ліновский, В. А. Герасименко // Вісник Хмельницького національного університету. — 2010. — № 4. — С. 102—110.
10. Корольов В. Ю. Стеганографічна персоналізація інформації на базі ПК / В. Ю. Корольов, В. В. Поліновский, В. А. Герасименко // Вісті Академії інженерних наук України. — 2009. — № 2 (39). — С. 18—24.
11. Fridrich J. Lossless Data Embedding — New Paradigm in Digital Watermarking / J. Fridrich, M. Goljan, R. Du // Special Issue on Emerging Applications of Multimedia Data Hiding. — 2002. — Vol. 2002, № 2. — P. 185—196.
12. Geetha S. Optimized Image Steganalysis through Feature Selection using MBEGA / S. Geetha, N. Kamaraj // International Journal of Computer Networks & Communications (IJCNC) — Vol. 2, № 4. — P. 161—175. — Режим доступу: http://128.84.158.119/ftp/arxiv/papers/1008/1008.2824.pdf.
13. Режим доступу: http://diit.sourceforge.net.
14. Режим доступу: http://dde.binghamton.edu.

The concept of new information technology research methods for stegoanalylsis and formulated requirements for such systems are given. Shown that the developed software allows to obtain a comprehensive assessment of the possibilities of methods for hiding data in images. Results of the software system shown on the RS-stegoanalysis for LSB-algorithms of hidden data detection.

Key words: *steganography, RS-stegoanalysis, information technologies.*

Отримано: 19.05.2011

УДК 519.6

Л. В. Мосенцова, аспирант

Институт проблем моделирования в энергетике
им. Г. Е. Пухова НАН Украины, г. Киев

О РЕШЕНИИ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ОБЛАСТИ РАЗМЕЩЕНИЯ ИСТОЧНИКА ТЕПЛА ПРИ ИЗВЕСТНЫХ ЗНАЧЕНИЯХ ВНЕШНЕЙ ТЕМПЕРАТУРНОЙ АНОМАЛИИ В СРЕДЕ MATLAB

Работа посвящена решению нелинейных интегральных уравнений Фредгольма-Урысона I рода в системе MATLAB, описывающих обратную задачу определения области размещения источника тепла при известных значениях внешней температурной аномалии.

Ключевые слова: *нелинейное интегральное уравнение, метод регуляризации Тихонова, параметр регуляризации, тепловое поле, Matlab.*

Введение. Актуальной проблемой при создании современных систем измерения, наблюдения и управления является создание программных систем, предназначенных для решения задач интерпретации наблюдений. Во многих случаях такие задачи формулируются в виде нелинейных интегральных уравнений первого рода [1]. Однако современные серийные типовые программные пакеты не охватывают своими возможностями данный класс задач. К этому классу относятся задачи интерпретации геотермических аномалий. Одной из таких задач является задача определения области размещения источника тепла по значениям внешней температурной аномалии. В связи с этим в данной работе рассматривается задача создания в системе Matlab [2] программных модулей для определения области размещения источника тепла по значениям внешней температурной аномалии λ .

Постановка задачи. Исследуется стационарное тепловое поле в однородной и изотропной среде и источники, которые действуют в интервале времени достижения установившегося теплового режима.

Рассмотрим полуограниченный однородный изотропный пласт в полуплоскости *XOZ*, в которой ось *OZ* направлена вертикально вниз, а ось *OX* — горизонтальная. Теплопроводность пласта равна. Пусть в некоторой ограниченной области *S* пласта действует источник интенсивности $q = q(\xi,\zeta)$, создающий вне области *S* температурную аномалию $U = U(x,z)$. Пусть область *S* ограничена прямой $z = H$ и кривой $\varphi(\xi) = H - z(\xi)$ для, $\xi \in [x_1, x_2]$, причем для $z(x_1) = z(x_2) = 0$, $0 < z(\xi) < H$ для $\xi \in (x_1, x_2)$. Тогда изменение $U(x,z)$ температуры, вызванное наличием источника тепла в области *S*, в любой точке вне области *S* определяется выражением

$$U(x,z) = \frac{1}{4\pi\lambda}\int_{x_1}^{x_2}\int_{H-z(\xi)}^{H} q(\xi,\zeta)\ln\frac{(x-\xi)^2+(z+\zeta)^2}{(x-\xi)^2+(z-\zeta)^2}d\zeta\, d\xi\,. \quad (1)$$

Пусть температурная аномалия измерена на глубине $z = h$ некотором интервале $[a,b]$, т.е. известны значения $U(x,h)$ для $x \in [a,b]$.

Тогда задача определения всего набора характеристик

$$\left\{x_1, x_2, H, z(\xi), \xi \in [x_1, x_2], q(\xi,\zeta) \in S\right\}$$

по значениям $U(x,h)$, $x \in [a,b]$ сводится к решению нелинейного операторного уравнения

$$A\left[x_1, x_2, H, z(\xi), q(\xi,\zeta)\right] \equiv \frac{1}{4\pi\lambda}\int_{x_1}^{x_2}\int_{H-z(\xi)}^{H} q(\xi,\zeta)\times$$
$$\times\ln\frac{(x-\xi)^2+(z+\zeta)^2}{(x-\xi)^2+(z-\zeta)^2}d\zeta\, d\xi = U(x,h),\; x \in [a,b]. \quad (2)$$

Так как единственность решения данной задачи в общей постановке не доказана [3], будем рассматривать упрощенную обратную задачу (3), для которой существует единственное решение. Предположим, что координаты x_1 и x_2 известны. Пусть интенсивность q источника известна и является постоянной величиной ($q > 0$). По значениям $U(x,h)$, $x \in [a,b]$ определить глубину залегания $z(\xi)$, $\xi \in [x_1, x_2]$ можно из нелинейного интегрального уравнения:

$$A_1\left(x, H, z(\xi)\right) \equiv \frac{q}{4\pi\lambda} \int_{x_1}^{x_2} \int_{H-z(\xi)}^{H} \ln \frac{(x-\xi)^2 + (z+\zeta)^2}{(x-\xi)^2 + (z-\zeta)^2} d\zeta \, d\xi = U(x,h) \,. \quad (3)$$

Для решения некорректной задачи (3) применяем метод регуляризации Тихонова [4]. При этом сглаживающий функционал будет иметь вид

$$M_\alpha(z(\xi), H = \int_a^b \left[u(x,h) - \tilde{u}(x)\right]^2 dx + \alpha\left[\left(z'(\xi)\right)^2 d\xi + (x_2 - x_1)(H-h)^2\right], \quad (4)$$

где α — параметр регуляризации.

Численный алгоритм. Алгоритм состоит из двух циклов.

Во внешнем цикле осуществляется подбор параметра регуляризации α и ряда значений α_k, которые определяется выражением $\alpha_{k+1} = \gamma\alpha_k$, k =0,1,..., $0 < \gamma < 1$, α_0 — задаем.

Во внутреннем цикле при заданном значении параметра регуляризации α_k минимизируется функционал (4), используя следующий итерационный процесс [5]:

$$H_\alpha^{(n+1)} = \begin{cases} H_\alpha^{(n)} - \beta_n \dfrac{\partial M_\alpha^{(n)}}{\partial H}, if \ H_\alpha^{(n+1)} \geq h + d, \\ h + d, if \ H_\alpha^{(n+1)} < h + d; \end{cases}$$

для всех $\eta \in (x_1, x_2)$

$$z_\alpha^{(n+1)}(\eta) = \begin{cases} 0, if \ z_\alpha^{(n+1)}(\eta) < 0, \\ z_\alpha^{(n)}(\eta) - \beta_n \dfrac{\partial M_\alpha^{(n)}}{\partial z(\eta)}, if \ 0 \leq z_\alpha^{(n+1)}(\eta) \leq H_\alpha^{(n+1)} - h, \\ H_\alpha^{(n+1)} - h, if \ z_\alpha^{(n+1)}(\eta) > H_\alpha^{(n+1)} - h, \end{cases}$$

где $z_\alpha^{(n)}(\eta)$, $H_\alpha^{(n)}$ — значения искомых величин на n-й итерации,

$$\frac{\partial M_\alpha^{(n)}}{\partial H} = \frac{\partial M_\alpha\left(z_\alpha^{(n)}(\xi), H_\alpha^{(n)}\right)}{\partial H}; \frac{\partial M_\alpha^{(n)}}{\partial z(\eta)} = \frac{\partial M_\alpha\left(z_\alpha^{(n)}(\xi), H_\alpha^{(n)}\right)}{\partial z(\eta)},$$

$$\frac{\partial M_\alpha\left(z(\xi),H\right)}{\partial H}=\frac{q}{4\pi\lambda}\int_a^b\left[u(x,h)-\tilde{u}(x)\right]\times$$

$$\times\int_{x_1}^{x_2}\ln\frac{\left[(x-\xi)^2+(h+H)^2\right]\left[(x-\xi)^2+\left(h-H+z(\xi)\right)^2\right]}{\left[(x-\xi)^2+\left(h+H-z(\xi)\right)^2\right]\left[(x-\xi)^2+(h-H)^2\right]}d\xi dx+$$

$$+2\alpha(x_2-x_1)(H-h);$$

$$\frac{\partial M_\alpha\left(z(\xi),H\right)}{\partial z(\eta)}=\frac{q}{4\pi\lambda}\int_a^b\left[u(x,h)-\tilde{u}(x)\right]\times$$

$$\times\ln\frac{(x-\eta)^2+\left(h+H-z(\eta)\right)^2}{(x-\eta)^2+\left(h-H+z(\eta)\right)^2}dx+2az''(\eta).$$

Функция $u(x,h)$ определяется согласно выражению (3). Параметр β_n можно выбирать различными способами. В [3] $\beta_n=\dfrac{M_\alpha^{(n)}}{\left\|\partial M_\alpha^{(n)}\right\|^2}$, где

$\left\|\partial M_\alpha^{(n)}\right\|^2=\left(\dfrac{\partial M_\alpha^{(n)}}{\partial H}\right)^2\left(x_2-x_1\right)+\displaystyle\int_{x_1}^{x_2}\left(\dfrac{\partial M_\alpha^{(n)}}{\partial z(\eta)}\right)^2 d\eta$; $d>0$ — заданная величина, не допускающая «вырождения» задачи, которое наступает, если в процессе минимизации H становится равным h. Внутренний цикл заканчивается по условию

$$\max\left\{\max_{x_1\le\xi\le x_2}\left|z_\alpha^{(n+1)}(\xi)-z_\alpha^{(n)}(\xi)\right|,\ \left|H_\alpha^{(n+1)}-H_\alpha^{(n)}\right|\right\}\le\varepsilon_1,$$

а внешний цикл по условию

$$\max\left\{\max_{x_1\le\xi\le x_2}\left|z_{\alpha_{k+1}}^{(0)}(\xi)-z_{\alpha_k}^{(0)}(\xi)\right|,\ \left|H_\alpha^{(0)}-H_\alpha^{(0)}\right|\right\}\le\varepsilon_2,$$

где ε_1, ε_2 — некоторые достаточно малые величины.

Описание программы. По алгоритму решения задачи разработана программа Tih_nonLinear_I__Reg в среде моделирования Matlab. Исходные данные для решения задачи:

N — число интервалов, на которые разбивается отрезок интегрирования;

A — нижняя граница интегрирования;

B — верхняя граница интегрирования;

F — вектор размерности *N*, содержащий значения правых частей f_i;

Kern — вектор размерности *N*, содержащий значения ядер.
e1 — параметр, определяющий остановку внешнего цикла.
e2 — параметр, определяющий остановку внутреннего цикла

В программе предусмотрены следующие интерфейсы:

1. [z]=Tih_nonLinear_I__Reg (a, b, N, K, f, e1, e2).
2. [z]=Tih_nonLinear_I__Reg (a, b, N, K, f, e1, e2, alpha).
3. [z]=Tih_nonLinear_I__Reg (a, b, N, K, f, e1, e2, alpha0, g).
4. [z]=Tih_nonLinear_I__Reg (a, b, N, K, f, e1, e2, formula).
5. [z]=Tih_nonLinear_I__Reg (a, b, N, K, f, e1, e2, formula, alpha).
6. [z]=Tih_nonLinear_I__Reg (a, b, N, K, f, e1, e2, formula, alpha0, g).

Параметр *formula* указывает, какая квадратурная формула используется при решении; *alpha0* — начальное значение параметра регуляризации; *g* — параметр для построения последовательности α_k. Перед проведением вычислений программа проверяет корректность введенных данных и в случае неправильности данных возвращает код ошибки, на чем работа программы прекращается. В результате работы программы выдается вектор *Z* размерностью *N*, в котором найдены значения z_i в точках ξ_1, ξ_2, …, ξ_n и значение *H* — глубина залегания.

Вычислительный эксперимент. Рассмотрим результаты решения задачи (3) по описанному выше алгоритму. Правая часть уравнения (3) вычисляется по заданным функциям $\bar{z} = \xi(1-\xi)$, $\xi \in [0,1]$, $H = 1$. Расчеты осуществляются при следующих значениях параметров: $q = 1$; $\lambda = 1$; $a = -1$; $b = 2$; $h = 0,5$; $x_1 = 0$; $x_2 = 1$. Для численной реализации описанного выше алгоритма вводим сетку с шагом $h_\xi = 0,05$ на отрезке $[x_1, x_2]$ и с шагом $h_x = 0,15$ на отрезке $[a,b]$. Значения функции $z(\xi)$ определяем в точках $\xi_i = ih_\xi$ $i = 1,2,...,m-1$, где $m = \dfrac{x_2 - x_1}{h_\xi}$.

Вычисление всех интегралов осуществлялось по формуле Симпсона. Последовательность $\{\alpha_k\}$ строим по формуле: $\alpha_{k+1} = 0,1\alpha_k$; $k = 0,1,2...,\alpha_0 = 1$. Точность $\varepsilon_1 = 10^{-4}$; $\varepsilon_2 = 10^{-3}$. При $\alpha = 1$ начальные значения $z(\xi)$ и H задаются в виде

$$z_\alpha^{(0)}(\xi) = 0,5\xi(1-\xi),\ H_\alpha^{(0)} = 1,5.$$

Результаты вычислений приведены в табл.1. Отметим, что при больших α в данном примере внутренний цикл заканчивается на 100-й итерации, а не по условию достижения заданной точности ε_1, что ускорило время счета и, как следует из результатов, не повлияло на сходимость итерационного процесса.

В табл. 1 значения $z_\alpha(\xi)$ приведены для интервала $(0,0,5]$, поскольку $z_\alpha(\xi)$ симметричная на интервале $[0,1]$ функция.

Как следует из результатов вычислений, описанный алгоритм дает достаточно точное приближение к решению задачи (3).

Таблица 1

Значения искомой функции при разных параметрах регуляризации

ξ_i	$\alpha = 10^{-7}$	$\alpha = 10^{-12}$	$\alpha = 10^{-13}$	$\alpha = 10^{-15}$	$\bar{z}(\xi)$
0,05	0,0400	0,0524	0,0525	0,0528	0,0475
0,10	0,0874	0,08691	0,0869	0,0871	0,09
0,15	0,1302	0,1194	0,1194	0,1194	0,1275
0,20	0,1616	0,1583	0,1581	0,1578	0,16
0,25	0,1855	0,1927	0,1925	0,1919	0,1875
0,30	0,2071	0,2150	0,2149	0,2143	0,21
0,35	0,2264	0,2287	0,2287	0,2284	0,2275
0,40	0,2410	0,2390	0,2391	0,2392	0,24
0,45	0,2501	0,2452	0,2454	0,2460	0,2475
0,50	0,2532	0,2468	0,2471	0,2478	0,25
H_α	1,0001	0,9999	0,9999	0,9999	$\overline{H} = 1$

Заключение. В работе предложены алгоритм и программа в среде Matlab решения задачи определения области размещения источника тепла по значениям внешней температурной аномалии методом регуляризации Тихонова посредством создания дополнительных специализированных модулей, совокупность которых является основой создания соответствующего тулбокса, дополняющего аппробированные блоки системы.

Список использованной литературы:

1. Верлань А. Ф. Интегральные уравнения: методы, алгоритмы, программы / А. Ф. Верлань, В. С. Сизиков. — К. : Наукова думка, 1986. — 543 с.
2. Чен К. Matlab в математических исследованиях / К. Чен, П. Джиблин, А. Ирвинг Дёч. — М. : Мир, 2001. — 346 с.
3. Прилепко А. И. Обратные задачи теории потенциала. Уравнения математической физики / А. И. Прилепко // Мат. заметки. — Вып. 14. — № 5. — М. : 1973. — С. 755—767.
4. Тихонов А. Н. Применение метода регуляризации в нелинейных задачах / А. Н. Тихонов, В. Б. Гласко // Журн. вычисл. мат. физики. — К., 1965. — Вып. 5. — № 3. — С. 463—473.
5. Калиткин Н. Н. Численные методы / Н. Н. Калиткин. — М. : Наука, 1978. — 512 с.

The article is devoted to solving for non-linear integral Fredholm-Urysohn equations of the first kind in the MATLAB, describing the inverse problem of determining the siting of the heat source with known values of the external temperature anomaly.

Key words: *non-linear integral equation, Tikhonov regularization method, regularization parameter, thermal field, Matlab.*

Отримано: 25.05.2011

УДК 539.3

Б. С. Окрепкий, канд. фіз.-мат. наук,
А. М. Алілуйко, канд. фіз.-мат. наук

Тернопільський національний економічний університет, м. Тернопіль

ОСЕСИМЕТРИЧНА КОНТАКТНА ЗАДАЧА ТЕРМОПРУЖНОСТІ ПРО ТИСК ШТАМПА, ЩО ОБЕРТАЄТЬСЯ, НА ПРУЖНИЙ ТРАНСВЕРСАЛЬНО-ІЗОТРОПНИЙ ШАР

Розглядається осесиметрична контактна задача термопружності про тиск циліндричного кругового штампа скінченної довжини з плоскою основою, що обертається, на пружний трансверсально-ізотропний шар. Допускається, що на площадці контакту виділяється тепло, кількість якого пропорційна коефіцієнту тертя, швидкості обертання і нормальному контактному напруженню. Тепловий контакт штампа із шаром неідеальний. Між вільними поверхнями розглядуваної системи тіл і навколишнім середовищем відбувається теплообмін по закону Ньютона.

Запропоновано метод визначення контактного нормального напруження і температурних полів в циліндрі і шарі.

Ключові слова: *штамп, шар, анізотропія матеріалів, неідеальний тепловий контакт, трансверсально-ізотропний, термопружність, тепловиділення.*

Постановка проблеми. Визначення контактних деформацій і напружень з урахуванням температурних факторів і анізотропії матеріалів є важливим завданням для дослідження міцності деталей машин і елементів конструкцій у місцях їхньої взаємодії, при розрахунку конструкції на пружній основі для раціонального використання конструкції і несучої здатності основи.

Аналіз останніх досліджень. У працях [1—5] досліджено вплив температурних факторів на характер взаємодії тіл. Зокрема, в статтях [3—5] розв'язані осесиметричні контактні здачі термопружності про тиск кругового циліндричного обертаючого штампа з плоскою основою на пружний півпростір і шар для ізотропних матеріалів. Допускається, що на площадці контакту виділяється тепло, кількість якого пропорційна коефіцієнту тертя, швидкості обертання і нормальному