

Термическое деформирование материала при различной жесткости нагружающей системы

В. Г. Барило

Институт проблем прочности им. Г. С. Писаренко НАН Украины, Киев, Украина

Для нагружающей системы с положительной и отрицательной жесткостью исследована кинетика напряженно-деформированного состояния материала конструкции. Показано, что в эксплуатируемых конструкциях жесткость нагружающей системы характеризуется положительными и отрицательными значениями, т.е. может быть меньше абсолютно мягкой. Установлена существенная зависимость кинетики от знака жесткости. Относительная жесткость нагружающей системы k_s при заданных изменениях температуры и условиях нагружения может быть использована для оценки долговечности материала.

Ключевые слова: термические напряжения и деформации, термическая усталость, кинетика, жесткость, активная и пассивная нагружающие системы.

Обозначения

- α – коэффициент температурного расширения
 l – длина элемента
 $\Delta l_h, \Delta l_c$ – соответственно тепловая и упругая деформация элемента
 Δl_s – деформация нагружающей системы
 Δl_m – активная механическая составляющая деформации нагружающей системы
 ε_m – относительная активная механическая деформация нагружающей системы
 P_c, P_s – силы, возникающие в элементе и нагружающей системе соответственно
 G_c, G_s – жесткость элемента и нагружающей системы соответственно
 σ – термические напряжения в нагружаемом элементе
 k_c, k_s – относительная податливость материала элемента и нагружающей системы соответственно
 F – площадь сечения нагружаемого элемента
 P_0 – сила сжатия рессоры в продольном направлении
 L – длина рессоры
 E, E_s – модуль упругости материала элемента и рессоры соответственно
 J – момент инерции поперечного сечения рессоры
 b, h – ширина и толщина рессоры

Введение. При нагреве элемента конструкции происходит его тепловое деформирование. Если элемент соединен с конструкциями, жесткость которых отличается от нуля, то в нем возникают термические напряжения. Их

значение, а также степень повреждения материала повышаются с ростом абсолютной величины жесткости конструкций, являющихся для данного элемента нагружающей системой. Характеристики термической усталости материалов определяются с использованием пассивной [1, 2] или активной [3, 4] нагружающей системы. Предполагается, что пассивная нагружающая система деформируется только вследствие теплового расширения нагружаемого элемента. Активная система кроме пассивных деформаций имеет собственные активные деформации, которые могут изменяться независимо или произвольно зависеть от температуры. Начальная амплитуда термических напряжений и их кинетика с ростом числа циклов существенно зависят от диапазона изменения температур, свойств материала и жесткости нагружающей системы.

Цель настоящей работы – оценка влияния различной жесткости (положительной и отрицательной) нагружающей системы в широком диапазоне ее варьирования на кинетику напряженно-деформированного состояния, а также на циклическую долговечность материала при теплосменах.

Деформирование циклически нагреваемого стержня нагружающей системой с заданной жесткостью. В качестве примера рассмотрим элемент в виде стержня, один конец которого закреплен абсолютно жестко, а другой конец соединен с серединой пластины в виде рессоры, расположенной перпендикулярно к стержню (рис. 1,а). В данном случае пластина служит нагружающей системой для нагреваемого элемента. При нагреве стержень расширяется. Незакрепленная часть стержня расширяется на величину

$$\Delta l_h = \alpha \Delta T l, \quad (1)$$

где α – коэффициент температурного расширения; ΔT – изменение температуры; l – длина стержня.

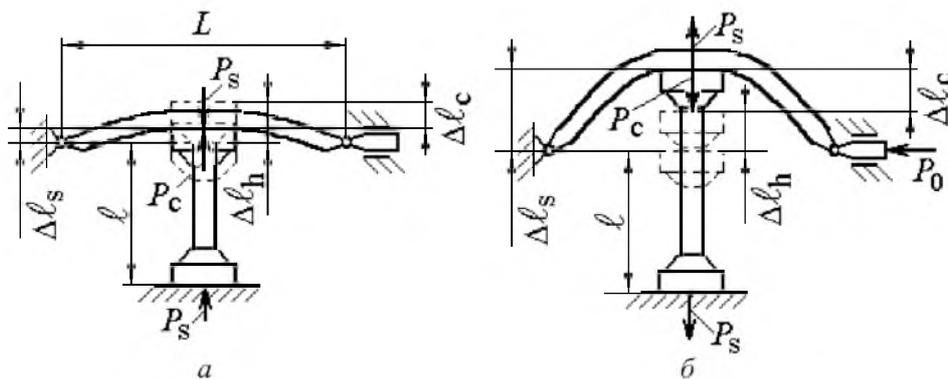


Рис. 1. Деформирование элемента нагружающей системой с положительной (а) и отрицательной (б) жесткостью.

Стержень, соединенный с нагружающей системой, кроме положительной тепловой деформации расширения Δl_h испытывает отрицательную упругую деформацию сжатия Δl_c . Нагружающая система деформируется на

величину Δl_s , являющуюся также суммарной деформацией элемента, которая меньше тепловой, если не учитывать ее знака:

$$\Delta l_s = \Delta l_h + \Delta l_c. \quad (2)$$

При тепловом расширении нагружаемого элемента в нем и в нагружающей системе возникают силы P_c и P_s соответственно. Они пропорциональны деформациям Δl_c , Δl_s и жесткостям G_c , G_s соответственно элемента и системы:

$$P_c = -G_c \Delta l_c; \quad (3)$$

$$P_s = -G_s \Delta l_s. \quad (4)$$

Под величиной жесткости системы будем понимать отношение изменения силы реакции системы к изменению перемещения вследствие деформации этой системы. Жесткость нагружающей системы испытательных установок, как правило, находится в диапазоне $0 \dots \infty$. Реакция абсолютно мягкой системы при перемещении в направлении действия силы или в противоположном направлении не изменяется, т.е. ее жесткость равна нулю. Например, вес груза практически не изменяется при подъеме или опускании. Абсолютно жесткая система не деформируется при любых изменениях ее реакции на механическое воздействие, ее жесткость бесконечно велика и практически трудно реализуема. В эксплуатируемых конструкциях диапазон жесткости еще шире: он включает ее положительные и отрицательные значения. Жесткость тела принято считать положительной, если направление приложенной силы совпадает с направлением его перемещения вследствие деформации. Это предположение условно, поскольку приложенная сила связана с жесткостью тела только в положении равновесия. В таком положении тело уже деформировано настолько, что его реакция равна приложенной силе и противоположна ей по направлению:

$$P_s = -P_c. \quad (5)$$

В процессе деформирования указанные силы не равны друг другу. В общем случае с жесткостью тела связана лишь величина его реакции, но не приложенная сила, которая зависит от жесткости нагружающей системы. Таким образом, жесткость элемента определяется таким же отношением, как и для нагружающей системы. Чтобы значение положительной жесткости тела не отличалось от известных данных, приведенных в литературных источниках, это отношение берется с противоположным знаком, что видно из формул (3) и (4).

Обычно рассматривают жесткость устойчивых тел. Реакция устойчивого тела направлена в сторону, противоположную направлению перемещения. Под действием этой реакции тело стремится вернуться в исходное положение. Приложенная к нему сила, уравновешенная реакцией, совпадает по направлению с перемещением, что соответствует положительной жесткости.

Реакция неустойчивого тела направлена в ту же сторону, что и перемещение, т.е. стремится еще больше отклонить его от исходного положения. Как и при положительной жесткости, величина реакции возрастает с увеличением перемещения. Уравновесить неустойчивое тело можно, если приложить к нему силу в направлении, противоположном перемещению и реакции, т.е. жесткость неустойчивого тела – отрицательна. Если нагружающая система имеет положительную жесткость, которая по абсолютной величине больше отрицательной жесткости неустойчивого тела, то равновесие приложенной силы и реакции будет устойчиво, так как суммарная жесткость положительна, и в целом нагружающая система с закрепленным к ней неустойчивым телом устойчива.

Таким образом, положительная жесткость тела может быть отождествлена с его устойчивостью, отрицательная жесткость – с неустойчивостью.

Величину сил и деформаций в положении равновесия можно определить при решении системы уравнений (2)–(5):

$$\Delta l_c = -\frac{\Delta l_h G_s}{G_c + G_s}; \quad (6)$$

$$P_s = -P_c = -\frac{\Delta l_h}{\frac{1}{G_c} + \frac{1}{G_s}}, \quad (7)$$

где $\frac{1}{G_c}$ и $\frac{1}{G_s}$ – соответственно податливость нагружаемого элемента и нагружающей системы.

Подставив в (7) уравнение (1) и разделив обе части (7) на площадь поперечного сечения элемента F , переходим к относительным величинам:

$$\sigma = -\frac{\alpha \Delta T}{k_c + k_s}, \quad (8)$$

где σ – термические напряжения в нагружаемом элементе, или сила, возникшая в нагружающей системе и отнесенная к площади поперечного сечения элемента F , $\sigma = \frac{P_s}{F}$; k_s – податливость нагружающей системы, отнесенная к размерам нагружаемого элемента, $k_s = \frac{F}{G_s l}$; k_c – податливость нагружаемого элемента, отнесенная к размерам этого же элемента, или величина, обратная модулю упругости материала нагружаемого элемента, $k_c = \frac{F}{G_c l} = \frac{1}{E}$.

Если рессора в продольном направлении сжата силой P_0 , как показано на рис. 1,б, то ее жесткость будет меньше жесткости несжатой рессоры.

Преобразуя выражение для расчета прогиба балки при продольно-поперечном изгибе [5], получаем формулу для расчета жесткости продольно-сжатой рессоры (рис. 1,б):

$$G_s = \frac{2P_0K}{\operatorname{tg} K_0 - K_0},$$

где $K_0 = \frac{LK}{2}$; L – длина рессоры; $K = \sqrt{\frac{P_0}{E_s J}}$; E_s – модуль упругости материала рессоры; J – момент инерции поперечного сечения рессоры, $J = \frac{bh^3}{12}$ (b и h – ширина и толщина рессоры).

На рис. 2 приведены зависимости жесткости рессоры G_s от продольно-сжимающей силы P_0 , рассчитанные по этой формуле для нескольких значений L при $b = 1,2$ м и $h = 0,02$ м. Как видно, с ростом силы P_0 жесткость рессоры уменьшается.

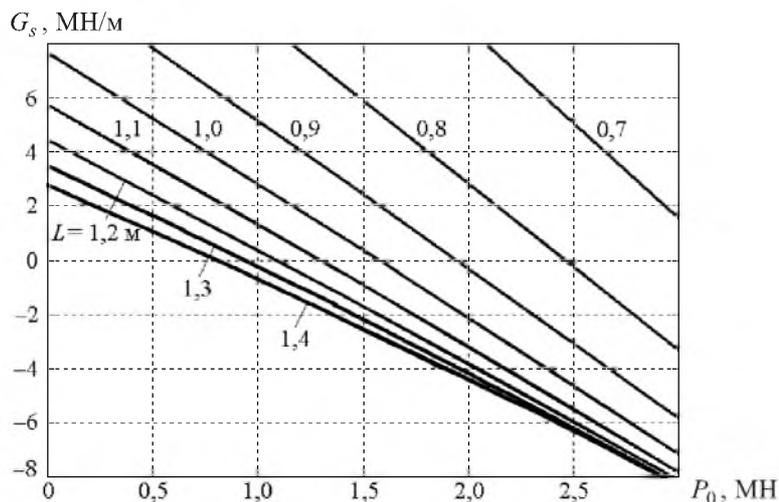


Рис. 2. Зависимость жесткости рессоры от продольно-сжимающей силы при различных значениях длины L рессоры.

При $P_0 < E_s J (\pi/L)^2$ жесткость рессоры остается положительной, в то время как при $P_0 = E_s J (\pi/L)^2$ она равна нулю ($G_s = 0$), т.е. прогиб рессоры не приведет к появлению реакции и рессора не будет оказывать сопротивление тепловому расширению нагружаемого элемента. Прогиб рессоры от расширения элемента вызывает также пропорциональный ему дополнительный изгибающий момент в результате действия продольной силы P_0 , достаточный для ее удержания в изогнутом состоянии. Таким образом, она не будет оказывать сопротивление тепловому расширению нагружаемого элемента.

При $P_0 > E_s J (\pi/L)^2$ жесткость рессоры отрицательна ($G_s < 0$), т.е. без нагружаемого элемента рессора будет неустойчива. Любой прогиб рессоры приведет к возникновению дополнительного изгибающего момента в ре-

зультате действия силы P_0 большей величины, чем требуется для ее прогиба, и без нагружаемого элемента она будет ускоренно прогибаться до разрушения. Если рессора соединена с нагружаемым элементом, то она воздействует на него с силой, пропорциональной и направленной в сторону прогиба. При тепловом расширении нагружаемого элемента такая рессора (рис. 1,б) растягивает его, при охлаждении – сжимает. В этом случае суммарная деформация нагружаемого элемента Δl_s будет больше тепловой Δl_h , если не учитывать ее знака.

Таким образом, при увеличении продольной силы P_0 жесткость рессоры уменьшается до нуля, с дальнейшим ее ростом жесткость продолжает уменьшаться и становится отрицательной. Например, при $P_0 = 0$ жесткость рессоры G_s длиной 1 м равна 7,5 МН/м, при $P_0 = 1,6$ МН $G_s = 0$, при $P_0 = 3,0$ МН $G_s = -7,1$ МН/м, т.е. жесткость отрицательна.

Уравнения (1)–(8) справедливы для нагружающей системы как с положительной и отрицательной жесткостью, так для нагружаемого элемента и нагружающей системы с положительной суммарной жесткостью. При нулевой, а тем более при отрицательной суммарной жесткости любая конечная тепловая деформация Δl_h нагружаемого элемента приведет к неограниченному росту силы P_s , которая не может быть уравновешена конечной силой P_c при конечной упругой или упругопластической деформации нагружаемого элемента Δl_c и постоянной его жесткости G_c , так как с увеличением деформации сила P_s будет расти в равной степени или быстрее силы P_c .

Отрицательные значения жесткости имеют место во всех конструкциях, содержащих закрепленные неустойчивые элементы. Например: тяжелый ролик на выпуклой поверхности; шарнирно закрепленный груз с центром тяжести выше шарнира; якорь электромагнита и т.д. При нагреве таких конструкций вследствие их теплового расширения возникнут (увеличатся) растягивающие напряжения, а также уменьшатся сжимающие напряжения. Для нагружающей системы с положительной жесткостью тепловое расширение, наоборот, приведет к возникновению (увеличению) сжимающих напряжений, и снижению растягивающих.

Упругое или упругопластическое растяжение при тепловом расширении материала нагружаемого элемента не всегда связано с отрицательной жесткостью нагружающей системы. При активной нагружающей системе (рис. 3,а*–г*) кроме теплового расширения материала дополнительно происходит активное механическое деформирование, изменение которого неоднозначно связано с температурой. В зависимости от величины и знака активной деформации нагрев нагружаемого объекта может сопровождаться упругим или упругопластическим растяжением или сжатием при любой жесткости нагружающей системы. Возбудителем напряжений в пассивной нагружающей системе является тепловая деформация нагружаемого элемента Δl_h . Упругая деформация Δl_c , как следует из уравнения (6), пропорциональна Δl_h . В активной нагружающей системе к Δl_h добавляется активная механическая деформация самой системы Δl_m (на рис. 3 эта деформация представлена в относительном виде – $\varepsilon_m = \Delta l_m / l$).

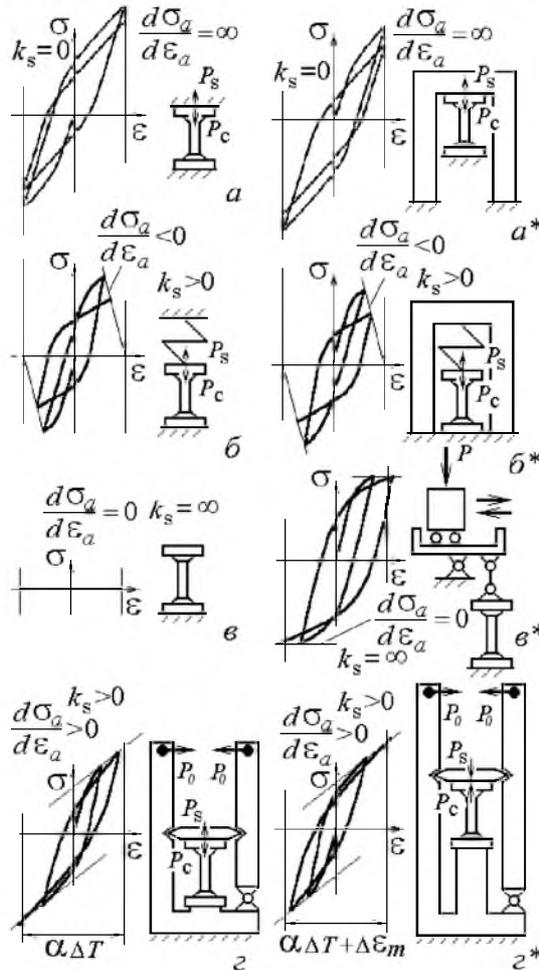


Рис. 3. Кинетика напряженно-деформированного состояния образца с пассивной (а-з) и активной (а*-з*) нагружающей системой при различной жесткости G_s : а, а* - $G_s \rightarrow +\infty$; б, б* - $0 < G_s < +\infty$; в, в* - $G_s = 0$; з, з* - $0 > G_s > -\infty$.

Активная нагружающая система может иметь генераторы сил и перемещений, которые зависят от температуры материала. На рис. 3, а*-в* в качестве примера таких генераторов показаны колонны, сечение которых во много раз больше сечения нагружаемого элемента или испытуемого образца, т.е. жесткость нагружающей системы можно приближенно считать бесконечно большой. Материал колонн и элемента предполагается одинаковым. Длина колонн в два раза больше длины элемента. Нагрев колонн и элемента при одинаковой ΔT приводит к двукратному удлинению колонн по сравнению с удлинением элемента и растяжению последнего на величину их тепловой деформации. Тепловое расширение нагружаемого элемента будет уменьшать его механическое растяжение по сравнению с ненагретым элементом. В случае пассивной абсолютно жесткой нагружающей системы (рис. 3, а) упругопластическая деформация элемента также равна его тепловой деформации, но направлена в противоположную сторону. Суммарная деформация элемента, равная деформации пассивной системы, является нуле-

вой (рис. 3,а). При активной нагружающей системе эта деформация в два раза больше тепловой деформации элемента (рис. 3,а*).

На рис. 3,б* представлена активная нагружающая система, близкая к абсолютно мягкой. Она имеет вид платформы, шарнирно закрепленной с опорой и элементом. Во время изменения температуры элемента по платформе перемещается груз. При тепловом расширении элемента такая система может либо сжимать его, либо растягивать в зависимости от закономерности перемещения груза с изменением температуры. Сама тепловая деформация при мягкой нагружающей системе не может вызвать изменения сил и напряжений. Пассивной мягкой нагружающей системе соответствует свободное расширение элемента (рис. 3,б).

Пассивная (рис. 3,б) и активная (рис. 3,б*) системы с промежуточной жесткостью аналогичны абсолютно жестким, но имеют упругий элемент с положительной жесткостью.

При нагреве элемента и колонн системы с отрицательной жесткостью (рис. 3,в*) удлинение последних также в два раза больше, чем нагружаемого элемента. Продольно-сжатая пластина прогибается выпуклой стороной к образцу. Поскольку пластина сжата выше предела устойчивости, при отклонении от неустойчивого линейного равновесия она сжимает образец с силой, пропорциональной прогибу и величине изменения температуры ΔT .

Для нагружающей системы с отрицательной жесткостью характерны положительные значения производной зависимости амплитуды напряжений от амплитуды деформаций при упрочнении или разупрочнении материала. На рис. 3 приведена кинетика напряженно-деформированного состояния разупрочняющегося материала в течение нулевого и первых полутора циклов при различной жесткости нагружающей системы.

Величины k_c и k_s могут быть выражены как производные напряжений по деформациям для материала элемента в различных условиях деформирования. Подставив в (5) уравнение (3) и продифференцировав его при переменной тепловой деформации Δl_h и неизменной жесткости элемента G_c , получим

$$\frac{\partial P_s}{\partial \Delta l_c} = G_c$$

или

$$\frac{\partial \sigma}{\partial \varepsilon} = E \quad \text{при} \quad \begin{array}{l} \Delta l_h = \text{var}; \\ G_c = \text{const}. \end{array} \quad (9)$$

Затем подставим в (4) уравнение (2) и продифференцируем его при переменной жесткости элемента G_c и неизменной тепловой деформации Δl_h :

$$\frac{\partial P_s}{\partial \Delta l_c} = -G_s$$

или

$$\frac{\partial \sigma_a}{\partial \varepsilon_a} = -\frac{1}{k_s} \quad \text{при} \quad \begin{array}{l} \Delta l_h = \text{const}; \\ G_c = \text{var}. \end{array} \quad (10)$$

Таким образом, производная $\partial\sigma_a/\partial\varepsilon_a$ при $\Delta l_h = \text{const}$ однозначно связана с жесткостью нагружающей системы G_s и относительной податливостью k_s (рис. 3). Например, в случае абсолютно жесткой нагружающей системы, независимо от того, пассивная она (рис. 3,а) или активная (рис. 3,а*), получим $\partial\sigma_a/\partial\varepsilon_a \rightarrow \infty$, $k_s \rightarrow 0$. Для нагружающей системы с положительной жесткостью разупрочнение материала приводит к увеличению амплитуды деформации и уменьшению амплитуды напряжений, т.е. $\partial\sigma_a/\partial\varepsilon_a < 0$ при $k_s > 0$ (рис. 3,б,б*), в то время как отрицательная жесткость вызывает рост обеих амплитуд: $\partial\sigma_a/\partial\varepsilon_a > 0$ при $k_s < 0$ (рис. 3,в,в*).

В нагружающей системе с нулевой жесткостью термические напряжения не возникают. С увеличением абсолютного значения жесткости независимо от ее знака абсолютное значение термических напряжений растет. В случае стремления положительной жесткости к бесконечности термические напряжения, как видно из формулы (8), стремятся к определенному пределу: $\sigma_{\max} = -\alpha \Delta T/k_c$ или $\sigma_{\max} = -E \alpha \Delta T$. Для нагружающей системы с отрицательной жесткостью с ростом ее абсолютной величины до значений $|G_s|$, близких к абсолютной величине нагружаемого элемента с положительной жесткостью $|G_c|$, т.е. при стремлении суммарной податливости к нулю, из формулы (8) следует, что термические напряжения будут неограниченно расти: $\sigma_{\max} \rightarrow \infty$ при $k_c + k_s \rightarrow 0$.

Таким образом, разупрочнение материала в случае нагружающей системы с положительной жесткостью приводит к уменьшению амплитуды напряжений, при этом имеет место явление приспособляемости материала к режиму нагружения, в то время как при отрицательной жесткости разупрочнение вызывает увеличение амплитуды термических напряжений, причем при значительном разупрочнении напряжения могут расти неограниченно.

Величины k_c и k_s имеют одинаковую размерность, хотя k_c описывает свойства материала элемента, а k_s – условия деформирования нагруженного элемента таким же образом, как напряжения характеризуют состояние его материала. Эти напряжения создаются нагружающей системой и соотносятся с размерами образца, а величина k_s представляет собой податливость нагружающей системы, также отнесенной к размерам образца. Как и напряжения, относительная податливость нагружающей системы k_s используется для оценки долговечности материала при термической усталости [3]. С ростом числа циклов нагружения материал может упрочняться и разупрочняться, что приводит к различному изменению напряжений и деформаций в зависимости от характера изменения температуры, жесткости нагружающей системы и кинетики свойств материала.

Оценка кинетики свойств материала, деформаций и напряжений, а также долговечности материала представляет достаточно сложную задачу. Вместе с тем долговечность конкретного материала достаточно полно определяется кинетикой температур и относительной жесткостью нагружающей системы без оценки упругих свойств материала и его напряженно-деформированного состояния. В некоторых случаях проще оценить величину k_s и построить зависимости долговечности материала от k_s , ΔT и T_{\max} без определения его напряженно-деформированного состояния.

Заключение. Система, нагружающая элемент при термоциклировании, может иметь положительную и отрицательную жесткость в эксплуатационных условиях в зависимости от общей жесткости устойчивых и неустойчивых конструкций, соединенных с этим элементом.

Установлена существенная зависимость кинетики напряженно-деформированного состояния материала конструкции от знака жесткости пассивной нагружающей системы. В случае разупрочнения материала при положительной жесткости пассивной системы деформации увеличиваются, а напряжения релаксируют, при отрицательной – увеличиваются как деформации, так и напряжения, причем при значительном разупрочнении возможен неограниченный рост термических напряжений и деформаций.

Относительная жесткость нагружающей системы k_s при заданных изменениях температуры и условиях нагружения определяет кинетику термических напряжений и деформаций и может быть использована для оценки долговечности материала.

Резюме

Для навантажувальної системи з позитивною і негативною жорсткістю досліджено кінетику напружено-деформованого стану матеріалу конструкції. Показано, що в конструкціях, що експлуатуються, жорсткість навантажувальної системи має додатні і від'ємні значення, тобто може бути менша, ніж абсолютно м'яка. Установлено істотну залежність кінетики від знака жорсткості. Відносна жорсткість навантажувальної системи k_s при заданих змінах температури і умовах навантаження може бути використана для оцінки довговічності матеріалу.

1. Школьник Л. М. Методика усталостных испытаний. Справочник. – М.: Металлургия, 1978. – 302 с.
2. Писаренко Г. С., Руденко В. Н., Третьяченко Г. Н., Троценко В. Т. Прочность материалов при высоких температурах. – Киев: Наук. думка, 1966. – 796 с.
3. Писаренко Г. С., Можаровский Н. С., Антипов Е. С. Сопротивление жаропрочных материалов нестационарным силовым и температурным воздействиям. – Киев: Наук. думка, 1974. – 201 с.
4. Coffin L. F. A study of the effects of cyclic thermal stresses in ductile metal. – Trans. ASME. – 1954. – 76, No. 4. – P. 931 – 950.
5. Рудицын М. Н., Артемов П. Я., Любошиц М. И. Справочное пособие по сопротивлению материалов. – Минск: Высшейш. шк., 1970. – 630 с.

Поступила 07. 09. 1999