

2. Аншеева А. О. Интегрированные производственные системы : учебное пособие / А. О. Аншеева, И. Б. Челиаиов, Б. С. Никифоров. — Улан-Удэ : Изд-во ВСГТУ, 2006. — 60 с.
3. Глушков В. М. Кибернетика. Вопросы теории и практики / В. М. Глушков. — М. : Наука, 1986.
4. Конвей Р. В. Теория расписаний / Р. В. Конвей, В. Л. Максвелл, Л. В. Миллер. — М. : Наука, 1975. — 360 с.
5. Гихман И. И. Введение в теорию случайных процессов / И. И. Гихман, А. В. Скороход. — М. : Наука, 1977. — 568 с.
6. Асаи К. Прикладные нечеткие системы / К. Асаи, Д. Ватада, С. Иваи и др. ; под редакцией Т. Тэрано, К. Асаи, М. Сугэно ; пер. с япон. — М. : Мир, 1993. — 368 с.
7. Маталин А. А. Технология машиностроения / А. А. Маталин. — Л. : Машиностроение, 1985. — 496 с.

The architecture of cybernetic industrial system has been considered, methods of design tasks and control for cybernetic industrial system, means of creating models of the industrial equipment and knowledge accumulation system during production are proposed.

Key words: *cybernetic industrial system, Kolmogorov's inequality, fuzzy logic, the table of influences, simulation modelling.*

Отримано: 15.04.2011

УДК 004.94

В. А. Іванюк*, канд. техн. наук,
В. О. Тихоход**, канд. техн. наук,
С. Ю. Протасов***, асистент

*Кам'янець-Подільський національний університет
 імені Івана Огієнка, м. Кам'янець-Подільський,

**Національний технічний університет України «КПІ», м. Київ,

***Черкаський національний технологічний університет, м. Черкаси

ІНТЕГРАЛЬНІ МОДЕЛІ ІРАЦІОНАЛЬНИХ ТА ТРАНСЦЕНДЕНТНИХ ЛАНОК

У статті розглядаються типові ланки об'єктів з розподіленими параметрами та їх інтегральні моделі. Побудовано програмні модулі за допомогою квадратурних методів і на основі обчислювальних експериментів досліджено ефективність даного підходу.

Ключові слова: *динамічні моделі, типові ланки, інтегральні моделі, передатні функції, оператор Вольтерри, Matlab.*

При моделюванні динамічних об'єктів, які містять ланки з розподіленими параметрами актуальними і не до кінця розв'язаними є задачі, подібно до задач моделювання об'єктів із зосередженими параметрами, формування елементарних ланок за допомогою яких можна було б фор-

мувати будь-яку структуру досліджуваного об'єкта та чисельної реалізації таких ланок. При розв'язанні поставлених задач необхідно враховувати те, що отримані результати у вигляді методів та алгоритмів повинні підтримувати ідеологію структурно-алгоритмічного методу моделювання та забезпечувати ефективну комп'ютерну реалізацію моделі.

Метою цієї статті є побудова та дослідження інтегральних моделей елементарних ірраціональних та трансцендентних ланок.

Метод структурно-алгоритмічного моделювання. Використання структурно-алгоритмічного методу при моделюванні динамічних систем забезпечує ефективну комп'ютерну реалізацію моделі з огляду на інженерні вимоги користувача, вимоги до якості результатів, в тому числі з урахуванням будь-якої наявної додаткової апріорної інформації про об'єкт моделювання.

Відзначимо основні позитивні особливості структурно-алгоритмічного методу моделювання. По-перше, такий метод дає наочну інформацію про як завгодно складну систему. По-друге, метод дозволяє однаковою мірою описувати об'єкти за допомогою моделей довільного вигляду, у тому числі імпульсних, перехідних або передатних функцій, і правил з'єднання окремих блоків. По-третє, структурний метод дає можливість визначати характеристики як всієї системи в цілому, так і окремих її частин, аналізувати й синтезувати складні об'єкти, що містять ланки із зосередженими та з розподіленими параметрами [5].

В міру ускладнення динаміки систем і розширення класу досліджуваних об'єктів стає очевидною необхідність подальшого розвитку та удосконалення методів математичного моделювання. Через це використання інтегральних моделей виявляється більш ефективним, в порівнянні з іншими можливими еквівалентними видами моделей.

Дійсно, якщо деяку ланку, як із зосередженими, так і з розподіленими параметрами, задано передатною функцією $W(p)$, а значить виразом $Y(p) = W(p) X(p)$, де $Y(p)$ і $X(p)$ — зображення вихідного й вхідного сигналів, то, переходячи до оригіналів, одержуємо інтегральну модель.

Крім того, з огляду на те, що добуток двох функцій-зображень відповідає згортка їхніх оригіналів, одержуємо інтегральну модель у вигляді

$$y(t) = \int_0^t V(t-s)x(s)ds, \quad (1)$$

де $V(t)$ — вагова функція (імпульсна перехідна характеристика) об'єкта. Модель (1) є, по суті, універсальною і придатною для відтворення об'єктів як із зосередженими, так із розподіленими параметрами. При цьому властивості об'єкта відображаються однією одномірною функцією $V(t)$, яка може бути отримана: 1) аналітично з вихідних рівнянь; 2) за допомогою фізичного експерименту; 3) шляхом обчислювального експерименту з вихідною моделлю [4].

Досвід застосування структурно-алгоритмічного методу при створенні сучасних спеціалізованих пакетів прикладних програм свідчить про те, що для синтезу моделей певного класу об'єктів доцільно використовувати базовий набір моделей і алгоритмів. При цьому досягається максимальна формалізація процедури організації обчислювального процесу.

Базовими можуть бути алгоритми, які реалізують типові динамічні ланки (інтегруючу, диференціюючу, форсуючу, інерційну, коливальну, кратну інтегруючу, кратну інерційну і т.д.). У таблиці 1 приведені передатні, перехідні та вагові функції даних ланок. Передбачається, що кожному такому блоку ставиться у відповідність алгоритм, який реалізується відповідним програмним модулем [1; 2; 5; 7].

Таблиця 1

Набір моделей типових елементів

$W(p)$	$H(t)$	$V(t)$
Пропорційна		
k	$k1_0(t)$	$k\delta(t)$
Інтегруюча		
$\frac{k}{p}$	$kt1_0(t)$	$k1_0(t)$
Диференціальна		
kp	$k\delta(t)$	$k\delta'(t)$
Інерційна		
$\frac{k}{(1+pT)}$	$k(1-e^{-t/T})1_0(t)$	$ke^{-t/T}1_0(t)$
Форсуюча		
$k(1+pT)$	$k1_0(t)+kT\delta(t)$	$k\delta(t)+kT\delta'(t)$
Інерційно-диференціальна		
$\frac{kp}{(1+pT)}$	$k/T e^{-t/T}1_0(t)$	$k/T\delta(t)-k/T^2 e^{-t/T}1_0(t)$
Інерційно-форсуюча		
$k\frac{1+T_1p}{1+T_2p}$	$k\left(1+(\tau-1)e^{-\frac{t}{T_2}}\right)1_0(t)$	$\frac{k}{T_2}(1-\tau)e^{-\frac{t}{T_2}}1_0(t)+k\tau\delta(t)$
Коливальна		
$\frac{k}{1+2\xi pT+(pT)^2}$	$k1_0(t)\left(1-e^{-\beta t}\left(\cos(w_1 t)+\frac{\beta}{\alpha_1}\sin(w_1 t)\right)\right)$	$\frac{k w_0^2}{w_1}1_0(t)e^{-\beta t}\sin w_1 t$

Приведені у таблиці ланки та їх характеристики описують об'єкти із зосередженими параметрами. Але вони не покривають широкий клас фізичних процесів, в яких присутня розподіленість параметрів.

При побудові елементарних блоків об'єктів з розподіленими параметрами, їх варто асоціювати з математичною або фізичною моделлю процесу, зокрема, з такими задачами математичної фізики, як: процеси теплопередачі та дифузії, що описуються рівняннями параболічного типу (нагрів тіл, дифузія речовин та ін.), гіперболічного типу (хвильові та коливальні процеси в механічних, гідро-аеродинамічних системах, електричних колах), еліптичні рівняння, що описують стаціонарні процеси того ж типу [2; 6; 7].

Приклад. Для одношарової нескінченної пластини при відсутності внутрішніх джерел тепла рівняння з частинними похідними параболічного типу має вигляд

$$\frac{\partial T(x, \tau)}{\partial \tau} = a \frac{\partial^2 T(x, \tau)}{\partial x^2}. \quad (2)$$

Граничними умовами задається розподіл густини теплового потоку на поверхні тіла як функція часу

$$-\lambda \left. \frac{\partial T(x, \tau)}{\partial x} \right|_{x=0} = 0, \quad \lambda \left. \frac{\partial T(x, \tau)}{\partial x} \right|_{x=\delta} = q(t). \quad (3)$$

Початкові умови вважаються нульовими.

В залежності від типу структури для об'єктів з розподіленими параметрами можна відзначити такі методи знаходження їх передатних функцій: прямий, інтегральний, метод функціональних перетворень, матричний та ін.

Розглянемо приклад отримання передатних функцій за допомогою прямого методу при моделюванні теплопереносу в одномірній нескінченній пластині.

Після переходу в простір зображень залишається тільки частинна похідна за просторовою змінною x , то ми можемо замінити її звичайною похідною, після чого задача (2)—(3) набуває вигляду

$$a \frac{d^2 T^*(x, p)}{dx^2} = p T^*(x, p). \quad (4)$$

$$-\lambda \left. \frac{dT^*(x, p)}{dx} \right|_{x=0} = 0, \quad \lambda \left. \frac{dT^*(x, p)}{dx} \right|_{x=\delta} = q(p). \quad (5)$$

У цьому рівнянні змінна p є параметром від якого залежить розв'язок $T^*(x, p)$.

Для розв'язування рівняння (4) розглядаємо характеристичне рівняння $ak^2 = p$. Тоді $k = \pm \sqrt{\frac{p}{a}}$ і розв'язок рівняння (4) має вигляд

$$T^*(x, p) = C_1 e^{\sqrt{\frac{p}{a}}x} + C_2 e^{-\sqrt{\frac{p}{a}}x}. \quad (6)$$

Підставляємо вираз (6) в граничні умови (5):

$$\left. \begin{aligned} \sqrt{p/a} \left(C_1 e^{\sqrt{p/a}x} - C_2 e^{-\sqrt{p/a}x} \right) \Big|_{x=0} &= 0; \\ \sqrt{p/a} \left(C_1 e^{\sqrt{p/a}x} - C_2 e^{-\sqrt{p/a}x} \right) \Big|_{x=\delta} &= \frac{1}{\lambda} q(p). \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

Розв'язуючи систему (7), визначаємо коефіцієнти C_1 і C_2 :

$$C_{1,2} = \frac{1}{\lambda} \frac{1}{\sqrt{\frac{p}{a}}} q(p) \frac{1}{e^{\sqrt{\frac{p}{a}}\delta} - e^{-\sqrt{\frac{p}{a}}\delta}}, \quad (8)$$

Після чого за формулою (6) знаходимо вираз для передатної функції

$$\frac{T(x, p)}{q(p)} = \frac{1}{\lambda} \frac{1}{\sqrt{\frac{p}{a}}} \frac{e^{\sqrt{\frac{p}{a}}x} + e^{-\sqrt{\frac{p}{a}}x}}{e^{\sqrt{\frac{p}{a}}\delta} - e^{-\sqrt{\frac{p}{a}}\delta}}. \quad (9)$$

Типові ланки. Вираз (9) містить трансцендентні та ірраціональні функції, а їх не можна віднести ні до одного з типів, що виписані в таблиці 1. Тому, для об'єктів з розподіленими параметрами можна виділити такі базові типові ірраціональні та трансцендентні ланки: напівінтегральна, напівінерційна ланка, запізнення та згасання (або напівзапізнення). У таблиці 2 приведені основні характеристики даних ланок, а саме їх передатні, перехідні та імпульсні функції [1; 2; 7].

Таблиця 2

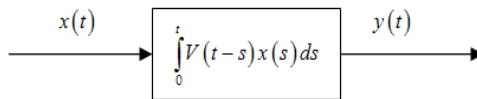
Набір типових ірраціональних та трансцендентних ланок

$W(p)$	$H(t)$	$V(t)$
Напівінтегральна		
$\frac{k}{\sqrt{p}}$	$2k\sqrt{\frac{t}{\pi}}l_0(t)$	$\frac{k}{\sqrt{\pi t}}l_0(t)$
Напівінерційна		
$\frac{k}{1 + \sqrt{pT}}$	$k \left(1 - e^{\frac{t}{T}} \operatorname{erfc} \sqrt{\frac{t}{T}} \right) l_0(t)$	$\frac{k}{T} \left(\sqrt{\frac{T}{\pi k}} - e^{\frac{t}{T}} \operatorname{erfc} \sqrt{\frac{t}{T}} \right) l_0(t)$
Запізнення		
$e^{-p\tau}$	$l_0(t - \tau)$	$\delta(t - \tau)$
Згасання (напівзапізнення)		
$e^{-\sqrt{pT_0}}$	$\operatorname{erfc} \left(\frac{1}{2} \sqrt{\frac{T_0}{t}} \right)$	$\frac{1}{2} \sqrt{\frac{T_0}{\pi t^3}} e^{-\frac{T_0}{4t}}$

Розробка програмних засобів та обчислювальні експерименти. Проведений аналіз наявних пакетів прикладних програм показав,

що вони не містять засобів для реалізації таких моделей. Зокрема, в додатку Simulink середовища Matlab є великий набір базових елементів, що покривають всі об'єкти які приведені в таблиці 1, але засобів моделювання трансцендентних та ірраціональних функцій немає.

Базуючись на інтегральній моделі (1) розроблено програмний модуль у вигляді s-функції Simulink, що забезпечує реалізацію моделі у вигляді



В основі алгоритму розробленого модуля лежить метод квадратур, а формула для чисельної реалізації має вигляд:

$$y_i = \sum_{s=0}^i A_s V_{i-s} x_i.$$

Запропонований підхід дозволяє використовувати розроблений модуль для моделювання, об'єктів як із зосередженими (таблиця 1), так і з розподіленими (таблиця 2) параметрами.

На основі розроблених засобів проведено обчислювальні експерименти з використанням типових ланок, що приведені в таблиці 2. Результати подано на рис. 1—4.

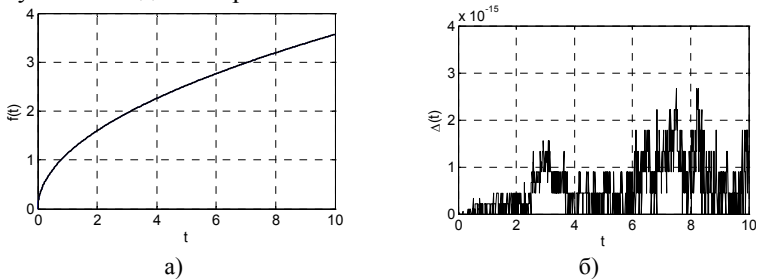


Рис. 1. Результат моделювання напівінтегральної ланки: а) перехідна характеристика (точний та наближений); б) похибка моделювання

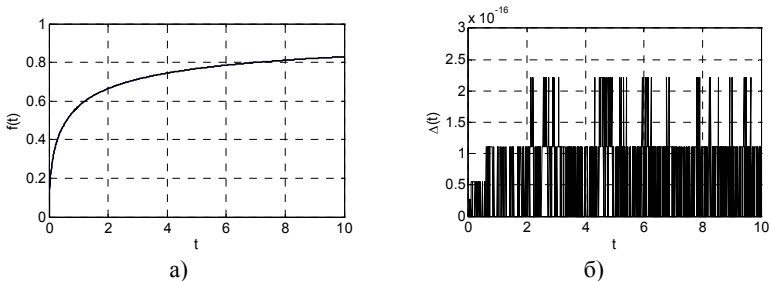


Рис. 2. Результат моделювання напівінерційної ланки: а) перехідна характеристика (точний та наближений); б) похибка моделювання

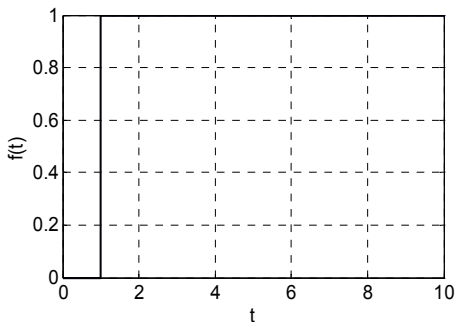


Рис. 3. Результат моделювання ланки запізнення: перехідна характеристика (точний та наближений)

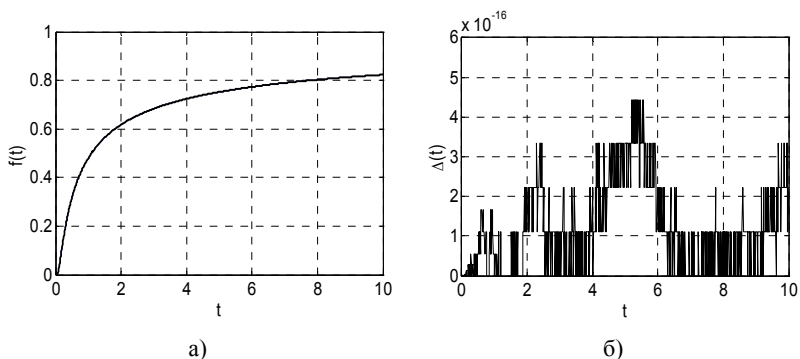


Рис. 4. Результат моделювання ланки затухання:
а) перехідна характеристика (точний та наближений);
б) похибка моделювання

Розв'язування задач. За допомогою розглянутого методу розв'язано задачу теплопровідності, що описана моделлю (2)—(3).

Використовуючи (9) отримано передатні функції при $x = 0$:

$$W_0(p) = \frac{T(0, p)}{q(p)} = \frac{1}{\lambda} \frac{1}{\sqrt{\frac{p}{a}}} \frac{e^{\sqrt{\frac{p}{a}} \cdot 0} + e^{-\sqrt{\frac{p}{a}} \cdot 0}}{e^{\sqrt{\frac{p}{a}} \delta} - e^{-\sqrt{\frac{p}{a}} \delta}} = \frac{1}{\lambda} \frac{1}{\sqrt{\frac{p}{a}}} \frac{2}{e^{\sqrt{\frac{p}{a}} \delta} - e^{-\sqrt{\frac{p}{a}} \delta}}$$

та при $x = \delta$:

$$W_\delta(p) = \frac{T(\delta, p)}{q(p)} = \frac{1}{\lambda} \frac{1}{\sqrt{\frac{p}{a}}} \frac{e^{\sqrt{\frac{p}{a}} \delta} + e^{-\sqrt{\frac{p}{a}} \delta}}{e^{\sqrt{\frac{p}{a}} \delta} - e^{-\sqrt{\frac{p}{a}} \delta}} = \frac{1}{\lambda} \frac{1}{\sqrt{\frac{p}{a}}} \frac{e^{\sqrt{\frac{p}{a}} \delta} + e^{-\sqrt{\frac{p}{a}} \delta}}{e^{\sqrt{\frac{p}{a}} \delta} - e^{-\sqrt{\frac{p}{a}} \delta}}$$

На основі цих функцій, здійснивши проміжні еквівалентні перетворення отримано представлення моделей через типові ланки:

$$W_0(p) = \frac{T(0, p)}{q(p)} = \frac{2\sqrt{a}}{\lambda} \frac{1}{\sqrt{p}} e^{-\sqrt{\frac{\delta}{a}}\sqrt{p}} \frac{1}{1 - e^{-2\sqrt{\frac{\delta}{a}}\sqrt{p}}},$$

$$W_\delta(p) = \frac{T(\delta, p)}{q(p)} = \frac{2\sqrt{a}}{\lambda} \frac{1}{\sqrt{p}} \left(1 + e^{-2\sqrt{\frac{\delta}{a}}\sqrt{p}} \right) \frac{1}{1 - e^{-2\sqrt{\frac{\delta}{a}}\sqrt{p}}}.$$

Використовуючи отримані функції побудовано структурні моделі (рис. 5—6).

Використовуючи розроблені структурні схеми та інтегральні моделі типових ланок розглянуто срібну пластину товщиною $\delta = 0.1 \text{ м}$. Для цієї пластини теплопровідність $\lambda = 429 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{К}}$, теплоємність $c = 235 \frac{\text{Дж}}{\text{К} \cdot \text{кг}}$, густина $\rho = 10.5 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$.

На рис. 7 зображена зміна температури на кінцях пластини при умові дії теплового потоку $q = 1 \frac{\text{кВт}}{\text{м}^2}$ від 2 до 8 с.

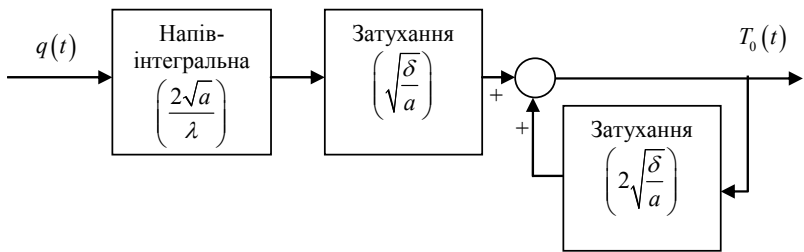


Рис. 5. Структурна модель ланки з передатною функцією $W_0(p)$

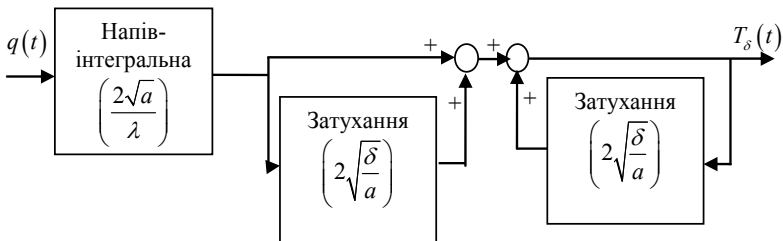


Рис. 6. Структурна модель ланки з передатною функцією $W_\delta(p)$

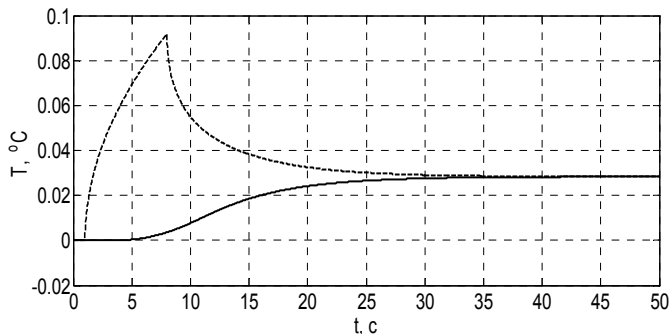


Рис. 7. Перехідна характеристика зміни температури на кінцях пластини при умові дії теплового потоку $q = 1 \frac{\text{кВт}}{\text{м}^2}$ від 2 до 8 с.

Висновки. Отримані інтегральні моделі типових ланок об'єктів з розподіленими параметрами дозволяють досліджувати динамічні об'єкти з потрібною точністю, що показано на ряді обчислювальних експериментів та при розв'язанні задачі теплопровідності в одновимірній нескінченній пластині. Подальші дослідження в цьому напрямку повинні бути в плані розширення типових ланок та розробки методів апроксимації для зведення передатних функцій загального типу до типових ланок.

Список використаних джерел:

1. Бейтмен Г. Таблицы интегральных преобразований. Том I. Преобразование Фурье, Лапласа, Меллина / Г. Бейтмен, А. Эрдейи. — М. : Наука, 1969. — 344 с.
2. Бутковский А. Г. Структурный метод для систем с распределенными параметрами / А. Г. Бутковский // Автоматика и Телемеханика. — 1975. — № 5. — С. 5—27.
3. Бутковский А. Г. Характеристики систем с распределенными параметрами (справочное пособие) / А. Г. Бутковский. — М. : Наука, 1976. — 224 с.
4. Верлань А. Ф. Интегральные уравнения: методы, алгоритмы, программы. Справочное пособие / А. Ф. Верлань, В. С. Сизиков. — К. : Наук. думка, 1986. — 544 с.
5. Верлань А. Ф. Комп'ютерне моделювання в задачах динаміки електромеханічних систем : монографія / А. Ф. Верлань, В. А. Федорчук, В. А. Іванюк ; Інститут проблем моделювання в енергетиці ім. Г. Є. Пухова. — Кам'янець-Подільський : Кам'янець-Подільський національний університет імені Івана Огієнка, 2010. — 204 с.
6. Киселев Н. В. Электроприводы с распределенными параметрами / Н. В. Киселев, В. Н. Мяздель, Л. Н. Рассудов. — Л. : Судостроение, 1985. — 220 с.

7. Теория автоматического управления : учебник для вузов / Л. С. Гольдфарб [и др.] ; ред. А. В. Нетушил. — Изд. 2-е. доп. и перераб. — М. : Высш. шк., 1976. — 400 с.

The article examines the typical element of objects with distributed parameters and their integral model. Constructed software modules using quadrature methods and on the basis of computational experiments investigated the effectiveness of this approach.

Key words: *dynamic model, integral model, transfer function, Volterra operator, Matlab.*

Отримано: 07.04.2011

УДК 62-83

В. М. Карпенко*, канд. техн. наук,

Н. С. Нікорюк**, канд. техн. наук

*ДП „Науканафтогаз” НАК „Нафтогаз України”, м. Вишневе,

**Донецький національний технічний університет, м. Донецьк

ФОРМУВАННЯ КЕРУЮЧОГО ВПЛИВУ ПУСКУ ДВИГУНА ПОСТІЙНОГО СТРУМУ З ПОСЛІДОВНИМ ЗБУДЖЕННЯМ

У роботі досліджений оптимальний алгоритм формування керуючого впливу — напруги живлення на затисках двигуна постійного струму з послідовним збудженням у перехідних режимах пуску. Розроблений алгоритм формування керуючого впливу дозволяє забезпечити швидкодію і мінімум часу на підйом чи спуск колони, при наступних обмеженнях:

$$i \leq I_{\max} ; u \leq U_{\max} .$$

Ключові слова: *бурова установка, система підйимального агрегату, електропривод, система Г-Д, двигун, пуск, напруга на затисках двигуна, керування зміною напруги.*

Постановка проблеми та її зв'язок із важливими науковими чи практичними завданнями. Для двигунів постійного струму з незалежним збудженням розроблені і добре апробовані часом ефективні системи керування силовими агрегатами бурових установок. Але для двигунів постійного струму з послідовним збудженням практично відсутні обгрунтовані методи їх керування, не розроблені алгоритми формування керуючого впливу — напруги живлення на затисках двигунів у перехідних режимах. При розгляді цих режимів не враховуються вихрові струми, що мають суттєвий вплив на динаміку перехідних процесів.

Для приводу підйомно-транспортних механізмів широко використовуються двигуни постійного струму з послідовним збудженням,