

Фотопружні дослідження динамічних напружень в анізотропних пластинах

М. П. Малезик, Г. П. Шеремет

Відділення геодинаміки вибуху Інституту геофізики ім. С. І. Субботіна НАН України, Київ, Україна

Із використанням основних співвідношень фотопружності отримано формули для коректного визначення динамічних напружень у конструктивно-анізотропних пластинах поляризаційно-оптичним методом. Досліджувалося хвильове поле напружень в анізотропній пластині при навантаженні її на вільній границі імпульсом від точкового джерела і вплив анізотропії на характер такого поля. Вивчено розподіл динамічних напружень на вільній поверхні від зосередженого джерела. Отримано залежності зміни максимальних напружень квазіповдовжньої Р-хвилі та хвилі Релея від відстані до джерела r/r_0 .

Ключові слова: напружено-деформований стан, імпульсне навантаження, анізотропні пластинки, поляризаційно-оптичний метод.

Вступ. При дослідженні задач пружності і пластичності, термопружності і в'язкопружності та динамічних задач руйнування успішно застосовується поляризаційно-оптичний метод (ПО-метод), або метод фотопружності [1, 2]. Використання методу анізотропної фотопружності стосовно статичних задач механіки твердого деформівного тіла дістало розвиток у роботах [3, 4], де вперше наведено співвідношення, що описують залежність діелектричної проникності від механічних характеристик конструктивно-ортотропних модельних пластин, та розроблено методику експерименту. Оскільки окремі спроби застосувати ПО-метод [5, 6] при дослідженні хвильових полів напружень у моделях композитів пов'язані з проблемою розшифровки картин інтерференційних смуг, результати цих досліджень мають переважно якісний характер. У даній роботі наведено методику кількісного й якісного визначення ПО-методом динамічних напружень та деформацій в конструктивно-анізотропних пластинах.

Співвідношення для визначення ПО-методом динамічних напружень і деформацій в анізотропних пластинах. При розробці методики прийнято наступне: довжина пружних хвиль на порядок і більше перевищує відстань між окремими включеннями; розподіл напружень у структурі середовища близький до статичного, хоча і змінюється в часі. Моделлю такого середовища є однорідний анізотропний континуум, характеристики якого знаходяться з розв'язків задач статики, а число різноманітних параметрів береться з урахуванням симетрії упакування середовища. Таке наближення лежить в основі вивчення динамічних явищ у прикладних задачах механіки конструкцій з композитних матеріалів [7]. При цьому припускалося, що тензор діелектричної проникності залежить як від напружень, так і від деформацій.

Зв'язок між порядком смуг інтерференції m і напруженнями σ_r в головних осях ортотропії запишемо згідно з роботою [4]:

$$\frac{\sigma_1}{c_{11}} - \frac{\sigma_2}{c_{22}} = \frac{m}{h} \cos 2\varphi; \quad \frac{2\sigma_{12}}{c_{12}} = \frac{m}{h} \sin 2\varphi, \quad (1)$$

де h – товщина пластини; c_{11}, c_{22}, c_{12} – оптичні сталі за напруженнями; φ – параметр оптичної ізокліни.

Для довільної точки пластини з оптично-активного конструктивно-ортотропного матеріалу такий зв'язок, що виражений через три оптичні константи за напруженнями c_{11}, c_{22}, c_{12} , матиме наступний вигляд:

$$\frac{m}{h} = \left\{ \left[\left(\frac{\sigma_x}{c_{11}} - \frac{\sigma_y}{c_{22}} \right) + \left(\frac{1}{c_{11}} + \frac{1}{c_{22}} \right) (\sigma_x - \sigma_y) \sin^2 \theta + \sigma_{xy} \sin 2\theta \right]^2 + \frac{1}{c_{12}^2} [(\sigma_y - \sigma_x) \sin 2\theta + 2\sigma_{xy} \cos 2\theta]^2 \right\}^{1/2}, \quad (2)$$

де σ_x і σ_y – компоненти напруження вздовж відповідних осей; θ – кут нахилу головних напружень.

Аналогічний зв'язок між порядком інтерференційних смуг $m(t)$ і деформаціями ε_p і ε_q представимо так:

$$\frac{m}{h} = \frac{\varepsilon_p}{g_{11}} \left\{ \left[\left(\cos^2 \Psi + \frac{\varepsilon_q}{\varepsilon_p} \sin^2 \Psi \right) - \left(\sin^2 \Psi + \frac{\varepsilon_q}{\varepsilon_p} \cos^2 \Psi \right) \frac{g_{11}}{g_{22}} \right]^2 + \left[\frac{g_{11}}{g_{12}} \left(1 - \frac{\varepsilon_q}{\varepsilon_p} \right) \sin 2\Psi \right]^2 \right\}^{1/2}, \quad (3)$$

де g_{11}, g_{22}, g_{12} – оптичні сталі за деформаціями; Ψ – кут нахилу головних деформацій.

Визначення динамічних величин оптичних сталей конструктивно-анізотропних модельних матеріалів за напруженнями c_{11}, c_{22}, c_{12} і деформаціями g_{11}, g_{22}, g_{12} проводилося на поляризаційно-динамічній установці [8] і полягало в одночасній реєстрації в досліджуваному перерізі зразка зміни порядків інтерференційних смуг $m(t)$ і зміщень $u(t)$. За модельний матеріал слугували пластини, що виготовлялися на основі епоксидної смоли, армованої шарами прорідженої скляної тканини. Певного ступеня анізотропії матеріалу можна досягти, якщо змінювати кількість шарів. (Детальніше див. [9].)

Для проведення тарувальних експериментів із пластин вирізали стрижні під кутами $\theta = 0, 30, 45, 60, 90^\circ$ до головних напрямків пружності матеріалу. Геометричні розміри стрижнів відповідали умовам використання при обробці даних експерименту одновимірної теорії поширення поздовжніх хвиль у

стрижнях [10]. У вільно підвішеному стрижні (рис. 1) внаслідок вибуху алюмінієвої фольги, при розряді через неї потужного конденсатора, утворювався імпульс стиснення. При цьому зйомка динамічних картин ізохроматичних смуг здійснювалася високошвидкісною камерою "СФР-1М" в режимі фотореєстратора зі збільшенням в 15 крат. Це дозволило одночасно реєструвати на фотошлівці як зміну порядків інтерференційних смуг $m(t)$, так і зміщення $u(t)$. У кожному випадку за величиною кута нахилу смуги нульового порядку (рис. 2,а) визначали миттєве значення швидкості фронту хвилі $C_{(0)}$.

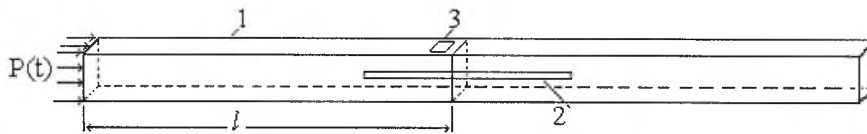


Рис. 1. Схема проведення випробувань для визначення характеристик $c^{1,0}$ і $g^{1,0}$ у конструктивно-анізотропних матеріалах: 1 – зразок; 2 – щілина фотореєстратора; 3 – розетка з ортогональними тензодатчиками.

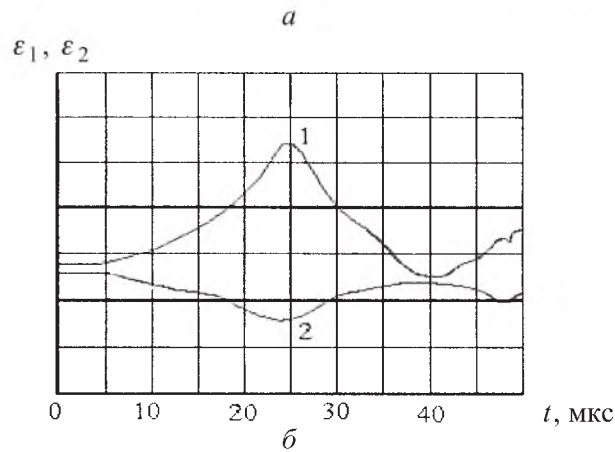
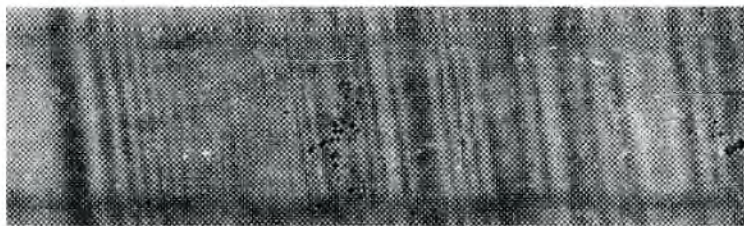


Рис. 2. Фотограма зміни порядків ізохром $m(t)$ (а) і осцилограма поздовжніх ε_1 (1) і поперечних ε_2 (2) деформацій (б).

Запис і вимірювання деформацій проводили за допомогою розетки з двома ортогонально розташованими фольговими тензорезисторами, наклеєними на бічну поверхню стрижня. Реєстрація зміни деформацій в часі здійснювалася запам'ятовуючим осцилографом. В експерименті було реалізовано можливість суміщення в часі фотограми зміни порядків ізохроматичних смуг $m(t)$ шляхом накладання на неї зміщення $u(t)$ (рис. 2,а) та осцилограм

поздовжніх $\varepsilon_1(t)$ і поперечних $\varepsilon_2(t)$ деформацій (рис. 2,б). Для цього було використано іскровий розрядник.

Тарування резисторів для запису деформації $\varepsilon_1(t)$, підсилювальної і реєструючої апаратури здійснювалося з використанням співвідношення Коші:

$$\varepsilon_1(t, x) = \partial u(t, x) / \partial x, \quad (4)$$

інтегрування якого дозволило визначити ціну поділки масштабної сітки екрана осцилографа:

$$u(t_1) - u(t_2) = C_{(0)} \int_{t_1}^{t_2} \varepsilon_1(t) dt, \quad (5)$$

де t_1, t_2 – координати двох точок у фазі зростання імпульсу $\varepsilon_1(t)$. Коефіцієнти Пуассона $\nu_{11}(t)$ і $\nu_{22}(t)$, що визначалися із співвідношення поперечних та поздовжніх деформацій, в зразках матеріалу в межах одного імпульсу залишалися сталими і дорівнювали статичним. Отримані в одному експерименті і побудовані у відносних величинах криві $m(t)$ і $(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)(t)$ (рис. 3) практично збігаються, що свідчить про сталість оптичної чутливості модельних матеріалів у досліджуваному діапазоні часу.

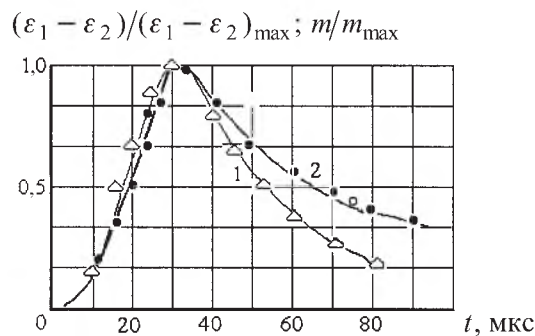


Рис. 3. Залежність відносних величин $(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)/(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)_{\max}$ – 1 і m/m_{\max} – 2 від t .

Величини c_d і g_d визначалися за максимальними значеннями зміщення u_{\max} і порядку інтерференційних смуг m_{\max} . Для випадку, коли $\theta = 0$, маємо

$$c_{11d} = \bar{\rho} C_{(0)} \dot{u}_{\max}^0 h / m_{\max}, \quad (6)$$

де ρ – густина матеріалу пластини, при $\theta = 90^\circ$ –

$$c_{22d} = \bar{\rho} C_{(0)} \dot{u}_{\max}^{90} h / m_{\max}, \quad (7)$$

при $\theta = 45^\circ$ –

$$c_{12d} = \frac{1}{\sqrt{(m_{\max}^{45} / \rho C_{(0)} \dot{u}_{\max}^{45} h)^2 - (1/c_{11d} - 1/c_{22d})^2}}, \quad (8)$$

Динамічні величини оптичних сталей g_{11d} , g_{22d} визначалися за максимальними деформаціями ε_{\max} :

$$g_{11d} = (1 + \nu) \varepsilon_{\max}^0 h / m_{\max}^0; \quad g_{22d} = (1 + \nu) \varepsilon_{\max}^{90} / m_{\max}^{90}. \quad (9)$$

Для модельних матеріалів, якщо об'ємний вміст скловолокна не перевищує 30%, експериментальні значення коефіцієнтів g_{11d} , g_{22d} (таблиця) практично збігаються. Аналогічні результати отримано для інших модельних оптично чутливих композитних матеріалів [8].

Динамічні значення оптичних сталей модельного матеріалу

θ , град	$c_d \cdot 10^{-1}$, МПа · см/смуга	$g_d \cdot 10^{-4}$, см/смуга
0	28,1	5,30
30	34,1	5,29
45	36,9	5,22
60	42,1	5,31
90	48,9	5,26

Отже, зв'язок між характеристиками подвійного заломлення променів і деформаціями можна записати у спрощеному вигляді:

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 - \varepsilon_2 &= g_{11d} \frac{m_{\max}}{h} \cos 2\varphi; & \gamma_{12} &= g_{11d} \frac{m_{\max}}{h} \sin 2\varphi; \\ \varepsilon_p - \varepsilon_q &= g_{11d} \frac{m_{\max}}{h} \left[\cos^2 2\varphi + \left(\frac{g_{12d}}{g_{11d}} \right)^2 \sin^2 2\varphi \right]^{1/2}. \end{aligned} \quad (10)$$

Оскільки середньоарифметичне трьох коефіцієнтів відрізняється від будь-якого з них не більше ніж на 5%, можна запропонувати одну динамічну деформаційну сталу

$$g_{0d}^{1,0}(\theta) = \text{const}. \quad (11)$$

Тоді співвідношення (10) запишемо у вигляді

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 - \varepsilon_2 &= \frac{m_{\max} g_{0d}^{1,0}}{h} \cos 2\varphi; \\ \gamma_{12} &= \frac{m_{\max} g_{0d}^{1,0}}{h} \sin 2\varphi; \\ \varepsilon_p - \varepsilon_q &= \frac{m_{\max} g_{0d}^{1,0}}{h}. \end{aligned} \quad (12)$$

У таблиці наведено оптичні сталі c_d і g_d модельного матеріалу для різних кутів θ .

Із (6), (7) та (8), (9) запишемо співвідношення між значеннями ціни смуги матеріалу за деформаціями і напруженнями в довільному напрямку ортотропної пластини:

$$g_{0d(\varphi)}^{1,0} = c_{0d(\varphi)}^{1,0} h \sqrt{\left(\frac{1 + \nu_{12}}{E_1} \cos^2 \varphi - \frac{1 + \nu_{21}}{E_2} \sin^2 \varphi \right)^2 + \frac{1}{4G_{12}^2} \sin^2 2\varphi}. \quad (13)$$

З урахуванням (10) відношення між значеннями ціни смуги матеріалу за напруженням в напрямках, що визначаються кутами φ_1, φ_2 , можна виразити через пружні сталі:

$$\frac{c_{0d(\varphi_2)}^{1,0}}{c_{0d(\varphi_1)}^{1,0}} = \sqrt{\frac{\left(\frac{1 + \nu_{12} \cos^2 \varphi_2}{E_1} - \frac{1 + \nu_{21} \sin^2 \varphi_2}{E_2} \right)^2 + \frac{1}{4G_{12}^2} \sin^2 2\varphi_2}{\left(\frac{1 + \nu_{12} \cos^2 \varphi_1}{E_1} - \frac{1 + \nu_{21} \sin^2 \varphi_1}{E_2} \right)^2 + \frac{1}{4G_{12}^2} \sin^2 2\varphi_1}}. \quad (14)$$

Таким чином, за допомогою основних співвідношень для статичної фотопружності на базі простих наближень вперше отримано формули (6), (7) та (8), (9) для коректного визначення динамічних величин оптичних сталей за напруженнями і деформаціями. Співвідношення (12) дають можливість за експериментально отриманими порядками інтерференційних смуг визначати динамічні деформації в довільних точках пластин із оптично чутливих конструктивно-анізотропних матеріалів.

Результати дослідження характеру хвильового поля в анізотропних пластинах під дією осесиметричного імпульсного навантаження ПО-методом дозволяють отримувати експериментальний розв'язок, який може бути основою для модельного дослідження більш складних динамічних задач.

Хвильове поле напружень в анізотропній пластині під дією імпульсного навантаження. Досліджувалося хвильове поле в анізотропній пластині при навантаженні її на вільній границі імпульсом від точкового джерела та вплив анізотропії на характер такого хвильового поля. На рис. 4 показана схема експерименту щодо дослідження характеру хвильового поля в анізотропній пластині з точковим імпульсним навантаженням.

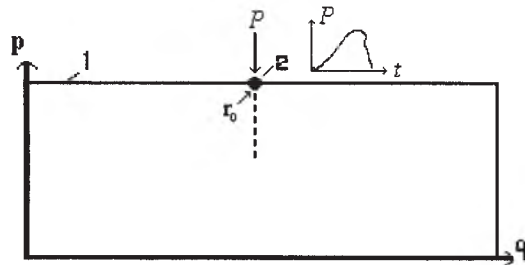


Рис. 4. Схема навантаження моделі: 1 – модель; 2 – точкове джерело імпульсного навантаження (p, q – головні напрямки пружності).

Джерелом навантаження був електричний вибух провідника. Тривалість фази зростання імпульсу тиску складала близько 45 мкс. Використовували пластини розміром $250 \times 80 \times 3$ мм. Характеристики оптично чутливого матеріалу наступні: $E_1 = 7,10 \cdot 10^3$ МПа; $E_2 = 4,73 \cdot 10^3$ МПа; $\nu_{12} = 0,26$; $\nu_{21} = 0,16$; $G = 1,51 \cdot 10^3$ МПа; $\sigma_d^{90} = 48,9 \cdot 10^{-1}$ МПа · см/смуга; $\sigma_d^0 = 28,1 \cdot 10^{-1}$ МПа · см/смуга; $\sigma_d^{45} = 36,9 \cdot 10^{-1}$ МПа · см/смуга; $\varepsilon_d = 5,28 \cdot 10^{-4}$ см/смуга.

Зйомка картин інтерференційних смуг здійснювалася за допомогою поляризаційно-динамічної установки в кадровому режимі з частотою $\omega = 2,3 \cdot 10^6$ с⁻¹. На рис. 5 показано фрагменти кінограми з картинами інтерференційних смуг, що характеризують розвиток процесу поширення хвиль. Відлік часу проводився від початку формування поблизу контуру фронту поздовжньої циліндричної хвилі.



Рис. 5. Фрагменти кінограми в момент часу $t_1 = 18$ мкс (а), $t_2 = 50$ (б) і 105 мкс (в).

Розподіл напружень у часі порівнювався з результатами теоретичного розв'язку [11]. Незважаючи на те, що схеми навантаження відрізнялися між собою, відмічається якісна подібність хвильових полів. Характер затухання амплітуд коливань хвиль, що поширюються, і деякі зміни форми імпульсу з відстанню в оптично чутливих матеріалах порівняно з пружними дещо відрізняються. Врахування похибок при визначенні напружень і зміщень ускладнюється у випадку динамічних задач, коли в моделі виникають хвилі різноманітного типу, які поширюються з різною швидкістю і відрізняються за характером розподілу напружень і зміщень та закономірностями затухання амплітуд із відстанню.

Аналіз кінограм показав, що при кутах падіння хвилі φ , близьких до 90° , зосереджене імпульсне джерело приводить до утворення системи об'ємних і поверхневих хвиль. Вибух провідника, що розташований на торцевій поверхні пластини, утворює поле напружень, яке подібне до хвильового поля, від імпульсу нормальної зосередженої сили. При заглибленні джерела відношення нормальної і тангенціальної складових змінюється.

У початковий період процесу домінує поширення поздовжньої циліндричної P -хвилі (рис. 5,а,б), згодом із відбиттям її від вільної поверхні виникає зона поширення поперечних S -хвиль (рис. 5,в) і лише через деякий час на певній відстані формується конічна K -хвиля. Фронт K -хвилі є огинаючою всіх поперечних хвиль, що випромінюються точками вільної поверхні середовища. Спостерігається різка зміна хвильового поля напружень при переході від джерела вибуху на поверхні до мінімально заглибленого. Вибух поверхневого зосередженого заряду породжує поздовжню хвилю, максимальні напруження якої виникають на осі симетрії ($\theta = 0$). З урахуванням

цього визначався розподіл порядків інтерференційних смуг m та динамічних напружень $\sigma_1 - \sigma_2$ вздовж осі симетрії для двох головних напрямків анізотропії в момент часу $t_2 = 60$ мкс (рис. 6).

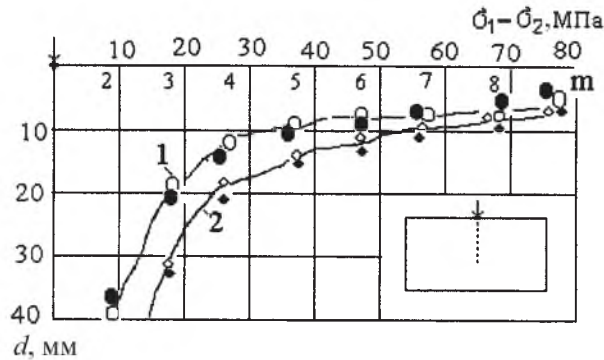


Рис. 6. Зміна динамічних напружень $\sigma_1 - \sigma_2$ (світлі точки) і порядків смуг m (темні точки) у пластині вздовж осі симетрії з відстанню від джерела: 1 – E_1 ; 2 – E_2 .

Величина різниці головних напружень вздовж фронту при віддаленні від осі зменшується, і лише біля вільної поверхні ($\theta = 90^\circ$), де виникає зона інтерференції поздовжньої і конічної хвиль, порядки ізохроматичних смуг збільшуються, при цьому їх максимальні значення m_k не більші за m_0 на осі симетрії. При заглибленні джерела імпульсного навантаження вздовж осі симетрії напруження в поздовжній P -хвилі зростають, внаслідок чого відбувається перерозподіл їх у напрямку фронту, що приводить до відносного збільшення різниці головних напружень у поверхневій зоні, у порівнянні з відповідними величинами на осі симетрії, до $m_k/m_0 \approx 2,5$. Відмічені авторами закономірності збігаються з тими, що спостерігалися в ізотропних пластинах [1]. Хвиля Релея характеризується двома екстремумами на контурі пластини $z = 0$ (рис. 5, в), фазами розтягу і стиснення. Має місце також приповерхневий максимум і дві ізотропні точки, глибина h_0 розташування яких визначається геометричними розмірами джерела. При $z > h_0$ напруження різко зменшуються, а хвиля Релея в усіх випадках відмічається тільки в зоні $z_R \leq 10r_0$. У роботі [11] при розгляді хвильового поля напружень від точкового джерела в анізотропному середовищі встановлено, що зміна хвильового поля релеївської хвилі на границі середовища при збільшенні заглиблення джерела відповідає зміні хвильового поля глибиною z при розташуванні джерела на поверхні. Це свідчить про те, що хвиля Релея помітної інтенсивності повинна спостерігатися при розташуванні джерела в зоні $z \leq z_R$. Результати даного експерименту підтверджують цей висновок. Рис. 7 ілюструє експериментальний розподіл динамічних напружень на вільній поверхні від зосередженого джерела.

Розподіл напружень у хвилі Релея дає можливість визначити компоненти напружень тільки на вільній поверхні пластини. Розподіл напружень для внутрішніх точок середовища є досить складним. Слід зазначити, що у такому випадку всі компоненти $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$ не дорівнюють нулю, а напрямки головних напружень змінюються в кожній точці з часом.

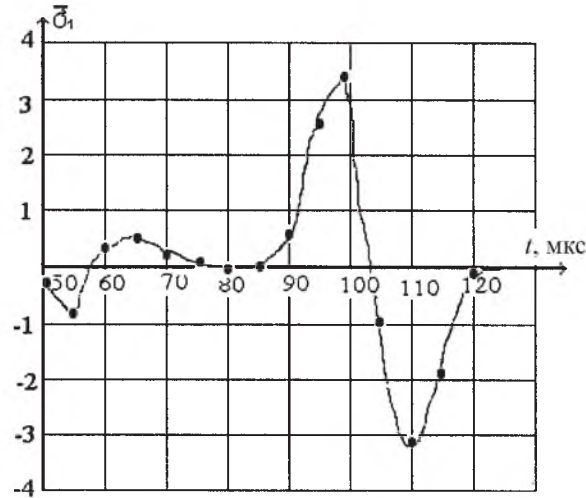


Рис. 7. Зміна динамічних напружень протягом часу на вільній поверхні для точки $35r_0$ ($r_0 = 2,5$ мм).

За максимальними порядками інтерференційних смуг побудовано залежності зміни максимальних напружень поздовжньої P -хвилі та хвилі Релея від відстані до джерела r/r_0 . На рис. 8 представлено криві, що характеризують затухання максимальних напружень циліндричної поздовжньої P -хвилі та хвилі Релея для різної орієнтації осей анізотропії.

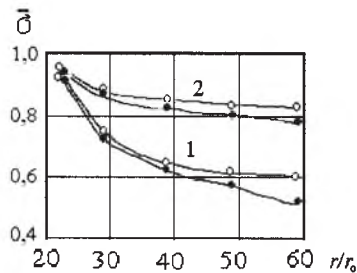


Рис. 8. Затухання максимальних напружень циліндричної поздовжньої P -хвилі (1) та хвилі Релея (2): $\circ - E_1$; $\bullet - E_2$.

При зміні відстані від джерела в'язкість матеріалу зумовлює зміни в закономірностях затухання максимальних напружень у моделі в залежності від напрямку головних осей анізотропії. Розходження між коефіцієнтами затухання виявляється неоднаковим для різних типів хвиль, тому при розв'язуванні динамічних задач методом фотопружності можуть виникати похибки. Враховувати похибки особливо важко у випадку складних динамічних задач, пов'язаних із виникненням різних типів хвиль, що поширюються з різними швидкостями.

Висновки. Отримані співвідношення дають можливість визначати динамічні величини оптичних сталей та за експериментально установленими порядками інтерференційних смуг – динамічні деформації в довільних точках пластин із оптично чутливих конструктивно-анізотропних матеріалів.

Вплив заглиблення джерела на величину напружень у хвилях різних типів і різноманітний характер затухання об'ємних і поверхневих хвиль є причиною того, що при зміні глибини джерела і відстані до досліджуваної зони змінюється кількісна дія тих чи інших типів хвиль у формуванні динамічного напруженого стану середовища поблизу вільної поверхні. Це є важливим для розв'язку практичних задач при вивченні сейсмічної дії вибуху, оскільки у більшості випадків при натурних вибухах заряд вибухової речовини розташований поблизу вільної поверхні, в той час як глибина його розміщення суттєво впливає на розподіл хвильових полів поблизу поверхні.

Визначення характеристик хвильових полів ПО-методом у анізотропних пластинах з осесиметричним імпульсним навантаженням дозволяє отримати експериментальні дані, які можуть бути основою для модельного дослідження більш складних динамічних задач.

Резюме

С использованием основных соотношений фотоупругости получены формулы для корректного определения динамических напряжений в конструктивно-анизотропных пластинах поляризационно-оптическим методом. Исследовалось волновое поле напряжений в анизотропной пластине при нагружении ее на свободной границе импульсом от точечного источника и влияние анизотропии на характер такого поля. Изучено распределение динамических напряжений на свободной поверхности от сосредоточенного источника. Получены зависимости изменения максимальных напряжений квазипродольной P -волны и волны Рэлея от расстояния к источнику r/r_0 .

1. *Метод фотоупругости* / Под ред. Г. Л. Хесина. – М.: Стройиздат, 1975. – Т. 1–3. – 998 с.
2. Степанов Г. В., Бедий И. Н., Маковей В. А. Некоторые особенности кинетики быстрых трещин в ПММА // Пробл. прочности. – 1988. – № 8. – С. 32 – 36.
3. Бугаков И. И., Грах И. И. Исследование метода фотоупругости анизотропных тел // Вест. Ленингр. гос. ун-та. – 1968. – № 19. – С. 31 – 39.
4. Нетребко В. П., Васильченко И. П. Поляризационные методы механики композиционных материалов. – М.: Изд-во Моск. гос. ун-та, 1990. – 160 с.
5. Herman J. H., Acheubach J. D., and Fang S. J. A dynamic photoelastic study of stress-wave propagation through an inclusion // Exp. Mech. – 1976. **16**, No. 8. – P. 291 – 295.
6. Алтаидзе З. К., Костин И. Х., Пахунов В. И. Исследование волновых напряжений в пластинках из анизотропных материалов методом динамической фотоупругости // Пробл. прочности. – 1983. – № 10. – С. 88 – 93.
7. Ванин Г. А. Микромеханика композиционных материалов. – Киев: Наук. думка, 1985. – 304 с.

8. *Губарь І. М., Зазимко Н. М., Малєжик М. П., Шеремет Г. П.* Швидкісна установка для реєстрації хвиль напружень у фотопружних полімерах // *Наук. записки НПУ ім. М. П. Драгоманова. Фізико-математичні науки.* – Київ: Нац. пед. ун-т ім. М. П. Драгоманова, 2002. – С. 79 – 87.
9. *Малєжик М. П.* Оптично-чутливі матеріали для моделювання хвильових полів напружень в анізотропних тілах // *Фіз.-хім. механіка матеріалів.* – 2004. – № 1. – С. 99 – 103.
10. *Кольський Г.* Волны напряжений в твердых телах. – М.: Гос. изд-во техн.-теорет. лит., 1956. – 380 с.
11. *Осинов И. О.* О волновых полях в анизотропной среде от точечного источника // *Прикл. математика и механика.* – 1972. – **36**, № 5. – С. 927 – 934.

Поступила 03. 07. 2002