

СКА DERIVE И МАХИМА В УЧЕБНОЙ ФИЗИЧЕСКОЙ ЛАБОРАТОРИИ

Abstract: The main of using CAS Derive, Maxima and scientific calculators TI-89/92 in the course of physics are directions described. These fields are: analytical and numerical transformations, dimensional analysis, accuracy analysis, dimensional method of solving physical problems, main icons creation, integral notions perception, logical and visual thinking development, experiments planning and results processing, clear vector and matrix operations representation.

Key words: bearing images, symbol transformations visual arithmetic, vector and matrix representation.

Анотація: Описані основні напрями використання системи комп'ютерної алгебри Derive, Maxima і TI-89/92 в курсі фізики, тобто аналітичні і числові перетворення, аналіз розмірності і точності, вирішення задач методом розмірності, створення опорних образів, розвиток логічного і образного мислення, формування цілісного уявлення про явище, яке вивчається, планування і обробка результатів фізичного експерименту, наочне представлення векторних і матричних операцій.

Ключові слова: опорні образи, символічні перетворення, візуальна арифметика, векторні і матричні представлення.

Аннотация: Описаны основные направления использования системы компьютерной алгебры Derive, Maxima и TI-89/92 в курсе физики, то есть аналитические и численные преобразования, анализ размерности и точности, решение задач методом размерности, создание опорных образов, развитие логического и образного пространственного мышления, формирование целостного представления об изучаемом явлении, планирование и обработка результатов физического эксперимента, наглядное представление векторных и матричных операций.

Ключевые слова: опорные образы, символные преобразования, визуальная арифметика, векторные и матричные представления.

1. Введение

Часто на занятиях по физике много времени тратится на такие рутинные математические операции, как вычисление по формулам с проверкой размерности, решение уравнений и их систем, построение графиков, аппроксимация экспериментальных данных графическим методом и т.д. Все это нужно уметь делать вручную, но на определенном этапе такую работу вполне можно поручить компьютеру или мощному графоаналитическому калькулятору (TI-89, TI-92, Voyage-200, HP-48). Для того, чтобы не утонуть в огромном количестве различных узкоспециализированных программ, стоит выбрать несколько универсальных программ, ориентированных на достаточно широкий круг решаемых задач. Для написания писем, статей, книг, создания визиток используют один из текстовых редакторов, например, Write или Word; для расчета по таблицам – одну из электронных таблиц, например, Excel или Calc, а для выполнения математических расчетов лучше всего подойдет одна из систем компьютерной алгебры (СКА), например, Derive [1] или свободная Maxima [2]. После небольшой настройки эти СКА заменят учащимся калькулятор при расчетах по формулам, позволят численно и/или аналитически решать уравнения и их системы, построят двумерные ($f(x)$) графики и поверхности ($f(x, y)$) в трехмерном пространстве, а при связи с 3D-программой DPGraph позволят создавать и просматривать интерактивные математические фильмы, т.е. изменяющиеся во времени поверхности, которые можно поворачивать в любом направлении в реальном масштабе времени так, как будто живая поверхность находится в руках. Задачей нашего исследования было внедрение СКА в учебный процесс, добавив недостающие свойства к имеющимся в нашем распоряжении СКА (Derive и свободная Maxima). Даже для специально разработанного для учебного процесса калькулятора TI-92, позволяющего находить

численные и аналитические решения, строить двумерные и трехмерные графики и производить вычисления с учетом размерности физических величин, пришлось создать утилиту решения физических задач методом теории размерности.

СКА “Математический помощник Derive” используется в Московском педагогическом государственном университете уже около 10 лет. Эта программа оказалась удобной при создании опорных образов, выполнении аналитических и численных преобразований, решении уравнений и их систем, анализе размерности и точности, развитии визуального мышления, обработке экспериментальных данных в физической лаборатории, создании физико-математических мультфильмов и т.д. [3].

2. Опорные образы

Опорные образы – это картинки, на которых отражены основные понятия и положения выбранной темы. Они обычно состоят из трех основных частей: схематичного видеообраза типичной ситуации, в которой встречается изучаемое явление, аналитического описания в виде формулы и/или уравнений и соответствующих им графиков и/или решений, иллюстрирующих основные свойства. В некоторых случаях первую и третью части удастся совместить, как это сделано нами при создании опорного образа по школьной теме “Движение тела, брошенного под углом к горизонту” (рис. 1), где наглядно показана зависимость дальности полета от начальной скорости и угла бросания, а также приведен пример равной дальности при разных углах.

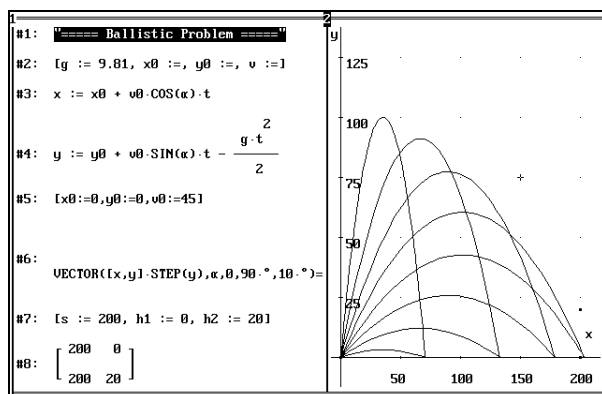


Рис. 1. Движение тела, брошенного под углом к горизонту

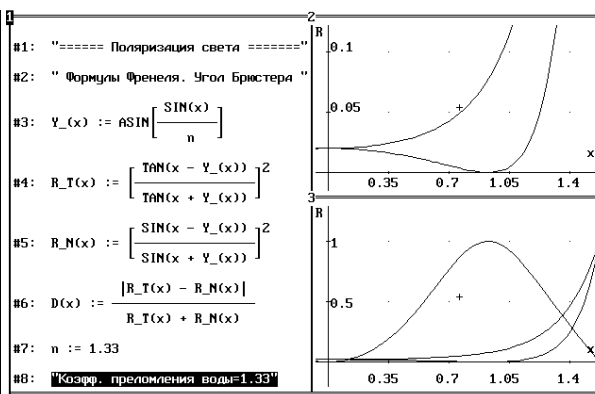


Рис. 2. Формулы Френеля. Угол Брюстера

В другом примере (рис. 2) все формулы, необходимые для изучения отражения поляризованного света от диэлектрика, даны в левом окне, а соответствующие им графики для случая отражения от поверхности воды (показатель преломления =1,33) в окнах 2 и 3 в разных масштабах. Осталось даже место для степени поляризации D и ее графика. Обозначения: x и y – углы падения и отражения, R – коэффициент отражения (reflection) для тангенциальной (T) и нормальной (N) поляризаций, D – степень (degree) поляризации. Такой образ, однако, не избавляет от необходимости представления схематического, не загроможденного ненужными деталями, рисунка, напоминающего суть явления и основные обозначения.

3. Аналитические преобразования

Основное назначение СКА – производить символьные преобразования с формулами. Рассмотрим это свойство Derive на примере слегка измененной задачи из школьного задачника о взлете самолета (рис. 3). Нам нужно проделать только физическую часть решения, т.е. составить систему уравнений, соответствующую задаче (1-ый аргумент функции SOLVE_()) и немного помочь Derive, определив последовательность решения уравнений и относительно какой переменной их решать (2-ой аргумент). Всю рутинную часть работы выполнит компьютер и через несколько секунд найдет аналитическое решение для всех переменных этой простой нелинейной системы уравнений. Остается только произвести проверку размерности и подставить исходные данные.

#1: " Самолет массой 1000±10 кг пробежал по взлетной полосе 300±10 метров, "

#2: " набрал взлетную скорость 30±2 м/с и взлетел. Найти мощность двигателя "

#3: " и силу тяги, если коэффициент трения о землю и воздух равен 0.03±0.002 " #5: "Подстановка исходных данных, проверка размерности и оценка точности "

#4: SOLVE

$$\begin{bmatrix} u = a \cdot t \\ s = \frac{a \cdot t^2}{2} \\ f = m \cdot a + m \cdot g \cdot k \\ u = \frac{f \cdot s}{t} \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} t \\ a \\ f \\ u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{2 \cdot s}{u} \\ \frac{2}{u} \\ \frac{a \cdot u}{2 \cdot s} \\ f = g \cdot k \cdot m + \frac{m \cdot u}{2 \cdot s} \\ \frac{m \cdot u \cdot (2 \cdot g \cdot k \cdot s + u)}{4 \cdot s} \end{bmatrix}$$

#6: EVAL

$$\begin{bmatrix} \frac{2 \cdot s}{u} & c \\ \frac{2}{u} & m \\ a = \frac{u}{2 \cdot s} & \frac{m}{c} \\ f = g \cdot k \cdot m + \frac{m \cdot u}{2 \cdot s} & H \\ \frac{m \cdot u \cdot (2 \cdot g \cdot k \cdot s + u)}{4 \cdot s} & Bm \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} u=30 & \pm 2 & \frac{m}{c} \\ m=1000 & \pm 10 & \text{кг} \\ s=300 & \pm 10 & m \\ k=0.03 & \pm 0.002 & 1 \\ g=9.81 & \pm 0.01 & \frac{m}{c} \end{bmatrix}$$

Рис. 3. Решение системы уравнений из задачи о взлете самолета

Рис. 4. Проверка размерности, подстановка исходных данных и расчет точности

4. Анализ размерности и точности

При расчетах в СКА и графоаналитических калькуляторах физические величины можно представлять в виде численного значения и соответствующей размерности. Это, конечно, требует большего числа нажатий на клавиши, но зато физические константы можно вводить сокращенно (например, ускорение свободного падения – $_g$, скорость света в вакууме – $_c$, число Авогадро – $_Na$). Результат расчета также представляется в виде числа и размерности, выраженной через основные единицы СИ. Нами разработаны утилиты (Derive, Maxima) поддержки вычислений с размерностью и решением физических задач методами теории размерности (Derive, Maxima, TI-89, TI-92, Voyage-200). К сожалению, применение ноутбуков на занятиях сильно ограничено их ценой, большим размером и хрупкостью экрана. Однако на некоторых современных КПК Derive и Maxima идут под MS Windows CE, и поэтому есть надежда, что эти СКА смогут найти достаточно широкое применение на занятиях по физике и математике.

Идея оценки точности результатов вычислений по точности исходных данных очень проста, но ее реализация требует громоздких и утомительных вычислений. В этом опять помогает Derive (рис. 4). Первый аргумент функции EVAL_() – это результат SOLVE_(), к которому дописан столбец размерности величин, а второй аргумент – значения, точность и размерность исходных данных. Если размерность первого и второго аргументов соответствуют друг другу, то заданные значения и их точность из 2-го аргумента подставляются в первый и выдаются значения искомых параметров,

а также их точность и размерность, приведенная к основным единицам СИ. Если такого соответствия не получается, то возвращается сообщение “Ошибка в размерности”.

5. Векторное и матричное представление

Derive поддерживает не только формулы со скалярными величинами, но также с векторными и комплексными. Пример компактного векторного описания эффекта Доплера и соответствующая поверхность частоты принимаемого сигнала в зависимости от положения наблюдателя относительно источника, а также скоростей источника и приемника изображены на рис. 5. Эту поверхность можно вращать вокруг разных осей и таким образом составить о ней более полное представление.

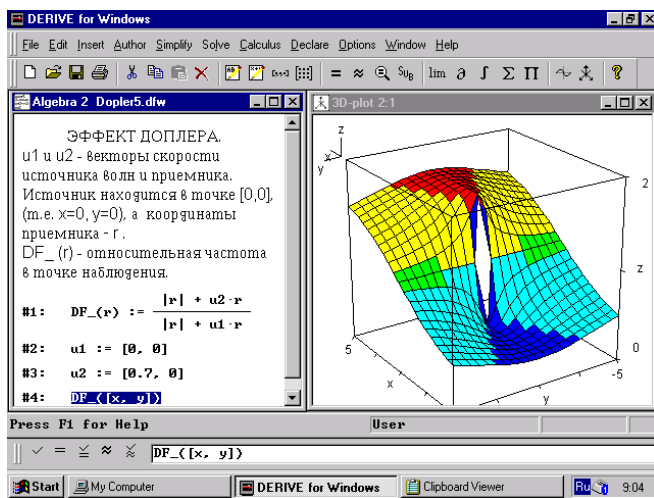


Рис. 5. Эффект Доплера

Применение операции интегрирования к элементам вектора позволило рассмотреть частный, но практически очень важный случай закона Био-Савара-Лапласа – получить выражение для магнитного поля параметрически заданного провода с током. Полученное выражение позволяет находить решение для большинства школьных вузовских задач на нахождение магнитного поля постоянного тока.

6. Компьютерное моделирование

Многие физические явления непосредственно наблюдать невозможно или очень сложно. В этом случае единственным выходом является компьютерное моделирование. Нами создана модель оптической скамьи с зеркалом произвольной формы, задаваемой уравнением. Имеется возможность строить падающие на зеркало и отраженные лучи. Эта модель позволила получить сферическую абберацию у сферического зеркала и подтвердить ее отсутствие у параболического зеркала для параксиальных лучей.

В следующей, приведенной ниже, задаче перед проведением реального эксперимента необходимы моделирование сложного движения и его оптимизация. Задача заключается в определении траектории, скорости и ускорения парашютиста, поднимаемого тросом с земли на пролетающий над ним со скоростью 180 км/час самолет. Такая задача является двухмерной и при учете растяжения капронового троса аналитического решения не имеет. Поэтому решаем получившуюся систему обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка численно методом Рунге-Кутты (рис. 6). Сравнение графиков, полученных при различных шагах интегрирования, показывает, что 20 точек на заданном интервале вполне достаточно. Четко выражено отличие при различных шагах для ускорения и скорости, а траектории почти не отличаются и состоят всего из двух прямолинейных участков, хотя скорость и ускорение свидетельствуют о наличии колебаний. Сильные осцилляции ускорения – явный признак

неоптимальности подъема. Оптимальная динамика подъема (рис. 7) будет обеспечиваться в некотором законе втягивания и стравливания троса. При этом перегрузки уменьшаются более, чем в 2 раза.

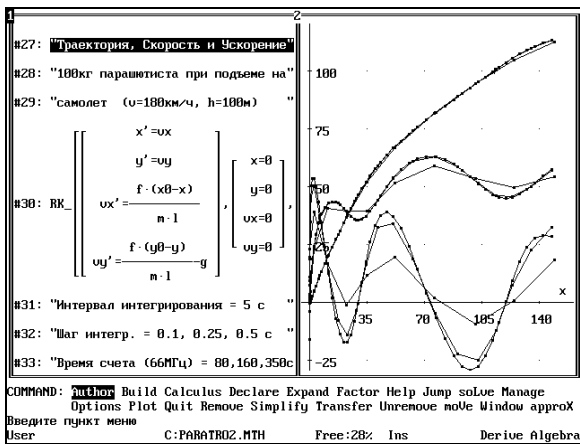


Рис. 6. Траектория, скорость и ускорение при мгновенном захвате троса

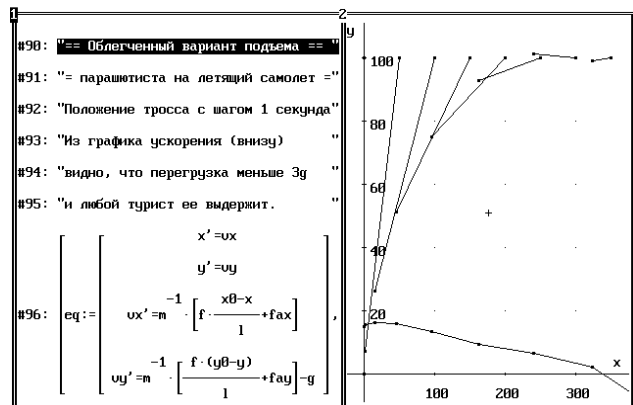


Рис. 7. Оптимизированная траектория парашютиста

7. Визуальная арифметика

Появление калькуляторов ни в коем случае не исключало необходимости уметь производить вычисления в уме. При правильном использовании они помогают научить устному счету. То же самое справедливо для графических и аналитических калькуляторов. SKA Derive при правильном применении позволяет быстрее и лучше научить устному счету не только с числами, но и с формулами и графиками.

Двух- и трехмерная визуальная арифметика развивает пространственное мышление. В одной из задач [5] требуется представить x , y и z компоненты электрического поля диполя (рис. 9), зная поле одного заряда (рис. 8). Для этого необходимо провести операции отражения, сдвига и сложения поверхностей.

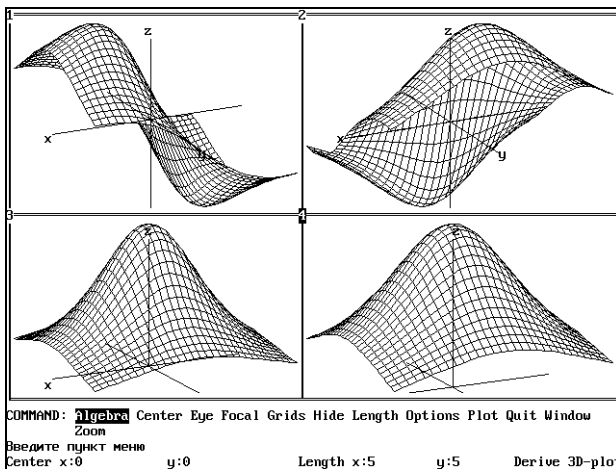


Рис. 8. Электрическое поле монополя

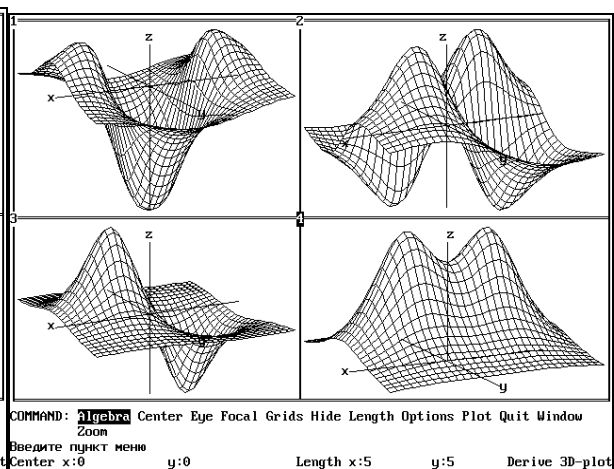


Рис. 9. Электрическое поле диполя

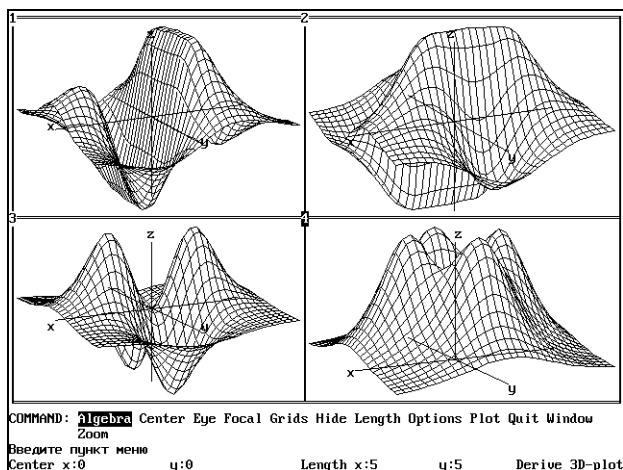


Рис. 10. Электрическое поле квадруполья

моделю, соединять их, вращать и на лету менять параметры, т.е. создавать простые интерактивные физико-математические мультфильмы. Мы создали простой преобразователь из формата Derive в формат DPGraph и появилась возможность получать графические движущиеся изображения выражений, полученных в Derive всего одним нажатием клавиши. Примером может служить цветная движущаяся модель гигантской океанской волны цунами (вид солитона, рис. 11).

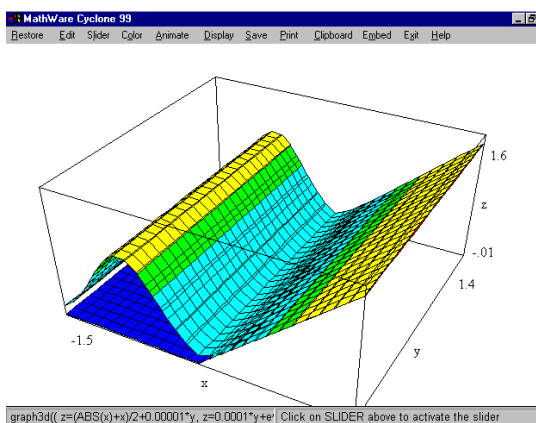


Рис.11. Видеомодель цунами

Представление электрического поля квадруполья E_x , E_y , E_z и $|E|$ (рис. 10) по полю диполя намного сложнее, но все-таки посилено для тех, у кого пространственное мышление является ведущим. Очевидно, что начинать следует с двумерной арифметики, т.е. операций с графиками функций одной переменной.

8. Интерактивное математическое видео

Derive вместе с DPGraph позволяет быстро и просто создавать необычные графические

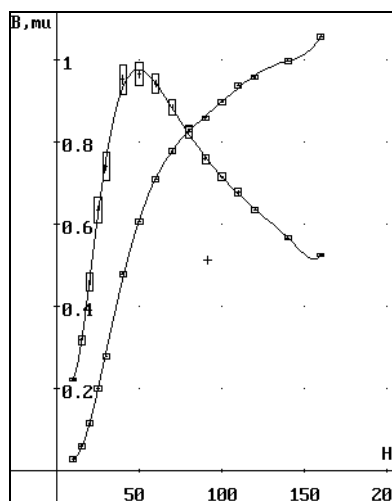


Рис. 12. Обработка экспериментальных результатов с учетом погрешности измерений

9. Реальный физический эксперимент

Derive полезен не только при компьютерном моделировании, но и при проведении экспериментов с реальными физическими объектами. Его применение в лабораторной работе по измерению зависимости магнитной проницаемости железа μ от напряженности магнитного поля H по измерениям магнитной индукции B позволило не только быстро пересчитывать таблицу экспериментально измеренных значений $B(H)$ в $\mu(H)$ и сразу построить соответствующие графики, но и провести оценку точности полученных результатов – доверительных интервалов, обозначенных прямоугольниками на рис. 12.

10. Выводы

Работа с СКА на семинарских, практических и лабораторных занятиях по физике показала, что при некоторой подстройке программного обеспечения СКА Derive и Maxima, а также калькуляторы TI-92 и Voyage-200 помогают:

- 1) выполнять аналитические и численные преобразования;
- 2) анализировать размерность и точность;
- 3) решать задачи методом размерности;
- 4) моделировать физические явления;
- 5) создавать опорные образы;
- 6) развивать как логическое, так и образное пространственное мышление;
- 7) формировать целостное представление об изучаемом явлении, используя его численное, аналитическое и образное представление;
- 8) планировать и обрабатывать результаты физических экспериментов;
- 9) шире использовать векторное и матричное исчисление.

Преимущества использования систем компьютерной алгебры (СКА) в обучении очевидны. Поддержка аналитических преобразований, мощная графика и обработка данных способствуют развитию способностей как учащихся, так и учащихся. Вопрос в том, чтобы их правильно применить.

Появление не очень дорогих и надежных КПК позволяет надеяться на реальность широкого внедрения СКА в учебный процесс. Основных проблем две: убедить преподавателей в полезности и необходимости применения СКА и обеспечить каждого учащегося КПК соответствующим ПО.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Derive – <http://www.derive.com>.
2. Maxima – <http://maxima.sourceforge.net>, <http://wxmaxima.sourceforge.net>.
3. Лабораторный практикум по общей и экспериментальной физике. – Разд. 6: Компьютер в учебной физической лаборатории / В.Н. Александров, С.В. Бирюков, И.А. Васильева и др. – М.: ИД “Академия”, 2004. – С. 415 – 435.
4. DPGraph – <http://www.dpggraph.com>.
5. Biryukov S.V. Teaching Physics with DERIVE // International DERIVE Journal. – 1995. – Vol. 2, N 2. – P. 51 – 76.
6. Kutzler B. The Algebraic Calculator as a Pedagogical Tool for Teaching Mathematics. <http://www.kutzler.com/bk/a-pt/ped-tool.html>.

Стаття надійшла до редакції 17.09.2008