

## Устойчивость круговых цилиндрических оболочек с одиночной локальной вмятиной

Г. Д. Гавриленко<sup>а</sup>, В. Л. Красовский<sup>б</sup>

<sup>а</sup> Институт механики им. С. П. Тимошенко НАН Украины, Киев, Украина

<sup>б</sup> Приднепровская государственная академия строительства и архитектуры, Днепропетровск, Украина

*Выполнено теоретико-экспериментальное исследование устойчивости гладких цилиндрических оболочек из стали с одиночной локальной вмятиной. Все оболочки, изготовленные по единой технологии, испытывались с соблюдением идентичных условий для наблюдений и измерений. Теоретические расчеты проводились по методу сеток с использованием нелинейной теории оболочек. Проведено сравнение экспериментальных и теоретических критических нагрузок. Предложенный теоретико-экспериментальный подход позволяет оценить качество оболочек путем исследования локальных вмятин и других специфических несовершенств.*

**Ключевые слова:** локальная вмятина, теория, эксперимент, образцы.

**Введение.** В настоящей работе представлены результаты двух исследований устойчивости продольно сжатых замкнутых оболочек с локальной вмятиной, выполненные независимо в двух научных школах Украины. Теоретические исследования проведены первым автором, экспериментальные результаты принадлежат второму.

Ранее [1] на одиночной модели было показано, что если в расчетах для анализа устойчивости использовать поле экспериментально замеренных начальных прогибов, то можно добиться хорошего совпадения расчетных и экспериментальных результатов. Причем расчет необходимо проводить по нелинейной теории оболочек. В [2, 3] представлены результаты исследования по методу сеток устойчивости ребристых оболочек с локальными вмятинами, но нет сравнения данных расчета с экспериментом. В то же время в экспериментальных работах, в которых изучено поведение и выпучивание оболочек с локализованными несовершенствами, как правило, отсутствует полная информация о начальных несовершенствах, необходимая для проведения расчетов. В работах [4, 5], посвященных исследованию деформирования и устойчивости оболочек с начальными одиночными вмятинами, основное внимание уделялось особенностям механизма выпучивания, связанным с локальностью начала волнообразования. При этом установлено, что общая потеря устойчивости реальных оболочек в зависимости от вида несовершенств происходит двумя путями: в виде непрерывного процесса общего волнообразования (резкий хлопок) и с переходом через устойчивые локальные закритические конфигурации. В связи с этим важной является оценка применимости существующих подходов и методов к расчету реальных оболочек, в частности, с начальными вмятинами.

**Методика эксперимента и образцы для испытаний.** Исследовалось поведение круговых цилиндрических оболочек на всех этапах деформирования в области искусственно созданных начальных локальных вмятин, вызывающих процесс потери устойчивости. Другие возмущающие факторы (начальные напряжения, неравномерность нагружения, разнотолщинность оболочки, внешние воздействия) по возможности сводились к минимуму, что позволило, наряду с качественными результатами, получить достаточно надежные количественные оценки изучаемых явлений и эффектов.

Все образцы были изготовлены из одного материала (стальная лента X18H9н) по единой технологии (контактная точечная сварка с одним продольным швом) и испытывались с соблюдением единых требований к проводимым наблюдениям и измерениям. При этом внутренний диаметр образцов  $2r = 143$  мм, относительная рабочая длина  $l/r = 2$  и три типоразмера по толщине  $r/t = 150; 260$  и  $360$ . Ширина сварного шва составляла 1,5% периметра оболочки. Сварка проводилась на специальной оправке, при этом точность выполнения внутреннего диаметра была не выше  $1,0t$ . Двухрядная проверка шва обеспечивала высокую надежность соединения. В связи с тем что передача нагрузки на оболочку осуществлялась по плоскости, торцы оболочек тщательно обрабатывались на притирочных плитах. Отклонение поверхности торцов от плоскости не превышало  $0,05t$ .

Использовался материал с высоким условным пределом текучести ( $\sigma_{0,2} \approx 800$  МПа, модуль Юнга  $E = 191$  ГПа, коэффициент Пуассона  $\nu = 0,32$ ), что способствовало ограничению эффектов пластичности не только на этапах докритического нагружения оболочек, но и на стадии начального закритического деформирования (при локальных закритических конфигурациях). Технология изготовления оболочек и методики подготовки к испытаниям обеспечивали их качество, которое определялось уровнем начальных несовершенств, т.е. глубиной и зоной распространения, и оценивалось по отношению к критическим нагрузкам идеальных оболочек.

Перед испытаниями на оболочки путем вдавливания в поверхность сферических сегментов наносилась одна локальная вмятина определенных размеров, глубина которой регулировалась силой давления. Вмятина размещалась в середине образующей оболочки в продольном сечении, диаметрально противоположном сварному шву. Перед нанесением вмятины оболочка надевалась на упругий специальный барабан. В процессе испытаний выполнялся тщательный обмер поверхности оболочки в зоне искусственно созданных несовершенств.

Одна из особенностей данных экспериментальных исследований заключалась в изучении поведения оболочки на всех этапах ее деформирования: докритическом, в процессе потери устойчивости, а также закритическом, вплоть до полного исчерпания несущей способности. При этом использовалась единая методика нагружения оболочки осевой сжимающей силой – через центрирующие шары и плоские специальные испытательные приспособления. Сжимающее усилие  $N$  создавалось прессом универсальной испытательной машины УММ-50 гидравлического типа. Нагрузка от прессы машины передавалась на торцы оболочки через испытательные приспособления, которые обеспечивали постоянство граничных условий, близких к

шарнирному опиранию. Перемещение торцов оболочки к центру кривизны ограничивалось направляющими дисками, которые поддерживали круговую форму оболочки в процессе испытаний. Между плитами пресса машины и испытательными приспособлениями помещались стальные центрирующие шары.

Перед началом испытаний проводился контроль качества образцов. Форма оболочек обмерялась контактным способом с использованием индикатора часового типа с ценой деления 0,01 мм. Индикатор закреплялся на ползуне, который перемещался по стальной штанге, установленной параллельно оси оболочки и жестко связанной с нижней плитой пресса. Шток индикатора располагался нормально к поверхности оболочки. Для устранения возможности инициирования выпучивания пружина, прижимающая шток к оболочке, ослаблялась. Замеры проводились в продольном и поперечном направлениях. При измерении формы образующей ползун с индикатором перемещался по штанге. В процессе измерений по периметру, а также при переходе к замерам образующих других сечений индикатор оставался неподвижным, а оболочка поворачивалась на центрирующих шарах.

Начальные несовершенства измерялись при нагрузке примерно 0,1% критической. Последующие измерения выполнялись поэтапно при различных уровнях нагрузки. Усилия, при которых проводился последний обмер, составляли 80–90% критических. На основании дискретных замеров, которые проводились с различным шагом в зависимости от величины и формы начальных несовершенств, строились эпюры начальных прогибов, а также прослеживалась картина докритической деформации.

При нагружении регистрировались диаграммы  $N - \Delta l$  (укорочение образца) и  $N - w$  (радиальные перемещения), фиксировались критические нагрузки ( $N_{кр}$ ) и проводилось тензометрирование поверхности оболочки.

**Основные результаты экспериментального исследования.** Потеря устойчивости образцов без искусственных несовершенств происходила внезапно, резким хлопком. При этом образовывалось два-три пояса характерных ромбовидных вмятин, которые охватывали в окружном направлении примерно 75% поверхности оболочки. Число вмятин в этом направлении  $n$  (из расчета волнообразования по всей поверхности) от геометрии оболочки практически не зависело и изменялось в весьма узких пределах –  $n = 9-10$ . Средние значения относительных критических нагрузок осевого сжатия  $\bar{P} = N_{кр} / N_{кл}$  ( $N_{кр}$  и  $N_{кл}$  – действительное и классическое значения критической нагрузки гладкой оболочки) для образцов с  $r/t = 150; 260$  и  $360$  соответственно составляли 0,83; 0,72 и 0,60. Очевидно, что уменьшение  $\bar{P}$  по мере увеличения  $r/t$  связано с соответствующим снижением качества оболочек, т.е. с ростом амплитуд начальных несовершенств.

При изучении влияния на устойчивость оболочек локализованных геометрических начальных несовершенств (искусственно созданных вмятин) получены следующие результаты.

Обнаружено, что даже единственная начальная вмятина оказывает значительное влияние на величину критической нагрузки. Определяющими ее параметрами являются глубина, протяженность по направляющей и протяженность участка образующей с большой кривизной. Изменение протяжен-

ности вмятины в продольном направлении и кривизны в окружном, а также место расположения вмятины на оболочке (на расстоянии  $2\sqrt{rt}$  от краев) существенного влияния на величину  $N_{кр}$  не оказывают.

Для указанной выше геометрии оболочек с идентичными по форме искусственными локальными вмятинами получены зависимости критических нагрузок от наиболее важной характеристики вмятины – относительной глубины (параметр  $\bar{w}_0 = |w_0|/t$ ). Показательными оказались эксперименты с малыми пологими вмятинами. Размеры этих вмятин в продольном и окружном направлениях близки и не превышали величину закритической вмятины, а кривизна оболочки в области вмятины изменялась незначительно, что характерно для естественной начальной погиби реальных оболочек. На рис. 1 для образцов различной толщины с малыми пологими вмятинами представлены зависимости  $\bar{P} = f(|w_0|/t)$ , описывающие особенности поведения и выпучивания оболочек с локальными несовершенствами, где темные точки соответствуют общему выпучиванию, светлые – локальному. Размеры вмятин в поперечном направлении ( $D$ ) приведены в табл. 1.

Т а б л и ц а 1

Размеры  $D$  (мм) одиночных вмятин

№ оболочки	$r/t$		
	150	260	360
1	0	0	0
2	0	0	20
3	0	16	20
4	18	16	20
5	20	16	20
6	21	18	28
7	22	20	32
8	30	28	–
9	32	28	–
10	35	–	–

Общее выпучивание происходило так же, как и в случае отсутствия искусственных несовершенств: в виде мгновенной смены исходной недеформированной формы закритической конфигурацией с двумя-тремя поясами характерных ромбовидных вмятин. В случае локального выпучивания на месте начальной вмятины образовывалась локальная закритическая вмятина при неизменной нагрузке. Характер трансформации начальной вмятины в закритическую определялся величиной  $|w_0|/t$ . При малых значениях  $|w_0|/t$  переход к локальной конфигурации происходил хлопком, при больших – путем плавного увеличения начальной вмятины. Оболочка с локальной закритической вмятиной воспринимала возрастающую продольную нагрузку. Все размеры такой вмятины при этом увеличивались. Процесс развития вмятины завершался описанным выше общим выпучиванием при верхней

локальной критической нагрузке. Заметим, что верхняя локальная критическая нагрузка (верхняя граница существования закритической формы с одной локальной вмятиной) является весьма устойчивой величиной и в широкой области изменения параметров оболочки ( $150 \leq r/t \leq 700$ ;  $2,0 \leq l/r \leq 8,0$ ) близка к  $0,5N_{\text{кл}}$  [5].

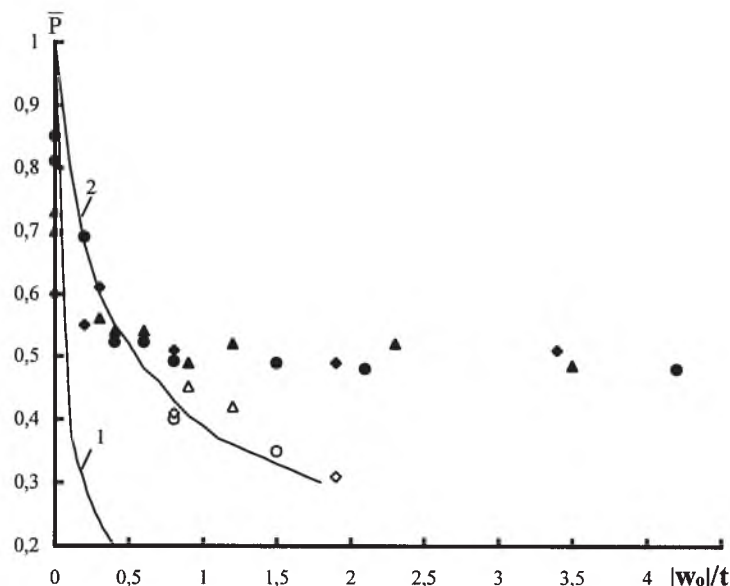


Рис. 1. Экспериментальная зависимость  $\bar{P} = f(|w_0|/t)$  (одиночные пологие вмятины):  $\circ, \bullet$  –  $r/t = 150$ ;  $\triangle, \blacktriangle$  –  $r/t = 260$ ;  $\diamond, \blacklozenge$  –  $r/t = 360$ .

Анализ приведенных на рис. 1 зависимостей показал, что существуют три области изменения параметра  $\bar{w}_0$ , в пределах которых влияние возмущения геометрии на поведение и несущую способность оболочек существенно различается: 1) искусственная вмятина не оказывает влияния на  $N_{\text{кр}}$ , поскольку причиной выпучивания являются начальные прогибы (малые значения  $\bar{w}_0$ ); 2) искусственная вмятина приводит к непрерывному процессу общей потери устойчивости (средние значения  $\bar{w}_0$ , при увеличении которых отмечается резкое снижение  $N_{\text{кр}}$ ) и 3) общему выпучиванию предшествует одна устойчивая локальная закритическая вмятина (большие значения  $\bar{w}_0$ , которые не влияют на несущую способность оболочки, так как последняя определяется верхней локальной критической нагрузкой).

Очевидно, что размеры первой области зависят от уровня начальных несовершенств и при их росте увеличиваются. Граница между второй и третьей областями определяется формой вмятины. Для рассматриваемых пологих вмятин она составляет примерно  $\bar{w}_0 = 0,8$ . По величине относительной нагрузки границей этих наиболее важных областей являются верхние локальные критические нагрузки. Снизу третья область ограничена нижними локальными критическими нагрузками (нижняя граница существования закритической формы с одной локальной вмятиной), величина которых для качественных оболочек с геометрией  $150 \leq r/t \leq 700$ ;  $2,0 \leq l/r \leq 8,0$  состав-

ляет  $(0,35...0,40)N_{\text{кл}}$ . Однако, учитывая, что в области образования закритической вмятины располагалась крупная начальная вмятина, величина нижней локальной критической нагрузки снижалась до  $0,3N_{\text{кл}}$ .

Следует отметить, что по мере снижения критической нагрузки во второй области изменения параметра  $\bar{w}_0$  размеры закритических вмятин общей потери устойчивости существенно увеличивались. Так, при  $N_{\text{кр}}$ , соответствующем верхним локальным критическим нагрузкам, это увеличение достигало 20...25%. Кроме того, размеры закритической вмятины в области начального искусственного возмущения формы всегда были на 15...20% больше размеров остальных вмятин. Это свидетельствует о том, что после потери устойчивости оболочки с большой вероятностью можно определить область, в которой был инициирован процесс общего выпучивания.

**Методика численного расчета докритического состояния и устойчивости гладких оболочек с одиночной вмятиной.** Поведение оболочки в докритическом состоянии описывается нелинейными дифференциальными уравнениями типа Муштари–Доннелла–Власова [6–8]:

$$\begin{aligned} \nabla^4 \bar{\Phi} - \frac{1}{r} \bar{w}_{,xx} + \frac{1}{2} L(\bar{w}, \bar{w} + 2\bar{w}_0) &= 0; \\ \nabla^4 \bar{w} + \frac{1}{r} \bar{\Phi}_{,xx} - L(\bar{\Phi}, \bar{w} + \bar{w}_0) + q &= 0, \end{aligned} \quad (1)$$

где

$$\begin{aligned} \nabla^4 \bar{\Phi} &= A \left( \frac{\partial^4 \bar{\Phi}}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 \bar{\Phi}}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 \bar{\Phi}}{\partial y^4} \right); \\ \nabla^4 \bar{w} &= D \left( \frac{\partial^4 \bar{w}}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 \bar{w}}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 \bar{w}}{\partial y^4} \right); \end{aligned}$$

$$L(\bar{w}, \bar{w} + 2\bar{w}_0) = \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial x^2} \frac{\partial^2 (\bar{w} + 2\bar{w}_0)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial y^2} \frac{\partial^2 (\bar{w} + 2\bar{w}_0)}{\partial x^2} - 2 \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial x \partial y} \frac{\partial^2 (\bar{w} + 2\bar{w}_0)}{\partial x \partial y};$$

$$A = \frac{1}{Et}; \quad D = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)}; \quad E - \text{модуль упругости}; \quad \bar{\Phi} - \text{функция усилий}; \quad \bar{w} -$$

функция радиальных прогибов;  $\bar{w}_0$  – функция заданных начальных несовершенств;  $q$  – внутреннее давление; оператор  $L(\bar{\Phi}, \bar{w})$  аналогичен по построению оператору  $L(\bar{w}, \bar{w} + 2\bar{w}_0)$ .

Система нелинейных уравнений (1) решается с использованием процедуры последовательных приближений. Для этого они линеаризуются [9, 10]. Искомые значения  $\bar{\Phi}$  и  $\bar{w}$  представляются в виде суммы уточняемых  $\Phi_0$  и  $w^0$ , которые предполагаются известными, и отыскиваемых добавок или приращений  $\Phi$  и  $w$ :  $\bar{\Phi} = \Phi_0 + \Phi$ ;  $\bar{w} = w^0 + w$ .

Подставляя эти суммы в уравнения (1) и перенося в правые части уравнений слагаемые, которые не содержат отыскиваемых добавок, получаем

систему уравнений относительно последних, так как уточняемые значения  $\Phi_0$  и  $w^0$  на каждом шаге известны. Полагая отыскиваемые добавки  $\Phi$  и  $w$  малыми, пренебрегаем соответствующими нелинейными относительно добавок слагаемыми в левых частях уравнений (1). В результате линеаризованная относительно искомых добавок система уравнений (1) принимает вид

$$\begin{aligned} \nabla^4 \Phi - \frac{1}{r} w_{,xx} + L(w, w^0 + w_0) &= \\ &= - \left[ \nabla^4 \Phi_0 - \frac{1}{r} w_{,xx}^0 + \frac{1}{2} L(w^0, w^0 + 2w_0) \right]; \\ \nabla^4 w + \frac{\Phi_{,xx}}{r} - L(w^0 + w_0, \Phi) - L(w, \Phi_0) &= \\ &= - \left[ \nabla^4 w^0 + \frac{\Phi_{0,xx}}{r} - L(w^0 + w_0, \Phi_0) + q \right]. \end{aligned} \quad (2)$$

Отметим, что правые части уравнений (2) представляют собой исходные нелинейные уравнения относительно уточняемых значений  $\Phi_0$  и  $w^0$ . Поэтому, когда  $\Phi_0$  и  $w^0$  являются точными решениями нелинейных уравнений, то правые части системы (2) обращаются в нули.

Система (2) представляется в безразмерном виде. Для этого вводятся обозначения:

$$\begin{aligned} \alpha = x/r; \quad \beta = y/r; \quad \bar{w} = w/\sqrt{DA}; \\ \bar{q} = qr^2 \sqrt{A}/2\sqrt{D}; \quad \varphi = \Phi \kappa A/4r^2; \quad \kappa = 2r/\sqrt{DA}. \end{aligned} \quad (3)$$

Система для добавок (2) примет (черта над  $w$  и  $q$  опущена) безразмерный вид

$$\begin{aligned} \nabla^4 \varphi - \frac{1}{2} w_{,\alpha\alpha} + \frac{1}{\kappa} L(w, w^0 + w_0) &= \\ &= - \left[ \nabla^4 \varphi_0 - \frac{1}{2} w_{,\alpha\alpha}^0 + \frac{1}{2\kappa} L(w^0, w^0 + 2w_0) \right]; \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \nabla^4 w + \frac{\kappa^2}{2} \varphi_{,\alpha\alpha} - \kappa L(w^0 + w_0, \varphi) - \kappa L(w, \varphi_0) &= \\ &= - \left[ \nabla^4 w^0 + \frac{\kappa^2}{2} \varphi_{0,\alpha\alpha} - \kappa L(w^0 + w_0, \varphi_0) + \frac{\kappa^2}{2} q \right], \end{aligned} \quad (5)$$

где все  $L(\dots)$ , как и ранее, аналогичны по построению;

$$\begin{aligned} \nabla^4 \varphi &= \varphi_{,\alpha\alpha\alpha\alpha} + 2\varphi_{,\alpha\alpha\beta\beta} + \varphi_{,\beta\beta\beta\beta}; \\ \nabla^4 w &= w_{,\alpha\alpha\alpha\alpha} + 2w_{,\alpha\alpha\beta\beta} + w_{,\beta\beta\beta\beta}. \end{aligned} \quad (6)$$

Система уравнений (1)–(6) является обобщенной линейризованной системой уравнений, которая используется в таких случаях:

нахождение решений начального приближения из линейных уравнений типа:

$$\nabla^4 \varphi - \frac{1}{2} w_{,aaa} = 0; \quad \nabla^4 w + \frac{\kappa^2}{2} \varphi_{,aaa} = -\frac{\kappa^2}{2} q; \quad (7)$$

получение решений нелинейных уравнений докритического состояния (правые части системы) в процессе последовательных приближений (правые части становятся как угодно близки к нулю);

определение параметров критических нагрузок по линейризованным левым частям уравнений – это уравнения устойчивости или нейтрального равновесия.

На основе системы уравнений (4), (5) построен численный алгоритм решений нелинейных уравнений (1) и вычисления параметра критических сил для оболочек. С этой целью получены обобщенные уравнения докритического состояния и устойчивости в конечно-разностном виде. С использованием этих уравнений создан также алгоритм расчета нелинейного неоднородного докритического напряженно-деформированного состояния и параметра критической нагрузки.

Рассмотрим процедуру его построения по методу сеток для равномерно сжатой с торцов цилиндрической оболочки несовершенной формы.

В случае наличия осевой симметрии при численном расчете достаточно в докритическом состоянии рассмотреть по окружности четвертую часть оболочки или половину циклично-симметричного участка, а по длине всю длину оболочки. В каждом внутреннем расчетном узле находятся два неизвестных значения  $F_{i,k}, W_{i,k}$ . Контурные и законтурные значения последних определяются из принятых граничных условий:

$$\sigma_\alpha = \text{const}; \quad w = 0; \quad v = 0; \quad M_x = 0, \quad (8)$$

т.е. на торце действуют постоянные напряжения  $\sigma_\alpha$ , моменты, радиальные перемещения и перемещения в касательной плоскости отсутствуют.

Система конечно-разностных уравнений записывается для каждого узла сетки (на нечетных местах линейризованные уравнения неразрывности, на четных – линейризованные уравнения равновесия). Более подробно эти представления приведены ранее [9, 10].

Матрица коэффициентов системы уравнений в блочном виде (табл. 2) имеет полную ширину ленты  $h_n = 8j + 3$  ( $h_n$  – число элементов во всей полосе коэффициентов от левой крайней до правой крайней диагонали). Порядок системы уравнений равен  $2j(I - 1)$ , где  $I$  – число узлов сетки по длине оболочки;  $j$  – число узлов по окружности;  $X_1, X_2, \dots, X_I, \dots, X_{I-2}$  – группы неизвестных, относящихся к отдельным горизонтальным рядам сетки, пронумерованным сверху вниз. Главная диагональ содержит блоки  $B_1^c, B_2^c, B_3^c, \dots, B_i^c$ .



Т а б л и ц а 2

## Матрица коэффициентов в блочном виде

№ горизонтальных рядов сетки	$X_1$	$X_2$	$X_3$		$X_i$		$X_{I-3}$	$X_{I-2}$	Правая часть уравнения
1	$B_1^c$	$\Phi_1^c$	$C$						$\Delta_1$
2		$B_2^c$	$\Phi_2^c$	$C$					$\Delta_2$
3			$B_3^c$	$\Phi_3^c$	$C$				$\Delta_3$
Повтор ( $i-4$ ) раза предыдущих блоков									
$i$					$B_i^c$	$\Phi_i^c$	$C$		$\Delta_i$
Повтор ( $I-i-4$ ) раза предыдущих блоков									
$I-3$							$B_{I-3}^c$	$\Phi_{I-3}^c$	$\Delta_{I-3}$
$I-2$								$B_{I-2}^c$	$\Delta_{I-2}$

Типовые блоки приведены в работах [9, 10]. В них появляются стандартные повторяющиеся по структуре строки, которые в каждом из этих блоков по структуре аналогичны двум предыдущим строкам и повторяются ( $j-5$ ) раз. Этот же подход использован для анализа несовершенных ребристых оболочек [11–13]. Трехмерная теория изложена в [14].

**Сопоставление данных расчета с экспериментом.** Результаты экспериментальных исследований (рис. 1) подвергались теоретическому анализу в соответствии с предложенной выше процедурой численного расчета по методу сеток. На рис. 2 приведены зависимости  $\bar{P} = f(|w_0|/t)$  для оболочек с геометрией  $r/t = 150, 260$  и  $360$ . Негладкость графиков обусловлена тем, что расчет проводился для дискретных значений  $w_0/t$  и  $D$  (табл. 1).

На расчетном участке, равном  $1/2$  полной развертки оболочки, наносилась сетка  $I \times J = 71 \times 115$ . Сгущение сетки практически не изменяло численные результаты.

В эксперименте форма начальных вмятин в плане была близка к круговой. При расчете рассматривались вмятины квадратной формы, которые были описаны около реальных вмятин. Поэтому по площади они были примерно на 10% больше, чем в эксперименте. Выбор такой формы вмятин при расчете обусловлен удобством использования метода сеток. Дополнительные расчеты показали, что при более точном учете площади вмятины повышается на 5–10% параметр теоретической критической нагрузки и улучшается сходимость результатов теории и эксперимента.

Форма самой вмятины принята в виде функции:

$$f_0 = -w_0 \sin \frac{\pi x}{l_1} \sin \frac{\pi y}{l_2}, \quad (9)$$

где  $l_1$  и  $l_2$  – размеры вмятины соответственно по длине и по окружности.

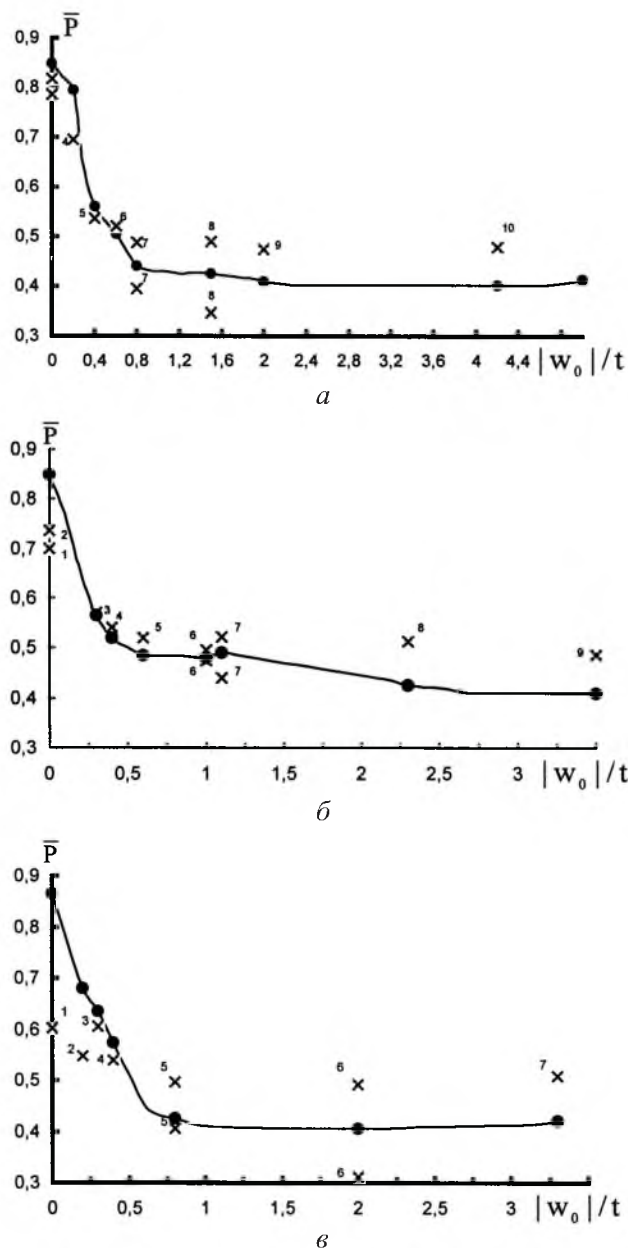


Рис. 2. Теоретическая (●) и экспериментальная (×) зависимости  $\bar{P} = f(|w_0|/t)$  для оболочек с локальной вмятиной,  $l/r = 2$ : а –  $r/t = 150$ ; б –  $r/t = 260$ ; в –  $r/t = 360$ . (Цифры соответствуют № оболочки в табл. 1.)

В случае отсутствия искусственных локальных вмятин ( $|w_0|/t = 0$ ) максимальное отличие данных эксперимента от расчета составило порядка 7,5% при  $r/t = 150$ , 11,5% при  $r/t = 260$  и лишь при  $r/t = 360$  оно достигало 29%. Это расхождение вызвано наличием начального стохастического фона начальных несовершенств с весьма малыми амплитудами прогибов, которые не учитывались в расчете.

При наличии искусственных вмятин (рис. 2,а,б) во второй области изменения  $|w_0|/t$  ( $0 \leq |w_0|/t \leq 1$ ) экспериментальные результаты отличались от расчетных (по отношению к экспериментальным) при  $r/t=150$  и  $260$  не более чем на 5%, при  $r/t=360$  – до 18%. В третьей области изменения  $|w_0|/t$  ( $1 < |w_0|/t \leq 3,5$ ) различие между указанными данными существенное и при  $r/t=150$  составило 6%, при  $r/t=260$  – 17% и при  $r/t=360$  – 22%. При уточнении размера вмятины для  $r/t=260$  и  $360$  оно равно не более 10%.

Различие между экспериментальными и расчетными данными при  $r/t=360$  обусловлено в первую очередь способом описания формы вмятины, что не приводит к большим отличиям, однако позволяет определить критическую нагрузку с запасом прочности при больших амплитудах вмятин. Отметим, что попытка использовать для оценки критической нагрузки подход Койтера [15], рассматривая одиночную вмятину как осесимметричную регулярную погибь, приводит к существенному занижению несущей способности несовершенной оболочки (на рис. 1 кривая 1). В то же время во второй области изменения  $|w_0|/t$  достаточно хорошее согласование с экспериментом дает расчет по формуле, полученной в результате асимптотического анализа нелинейного функционала полной потенциальной энергии упругого цилиндра с локализованной вмятиной [16]. На рис. 1 этому расчету соответствует кривая 2. Однако она непригодна для оценки верхних локальных критических нагрузок при  $|w_0|/t > 1$ .

## Выводы

1. Предложенная методика испытаний оболочек с вмятинами реализована на образцах с искусственно созданной вмятиной.
2. Методика численного расчета использована для теоретического анализа критических нагрузок и несущей способности рассмотренных оболочек.
3. Выполнено теоретико-экспериментальное исследование устойчивости гладких цилиндрических оболочек с одиночной локальной вмятиной.
4. Для оболочек с локализованными малыми вмятинами во всех областях изменения параметра  $|w_0|/t$  получено хорошее качественное согласование между расчетными и экспериментальными критическими нагрузками. В случае  $150 \leq r/t \leq 360$  и  $|w_0|/t \leq 1$  достигнуто также хорошее количественное их соответствие.
5. Локализованные несовершенства могут служить одним из признаков, по которому оценивается качество изготовления оболочек. Такой подход требует тщательного учета и анализа этих, а также других специфических несовершенств.

## Резюме

Виконано теоретико-експериментальне дослідження стійкості гладких циліндричних оболонок зі сталі, що мають окрему локальну вм'ятину. Усі

оболочки виготовлялися за єдиною технологією. Випробування проводилися з дотриманням єдиних умов до спостережень і вимірів. Теоретичні розрахунки виконувалися за методом сіток із використанням нелінійної теорії оболонок. Проведено зіставлення критичних навантажень, отриманих експериментально і шляхом розрахунку. Запропонований теоретико-експериментальний підхід дозволяє оцінити якість оболонок на основі дослідження локальних вм'ятин та інших специфічних недосконалостей.

1. *Гавриленко Г. Д., Пальчевский А. С., Якубовский Ю. Е.* Определение критических нагрузок неидеальных моделей оболочек // Прикл. механика. – 1985. – **21**, № 6. – С. 68 – 72.
2. *Гавриленко Г. Д., Дудник И. Ф., Ларионов И. Ф.* Устойчивость ребристых цилиндрических оболочек при наличии несимметричных вмятин // Там же. – 1984. – **20**, № 2. – С. 31 – 35.
3. *Гавриленко Г. Д., Ситник А. С.* Устойчивость ребристых оболочек с локальными вмятинами // Там же. – 1985. – **21**, № 11. – С. 128 – 130.
4. *Красовский В. Л.* Поведение и устойчивость сжатых тонкостенных цилиндров с локальными несовершенствами формы // Тр. XV Всесоюз. конф. по теории оболочек и пластин. – Казань, 1990. – С. 303 – 308.
5. *Красовский В. Л.* О процессе выпучивания цилиндрических оболочек при однородном продольном сжатии // Вісн. академії: Науковий та інформаційний бюлетень. – 1998. – № 7. – С. 25 – 31.
6. *Муштары Х. М., Галимов К. З.* Нелинейная теория упругих оболочек. – Казань: Таткнигоиздат, 1957. – 431 с.
7. *Arbocz J. and Babcock C. D.* The effect of general imperfections on the buckling of cylindrical shells // J. Appl. Mech. Ser. E. – 1969. – **36**, No. 1. – P. 28 – 38.
8. *Donnell L. H.* A new theory for buckling of thin cylinders under axial compression and bending // Trans. ASME. – 1934. – **56**. – P. 795 – 806.
9. *Гавриленко Г. Д.* Устойчивость ребристых цилиндрических оболочек при неоднородном напряженно-деформированном состоянии. – Киев: Наук. думка, 1989. – 176 с.
10. *Гавриленко Г. Д.* Устойчивость ребристых оболочек несовершенной формы. – Киев: Изд. Ин-та математики НАН Украины, 1999. – 190 с.
11. *Gavrylenko G. D., Matsner V. I., and Sytnik A. S.* Stability of ribbed cylindrical shells with a nonideal shape // Int. Appl. Mech. – 1999. – **35**, No. 12. – P. 1222 – 1228.
12. *Gavrylenko G. D., Matsner V. I., and Sytnik A. S.* Minimum critical loads of ribbed shells with given initial deflections // Ibid. – 2000. – **36**, No. 11 – P. 1482 – 1486.
13. *Gavrylenko G. D.* Stability and load-carrying capacity of incomplete shells // Ibid. – No. 7. – P. 866 – 887.
14. *Guz A. N.* Constructing the three-dimensional theory of stability of deformable bodies // Ibid. – 2001. – **37**, No. 1. – P. 1 – 37.

15. *Koiter W. T.* The effect of axisymmetric imperfections on the buckling of cylindrical shells under axial compression // Proc. Koninkl. Ned. Acad. Wet. – 1963. – **66**, No. 5. – P. 265 – 279.
16. *Грицак В. З.* Асимптотическая формула для критических напряжений в аксиально-сжатых цилиндрических оболочках с локальными несовершенствами // Прочность и долговечность конструкций. – Киев: Наук. думка, 1980. – С. 113 – 120.

Поступила 25. 06. 2002