

Анализ механических состояний силовых систем. Сообщение 2. Состояние поврежденности

Л. А. Сосновский

НПО «Трибофатика», Гомель, Беларусь

Изложены основы феноменологической теории повреждения силовых систем, работающих в сложных условиях нагружения (механическая усталость, трение и изнашивание, температура, коррозия). Предложена методика расчета силовой, кинетической и тензорной мер поврежденности.

Ключевые слова: мера поврежденности (комплексная, частная, совокупная, вероятностная, тензорная), функция (параметр) взаимодействия повреждений, опасный объем (при циклическом деформировании, трении, комплексном нагружении), мера сплошности, прямой эффект, обратный эффект.

Введение. Всякое изменение состава, строения, сплошности и, следовательно, физико-механических свойств материала нагруженного твердого тела называют повреждением. Оно есть результат работы во времени и/или повышения нагрузки при различных механизмах генерирования, перемещения и скопления многочисленных дефектов – дислокаций, вакансий, разорванных межатомных связей, трещин и др. (см., например, [1, 2, 3]).

Ввиду того, что практический анализ роли множественных дефектов разного типа в формировании прочности (сопротивления разрушению) материалов невозможен, прибегают к построению феноменологических моделей, интегрально описывающих накопление повреждений во времени и/или при росте данной нагрузки (см., например, [3–5]). Для построения таких моделей вводят представление о соответствующей мере поврежденности; обычно это параметр (либо функция) ω , интегрально характеризующий состояние поврежденности (или дефектности) материала в данных условиях его эксплуатации (либо испытания). Как правило, принимают, что численные значения меры поврежденности ω заключены в интервале $[0, 1]$, так что при $\omega = 0$ материал считается неповрежденным, а при $\omega = 1$ он поврежден полностью (разрушен). Если повреждаемость трактовать как потерю сплошности, то вводят представление о мере сплошности $\psi = 1 - \omega$, согласно которому неповрежденный материал является сплошным и, следовательно, $\psi = 1$; разрушение же материала означает полную потерю его сплошности и, следовательно, $\psi = 0$. Использование параметров ω либо ψ по существу равноценно, однако существуют условия, при которых тому или иному из них отдают предпочтение [3, 4].

Ранее автором [6] было предложено понятие комплексной меры поврежденности ω_{Σ} силовой системы, которая обусловлена уровнями циклической (σ), фрикционной (τ_w), термодинамической (T_{Σ}) и электрохимической (D) нагрузок. Предельное состояние системы достигается, когда

$$\omega_{\Sigma} = 1. \quad (1)$$

Тогда состояние ее поврежденности описывается неравенством

$$0 \leq \omega_{\Sigma} < 1. \quad (2)$$

Выполним анализ (2), исходя из различных представлений о комплексной мере поврежденности ω_{Σ} .

Механика повреждений. Согласно [6], механика повреждений силовой системы описывается функцией

$$0 \leq \omega_{\Sigma} = R_{T/M}[\omega_{T(ch)} + R_{\sigma/\tau}(\omega_{\sigma(ch)} + \omega_{\tau(ch)})] < 1, \quad (3)$$

в которой частные меры поврежденности и соответствующие им параметры D определяются формулами

$$\omega_{T(ch)} = \frac{a_T T_{\Sigma}}{U_0(1-D_T)} = \frac{T_{\Sigma}}{T_{\text{д}}} \frac{1}{1-D_T}; \quad (4)$$

$$D_T = 1 - b_{e(T)} \left(\frac{v_{ch}}{v_{ch(T)}} \right)^{m_{v(T)}}; \quad (5)$$

$$\omega_{\sigma(ch)} = \frac{a_{\sigma} \sigma^2}{U_0(1-D_{\sigma})} = \left(\frac{\sigma}{\sigma_{\text{д}}} \right)^2 \frac{1}{1-D_{\sigma}}; \quad (6)$$

$$D_{\sigma} = 1 - b_{e(\sigma)} \left(\frac{v_{ch}}{v_{ch(\sigma)}} \right)^{m_{v(\sigma)}}; \quad (7)$$

$$\omega_{\tau(ch)} = \frac{a_{\tau} \tau_w^2}{U_0(1-D_{\tau})} = \left(\frac{\tau_w}{\tau_{\text{д}}} \right)^2 \frac{1}{1-D_{\tau}}; \quad (8)$$

$$D_{\tau} = 1 - b_{e(\tau)} \left(\frac{v_{ch}}{v_{ch(\tau)}} \right)^{m_{v(\tau)}}, \quad (9)$$

при этом

$$0 \leq D \leq 1, \quad a = \text{const} \ll 1;$$

$$T \geq 0, \quad \sigma \geq 0, \quad \tau_w \geq 0, \quad v_{ch} \geq 0;$$

$$R = \text{var} = f(\sigma, \tau_w, T, D, t, \dots) \underset{<}{\geq} 1. \quad (10)$$

Пояснение обозначений, используемых в (3)–(10), дано в [6].

Хотя все частные меры поврежденности (4), (6), (8), как и комплексная мера (3), имеют одинаковый интервал (2) изменения величин, они принципиально различны. В самом деле, если меры (4), (6), (8) являются неубывающими функциями соответствующих нагрузок, что согласуется с общепринятым в механике деформируемого твердого тела представлением [3–5], то комплексная мера ω_Σ , как следует из (3) с учетом (10), таковою является не всегда: возможны условия (например, при $R < 1$), когда та или иная нагрузка растет, а комплексная мера поврежденности, напротив, уменьшается.

Значит, численное значение параметра R опосредованно характеризует не только результат (ω_Σ) взаимодействия повреждений, обусловленный разными нагрузками, но и его направленность – разупрочнение ($R > 1$) либо упрочнение ($R < 1$) [7].

Проиллюстрируем сказанное примером. Рассмотрим практически важный случай износоусталостного повреждения (ПУП), когда

$$0 \leq \omega_\Sigma = R_{\sigma/\tau} \left(\frac{a_\sigma}{U_0} \sigma^2 + \frac{a_\tau}{U_0} \tau_w^2 \right) < 1. \quad (11)$$

На рис. 1,а построена в относительных координатах схема многокритериальной диаграммы предельных состояний (когда в (11) имеем $\omega_\Sigma = 1$). Показано [8, 9], что в данном случае параметр $R_{\sigma/\tau}$ взаимодействия повреждений, обусловленных циклической (σ) и фрикционной (τ_w) нагрузками, есть функция параметра

$$\bar{\rho}_{\sigma/\tau} = \left(\frac{\tau_w}{\tau_f} \right)^2 \left(\frac{\sigma_{-1}}{\sigma} \right)^2 = \operatorname{ctg}^2 \alpha, \quad (12)$$

который при $\alpha = 45^\circ$ принимает критическое значение $\bar{\rho}_k = 1$ (диагональ на рис. 1,а). В свою очередь параметр (12) определяется соотношением как действующих (τ_w/σ), так и предельных (σ_{-1}/τ_f) напряжений. Зависимости $R_{\sigma/\tau}(\bar{\rho}_{\sigma/\tau})$ даны на рис. 1,б. Из сопоставления рис. 1,а и 1,б следует, что процессы упрочнения–разупрочнения в силовой системе действительно и однозначно характеризуются численным значением параметра $R_{\sigma/\tau} \gtrless 1$. Следовательно, результат взаимодействия повреждений (ω_Σ), как и пропорциональная ему величина $R_{\sigma/\tau}$, может быть некоторой периодической функцией соотношения (12) действующих и предельных напряжений (например, кривая 4 на рис. 1,б).

Зависимость $R_{\sigma/\tau}(\bar{\rho}_{\sigma/\tau})$ линеаризируется (рис. 2) путем ввода новой переменной

$$z = \bar{\rho}_{\sigma/\tau} \exp(-\bar{\rho}_{\sigma/\tau}).$$

Тогда [8]

$$R_{\sigma/\tau} = 1 \pm Cz, \quad (13)$$

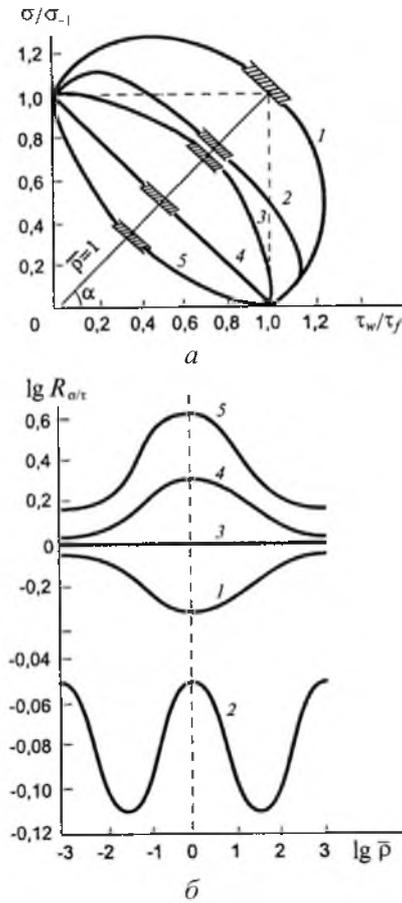


Рис. 1. *a* – прогнозируемые типы диаграмм предельных состояний силовых систем (1–5); *б* – соответствующие зависимости $R_{\sigma/\tau}(\bar{\rho})$.

где $C = +C_s$, когда происходит разупрочнение (при $R_{\sigma/\tau} > 1$) и $C = -C_h$, когда происходит упрочнение (при $R_{\sigma/\tau} < 1$). Критическому значению $\bar{\rho}_k = 1$ на рис. 2 соответствует критическое значение $z_k = 1/e$ новой переменной; обе эти величины указывают границу между реализацией прямого и обратного эффектов. Согласно (12), если $\bar{\rho}_{\sigma/\tau} = 0$, то $\tau_w = 0$, т.е. трение отсутствует, и имеет место только механическая усталость; а если $\bar{\rho}_{\sigma/\tau} = \infty$, то $\sigma = 0$, т.е. отсутствует повторно-переменная нагрузка, и имеет место только трение. В обоих случаях согласно (13) $R_{\sigma/\tau} = 1$, как это и должно быть. При $\bar{\rho}_{\sigma/\tau} < 1$ реализуется прямой эффект, при котором вклад циклических напряжений в формирование ПУП является решающим, а при $\bar{\rho}_{\sigma/\tau} > 1$ реализуется обратный эффект, когда решающим является вклад фрикционных напряжений в формирование ПУП. В этой связи параметр (12) называют [7, 8] параметром асимметрии ПУП. На его основе предложен простой управляющий параметр ПУП

$$\psi_{\sigma\tau} = \sigma/\tau_w,$$

принимающий критическое значение

$$\psi_k = \sigma_{-1} / \tau_f.$$

Если $\psi_{\sigma\tau} < \psi_k$, имеем прямой эффект, а если $\psi_{\sigma\tau} > \psi_k$, имеем обратный эффект.

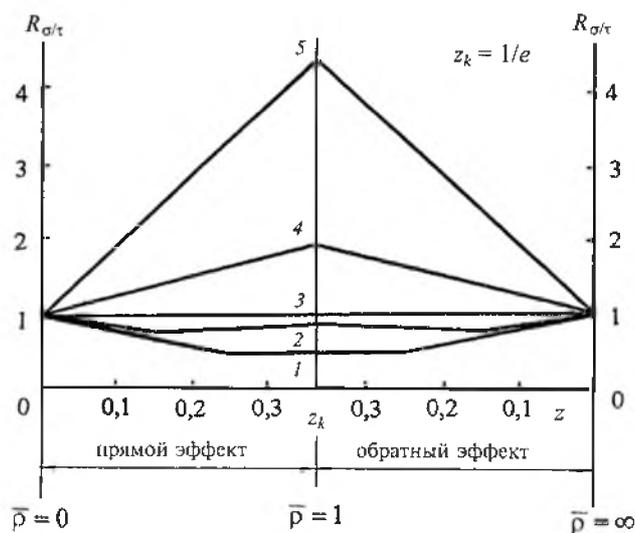


Рис. 2. Зависимости $R_{\sigma/\tau}(z)$, соответствующие типам диаграмм предельных состояний силовых систем.

Применение “тонких” экспериментальных методов исследования позволяет изучить и понять особенности комплексного ПУП. В качестве примера на рис. 3 приведены результаты анализа [10] (методом атомно-силовой микроскопии) процессов трещинообразования образцов стали 45 при трении качения и при износоусталостных испытаниях в зависимости от уровня контактного давления p_0 и величины амплитуды циклических напряжений σ_a . Здесь показана морфология трещин, типичная для соответствующих режимов испытания, а на гистограмме дана зависимость критической глубины h повреждаемого слоя от уровня циклических напряжений (при неизменном контактном давлении $p_0 = 2130$ МПа). Из этих экспериментальных данных можно сделать следующие заключения.

При чистом трении качения увеличение контактного давления ведет к усилению пластической деформации, следовательно, к деформационной фрагментации зерен и образованию сначала дискретных пор и трещин, а затем и их цепочек. Система деформированных зерен, цепочек пор и трещин является однонаправленной и ориентирована вдоль направления качения. Этот процесс обуславливает появление относительно крупных дискретных ямок выкрашивания. Основными оказываются два вида изнашивания — отслаивание и выкрашивание. Критическая глубина повреждаемого слоя оценивается в $\sim 0,4 \dots 0,5$ мкм.

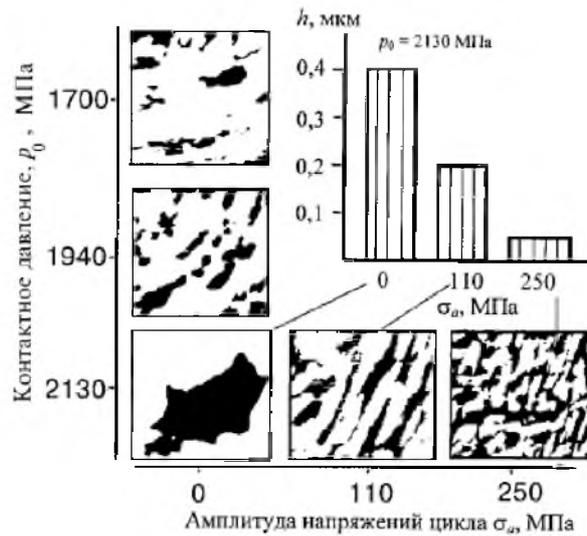


Рис. 3. Микротопография поверхностного повреждения при трении качения (вертикальный столбец микрофотографий) и при износоусталостных испытаниях (остальные микрофотографии – масштаб 35×35 мкм).

При износоусталостных испытаниях аналогично наблюдается и деформационная фрагментация зерен, и образование пор и трещин. Однако картина повреждения существенно видоизменяется. С увеличением амплитуды циклических напряжений ускоряется процесс образования цепочек трещин, поперечных по отношению к направлению качения. Поэтому повреждение становится рассеянным, возникает почти равновесная сетка пересекающихся трещин-пор, которая окаймляет мелкодисперсные частицы (фрагменты зерен) материала. Чем выше циклические напряжения, тем гуще сетка трещин-пор, тем меньше и тоньше отделяемые частицы, а критическая глубина повреждаемого слоя уменьшается до $0,05$ мкм. Тем самым предотвращается образование крупных ямок выкрашивания – в данных условиях они не обнаруживаются. Ведущим процессом изнашивания в этом случае оказывается поверхностное крошение, характеризуемое отделением с рабочей поверхности мелкодисперсных частиц материала, образующихся в результате множественного микросдвига по пересекающимся плоскостям и тонкого дробления зерен. Такой механизм комплексного поверхностного повреждения называют рассеянным эффектом множественного микросдвига (РЭММС) [11].

Изложенные результаты позволяют обосновать тот факт, что в определенных условиях ИУП оказывается менее опасным, чем повреждение, обусловленное только трением (при одинаковых контактных давлениях).

Во-первых, наложение полей контактных и изгибных напряжений приводит к большему рассеянию подведенной энергии в более тонком поверхностном слое материала и локализации в нем процессов трещинообразования и изнашивания. Энергия деформации расходуется скорее на более тонкое дробление фрагментов зерен и их множественное отделение, чем на проникновение повреждения в глубь материала.

Во-вторых, износ поверхностного слоя, поврежденного сеткой трещин-пор, обнажает новую, относительно неповрежденную поверхность с высоким сопротивлением разрушению. Тем самым отдалается во времени или даже предотвращается (в зависимости от условий нагружения) образование относительно крупных ямок выкрашивания, на дне которых возникает опасная микроконцентрация напряжений и опасная магистральная трещина.

В-третьих, потребуется примерно десятикратное обновление рабочей поверхности путем фрагментации, крошения и отделения частиц металла при износоусталостных испытаниях прежде, чем будет достигнута такая же глубина повреждения, как при трении качения, если контактное давление в обоих случаях одинаково.

Таким образом, экспериментально установлено, что ИУП – это особый и своеобразный вид поверхностного повреждения основного элемента силовой системы. Его особенность в данных условиях составляет поверхностное крошение в результате работы РЭММС по пересекающимся плоскостям скольжения. Своеобразие ИУП в том, что хотя это и повреждающий процесс, в определенных условиях он полезен, так как приводит к значительному повышению надежности и долговечности силовой системы. Очевидно, что при оптимальном сочетании нагрузочных параметров σ_a и p_0 достигается такое состояние силовой системы, когда ее несущая способность самопроизвольно и в течение длительного времени поддерживается (или автоматически регулируется) тонким изнашиванием и удалением из зоны трения поврежденного поверхностного слоя. Обобщая, следует сказать, что силовая система – это своеобразная динамическая система, служебными свойствами которой можно и должно управлять, например, путем регулирования интенсивности изнашивания нетрадиционным способом.

Возвращаясь к анализу параметра $R_{\sigma/\tau}$, приведем (см. рис. 4) его зависимости непосредственно от величин характеристик нагруженности (σ и τ_w), построенные по результатам испытаний металл-полимерной силовой системы вал (сталь 45)/вкладыш (полимер ВКВ-30Н) подшипника скольжения [7]. Уравнение (13) в этом случае имеет вид

$$R_{\sigma/\tau} = 1 \pm \frac{326}{43,8} \frac{\tau_w}{\sigma} \exp \left[- \frac{326}{43,8} \frac{\tau_w}{\sigma} \right].$$

Его графическая интерпретация дана для двух характерных случаев: $R_{\sigma/\tau} > 1$ (рис. 4,а) и $R_{\sigma/\tau} < 1$ (рис. 4,б).

Из данных рис. 4,а можно сделать несколько заключений.

1). Функции $R_{\sigma/\tau}(\tau_w)$ являются выпуклыми, при этом в зависимости от уровня циклических напряжений $\sigma = \text{const}$ они могут быть возрастающими (при $\sigma = 350$ МПа), что означает усиление процессов разупрочнения, убывающими (при $\sigma = 280$ МПа), что, наоборот, указывает на ослабление процессов разупрочнения, либо с выраженным максимумом (при $\sigma = 310$ МПа), что отражает сложную взаимосвязь процессов упрочнения–разупрочнения с ростом τ_w .

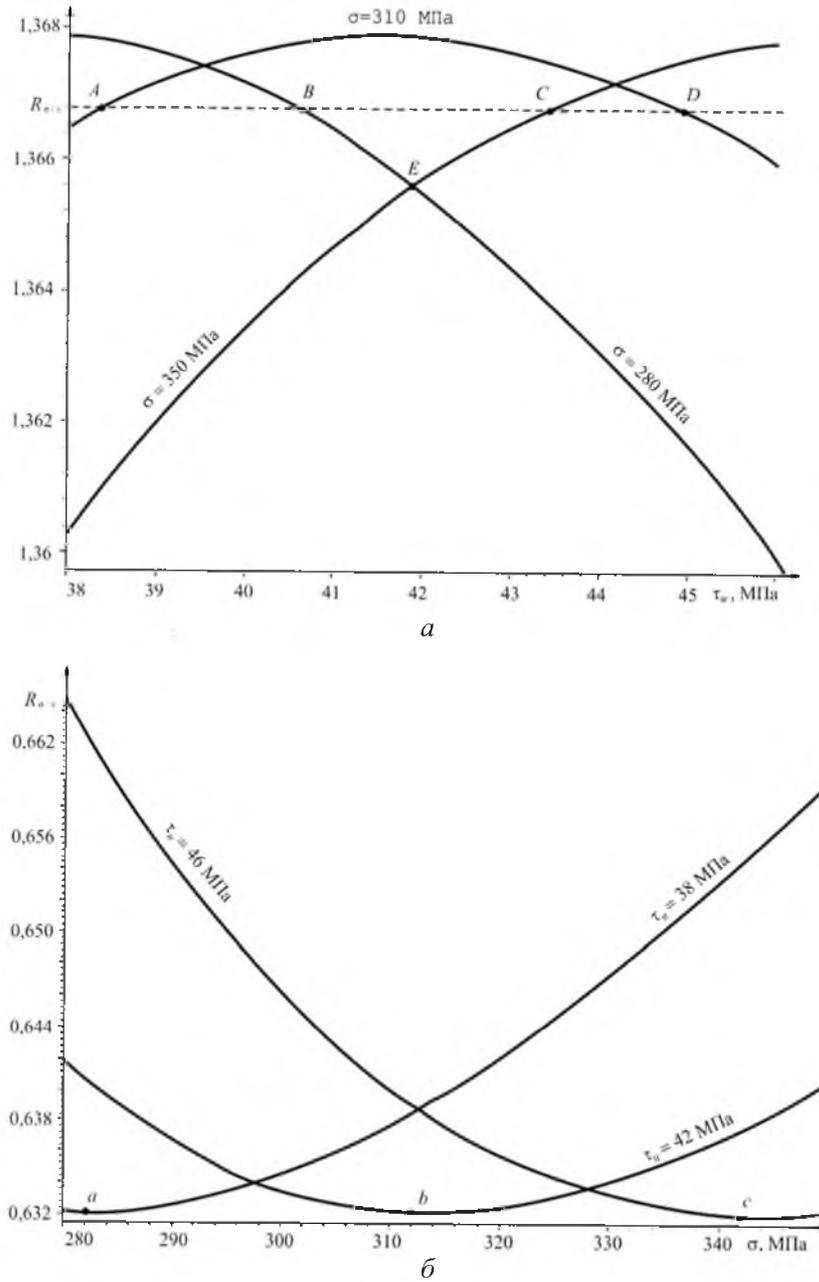


Рис. 4. Функции $R_{\sigma/\tau}(\tau_w)$ при различных значениях $\sigma = \text{const}$ (а) и функции $R_{\sigma/\tau}(\sigma)$ при различных значениях $\tau_w = \text{const}$ (б).

2). Значению $R_{\sigma/\tau} = \text{const}$ в общем случае соответствуют четыре величины τ_w (см. горизонтальный пунктир $ABCD$). При этом, если линия $R_{\sigma/\tau} = \text{const}$ пересекает возрастающие ветви функции $R_{\sigma/\tau}(\tau_w)$, то соотношение характеристик нагруженности оказывается неизменным: $\tau_w/\sigma = \text{const} = C_1$. Так, в точках A и C имеем $\sigma/\tau_w \approx 0,125$. Если линия $R_{\sigma/\tau} = \text{const}$ пересекает убывающие ветви функции $R_{\sigma/\tau}(\tau_w)$, то соотноше-

ние $\tau_w/\sigma = \text{const} = C_2$ тоже будет постоянным, но его численное значение C_2 будет отличаться от C_1 в первом случае. Так, в точках B и D имеем $\tau_w/\sigma \approx 0,145$.

3). С учетом вышеизложенного следует предположить, что в случае, когда возрастающая и убывающая ветви функции $R_{\sigma/\tau}(\tau_w)$ пересекаются в некоторой точке E , для которой $R_{\sigma/\tau} = \text{const}$, численные значения соотношения τ_w/σ различаются для указанных ветвей. В самом деле, в точке E имеем $\tau_w/\sigma \approx 0,12$, если функция $R_{\sigma/\tau}(\tau_w)$ возрастает (при $\sigma = 350$ МПа), и $\tau_w/\sigma \approx 0,15$, если функция $R_{\sigma/\tau}(\tau_w)$ убывает (при $\sigma = 350$ МПа).

Из рис. 4,б следует, что функции $R_{\sigma/\tau}(\sigma)$ при разных значениях $\tau_w = \text{const}$ оказываются вогнутыми, но здесь имеют место те же закономерности, что и в первом случае (см. пп. (1), (2), (3)). Отметим лишь еще одну особенность: в экстремальных точках $a, в, с$ на рис. 4,а имеем $\tau_w = \text{const} \approx 0,135$, что соответствует значению $\tau_w/\sigma = \text{const} \approx 0,135$ в экстремальных точках на рис. 4,б.

В функции (3) содержится и другой параметр взаимодействия повреждений ($R_{T/M}$).

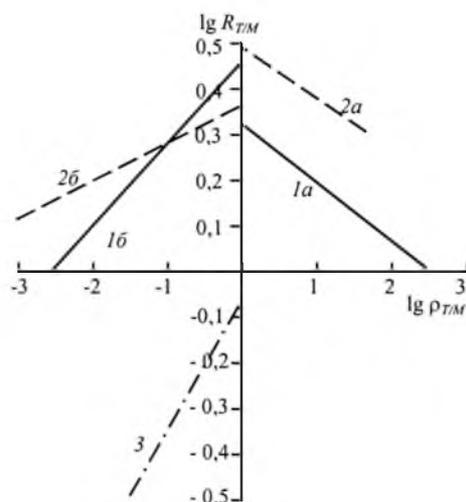


Рис. 5. Логарифмические зависимости $R_{T/M}(\rho_{T/M})$: стали (кривые 1а и 1б) – $\lg R_{T/M} = 0,35 - 0,16 \lg \rho_{T/M}$ при $r = 0,876$ (1а), $\lg R_{T/M} = 0,414 + 0,16 \lg \rho_{T/M}$ при $r = 0,862$ (1б); никель (кривые 2а и 2б) – $\lg R_{T/M} = 0,48 - 0,14 \lg \rho_{T/M}$ при $r = 0,917$ (2а), $\lg R_{T/M} = 0,346 + 0,072 \lg \rho_{T/M}$ при $r = 0,999$ (2б); алюминиевые сплавы (кривая 3) – $\lg R_{T/M} = -0,075 + 0,273 \lg \rho_{T/M}$ при $r = 0,939$.

На рис. 5 даны [7] зависимости $R_{T/M}$ от параметра $\rho_{T/M}$ асимметрии термомеханических повреждений для сталей, алюминиевых сплавов и никеля (по результатам многочисленных экспериментов). Коэффициент корреляции r оказывается весьма высоким: от 0,862 до 0,999. Зависимости $R_{T/M}(\rho_{T/M})$, как правило, претерпевают перелом при $\lg \rho_{T/M} = 0$, т.е. при $\rho_{T/M} = 1$, когда термическое и силовое повреждения равновесны (ср. с аналогичным переломом графиков на рис. 2 при $\bar{\rho} = 1$). Для сталей (кривые 1) и никеля (кривые 2) при $\rho_{T/M} < 1$ обнаруживается пропорциональ-

ная зависимость между $R_{T/M}$ и $\rho_{T/M}$, а при $\rho_{T/M} > 1$ она становится обратной. Для алюминиевых сплавов (кривая 3) связь $R_{T/M}(\rho_{T/M})$ оказывается обратно пропорциональной, если $\rho_{T/M} < 1$. Таким образом, параметр взаимодействия $R_{T/M}$ чувствителен не только к соотношению термических и циклических напряжений, но и к строению и составу металлических материалов.

Кинетика повреждения. С учетом исследования [1] введем кинетическую (временную) функцию накопления ИУП в силовой системе [7–9]

$$\omega_{\Sigma n} \left[1 - \left(1 - \frac{n}{N} \right)^h \right]^q = \omega(\sigma, \tau_w), \quad (14)$$

где $n = n(\sigma, \tau_w)$ – число циклов нагружения силовой системы; $N = N(\sigma, \tau_w)$ – число циклов до наступления ее предельного состояния по любому признаку, т.е. долговечность силовой системы; $h \geq 1$, $q \geq 1$ – параметры разупрочнения–упрочнения материала. Функция (14) прогнозирует (см. рис. 6) при $h = 1$, $q = 1$ линейный закон накопления ИУП; при $q = 1$, $h \geq 1$ – нелинейное разупрочнение; при $q > 1$, $h = 1$ – нелинейное упрочнение; при $h > 1$, $q > 1$ – сложные процессы упрочнения–разупрочнения.

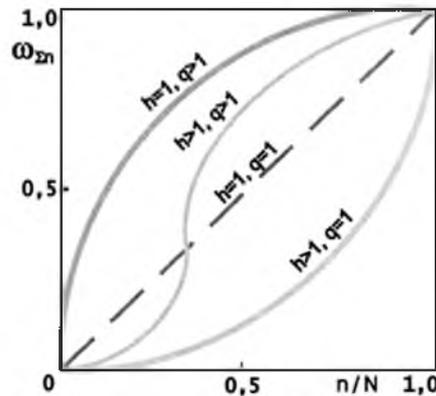


Рис. 6. Основные законы накопления повреждений.

Рассмотрим теперь два режима нагружения силовой системы. Режим I (см. рис. 7,а) представляет блочное нагружение циклическими напряжениями σ_i ($i = 1, 2, 3, \dots, s$ – число ступеней нагружения в одном блоке) при неизменном фрикционном напряжении ($\tau_w = \text{const} > 0$). Это задача о прямом эффекте, в которой требуется оценить усталостную поврежденность системы с учетом влияния фрикционных напряжений τ_w . В режиме II (см. рис. 7,б) реализуется блочное нагружение фрикционными напряжениями τ_{wj} ($j = 1, 2, 3, \dots, r$ – число ступеней нагружения в одном блоке), тогда как циклические напряжения остаются регулярными ($\sigma = \text{const} > 0$). Это задача об обратном эффекте, в которой требуется оценить поврежденность системы по критериям износостойкости с учетом влияния циклических напряжений.

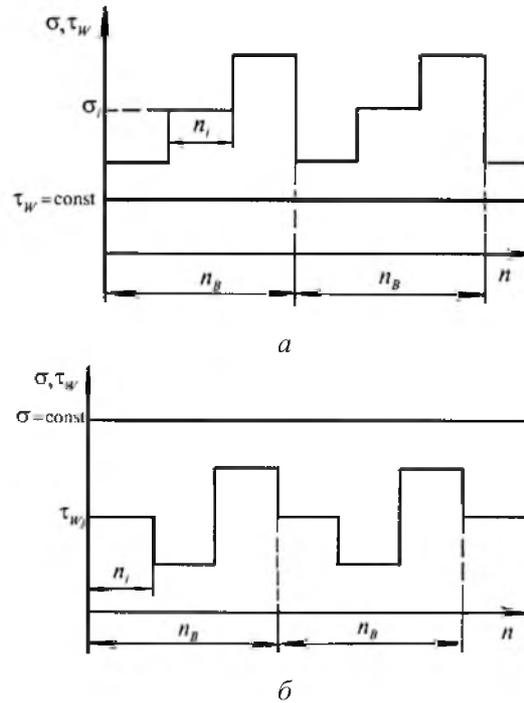


Рис. 7. Схемы блочного нагружения: а – режим I; б – режим II.

Функцию (14) преобразуем к виду:

а) при изучении прямого эффекта (критерий предельного состояния – зарождение магистральной трещины)

$$\begin{aligned} \omega_{\Sigma n}(\sigma, \tau_w = \text{const}) &= \left[1 - \left(1 - \frac{n}{N_{\sigma\tau}} \right)^{h_{\sigma}} \right]^{q_{\sigma}} = \\ &= \left[1 - \left(1 - \left(\frac{\sigma}{\sigma_{-1\tau}} \right)^{m_{\sigma} \varphi_m(\tau_w)} \frac{n}{N_{G\sigma}} \right)^{h_{\sigma}} \right]^{q_{\sigma}} ; \end{aligned} \quad (15)$$

б) при изучении обратного эффекта (критерий предельного состояния – достижение предельного износа)

$$\begin{aligned} \omega_{\Sigma n}(\tau_w, \sigma = \text{const}) &= \left[1 - \left(1 - \frac{n}{N_{\tau\sigma}} \right)^{h_{\tau}} \right]^{q_{\tau}} = \\ &= \left[1 - \left(1 - \left(\frac{\tau_w}{\tau_{f\sigma}} \right)^{m_{\tau} \varphi_m(\sigma)} \frac{n}{N_{G\tau}} \right)^{h_{\tau}} \right]^{q_{\tau}} . \end{aligned} \quad (16)$$

В формулах (15) и (16) m_σ , m_τ , $N_{G\sigma}$, $N_{G\tau}$ – параметры соответствующих кривых усталости (см. рис. 8), причем

$$\varphi_m(\sigma) = \frac{\lg(\tau_f / \tau_L)}{\lg(\tau_{f\sigma} / \tau_L)},$$

$$\varphi_m(\tau_w) = \frac{\lg(\sigma_{-1} / \sigma_L)}{\lg(\sigma_{-1\tau} / \sigma_L)},$$

а значения $\sigma_{-1\tau}$ и $\tau_{f\sigma}$ оценивают соответственно по формулам (20) и (21) [6].

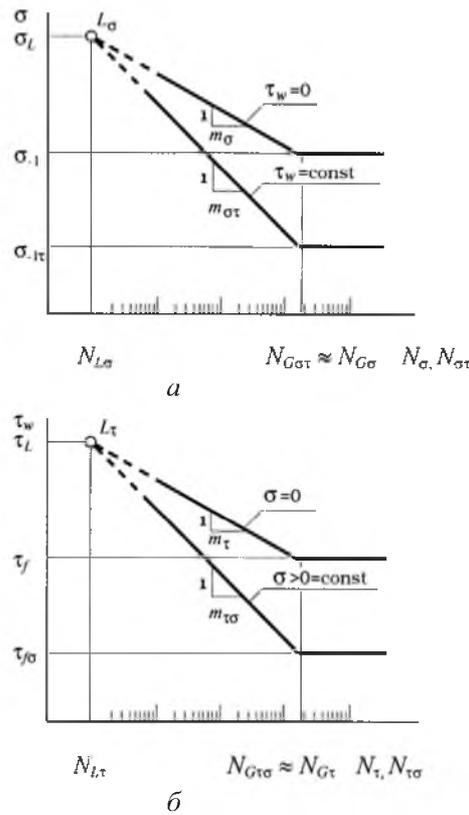


Рис. 8. Схемы взаимного расположения кривых фрикционной, механической и фрикционно-механической усталости

Если в уравнениях (15) и (16) принять $\omega_{\Sigma n} = 1$, они преобразуются в критерии предельного состояния, из которых определяют долговечность системы ($N_{\tau\sigma}$ либо $N_{\sigma\tau}$) [7, 8].

Вероятностная мера поврежденности. Пусть силовая система находится под воздействием циклических (σ) и фрикционных (τ_w) напряжений. Чтобы охарактеризовать ее состояние поврежденности используем статистическую модель деформируемого твердого тела с опасным объемом [1, 12–14]. Согласно указанной модели, если деформируемое твердое тело характе-

ризуется таким напряженным состоянием, что возможно его усталостное разрушение, то оно состоит в общем случае из двух объемов – с безопасным и опасным состоянием. Опасным называется объем V_P , в котором с некоторой вероятностью P возможно появление циклических напряжений σ , превышающих нижнюю границу $\sigma_{-1\min}$ рассеяния пределов выносливости σ_{-1} тела. Как следует из этого определения, величина P представляет собой вероятность разрушения тела. Если доверительная вероятность $\gamma = 1 - \alpha_0$, где α_0 – нормированный уровень значимости; можно вычислить опасный объем с учетом γ , т.е. определить $V_{P\gamma}$. Величине γ придают смысл вероятности, с которой производится ограничение функции распределения $P(\sigma_{-1})$ пределов выносливости для установления минимального значения $\sigma_{-1\min}$ случайной величины σ_{-1} , когда практически вероятность $P(\sigma_{-1} < \sigma_{-1\min}) = 0$.

Таким образом, если известна эпюра распределения напряжений $\sigma(x, y, z)$ по координатным осям x, y, z , то опасный объем вычисляют по формуле

$$V_{P\gamma} = \iiint_{\sigma(x, y, z) > \sigma_{-1\min}} dx dy dz. \quad (17)$$

Установлено, что относительный опасный объем

$$0 \leq \omega_{VP} = \frac{V_{P\gamma}}{V_0} < 1 \quad (18)$$

является вероятностной мерой поврежденности, которая изменяется в том же интервале значений, что и мера ω_{Σ} согласно (2) (здесь V_0 – рабочий объем).

Аналогично (17) запишем формулу для расчета опасного объема по фрикционным напряжениям

$$S_{P\gamma} = \iiint_{\tau_w(x, y, z) > \tau_{f\min}} dx dy dz, \quad (19)$$

где $\tau_{f\min}$ – нижняя граница рассеяния пределов выносливости при фрикционной усталости. Тогда вероятностная мера поврежденности при трении

$$0 \leq \omega_{SP} = \frac{S_{P\gamma}}{S_k} < 1, \quad (20)$$

где S_k – рабочий объем при трении.

Для силовой системы будем вычислять комплексный опасный объем [7]

$$W_{P\gamma} = f(V_{P\gamma}, S_{P\gamma}) \quad (21)$$

как функцию объединения частных опасных объемов (17) и (19).

Важная особенность комплексного опасного объема (21) состоит в его воздействии на формирование двух различных вероятностных мер поврежденности в зависимости от условий работы силовой системы. Если реализуется прямой эффект (и, следовательно, изучается влияние процессов трения на сопротивление усталости), то

$$0 \leq \omega_{DP} = \frac{W_{P\gamma}}{V_0} = \frac{V_{P\gamma}}{V_0} \cup \frac{S_{P\gamma}}{S_k} = \left(\frac{V_{P\gamma}}{V_0} + \frac{S_{P\gamma}}{S_k} - \frac{V_{P\gamma}}{V_0} \frac{S_{P\gamma}}{S_k} \right) R_{\sigma/\tau} = \\ = \omega_{\sigma} [1 + \omega_{\sigma\tau} (1 - \omega_{\sigma})] R_{\sigma/\tau} < 1, \quad (22)$$

где $\omega_{\sigma} = \omega_{VP}$ – частная мера поврежденности (18), а

$$\omega_{\sigma\tau} = S_{P\gamma} / V_{P\gamma} \quad (23)$$

есть совокупная мера поврежденности, которая указывает долю опасного объема от контактной нагрузки ($S_{P\gamma}$) в опасном объеме от внеконтактной (циклической) нагрузки ($V_{P\gamma}$), что и обуславливает прямой эффект.

Если же реализуется обратный эффект (и, следовательно, изучается влияние циклических напряжений на повреждаемость при трении), то комплексная мера поврежденности

$$0 \leq \omega_{BP} = \frac{W_{P\gamma}}{S_k} = \frac{S_{P\gamma}}{S_k} \cup \frac{V_{P\gamma}}{V_0} = \left(\frac{S_{P\gamma}}{S_k} + \frac{V_{P\gamma}}{V_0} - \frac{S_{P\gamma}}{S_k} \frac{V_{P\gamma}}{V_0} \right) R_{\tau/\sigma} = \\ = \omega_{\tau} [1 + \omega_{\tau\sigma} (1 - \omega_{\tau})] R_{\tau/\sigma} = \omega_{\tau} (1 + \omega_{\tau\sigma} \psi_{\tau}) R_{\sigma/\tau} < 1, \quad (24)$$

где $\omega_{\tau} = \omega_{SP}$ – частная мера поврежденности (20), а

$$\omega_{\tau\sigma} = V_{P\gamma} / S_{P\gamma} \quad (25)$$

есть совокупная мера поврежденности, которая указывает долю опасного объема от внеконтактной нагрузки ($V_{P\gamma}$) в опасном объеме от контактной нагрузки, что в свою очередь обуславливает обратный эффект. Мера поврежденности (24) определяется и через частную меру сплошности при трении

$$\psi_{\tau} = 1 - \omega_{\tau}. \quad (26)$$

Важно заметить, что численные значения совокупных мер поврежденности (23), (25) могут быть больше, равными или меньше единицы

$$\omega_{\sigma\tau}, \omega_{\tau\sigma} \geq 1, \quad (27)$$

что принципиально отличает их от мер поврежденности и сплошности типа (18), (20), численные значения которых заключены в едином интервале [0; 1].

На рис. 9 дан анализ формулы (23) при изменении параметра поврежденности $0,5 \leq R_{\sigma/p} \leq 1,33$. Видно, что:

(1) комплексная мера поврежденности ($W_{P\gamma}/V_0$) возрастает пропорционально увеличению $\omega_{\sigma p}$ и/или $R_{\sigma/p}$;

(2) при $R_{\sigma/p} \geq 1$ всегда $(W_{P\gamma}/V_0) > (V_{P\gamma}/V_0) = \omega_{\sigma}$, т.е. комплексный опасный объем при контактно-механической усталости не может быть меньше, чем опасный объем при механической усталости, если реализуется сильное взаимодействие повреждений от контактной и внеконтактной нагрузок;

(3) при $R_{\sigma/p} < 1$ возникает ситуация, когда $(W_{P\gamma}/V_0 < \omega_{\sigma})$, т.е. комплексный опасный объем при контактно-механической усталости уменьшается при сравнении с механической усталостью, если взаимодействие повреждений от контактной и внеконтактной нагрузок оказывается слабым.

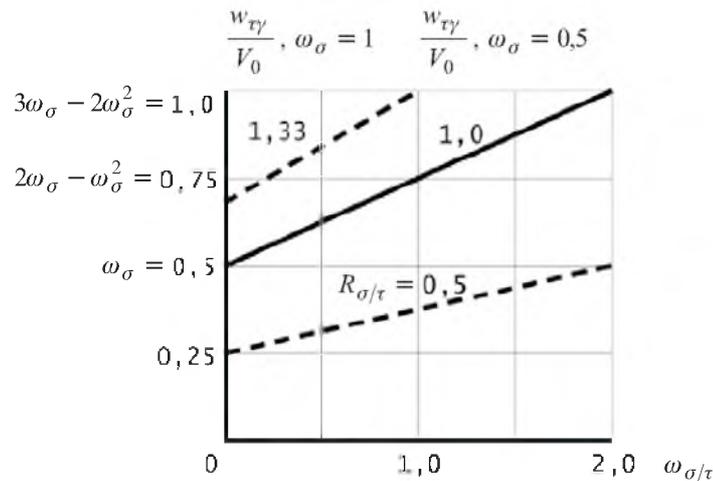


Рис. 9. К анализу формулы (23).

Очевидно, что в случае (2) сильное взаимодействие повреждений ведет к разупрочнению, тогда как в случае (3) слабое взаимодействие, наоборот, обуславливает упрочнение материала. Аналогичные выводы можно получить из анализа формулы (24), если сопоставить комплексный опасный объем при контактно-механической усталости и опасный объем при контактной усталости. Значит, возможны следующие соотношения долговечностей при механической (N_{σ}), контактной (N_p) и контактно-механической ($N_{\sigma p}$ или $N_{p\sigma}$) усталости:

$$N_{\sigma p} \geq N_{\sigma}, \quad N_{p\sigma} \geq N_p. \quad (28)$$

Отметим, что индекс в $N_{\sigma p}$ обозначает долговечность по критерию механической усталости (σ) с учетом влияния контактной нагрузки (p), т.е. комплексную долговечность при прямом эффекте. А индекс в $N_{p\sigma}$ указывает на долговечность по критерию контактной усталости (p) с учетом влияния циклических напряжений (σ), т.е. комплексную долговечность при прямом эффекте.

Экспериментальное подтверждение одного из выводов (28) представлено на рис. 10 [15]. При $p_0 \approx 550$ МПа долговечность при механической и контактно-механической усталости примерно одинаковая ($N_{\sigma p}/N_{\sigma} = 1$). Если контактное давление уменьшается до ~ 450 МПа, то долговечность при контактно-механической усталости оказывается приблизительно в 5 раз больше, чем при механической усталости ($N_{\sigma p}/N_{\sigma} = 5$), если же оно увеличивается до ~ 580 МПа, то, наоборот, долговечность при механической усталости вдвое больше, чем при контактно-механической усталости ($N_{\sigma p}/N_{\sigma} \approx 0,5$).

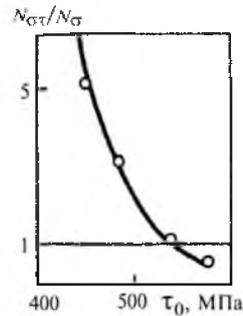


Рис. 10. Зависимость долговечности стали 40X при контактно-механической усталости от давления в центре площадки контакта

Как следует из изложенного, комплексные меры поврежденности (22) и (24) оценивают степень поврежденности элементов силовой системы от контактной и внеконтактной нагрузок; иными словами, они опосредованно характеризуют концентрацию повреждений в опасных областях (зонах) деформируемых твердых тел. В зависимости от условий взаимодействия концентрация повреждений может возрастать (тогда $R_{\sigma/\tau}, R_{\tau/\sigma} > 1$) либо, наоборот, снижаться (тогда $R_{\sigma/\tau}, R_{\tau/\sigma} < 1$). Следовательно, параметр (или функция) взаимодействия $R_{\sigma/\tau}, R_{\tau/\sigma}$ обобщенно характеризует не только результат, но и направленность взаимодействия повреждений. А комплексный опасный объем в элементах силовой системы описывает особое механическое состояние материала – состояние поврежденности, обусловленное полями взаимодействующих напряжений от контактной и внеконтактной нагрузок. Опасные объемы в элементах конструкции (формула (18)) либо в парах трения (формула (20)) аналогично описывают состояния поврежденности в частных условиях циклического деформирования либо трения.

Тензорная мера поврежденности. Определим поврежденность в общем случае трехосного состояния сначала на примере трения качения двух цилиндрических роликов с параллельными осями [7]. Если определены эпюры главных напряжений σ_i ($i = 1, 2, 3$), можно установить критический тензор напряжений

$$T_{\sigma^*} = \begin{vmatrix} \sigma_1 = p_{f \min} & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 = p_{f \min} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 = p_{f \min} \end{vmatrix}, \quad (29)$$

где $p_{f \min}$ – нижняя граница рассеяния пределов контактной усталости p_f , определяемых наибольшим давлением в центре контактной площадки. Зная (29), запишем тензор динамических опасных объемов T_V и тензор поврежденности T_ω в виде

$$T_V = \begin{vmatrix} V_{1r} & 0 & 0 \\ 0 & V_{2r} & 0 \\ 0 & 0 & V_{3r} \end{vmatrix}; \quad T_\omega = \begin{vmatrix} \omega_1 & 0 & 0 \\ 0 & \omega_2 & 0 \\ 0 & 0 & \omega_3 \end{vmatrix}, \quad (30)$$

где V_{ir} – компоненты динамического опасного объема V_r , обусловленные главными напряжениями σ_i ($i=1, 2, 3$). Если соответствующие компоненты статического опасного объема

$$V_i = \iiint_{\sigma_i(x,y,z) > p_{f \min}} dx dy dz, \quad (31)$$

то с некоторым приближением

$$V_{ir} \approx 2\pi V_i r_{ц.т.},$$

где $r_{ц.т.}$ – радиус центра тяжести данной компоненты статического опасного объема.

В тензоре T_ω (30) главные меры поврежденности

$$0 \leq \omega_i = \frac{V_{ir}}{V_k} \leq 1 \quad (32)$$

определяются как отношение компонент V_{ir} динамического опасного объема, возбуждаемого при трении качения, к рабочему объему V_k ролика (здесь $V_k \ll V_0$, V_0 – геометрический объем). Для рассматриваемого случая контакта

$$V_k = \pi r^2 \left[1 - \left(1 - \frac{\Delta h_k}{r} \right) \right] l, \quad (33)$$

где Δh_k – толщина изношенного поверхностного слоя ролика при достижении им предельного состояния.

Используя инварианты тензора поврежденности (30)

$$\begin{cases} J_{\omega 1} = \omega_1 + \omega_2 + \omega_3; \\ J_{\omega 2} = (\omega_1 \omega_2 + \omega_2 \omega_3 + \omega_3 \omega_1); \\ J_{\omega 3} = \omega_1 \omega_2 \omega_3, \end{cases} \quad (34)$$

установим тензорную меру поврежденности

$$\omega_p^{(\tau)} = (J_{\omega 1} + J_{\omega 2} + J_{\omega 3})R_{\omega} \left[1 - \prod_{i=1}^3 (1 - \omega_i) \right] R_{\omega}, \quad (35)$$

где R_{ω} – параметр взаимодействия повреждений (ω_i), задаваемых формулой (32). Из (35) следует, что главные меры поврежденности (32) по существу идентичны частным вероятностям повреждения $0 \leq P(\sigma_i) \leq 1$ от главных напряжений σ_i , поскольку к ним также оказывается применимой алгебра событий, связанных с данным испытанием [1].

Заметим, что вместо мер поврежденности (32) можно ввести в рассмотрение противоположные им меры сплошности типа (26)

$$\psi_i = 1 - \omega_i = 1 - \frac{V_{ir}}{V_k}, \quad i = 1, 2, 3. \quad (36)$$

В результате, учитывая (36) в (35), получаем тензорную меру сплошности

$$\psi_p^{(\tau)} = \left(1 - \prod_{i=1}^3 \psi_i \right) R_{\psi}. \quad (37)$$

Величины ψ_i и $\psi_p^{(\tau)}$ изменяются в интервале

$$1 \geq \psi \geq 0. \quad (38)$$

При $\psi = 1$ согласно (36) и (37) материал считается сплошным, т.е. неповрежденным, следовательно, долговечность N_p ролика при контактной усталости в заданных условиях оказывается неизрасходованной, равной, например, величине N_{Gp} (рис. 11,а). При $\psi = 0$, наоборот, $N_p = 0$, так как материал в пределах рабочего объема потерял сплошность, он разрушен, или изношен (рис. 11,б). Если $1 > \psi > 0$, то это означает, что долговечность заключена в соответствующем интервале $N_{Gp} > N_p > 0$ (рис. 11,б). В этой связи заключим, что если применительно к явлению механической усталости физически обоснованными считают представления о накоплении поврежденности материала, то применительно к процессам изнашивания более подходящей моделью является представление о потере сплошности поверхностным слоем объекта.

Рассмотрим далее силовую систему, работающую в условиях контактно-механической усталости. В случае, когда реализуется прямой эффект (изучается влияние контактного давления на сопротивление усталости с учетом параметра взаимодействия $R_{\sigma/p}$), аналогично (22) имеем

$$\omega_D^{(\tau)} = \frac{W_{F\gamma}}{V_0} = \omega_{\sigma} \cup \omega_p^{(\tau)} = (\omega_{\sigma} + \omega_p^{(\tau)} - \omega_{\sigma} \omega_p^{(\tau)}) R_{\sigma/p} =$$

$$= \omega_{\sigma} [1 + \omega_{\sigma p}^{(m)} (1 - \omega_{\sigma})] R_{\sigma/p}, \quad (39)$$

где

$$\omega_{\sigma p}^{(\tau)} = \frac{\omega_p^{(\tau)}}{\omega_{\sigma}}. \quad (40)$$

Если реализуется обратный эффект (изучается влияние циклических напряжений на повреждаемость при трении качения с учетом параметра взаимодействия $R_{p/\sigma}$), то комплексная мера поврежденности по аналогии с (24) принимает вид

$$\omega_B^{(\tau)} = \frac{W_{Py}}{V_k} = \omega_p^{(\tau)} (1 + \omega_{p\sigma}^{(\tau)} \psi_p^{(\tau)}) R_{p/\sigma}, \quad (41)$$

где

$$\omega_{p\sigma}^{(\tau)} = \frac{\omega_{\sigma}}{\omega_p^{(\tau)}}. \quad (42)$$

Таким образом, представление о тензорной мере поврежденности открывает возможности учета произвольной системы напряжений при анализе механического состояния практически любых объектов, работающих в условиях сложного нагружения.

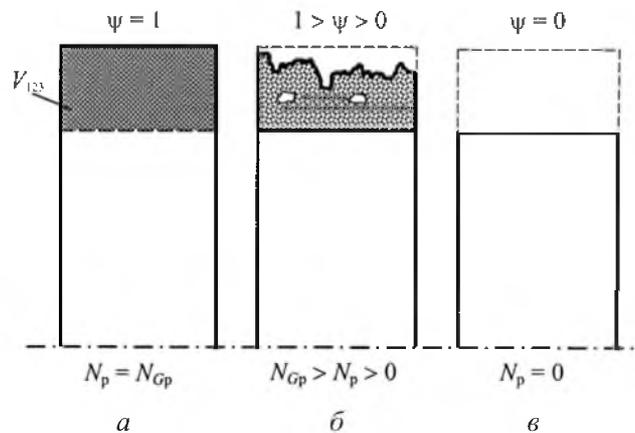


Рис. 11. Модели потери сплошности: *a* – материал сплошной, *б* и *в* – частичная и полная потери сплошности, соответственно.

Заключение. В данном сообщении изложены основы феноменологической теории поврежденности силовых систем.

Механика повреждений в связи с ростом уровня циклической, контактной, термодинамической и электрохимической нагрузок описывается функцией (3), согласно которой результат и направленность (упрочнение \Leftrightarrow разрушение) взаимодействия повреждений, обусловленных различными нагрузками, в значительной мере зависит от соотношения (12) действующих и

пределных (контактных и внеконтактных) напряжений. Параметр взаимодействия повреждений $R_{\sigma/\tau}$, определяемый циклическими и фрикционными напряжениями, может быть больше единицы (при разупрочнении), меньше единицы (при упрочнении) и равным единице (при определенном соотношении между процессами упрочнение–разупрочнение). Графический анализ зависимости параметра взаимодействия повреждений от условий работы (или испытания) силовых систем показан на рис. 1, 2, 4, 5.

Вопрос о том, возможно ли реальное упрочнение и, следовательно, повышение надежности силовой системы по сравнению с аналогичной ей парой трения, изучен методом атомно-силовой микроскопии. Установлено (в условиях данного опыта), что работа рассеянного эффекта множественного микросдвига по пересекающимся плоскостям в силовой системе ведет примерно к 10-кратному росту ее долговечности по сравнению с долговечностью тела в паре трения (при равенстве контактных напряжений в обоих случаях).

Кинетика повреждений при регулярном нагружении описывается функцией (14). Меры поврежденности при блочном нагружении оценивают по формуле (15), когда реализуется прямой эффект, и по формуле (16), когда реализуется обратный эффект.

Вероятностная мера поврежденности вводится на базе статистической модели деформируемого твердого тела с опасным объемом (модель ТОПО). Частные меры поврежденности при циклическом деформировании и при трении оцениваются по формулам (18) и (20) соответственно. Для силовой системы вводится представление о комплексных мерах поврежденности (22) и (24) при реализации соответственно прямого и обратного эффектов. Показано, что оба эффекта в некоторой степени обусловлены совокупными мерами поврежденности (23) и (25).

Наиболее общей является тензорная мера поврежденности силовой системы; в случае реализации прямого эффекта она определяется из соотношения (39), а в случае реализации обратного эффекта – из соотношения (41). Эти меры устанавливаются на основе представлений о критическом тензоре напряжений (30) и тензоре динамических опасных объемов (первая формула (30)); по его инвариантам (33) определяют тензорную меру поврежденности (35) и, следовательно, находят (39) и (41).

Введение тензорной меры поврежденности позволяет учесть влияние произвольного напряженного состояния на работоспособность силовой системы в сложных условиях ее нагружения или испытания.

Резюме

Викладено основи феноменологічної теорії пошкодження силових систем, що працюють в умовах складного навантаження (механічна втома, тертя та спрацьовування, температура, електрохімічна корозія). Запропоновано методику розрахунку силової, кінетичної та тензорної міри пошкодження.

1. *Сосновский Л. А.* Статистическая механика усталостного разрушения. – Минск: Наука і техника, 1987.– 288 с.

2. *Сопrotивление материалов деформированию и разрушению. Справочное пособие в 2-х т. Под ред. В. Т. Трощенко. – Киев: Наукова думка, 1994. – Т. 1. – 288 с.; Т. 2 – 701 с.*
3. *Работнов Ю. Н. Ползучесть элементов конструкций. – М.: Наука, 1966. – 250 с.*
4. *Качанов Л. М. Основы механики разрушения. – М.: Наука, 1974. – 311 с.*
5. *Болотин В. В. Прогнозирование ресурса машин и конструкций. – М.: Наука, 1984. – 312 с.*
6. *Сосновский Л. А. Анализ механических состояний силовых систем. Сообщ. 1. Предельное состояние // Пробл. прочности. – 2003. – № 5. – С. 36 – 49.*
7. *Сосновский Л. А. Основы трибофатики. – Гомель: БелГУТ, 2003. – 478 с.*
8. *Сосновский Л. А., Богданович А. В. Теория накопления износоусталостных повреждений. Под ред. Н. А. Махутова. – Гомель: НПО “Трибофатика”, 2001. – 60 с.*
9. *Сосновский Л. А., Трощенко В. Т., Махутов Н. А. и др. Износоусталостные повреждения и их прогнозирование. – Гомель, НПО “Трибофатика”, 2001. – 170 с.*
10. *Чижик С. А., Сосновский Л. А., Горбунов В. В., Лисицын С. Д. Особенности возникновения и развития малых поверхностных трещин в углеродистой стали при контактно-механической усталости // Завод. лаб. – 1996. – № 3. – С. 34 – 38.*
11. *Сосновский Л. А., Махутов Н. А. Методологические проблемы комплексной оценки поврежденности и предельного состояния силовых систем (обзорная статья) // Завод. лаб. – 1991. – № 5. – С. 27 – 40.*
12. *Сосновский Л. А. Статистическая модель деформируемого твердого тела с опасным объемом и некоторые ее приложения. // Пробл. прочности. Сообщ. 1, 2. – 1990. – № 7. – С. 60 – 72; сообщ. 3. – 1992. – № 11. – С. 21 – 29.*
13. *Сосновский Л. А. Уравнения подобия усталостного разрушения деталей с опасным объемом и их экспериментальная проверка. Сообщ. 1, 2 // Пробл. прочности. – 1977. – № 4. – С. 40 – 60.*
14. *Сосновский Л. А. Расчеты на усталость деталей с опасным объемом // Прикл. механика. – 1979. – XV, № 4. – С. 60 – 66.*
15. *Драйгор Д. А., Вальчук Г. И. Влияние износа на усталостную прочность стали с учетом масштабного эффекта. – Киев: Изд-во АН УССР, 1962. – 111 с.*

Поступила 02. 06. 2003