитать и нанести на номограмму деформаций соответствующую траекторию деформирования. При простом нагружении траектория деформирования рассчитывается, как отмечалось выше, по соотношениям теории малых упругопластических деформаций [11].

В случае сложного нагружения траектория деформирования строится с помощью графоаналитического метода [30], который реализуется путем учета зависимости положения центра поверхности нагружения от компонент тензора пластических деформаций в форме (10) или их приращений [31]. Зависимости между напряжениями и деформациями для известной траектории нагружения находим, задаваясь рядом точек на этой траектории и определяя соответствующую траекторию центра поверхности нагружения и компоненты девиатора пластических деформаций e_{ij}^p или их приращений de_{ij}^p . Суммируя эти приращения и добавляя к ним упругие составляющие, а также учитывая условие несжимаемости, получаем ряд последовательных значений полных деформаций ε_{ij} .

В качестве примера рассмотрим траекторию нагружения, имеющую вид некоторой произвольной монотонно возрастающей кривой OMN (рис. 3). Зададимся на этой кривой рядом точек $S^{(1)}, S^{(2)}, S^{(3)}, \dots, S^{(n)}$, характеризующихся соответственно векторами $\vec{S}^{(1)}, \vec{S}^{(2)}, \vec{S}^{(3)}, \dots, \vec{S}^{(n)}$, причем $|\vec{S}| = (S_i S_j)^{1/2}$ и $|\vec{S}^{(1)}| > R_0 = \sqrt{2/3} \sigma_T$, где σ_T – исходный предел теку-

чести. Тогда каждой из точек будет соответствовать некоторое положение центра поверхности нагружения, определяемое вектором $\vec{a}^{(k)}$ ($k = 1, 2, 3, \dots$). При этом соответствующие точкам $S^{(k)}$ компоненты девиатора напряжений $\{S_{ij}\}$ находятся с помощью соотношений (1), а компоненты тензора деформаций $\{\varepsilon_{ij}\}$ – как сумма упругих ε_{ij}^e и пластических ε_{ij}^p составляющих.

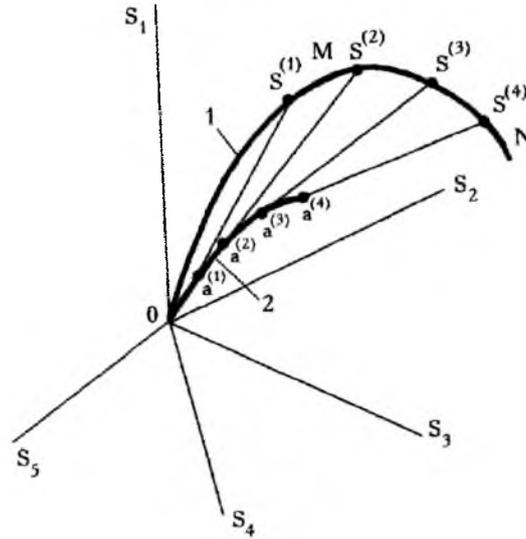


Рис. 3. Схема определения связи между напряжениями и деформациями с помощью графо-аналитического метода: 1 – траектория нагружения; 2 – траектория центра поверхности нагружения.

При этом значения a_i вычисляются последовательно для каждой точки. Вначале через точки O и $S^{(1)}$ проводим прямую

$$\frac{S_1 - S_1^{(1)}}{S_1^{(1)}} = \frac{S_2 - S_2^{(1)}}{S_2^{(1)}} = \frac{S_3 - S_3^{(1)}}{S_3^{(1)}} = \frac{S_4 - S_4^{(1)}}{S_4^{(1)}} = \frac{S_5 - S_5^{(1)}}{S_5^{(1)}}, \quad (23)$$

а с центром в точке $S^{(1)}$ – сферу

$$(S_i - S_i^{(1)})(S_i - S_i^{(1)}) = R_0^2. \quad (24)$$

В результате совместного решения (23) и (24) получаем в первом приближении координаты a_i центра поверхности нагружения, соответствующего точке $S^{(1)}$, и модуль вектора смещения $|\vec{a}|$. С помощью известной функции $a(\varepsilon_i^p)$ определяем величину ε_i^p , а по функции $R(\varepsilon_i^p)$ уточняем значение радиуса R . Подставляя R в (26) вместо R_0 и решая это уравнение совместно с (23), находим величины a_i и $|\vec{a}|$ во втором приближении. Процесс вычислений продолжается до тех пор, пока не будет удовлетворено

условие $|\bar{a}^{(k+1)}| - |\bar{a}^{(k)}| \leq \delta$, где, как и выше, k – номер приближения; δ – погрешность.

Определенные таким образом значения координат центра поверхности нагружения, модуля вектора смещения и радиуса обозначим соответственно $a_i^{(1)}; |\bar{a}_i^{(1)}|$ и R . Через точки $a^{(1)}$ и $S^{(2)}$ проводим прямую

$$\frac{S_1 - S_1^{(2)}}{a_1^{(1)} - S_1^{(2)}} = \frac{S_2 - S_2^{(2)}}{a_2^{(1)} - S_2^{(2)}} = \frac{S_3 - S_3^{(2)}}{a_3^{(1)} - S_3^{(2)}} = \frac{S_4 - S_4^{(2)}}{a_4^{(1)} - S_4^{(2)}} = \frac{S_5 - S_5^{(2)}}{a_5^{(1)} - S_5^{(2)}}, \quad (25)$$

а с центром в точке $S^{(2)}$ – сферу

$$(S_i - S_i^{(2)})(S_i - S_i^{(2)}) = (R^{(1)})^2. \quad (26)$$

Из совместного решения уравнений (25) и (26) определяем положение центра поверхности нагружения, соответствующее точке $S^{(2)}$. Выполняя последовательно описанную выше процедуру в отношении оставшихся точек $S^{(3)}, \dots, S^{(n)}$, построим траекторию центра поверхности нагружения и определим соответствующие приращения $da_1, d|\bar{a}|$ и $d\varepsilon_i^p$. Подставляя указанные значения в (10), находим компоненты тензора деформаций $\{\varepsilon_{ij}^p\}$ или их приращений $\{d\varepsilon_{ij}^p\}$. Добавляя к ним упругие составляющие, определяем полные значения компонент тензора деформаций $\{\varepsilon_{ij}\}$.

Заметим, что в случае знакопостоянных процессов нагружения, когда $d|\bar{S}| > 0$ (при этом единственность диаграммы деформирования $\sigma_i(\varepsilon_i)$ сохраняется), необходимость в последовательных приближениях при вычислении величины a_i отпадает, поскольку конечное значение радиуса R , входящего в уравнение поверхности нагружения, определяется для каждой конкретной величины $|\bar{S}| = \sqrt{2/3} \sigma_i$ с помощью функций $\sigma_i(\varepsilon_i^p)$ и $R(\varepsilon_i^p)$ путем исключения общего аргумента ε_i^p .

Экспериментальная проверка метода. Рассмотрим примеры экспериментальной проверки предложенного метода, проведенной на основе испытания оболочечных конструкций, при оценке НДС по упрочнению материала конструкции и пластических индикаторов.

1. Круговая цилиндрическая оболочка диаметром $D = 1500$ мм и толщиной стенки $h = 4$ мм с днищами нагружалась внутренним давлением до $p = 10,2$ МПа, при котором произошло ее разрушение. Материал оболочки – высокопрочная стали 28ХЗСНМВФА. Графики функций $\sigma_i(\varepsilon_i^p)$ и $a(\varepsilon_i^p)$ этой стали, построенные по данным испытаний на одноосное растяжение, приведены на рис. 4. Систему координат z, θ, r расположим таким образом, чтобы ось z совпадала с направлением оси оболочки, а оси θ и r были ориентированы соответственно в окружном и радиальном направлениях.

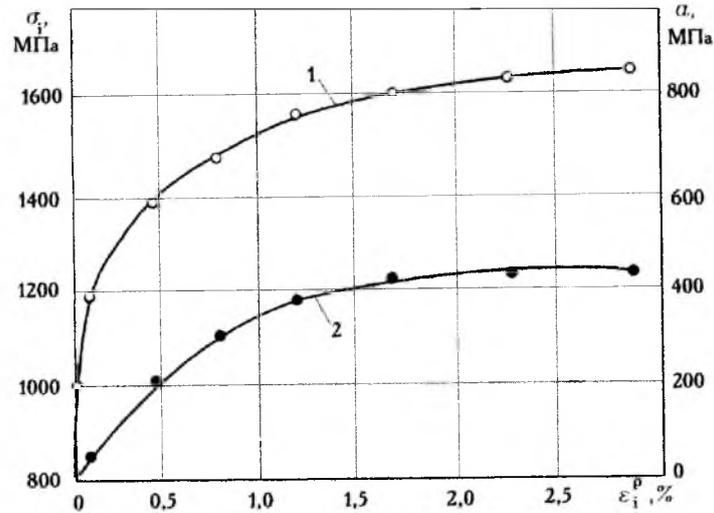


Рис. 4. Графики функций $\sigma_i(\varepsilon_i^p)$ – 1 и $a(\varepsilon_i^p)$ – 2 стали 28X3СНМВФА.

Под действием внутреннего давления p в обечайке возникает двухосное напряженное состояние, характеризуемое растягивающими осевым σ_z и окружным σ_θ напряжениями, которые определяются по формулам

$$\sigma_z = \frac{p(D - 2h)}{4h}; \quad \sigma_\theta = \frac{p(D - 2h)}{2h}, \quad (27)$$

где D – наружный диаметр оболочки; h – толщина стенки.

В соответствии с (27) достигнутому уровню давления $p = 10,2$ МПа соответствуют разрушающие напряжения $\sigma_z^p = 940$ МПа; $\sigma_\theta^p = 1880$ МПа и $\sigma_i^p = 1620$ МПа. По данным испытаний на одноосное растяжение образцов, вырезанных из стенки разрушенной обечайки в осевом и окружном направлениях (по пять образцов в каждом направлении), получим осредненные значения $\sigma_{zT} = 1020$ МПа, $\sigma_{\theta T} = 1480$ МПа. Пределы текучести σ_{zT} и $\sigma_{\theta T}$ находили по допуску на пластическую деформацию 0,2%.

Принимая в первом приближении $a^{(1)} = 0$, по графикам $\sigma_i(\varepsilon_i^p)$ и $a(\varepsilon_i^p)$ – рис. 4 определяем $\sigma_i^{(1)} = 1000$ МПа. По формуле (14) получаем $R^{(1)} = 816$ МПа. Подставив эти значения в (13), во втором приближении запишем: $a_1^{(2)} = 15$ МПа, $a_2^{(2)} = 384$ МПа, $a^{(2)} = 385$ МПа. По графикам $\sigma_i(\varepsilon_i^p)$ и $a(\varepsilon_i^p)$ имеем $\sigma_i^{(2)} = 1580$ МПа, по формуле (14) – $R^{(2)} = 906$ МПа. В третьем приближении по этим данным находим: $a_1^{(3)} = 14$ МПа, $a_2^{(3)} = 390$ МПа, $a^{(3)} = 390$ МПа, $\sigma_i^{(3)} = 1590$ МПа. Как видно, расхождение между величинами $\sigma_i^{(3)}$ и $\sigma_i^{(2)}$ является незначительным, что позволяет ограничиться тремя приближениями и принять $\sigma_i = 1590$ МПа. По формулам (12) находим $\sigma_{11} = \sigma_z = 975$ МПа, $\sigma_{22} = \sigma_\theta = 1840$ МПа. Сопоставление этих

данных с экспериментальными показывает, что погрешность в определении величин σ_i^p , σ_z^p , σ_θ^p в рассмотренном случае не превышает 5%.

Для оценки деформированного состояния, учитывая, что нагружение обечайки простое, воспользуемся соотношениями теории малых упруго-пластических деформаций. С учетом принятых обозначений имеем

$$\begin{aligned}\varepsilon_z &= \left(\frac{\varepsilon_i}{\sigma_i} + \frac{1-2\mu}{3E} \right) \sigma_z - \left(\frac{\varepsilon_i}{2\sigma_i} - \frac{1-2\mu}{3E} \right) \sigma_\theta; \\ \varepsilon_\theta &= \left(\frac{\varepsilon_i}{\sigma_i} + \frac{1-2\mu}{3E} \right) \sigma_\theta - \left(\frac{\varepsilon_i}{2\sigma_i} - \frac{1-2\mu}{3E} \right) \sigma_z.\end{aligned}\quad (28)$$

Входящие в (28) такие упругие характеристики, как модуль Юнга E и коэффициент Пуассона μ , для стали 28Х3СНМВФА соответственно равны $2,05 \cdot 10^5$ МПа и 0,28. Из рис. 4 следует, что при $\sigma_i = 1590$ МПа интенсивность пластических деформаций ε_i^p составляет 1,48%. Соответствующую величину интенсивности упругих деформаций ε_i^e вычисляем по формуле

$$\varepsilon_i^e = \frac{2}{3} \frac{\sigma_i(1+\mu)}{E}, \quad (29)$$

которая вытекает из выражения для ε_i , полагая $\varepsilon_i = \varepsilon_i^e$; $\sigma_z/\varepsilon_z = E$ и $\mu^* = \mu$. Подставляя в (29) значения E и μ , имеем $\varepsilon_i^e = 0,66\%$, откуда $\varepsilon_i = \varepsilon_i^e + \varepsilon_i^p = 2,14\%$. Тогда согласно (28) получим $\varepsilon_z = 0,28\%$, $\varepsilon_\theta = 2,03\%$.

Практически к тому же результату можно прийти, вычисляя пластические составляющие ε_z^p и ε_θ^p с помощью соотношений (10).

2. Круговая цилиндрическая оболочка, размеры и материал которой аналогичны указанным в п. 1, подвергалась нагружению внутренним давлением до $p = 8,45$ МПа. Предварительно до нагружения на поверхности оболочки был установлен пластический индикатор, выполненный из стали 28Х3СНМВФА в виде пластины размером $80 \times 100 \times 0,5$ мм. Пластический индикатор закрепляли по контуру с помощью точечной сварки таким образом, что его длинная сторона была ориентирована в направлении оси оболочки, а короткая – в окружном направлении.

После нагружения оболочки пластический индикатор снимали и из него изготавливали две группы образцов (по три в каждой), ориентированные соответственно в осевом и окружном направлениях. По данным испытаний образцов на одноосное растяжение установлены следующие осредненные значения пределов текучести: $\sigma_{zT} = 950$ МПа, $\sigma_{\theta T} = 1370$ МПа. Аналогично п. 1, используя графики $\sigma_i(\varepsilon_i^p)$ и $a(\varepsilon_i^p)$ – рис. 4, путем последовательных приближений находим: $a_1 = -5$ МПа, $a_2 = 290$ МПа, $a = 290$ МПа и $\sigma_i = 1470$ МПа, $\sigma_z = 823$ МПа, $\sigma_\theta = 1697$ МПа. Значения напряжений σ_z и σ_θ , вычисленные по формулам (27), при указанных выше внутреннем давлении и

размерах оболочки соответственно равны 804 и 1607 МПа. Заметим, что поскольку в данном случае исследуемая оболочка и пластический индикатор изготовлены из одного и того же материала, напряжения в них будут одинаковые.

3. Широкая пластина при одноосном упругопластическом растяжении. Как известно [16, 17], при одноосном растяжении широкой пластины в области развитых пластических деформаций в связи с их стесненностью возникает двухосное напряженное состояние. Воспользовавшись вышерассмотренным методом, с помощью экспериментальных данных работы [32] оценим характер напряженно-деформированного состояния пластины в зависимости от уровня предварительной пластической деформации растяжения ε^P . На пластинах из углеродистой стали 60 изучалось деформационное упрочнение материала. При этом партию пластин размером $600 \times 70 \times 2,5$ мм подвергали предварительному растяжению осевой силой, причем каждую из них растягивали до своего уровня пластической деформации ε^P . Из деформированных пластин вырезали образцы с различной ориентацией по отношению к направлению предварительного растяжения. По данным испытаний образцов на одноосное растяжение определяли значения предела текучести, в том числе в продольном σ_{1T} и в поперечном σ_{2T} направлениях. В исходном, недеформированном состоянии материал практически изотропен, пределы текучести и прочности составляли 410 и 860 МПа соответственно.

При определении напряжений σ_{11} и σ_{22} в пластине и деформаций ε_{11} и ε_{22} использовали устанавливаемые из опытов на одноосное растяжение инвариантные к виду напряженного состояния функции $a(\varepsilon_i^P)$ и $R(\varepsilon_i^P)$. В случае одноосного растяжения, когда $\varepsilon_i^P = \varepsilon^P$, эти функции для стали 60 описываются следующими эмпирическими уравнениями [15]:

$$a = 78(\varepsilon_i^P)^{0,6}; \quad (30)$$

$$R = 335 + 18\varepsilon_i^P \quad (\varepsilon_i^P = 0...5\%). \quad (31)$$

При $\varepsilon_i^P > 5\%$ имеем $R = 425$ МПа = const.

Деформации ε_{11} и ε_{22} можно определить из соотношений (12) в зависимости от параметров a_1 и a_2 .

Численные значения напряжений σ_{11} , σ_{22} и деформаций ε_{11}^P , ε_{22}^P для разных уровней пластической деформации ε^P приведены в таблице. Там же указаны соответствующие значения пределов текучести σ_{1T} и σ_{2T} (каждое из значений получено путем осреднения результатов испытания трех образцов).

На рис. 5 представлены зависимости отношений σ_{22}/σ_{11} и $\varepsilon_{22}^P/\varepsilon_{11}^P$ от ε^P . Видно, что до определенной величины ε^P напряженное состояние пластины является одноосным. С развитием пластической деформации возникает поперечное напряжение σ_{22} , и соотношение σ_{22}/σ_{11} изменяется,

стремясь к 0,5, что согласуется с данными работ [16, 17]. Отношение $\varepsilon_{22}^p / \varepsilon_{11}^p$ при этом увеличивается от $-0,5$ (одноосное растяжение) до нуля.

Таким образом, при одноосном растяжении широкой пластины (в рассматриваемом случае отношение ширины к толщине составляет 28) в области развитых пластических деформаций наряду с продольным напряжением появляется поперечное. С ростом пластической деформации поперечное напряжение увеличивается, причем изменяется оно непропорционально по отношению к продольному. Поперечная деформация, являясь отрицательной, с ростом поперечного напряжения увеличивается, приближаясь к нулю.

Значения напряжений и деформаций в пластине при разных уровнях пластической деформации

$\varepsilon^p, \%$	$\sigma_{1T}, \text{МПа}$	$\sigma_{2T}, \text{МПа}$	$\sigma_{11}, \text{МПа}$	$\sigma_{22}, \text{МПа}$	$\varepsilon_{11}^p, \%$	$-\varepsilon_{22}^p, \%$
1,5	565	364	556	-19	1,82	0,91
3,2	672	360	684	25	3,17	1,46
5,1	749	365	793	84	5,01	1,90
7,0	822	370	998	424	8,23	0,66

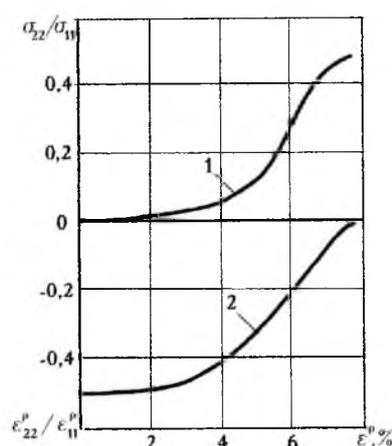


Рис. 5. Зависимости отношений напряжений σ_{22}/σ_{11} (кривая 1) и деформаций $\varepsilon_{22}^p/\varepsilon_{11}^p$ (кривая 2) от уровня пластической деформации ε^p при одноосном растяжении пластины.

Заключение. Изложены основы метода оценки напряженно-деформированного состояния и прочности элементов конструкций, базирующегося на модели деформационного упрочнения материала, в которой использована концепция поверхности нагружения. Уровень напряжений в конструкции определяется по упрочнению материала конструкции или прикрепляемых к ней в ненагруженном состоянии пластических индикаторов. Для перехода от напряжений к деформациям используются соотношения теории малых упругопластических деформаций и номограммы деформаций.

Опробование метода на натурных конструкциях оболочечного типа свидетельствует о возможности его применения с достаточной для инженерной практики точностью в случае статического нагружения по прямолинейным траекториям и траекториям деформирования малой кривизны.

Резюме

Викладено основи методу визначення напружено-деформованого стану і міцності елементів конструкцій при навантаженні по прямолінійних траєкторіях та траєкторіях малої кривини шляхом врахування деформаційного зміцнення матеріалу конструкції або прикріплених до неї пластичних індикаторів. Метод базується на моделі зміцнення, згідно з якою поверхня навантаження, що поділяє області пружного та пружно-пластичного деформування, під час деформування поза межею пружної області змінює свої розміри та зсувається в напрямку вектора, що з'єднує її центр із зображуючою точкою на траєкторії навантаження. Припускається, що у вихідному стані матеріал ізотропний, виконуються гіпотези про єдину криву деформування та пропорційність девіаторів напружень і деформацій.

1. Касаткин Б. С., Кудрин А. Б., Лобанов Л. М. и др. Экспериментальные методы исследования деформаций и напряжений. Справ. пособие. – Киев: Наук. думка, 1981. – 583 с.
2. Финк К., Рорбах Х. Измерение напряжений и деформаций. – М.: Машгиз, 1961. – 535 с.
3. Сухарев И. П. Экспериментальные методы исследования деформаций и прочности. – М.: Машиностроение, 1987. – 212 с.
4. Пригоровский Н. И. Методы и средства определения полей деформаций и напряжений. Справочник. – М.: Машиностроение, 1983. – 248 с.
5. Малащенко С. В., Чекин О. Н., Дышель М. Ш. и др. Исследование материалов и элементов конструкций пневматическими измерителями. – Киев: Наук. думка, 1983. – 160 с.
6. Дель Г. Д. Технологическая механика. – М.: Машиностроение, 1978. – 174 с.
7. Гузь А. Н., Гарф М. Э., Малащенко С. В. и др. Неразрушающий контроль материалов и элементов конструкций. – Киев: Наук. думка, 1981. – 276 с.
8. Баш В. Я. Исследование напряжений и деформаций термоэлектрическим методом. – Киев: Наук. думка, 1984. – 98 с.
9. Лебедев А. А., Музыка Н. Р., Волчек Н. Л., Недосека С. А. Контроль текущего состояния металла труб действующих газопроводов. Метод исследования и результаты // Пробл. прочности. – 2003. – № 2. – С. 29 – 36.
10. Бородачев Н. М. Предельное состояние трубопровода, подверженного коррозии // Там же. – 2002. – № 6. – С. 89 – 95.
11. Ильюшин А. А. Пластичность. Основы общей математической теории. – М.: Изд-во АН СССР, 1963. – 272 с.
12. Алфутова Н. Б. Об одной задаче генезиса в случае предварительного простого нагружения // Вестн. Моск. ун-та. Сер. 1. Математика и механика. – 1984. – № 5. – С. 50 – 52.

13. Дегтярев В. П. Приближенное решение задачи генезиса начальных свойств и состояний // Пробл. прочности. – 1975. – № 12. – С. 17 – 20.
14. Талыпов Г. Б. Пластичность и прочность стали при сложном нагружении. – Л.: Изд-во Ленингр. ун-та, 1968. – 134 с.
15. Каминский А. А., Бастун В. Н. Деформационное упрочнение и разрушение металлов при переменных процессах нагружения. – Киев: Наук. думка, 1985. – 167 с.
16. Lebedev A. A., Koval'chuk B. I., Giginjak F. F., and Lamashevsky V. P. Handbook of mechanical properties of structural materials at a complex stress state. – New York: Begell House, Inc. Publishers, 2000. – 500 p.
17. Лебедев А. А., Ковальчук Б. И., Гигиняк Ф. Ф., Ламашевский В. П. Механические свойства конструкционных материалов при сложном напряженном состоянии. – Киев: Издательский Дом “Ин Юре”, 2003. – 535 с.
18. Michno M. and Findley W. An historical peroperspective of yield surface investigations for metals // Int J. Non-Linear Mech. – 1976. – **11**, No. 1. – P. 59 – 82.
19. Бастун В. Н. К оценке прочности материала при двухосном растяжении по степени деформационного упрочнения // Завод. лаб. – 1980. – № 5. – С. 457 – 458.
20. Бастун В. Н. Об определении прочности конструкций на основе учета деформационного упрочнения материала // Пробл. прочности. – 1981. – № 1. – С. 35 – 38.
21. Бастун В. Н. К решению задачи генезиса деформационной анизотропии в металлах при простом нагружении // Прикл. механика. – 1984. – **20**, № 4. – С. 82 – 88.
22. Бастун В. Н. О неразрушающем контроле напряженно-деформированного состояния элементов конструкций на основе решения задачи генезиса деформационной анизотропии // Там же. – 1989. – **25**, № 3. – С. 58 – 64.
23. Бастун В. Н. О решении задачи генезиса деформационной анизотропии в тонкостенных элементах конструкций // Там же. – 1995. – **31**, № 5. – С. 42 – 47.
24. Камінський А. О., Бастун В. М., Карпов С. В. Деякі методи оцінки напружено-деформованого стану магістральних газопроводів у процесі експлуатації // Вісн. АН УРСР. – 1985. – № 11. – С. 62 – 67.
25. Кадашевич Ю. И., Новожилов В. В. Теория пластичности, учитывающая остаточные микронапряжения // Прикл. математика. – 1958. – **22**, № 1. – С. 78 – 89.
26. А.с. 1024691 СССР, МКИ G01 В 5/30. Способ определения напряжений в конструкциях / В. Н. Бастун, А. М. Тонконоженко // Открытия. Изобретения. – 1983. – № 23. – С. 118.
27. А.с. 1118158 СССР, МКИ G01 В 5/30. Способ определения напряжений в конструкциях / В. Н. Бастун, А. А. Каминский, С. В. Карпов // Открытия. Изобретения. – 1985. – № 47. – С. 126.

28. *А.с. 1300292 СССР, МКИ G01 В 7/18. Датчик для контроля уровня напряжений в конструкциях / В. Н. Бастун, А. А. Каминский, С. В. Карпов // Открытия. Изобретения. – 1987. – № 12. – С. 112.*
29. *Бастун В. Н., Тонконоженко А. М. Об определении величины напряжений при помощи датчиков упрочнения // Завод. лаб. – 1986. – № 5. – С. 81 – 82.*
30. *Бастун В. Н., Шкаранута Л. М. К определению связей между напряжениями и деформациями при сложных процессах нагружения на основе учета деформационного упрочнения материала // Пробл. прочности. – 1987. – № 6. – С. 49 – 54.*
31. *Арутюнян Р. А. О циклическом нагружении упруго-пластической среды // Изв. АН СССР. Механика и машиностроение. – 1964. – № 4. – С. 89 – 91.*
32. *Островский А. А. Влияние предварительной пластической деформации на формоизменение кривых предельных состояний // Пробл. прочности. – 1973. – № 6. – С. 70 – 73.*

Поступила 24. 12. 2003