

# АВТОВОЛНОВЫЕ ПРОЦЕССЫ В МАГНИТНОЙ ЖИДКОСТИ

Н. Ф. ПАЦЕГОН, Л. Н. ПОПОВА

Харьковский национальный университет им. В. Н. Каразина

Получено 06.07.2006

Исследованы статические и бегущие автосолитоны в магнитной жидкости, находящейся в постоянном однородном магнитном поле. Автосолитоны представляют собой пространственные и пространственно-временные структуры в виде параллельных слоев, полос или цилиндрических столбиков более или менее агрегированной среды, ориентированных вдоль поля. Они описывают процессы перераспределения феррочастиц под действием внешнего магнитного поля, которые наблюдаются в экспериментах с тонкими пленками магнитной жидкости. В результате сопоставления расчетных и экспериментально измеренных характеристик структур получены оценки для параметров модели магнитной жидкости с изменяющейся микроструктурой.

Досліджені статичні і бігучі автосолітони в магнітній рідині, яка знаходиться у сталому однорідному магнітному полі. Автосолітони являють собою просторові і просторово-часові структури у вигляді паралельних шарів, смуг або циліндричних стовпчиків більш або менш агрегованого середовища, які орієнтуються вздовж поля. Вони описують процеси перерозподілу феррочастинок під дією зовнішнього магнітного поля, які спостерігаються в експериментах з тонкими плівками магнітної рідини. Внаслідок зіставлення розрахункових і експериментально отриманих характеристик структур знайдені оцінки для параметрів магнітної рідини зі змінною мікроструктурою.

Static and travelling autosolitons in a magnetic fluid in a presence of the constant homogeneous magnetic field are studied. Autosolitons are oriented along field space and space-temporal structures such as parallel layers, strips or cylindrical columns more or less aggregated continuum. They describe the processes of ferroparticles redistribution under the action of a external magnetic field, which are observed experimentally in the thin films of a magnetic fluid. The estimates for the parameters of a model of the magnetic fluid with transformed microstructure are obtained as a result of calculated and experimentally measured characteristics of the structures comparison.

## ВВЕДЕНИЕ

В последние годы возрос интерес к теоретическим и экспериментальным исследованиям процессов, происходящим в тонких пленках магнитной жидкости (МЖ) [1–11]. Он обусловлен чувствительностью их оптических свойств к внешнему магнитному полю. Как показывают эксперименты, под действием поля в магнитной жидкости возникают структуры из феррочастиц различной конфигурации, среда становится анизотропной, и, соответственно, изменяются условия ее взаимодействия с оптическим излучением [10]. Зависимость параметров этого взаимодействия от направления и величины поля открывает новые возможности для практического использования магнитной жидкости в магнитооптических приборах и устройствах, таких как оптические затворы, модуляторы света, управляемые фильтры, решетки и дисплеи [2].

В связи с этим особое значение приобретают модели магнитной жидкости, учитывающие взаимодействие феррочастиц и возможность образования из них агрегатов. Модель среды с изменяющейся микроструктурой предложена в статье [12]. Переходными состояниями такой среды служат сред-

нее число частиц в агрегатах  $\gamma = \nu^{-1}$  и параметр эффективного магнитного поля  $\lambda$ , который учитывает поле, создаваемое феррочастицами, а изменение магнитного состояния среды описывается системой двух квазилинейных уравнений параболического типа. В [13] качественно исследована дискретная динамическая система, которая получается в предельном случае, когда диффузионные процессы в жидкости пренебрежимо малы. Однородные равновесные состояния жидкости в общем случае с учетом диффузии параметров  $\lambda$  и  $\nu$  рассмотрены в работах [14, 15], там же построены равновесные кривые намагничивания и получены условия существования волновых режимов типа волн переключения, при распространении которых элементы жидкости переходят из метастабильного состояния в устойчивое. В статье [16] найдены условия образования и устойчивости контрастных структур, они реализуются в виде параллельных магнитному полю игольчатых конфигураций феррочастиц. Полученные в [12–16] результаты качественно описывают наблюдаемые экспериментально процессы самоорганизации в магнитной жидкости. Для численных расчетов необходимо знать значения определяющих модель феноменологических коэффициентов  $\tau_\lambda$ ,  $D_\lambda$ ,  $\tau_\nu$ ,  $D_\nu$ , которые играют роль времени релаксации и

коэффициента диффузии параметров  $\lambda$  и  $\nu$  соответственно.

Настоящая статья продолжает исследования, начатые в [12–16], в ней рассматриваются автосолитоны – статические и бегущие локализованные сильнонеравновесные области в неподвижном объеме МЖ. Общая теория автосолитонов, аналитические и численные методы их изучения изложены в монографии [17]. Применение этой теории к конкретной физической системе требует отдельного самостоятельного исследования, которое и предпринято в данной работе с целью идентифицировать параметры модели среды с изменяющейся микроструктурой [12] путем сравнения результатов расчетов с экспериментальными данными.

### 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим неподвижный объем магнитной жидкости, находящейся в постоянном однородном магнитном поле  $\vec{H}$ . Изменение во времени магнитного состояния жидкости определяется системой уравнений [12]:

$$\tau_\lambda \frac{\partial \lambda}{\partial t} = D_\lambda \Delta \lambda + Q^{(\lambda)}(\lambda, \nu; H), \quad (1)$$

$$\tau_\nu \frac{\partial \nu}{\partial t} = D_\nu \Delta \nu + Q^{(\nu)}(\lambda, \nu; H). \quad (2)$$

Функции  $Q^{(\lambda)}(\lambda, \nu; H)$  и  $Q^{(\nu)}(\lambda, \nu; H)$  имеют вид:

$$Q^{(\lambda)}(\lambda, \nu; H) = \frac{1}{2} [L^2 - L_*^2 - 2\beta(\lambda - \lambda_{1*})(\lambda - \lambda_{2*}) \times (\lambda - \lambda_{3*})],$$

$$Q^{(\nu)}(\lambda, \nu; H) = f(\xi) - f(\xi_*) + \alpha(\nu - \nu_{1*})(\nu - \nu_{2*}) \times (\nu - \nu_{3*}).$$

Здесь  $\xi = m_1 H_e / (kT\nu)$ ;  $H_e = H + \lambda M$ ;  $n_1 = c_1 \rho / M$  – объемная плотность феррочастиц;  $c_1$  – массовая концентрация частиц, предполагаемая постоянной;  $M$  – масса одиночной феррочастицы;  $k$  – постоянная Больцмана; намагниченность жидкости определяется уравнением  $M = M_s L(\xi)$ ;  $L(\xi) = \text{cth } \xi - 1/\xi$  – функция Ланжевена;  $M_*$  – намагниченность структурирования жидкости;  $M_* = M_s L(\xi_*) = M_s L_*$ ;  $M_s = m_1 n_1$  – намагниченность насыщения жидкости;  $\lambda_{i*}, \nu_{i*}$  ( $i = \overline{1, 3}$ ) – равновесные значения  $\lambda$  и  $\nu$  при  $M = M_*$ , причем

$$\lambda_{1*} > \lambda_{3*} > \lambda_{2*}; \quad \lambda_{1*} + \lambda_{2*} = 2\lambda_{3*};$$

$$\nu_{1*} > \nu_{3*} > \nu_{2*};$$

$$\nu_{i*} - \nu_{j*} = m_1 M_s L_*(\lambda_{i*} - \lambda_{j*}) / (kT\xi_*);$$

$$\alpha = (kT / (m_1 M_s))^{3*} (\xi_* / L_*)^4 \beta;$$

$$f(\xi) = \ln(\text{sh } \xi / \xi) - \xi L(\xi).$$

Параметры  $\tau_\lambda, \tau_\nu, D_\lambda, D_\nu$  и  $\beta$  считаются постоянными.

Однородное равновесное состояние жидкости удовлетворяет условиям:

$$Q^{(\lambda)}(\lambda, \nu; H) = 0, \quad Q^{(\nu)}(\lambda, \nu; H) = 0. \quad (3)$$

При фиксированных  $\rho, T$  и  $\beta < 0$  эти уравнения определяют многозначные зависимости  $\lambda(M)$  и  $\nu(M)$  [12]. Графики функций  $\lambda(M)$  и  $\nu(M)$  представляются в виде объединения трех однозначных ветвей  $\lambda^{(i)}(M), i = \overline{1, 3}$  и  $\nu^{(i)}(M), i = \overline{1, 3}$ , ограниченных значениями  $\lambda(0), \lambda', \lambda''$  и  $\lambda(M_s)$  и  $\nu(0), \nu', \nu''$  и  $\nu(M_s)$  соответственно, где  $\lambda'$  и  $\lambda''$  и  $\nu'$  и  $\nu''$  – точки экстремума функций  $M(\lambda), M(\nu)$ , обратных к функциям  $\lambda(M)$  и  $\nu(M)$ :

$$\lambda','' = \lambda_{3*} \pm \frac{\langle \lambda \rangle}{2\sqrt{3}}, \quad \nu','' = \nu_{3*} \pm \frac{\langle \nu \rangle}{2\sqrt{3}}.$$

Здесь  $\langle \lambda \rangle \equiv \lambda_{2*} - \lambda_{1*} (< 0)$ ,  $\langle \nu \rangle \equiv \nu_{2*} - \nu_{1*} (< 0)$ .

Система (3) и уравнение  $M = M_s L(\xi)$  задают гладкую самопересекающуюся кривую намагничивания, которая состоит из девяти ветвей однозначности функции  $M(H)$ . Они обозначаются двузначным числом  $ij, i, j = \overline{1, 3}$ , где  $i(j)$  указывает номер ветви  $\lambda(M)(\nu(M))$  [15]. При построении модели предполагается, что выполняется условие парамгнитности среды  $3kT\nu > m_1 M_s \lambda$ .

Рассматриваемая жидкость в различных магнитных полях может иметь от одного до девяти однородных равновесных состояний. Устойчивость таких состояний обеспечивается условиями [15]:

$$Q_\lambda^{(\lambda)} < 0, \quad Q_\nu^{(\nu)} < 0, \quad \Delta \equiv Q_\lambda^{(\lambda)} Q_\nu^{(\nu)} - [Q_\nu^{(\lambda)}]^2 > 0. \quad (4)$$

Анализ показывает, что при выполнении неравенства

$$-\frac{\beta \langle \lambda \rangle^2}{6} > \frac{m_1 M_s L_*^2}{\psi(\lambda_{3*}, \nu_{2*}, \xi_*)} \quad (5)$$

асимптотически устойчивым однородным равновесным состояниям соответствуют точки ветвей 2I и 2J кривой намагничивания, при

$$\frac{m_1 M_s L_*^2}{\psi(\lambda_{3*}, \nu_{1*}, \xi_*)} < -\frac{\beta \langle \lambda \rangle^2}{6} < \frac{m_1 M_s L_*^2}{\psi(\lambda_{3*}, \nu_{2*}, \xi_*)} \quad (6)$$

устойчивым состояниям отвечают внутренние точки ветви 21, а если не выполняется ни одно из условий (5),(6), то жидкость неустойчива в любом магнитном поле [15]. Будем считать, что параметры жидкости удовлетворяют неравенству (5), при выполнении которого, как показано в [16], существует множество асимптотически устойчивых пространственных структур.

Иследуем случай К-системы [17], для которой  $D_\nu/D_\lambda = \varepsilon^2 \ll 1$ . В К-системе характерная длина изменения параметра эффективного магнитного поля намного превосходит характерную длину изменения среднего числа частиц в агрегатах и на масштабах  $\sim \sqrt{D_\nu}$  значение  $\lambda$  остается практически постоянным. Параметр  $\nu$  является “быстрой”, а  $\lambda$  – “медленной” переменной.

Характер решений системы (1), (2) определяется локальной связью (ЛС)  $\lambda(\nu)$ , которая задается уравнением  $Q^{(\nu)}(\lambda, \nu; H) = 0$  при  $H = \text{const}$ . Однородные состояния жидкости  $\lambda = \lambda_h$ ,  $\nu = \nu_h$  отвечают точкам пересечения кривой локальных связей и кривой уравнения состояния  $Q^{(\lambda)}(\lambda, \nu; H) = 0$ . Кривые ЛС для магнитной жидкости при разных значениях напряженности магнитного поля имеют V- или И-образную форму, такие системы в теории автосолиитонов называют V- или И-системами соответственно. V-системы допускают решения типа контрастных структур, т. е. пиковых статических автосолиитонов, этот случай исследован в [16]. В настоящей работе рассматриваются значения  $H$ , при которых магнитная жидкость является И-системой (рис. 1).

Предположим, что линейный размер  $L$  области, занимаемой жидкостью, удовлетворяет неравенству

$$D_\nu \ll L^2 \ll D_\lambda. \quad (7)$$

Решения системы (1), (2) должны удовлетворять краевым условиям, отвечающим отсутствию потоков на границе  $S$  объема жидкости:

$$\vec{n} \cdot \nabla \lambda|_S = 0; \quad \vec{n} \cdot \nabla \nu|_S = 0; \quad (8)$$

## 2. ПРОСТРАНСТВЕННЫЕ СТРУКТУРЫ

### 2.1. Одномерные статические автосолиитоны

Рассмотрим слой жидкости, заключенный между двумя параллельными бесконечными немагнитными пластинами  $x = 0$ ,  $x = L$  во внешнем магнитном поле  $\vec{H} = H\vec{e}_y$ .

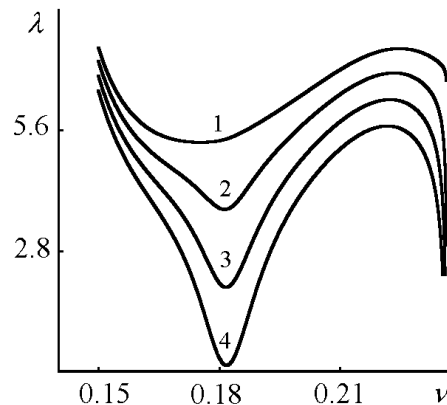


Рис. 1. Кривые локальной связи для магнитной жидкости:  $m_1 = 10^{-16}$  эрг/Гс,  $M_s = 40$  Гс,  $\xi_* = 1$ ,  $\beta = -0.1$ ,  $\lambda_{1*} = 5$ ,  $\lambda_{3*} = 4$ ,  $\nu_{3*} = 0.2$ ;  $1 - H = 1 \text{ Э}$ ,  $2 - H = 10 \text{ Э}$ ,  $3 - H = 20 \text{ Э}$ ,  $4 - H = 30 \text{ Э}$

В одномерном случае параметры  $\lambda$  и  $\nu$  удовлетворяют уравнениям:

$$\tau_\lambda \frac{\partial \lambda}{\partial t} = D_\lambda \frac{\partial^2 \lambda}{\partial x^2} + Q^{(\lambda)}(\lambda, \nu; H), \quad (9)$$

$$\tau_\nu \frac{\partial \nu}{\partial t} = D_\nu \frac{\partial^2 \nu}{\partial x^2} + Q^{(\nu)}(\lambda, \nu; H) \quad (10)$$

и краевым условиям:

$$\left. \frac{\partial \lambda}{\partial x} \right|_{x=0,L} = 0, \quad \left. \frac{\partial \nu}{\partial x} \right|_{x=0,L} = 0. \quad (11)$$

Найдем стационарные решения задачи (9)–(11). Если пренебречь членами порядка  $L^2/D_\lambda$ , параметр эффективного магнитного поля в зазоре остается постоянным:  $\lambda = \lambda_s = \text{const}$ , а магнитное состояние жидкости описывается уравнениями:

$$D_\nu \nu'' + Q^{(\nu)}(\lambda_s, \nu(x); H) = 0, \quad (12)$$

$$\nu'(0) = \nu'(L) = 0, \quad (13)$$

$$\int_0^L Q^{(\lambda)}(\lambda_s, \nu(x); H) dx = 0. \quad (14)$$

Последнее соотношение получается в результате интегрирования уравнения (9) на интервале  $0 \leq x \leq L$  с учетом краевых условий для  $\lambda$ .

При фиксированных  $\lambda_s$  и  $H$  соотношение (12) формально можно рассматривать как уравнение одномерного движения частицы массы  $D_\nu$  под действием потенциальной силы  $F_s =$

$= -Q^{(\nu)}(\lambda_s, \nu(x); H) = -d\Pi/d\nu$ . Роль координаты частицы играет параметр  $\nu$ , а роль времени – переменная  $x$ .

Неподвижные точки динамической системы (12) соответствуют экстремумам потенциала  $\Pi$  и являются точками пересечения кривой ЛС с прямой  $\lambda = \lambda_s$ . Это позволяет по кривой ЛС найти вид потенциала  $\Pi$  при различных значениях  $\lambda$ .

Для магнитной жидкости  $Q^{(\nu)} < 0$  над кривой ЛС и  $Q^{(\nu)} > 0$  – под этой кривой. Действительно, обозначим через  $(\nu_c, \lambda_c)$  точку, принадлежащую кривой ЛС, а соответствующее значение параметра  $\xi$  через  $\xi_c$ . Для любого  $\lambda \neq \lambda_c$  имеет место равенство:

$$Q^{(\nu)}(\lambda, \nu_c; H) - Q^{(\nu)}(\lambda_c, \nu_c; H) = f(\xi) - f(\xi_c),$$

где  $\xi = m_1(H + \lambda M(\xi))/(kT\nu_c)$ . Функция  $f(\xi)$  монотонно убывает при всех  $\xi > 0$ , так как

$$f'(\xi) = \frac{\xi}{sh^2\xi} - \frac{1}{\xi} = \xi \left( \frac{1}{sh^2\xi} - \frac{1}{\xi^2} \right) < 0.$$

Кроме того, из условия парамагнитности среды следует, что

$$\frac{\partial \xi}{\partial \lambda} = \frac{m_1 M}{L' \psi(\lambda, \nu, \xi)} > 0,$$

где  $\psi(\lambda, \nu, \xi) \equiv kT\nu/L' - m_1 M_s \lambda$ . Поэтому монотонно убывающей по  $\lambda$  является и функция  $Q^{(\nu)}(\lambda, \nu_c; H)$  при фиксированных значениях  $\nu_c$  и  $H$ .

Обозначим через  $\nu_1, \nu_2, \nu_3$  абсциссы точек пересечения кривой ЛС с прямой  $\lambda = \lambda_s$ . В рассматриваемом случае  $Q^{(\nu)}(\lambda_s, \nu_i; H) < 0, i = 1, 3; Q^{(\nu)}(\lambda_s, \nu_2; H) > 0$ . Следовательно, график зависимости  $Q^{(\nu)}$  от  $\nu$  качественно воспроизводит кривую ЛС, т. е. также имеет И-образную форму.

Потенциал  $\Pi(\nu)$  достигает максимума в точках  $\nu_1, \nu_3$  и минимума – в точке  $\nu_2$ . Поэтому точки  $\nu_1, \nu_3$  являются седлами, а  $\nu_2$  – центром динамической системы (12). Фазовый портрет системы зависит от параметра  $\lambda_s$ . Рассмотрим то значение  $\lambda_s$ , при котором  $\Pi(\nu_1) = \Pi(\nu_3)$ , или, что то же самое,

$$\int_{\nu_1}^{\nu_3} Q^{(\nu)}(\lambda_s, \nu; H) d\nu = 0. \quad (15)$$

При выполнении этого условия фазовый портрет содержит ячейку, ограниченную двумя гетероклиническими траекториями – сепаратрисами, симметричными относительно оси  $O\nu$ ; одна из них

выходит из седла  $\nu_1$  и входит в седло  $\nu_3$ , а другая – выходит из седла  $\nu_3$  и входит в седло  $\nu_1$ . Движение точки по сепаратрисе описывает распределение  $\nu(x)$  в виде широкой страты вблизи одной из пластин. В малой окрестности точек  $(\lambda_s, \nu_1), (\lambda_s, \nu_3)$  на плоскости  $(\lambda, \nu)$  происходят плавные изменения  $\nu(x)$ , здесь параметры  $\lambda$  и  $\nu$  связаны между собой локально в соответствии с уравнением  $Q^{(\nu)}(\lambda, \nu; H) = 0$ . Отрезку прямой  $\lambda = \lambda_s$  в интервале  $\nu_1 < \nu < \nu_3$  отвечает резкое изменение  $\nu(x)$ . Близкая к границе ячейки замкнутая траектория соответствует широким стратам в центре слоя жидкости – статическим автосолитонам.

Чтобы найти форму автосолитона, аппроксимируем функцию  $Q^{(\nu)}(\lambda_s, \nu; H)$  кубическим полиномом, имеющем такие же корни  $\nu_1, \nu_2$  и  $\nu_3$  и приблизительно такие же производные в точках  $\nu_1, \nu_2$  и  $\nu_3$ :

$$Q^{(\nu)}(\lambda_s, \nu; H) \approx Q(\nu) = -B(\nu - \nu_1)(\nu - \nu_2)(\nu - \nu_3), \quad (16)$$

$$\sum_{i=1}^3 Q^{(\nu)}(\lambda_s, \nu_i; H) = \sum_{i=1}^3 \left. \frac{dQ}{d\nu} \right|_{\nu=\nu_i}.$$

Из последнего условия определяется постоянная  $B$ :

$$B = - \frac{\sum_{i=1}^3 Q^{(\nu)}(\lambda_s, \nu_i; H)}{(\nu_2 - \nu_1)^2 + (\nu_3 - \nu_1)(\nu_3 - \nu_2)},$$

где

$$Q^{(\nu)}(\lambda_s, \nu_i; H) = f' \frac{\partial \xi}{\partial \nu} + \alpha[(\nu_i - \nu_{2*})(\nu_i - \nu_{3*}) + (\nu_i - \nu_{1*})(\nu_i - \nu_{3*}) + (\nu_i - \nu_{1*})(\nu_i - \nu_{2*})],$$

$$\frac{\partial \xi}{\partial \nu} = \frac{kT\xi}{m_1 M_s \lambda_s L' - kT\nu_i}.$$

Уравнение  $D_\nu \nu'' + Q(\nu) = 0$  обладает решениями

$$\nu(x) = \frac{\nu_1 + \nu_3 \exp \left[ \pm \sqrt{B/(2D_\nu)} (\nu_3 - \nu_1) x \right]}{1 + \exp \left[ \pm \sqrt{B/(2D_\nu)} (\nu_3 - \nu_1) x \right]}, \quad (17)$$

которые описывают страты, примыкающие к правой  $x = L$  (верхний знак) или левой  $x = 0$  (нижний знак) границе. Используя симметрию фазового портрета относительно оси  $O\nu$ , “сшиваем” эти решения и получаем выражения для статических автосолитонов в виде широкой страты в центре

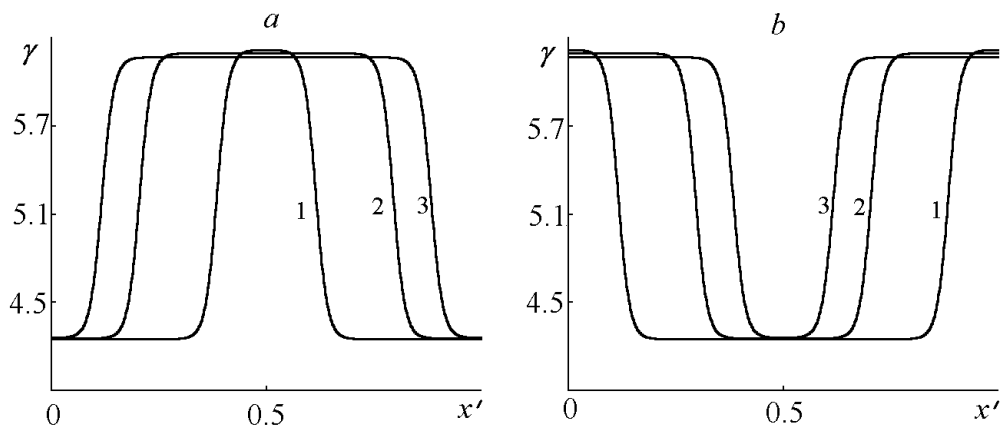


Рис. 2. Статические автосолитоны в магнитной жидкости:  
 1 –  $H = 15 \text{ Э}$ ; 2 –  $H = 18 \text{ Э}$ ; 3 –  $H = 21 \text{ Э}$ ;  $\gamma$  – число частиц в агрегатах

системы. Аппроксимируя широкую страту ступенчатой функцией

$$\nu(x) = \begin{cases} \nu_i, & 0 \leq x \leq (L-l)/2, (L+l)/2 \leq x \leq L, \\ \nu_j, & (L-l)/2 < x < (L+l)/2, \end{cases}$$

где  $i = 3, j = 1$  или  $i = 1, j = 3$ , из равенства (14) находим размер горячей страты:

$$l = \frac{Q^{(\lambda)}(\lambda_s, \nu_1; H)}{Q^{(\lambda)}(\lambda_s, \nu_1; H) - Q^{(\lambda)}(\lambda_s, \nu_3; H)} L$$

и размер холодной страты:

$$l = \frac{Q^{(\lambda)}(\lambda_s, \nu_3; H)}{Q^{(\lambda)}(\lambda_s, \nu_3; H) - Q^{(\lambda)}(\lambda_s, \nu_1; H)} L.$$

Среднее число частиц в агрегатах внутри горячей (холодной) страты больше (меньше), чем вне ее.

Статический автосолитон существует только в том случае, когда выражение, задающее размер страты, положительно. При этом, горячая (холодная) страта определяет горячий (холодный) автосолитон.

На рис. 2 показаны автосолитоны, которые образуются в слое магнитной жидкости при различных значениях напряженности магнитного поля ( $a$  – горячий автосолитон,  $b$  – холодный автосолитон). В указанном диапазоне изменения напряженности магнитного поля ширина горячей страты с ростом  $H$  увеличивается, а холодной, наоборот, уменьшается, при этом высота страты  $\Delta\gamma = 1/\nu_3 - 1/\nu_1$  существенно не изменяется и совпадает с оценками для числа частиц в цепочечных агрегатах, приведенными в работе [18]. На рис.

3 представлены соответствующие распределения намагниченности среды.

Кроме одиночной горячей или холодной страты задача (12)–(14) имеет множество периодических решений в виде последовательности страт периода  $L_p = L/N$  ( $N$  – натуральное число). Эти решения описывают образование одного или нескольких равноотстоящих друг от друга подслоев более или менее агрегированной среды в слое жидкости между пластинами.

Решения системы (12) – (14) моделируют образование структур в жидкости и в том случае, когда ось  $Ox$  параллельна пластинам. Они реализуются в виде одной или нескольких полос среды с разным магнитным состоянием, ориентированных вдоль магнитного поля.

### 2.2. Радиально-симметричные автосолитоны

Предположим, что слой жидкости имеет форму кругового цилиндра радиуса  $R$ :  $D_\nu \ll R^2 \ll D_\lambda$ , а магнитное поле ортогонально слою. Найдем осесимметричные решения системы (1)–(2) типа горячих (холодных) пятен радиуса  $r_o$  [17]. Они удовлетворяют уравнениям:

$$D_\nu \left( \nu'' + \frac{1}{r} \nu' \right) + Q^{(\nu)}(\lambda_c, \nu(r); H) = 0, \quad (18)$$

$$\nu'(0) = \nu'(R) = 0, \quad (19)$$

$$\int_0^R Q^{(\lambda)}(\lambda_c, \nu(r); H) r dr = 0, \quad (20)$$

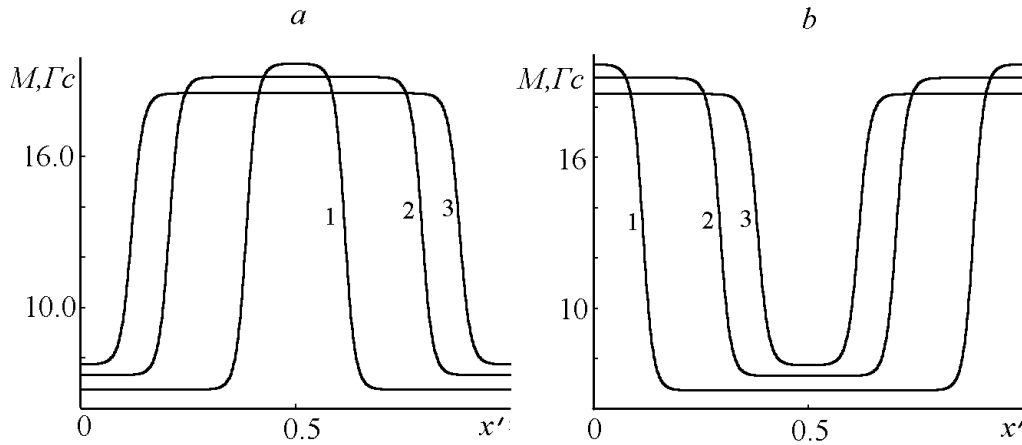


Рис. 3. Распределение намагниченности в слое жидкости: 1 –  $H = 15 \text{ Э}$ , 2 –  $H = 18 \text{ Э}$ , 3 –  $H = 21 \text{ Э}$

где  $\nu = \nu(r)$ ;  $r$  – полярный радиус;  $\lambda_c = \text{const}$ .

Уравнение (18) отличается от уравнения (12) членом  $D_\nu \nu' / r$ . Он играет роль силы трения при движении материальной точки с координатой  $\nu$  во времени  $r$  в потенциальном силовом поле  $Q^{(\nu)}(\lambda_c, \nu(r); H)$ . Его можно аппроксимировать выражением  $D_\nu \nu' / r_0$ , поскольку  $\nu' \approx 0$  всюду, кроме малой переходной области, где  $r \approx r_0$ . При  $r_0 \gg \sqrt{D_\nu}$  сила трения относительно мала, точка движется почти так же, как в потенциальном поле при  $\lambda_c = \lambda_s$  и вторым членом в (18) можно пренебречь. В этом случае функция  $\nu(r)$  совпадает с функцией  $\nu(x)$  в (17), причем  $\nu_1 = \nu(0)$ ,  $\nu_3 = \nu(R)$ .

Уравнение для размера пятна  $r_0$  получается из условия (20), если заменить функцию  $\nu(r)$  ступенькой. Из этого уравнения следует, что горячие (холодные) пятна существуют в том же диапазоне значений напряженности магнитного поля, что и горячие (холодные) одномерные автосолитоны. При этом радиус пятна связан с размером шириной страты соотношением

$$\frac{r_0}{R} = \sqrt{\frac{l}{L}}.$$

Кроме одиночного горячего или холодного пятна, задача (18)–(20) допускает множество других решений в виде радиально-симметрично расположенных пятен, которые образуют в слое жидкости структуры. Из теории автосолитонов [17] следует, что в наиболее широком интервале изменения напряженности поля устойчива конфигурация пятен, которые находятся на одинаковом максимально возможном при данном количестве пятен расстоянии (рис. 4).

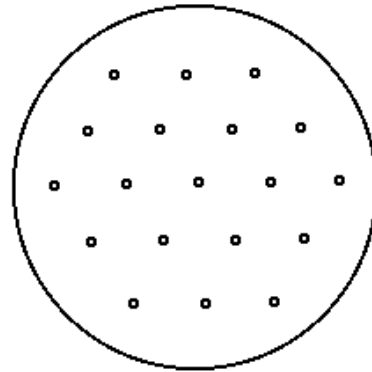


Рис. 4. Возможное распределение горячих пятен в слое магнитной жидкости

### 3. ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННЫЕ СТРУКТУРЫ

Рассмотрим случай  $\varepsilon \ll 1$ ,  $\delta = \tau_\nu / \tau_\lambda \ll 1$ , соответствующий  $K\Omega$ -системе [17], в которой параметр эффективного магнитного поля является более инерционным и более дальнедействующим, чем среднее число частиц в агрегатах.  $K\Omega$ -система обладает множеством решений типа пространственно-временных структур.

#### 3.1. Волны переключения

Пусть для промежутка времени  $\Delta t$ , на котором рассматривается поведение системы, выполняется условие  $\tau_\nu \ll \Delta t \ll \tau_\lambda$ . В этом случае можно пренебречь изменением параметра  $\lambda$  в пространстве и во времени и считать  $\lambda = \lambda_h = \text{const}$ , а эво-

люцию магнитного состояния среды в одномерном случае описывать уравнением (10):

$$\tau_\nu \frac{d\nu}{dt} = D_\nu \frac{\partial^2 \nu}{\partial x^2} + Q^{(\nu)}(\lambda_h, \nu; H). \quad (21)$$

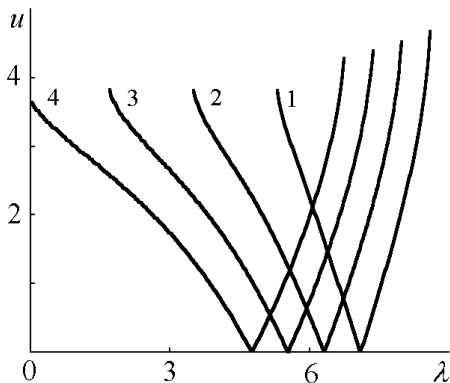


Рис. 5. Зависимость скорости волны переключения от параметра эффективного магнитного поля

Однородные состояния такой среды определяются корнями функции  $Q^{(\nu)}(\lambda_h, \nu; H)$ . Если  $\nu_i$  – один из них, то в случае  $D_\nu = 0$  однородное состояние устойчиво (неустойчиво) по отношению к малым возмущениям, если  $\partial Q^{(\nu)} / \partial \nu(\lambda_h, \nu_i; H) < 0$  ( $> 0$ ). При  $\lambda_- < \lambda < \lambda_+$ , где  $\lambda_-$ ,  $\lambda_+$  – точки экстремума функции  $\lambda(\nu)$ , определяющей ЛС,  $Q^{(\nu)}(\lambda_h, \nu; H)$  имеет три корня  $\nu_1$ ,  $\nu_2$  и  $\nu_3$ , а функция

$$\Phi(\nu) = - \int_{\nu_0}^{\nu} Q^{(\nu)}(\lambda_h, \nu; H) d\nu \quad \left( Q^{(\nu)} = - \frac{d\Phi}{d\nu} \right).$$

достигает минимума в точках  $\nu_1$ ,  $\nu_3$  и максимума – в точке  $\nu_2$ . При  $\Phi(\nu_i) < \Phi(\nu_j)$  ( $i, j = 1, 3$ ) или, что то же самое, при

$$I(\lambda_h) = \int_{\nu_j}^{\nu_i} Q^{(\nu)}(\lambda_h, \nu; H) d\nu > 0,$$

состояние  $\nu_j$  метастабильно, а состояние  $\nu_i$  устойчиво.

Решение уравнения (21) будем искать в виде  $\nu = \nu(\eta)$ , где  $\eta = x - ct$  – автомодельная переменная, а  $c$  – неопределенная постоянная, которая находится в процессе решения задачи. Функция  $\nu(\eta)$  должна удовлетворять уравнению

$$D_\nu \frac{d^2 \nu}{d\eta^2} + c\tau_\nu \frac{d\nu}{d\eta} + Q^{(\nu)}(\lambda_h, \nu; H) = 0. \quad (22)$$

Рассмотрим триггерную волну переключения [19], описывающую переход системы из метастабильного состояния  $\nu_j$  в устойчивое  $\nu_i$ . При движении такой волны среда вдали перед фронтом находится в метастабильном состоянии, вдали за фронтом – в устойчивом состоянии, а соответствующее решение удовлетворяет условиям:

$$\eta \rightarrow -\infty : \nu = \nu_i, \quad \eta \rightarrow +\infty : \nu = \nu_j. \quad (23)$$

Уравнение (22) формально совпадает с уравнением движения материальной точки в силовом поле  $-Q^{(\nu)}$  с потенциалом  $\Phi(\nu)$  с учетом силы трения, пропорциональной скорости точки. Роль коэффициента трения играет величина  $c\tau_\nu$ . Соответствующая динамическая система имеет седловые неподвижные точки  $\nu_1$ ,  $\nu_3$  и устойчивый узел или фокус  $\nu_2$ . Ее фазовый портрет зависит от параметра  $c$ . Существует единственное значение  $c = c_0$ , при котором он содержит сепаратрису, идущую из седла  $\nu_i$  в седло  $\nu_j$ , при этом выполняются условия (23). Величина  $c_0$  определяет скорость движения волны.

Если аппроксимировать функцию  $Q^{(\nu)}$  кубическим полиномом (16), то получим приближенное значение скорости ВП:

$$c_0(\lambda) = \sqrt{\frac{BD_\nu}{2} \frac{|\nu_1(\lambda) + \nu_3(\lambda) - 2\nu_2(\lambda)|}{\tau_\nu}}. \quad (24)$$

При увеличении  $\lambda$  от  $\lambda_-$  до  $\lambda_+$  выражение, стоящее под знаком модуля, монотонно уменьшается от  $\nu_3(\lambda_-) - \nu_1(\lambda_-) > 0$  до  $\nu_1(\lambda_+) - \nu_3(\lambda_+) < 0$ , обращаясь в нуль в некоторой точке  $\lambda = \bar{\lambda}$ . Соответственно скорость волны переключения убывает на интервале  $(\lambda_-, \bar{\lambda})$  и возрастает на интервале  $(\bar{\lambda}, \lambda_+)$ . На первом интервале происходит переключение из  $\nu_1$  в  $\nu_3$ , а на втором – из  $\nu_3$  в  $\nu_1$ . При  $\lambda_h = \bar{\lambda}$  скорость  $c_0 = 0$  и в жидкости существует стоячая волна.

Зависимость безразмерной скорости волны переключения  $u = \tau_\nu / \sqrt{D_\nu} c_0$  от  $\lambda$  при  $H = 10$  Э (1), 20 Э (2), 30 Э (3), 40 Э (4) для  $\nu_{3*} = 0.25$  показана на рис. 5.

Решение уравнения (22), удовлетворяющее условиям (23), имеет вид:

$$\nu(\eta) = \frac{\nu_1 + \nu_3 \exp \left[ \sqrt{B/(2D_\nu)} (\nu_j - \nu_i) (\eta - \eta_0) \right]}{1 + \exp \left[ \sqrt{B/(2D_\nu)} (\nu_j - \nu_i) (\eta - \eta_0) \right]}. \quad (25)$$

Волны переключения представляют самостоятельный интерес, так как описывают переход среды из метастабильного состояния в устойчивое,

кроме того, они используются в следующем подразделе для построения решений типа бегущих автосолитонов.

### 3.2. Бегущие автосолитоны

Для описания результатов экспериментов и идентификации параметров изучаемой в настоящей работе модели среды рассмотрим решения системы (9), (10) вида  $\lambda = \lambda(\eta)$ ,  $\nu = \nu(\eta)$ , где  $\eta$  – автомодельная переменная. Функции  $\lambda(\eta)$ ,  $\nu(\eta)$  должны удовлетворять уравнениям:

$$D_\nu \frac{d^2 \nu}{d\eta^2} + c\tau_\nu \frac{d\nu}{d\eta} + Q^{(\nu)}(\lambda, \nu; H) = 0, \quad (26)$$

$$D_\lambda \frac{d^2 \lambda}{d\eta^2} + c\tau_\lambda \frac{d\lambda}{d\eta} + Q^{(\lambda)}(\lambda, \nu; H) = 0. \quad (27)$$

Перейдем в этих уравнениях к безразмерным переменным. Выбирая в качестве характерной длины  $\sqrt{D_\nu}$ , характерного времени  $\tau_\nu$ , а характерной скорости  $\sqrt{D_\nu}/\tau_\nu$ , получим:

$$\nu'' + u\nu' + Q^{(\nu)}(\lambda, \nu; H) = 0, \quad (28)$$

$$\varepsilon^{-2}\lambda'' + \delta^{-1}u\lambda' + Q^{(\lambda)}(\lambda, \nu; H) = 0. \quad (29)$$

Здесь штрихом обозначена производная по безразмерной переменной  $\eta/\sqrt{D_\nu}$ .

Уравнения (28), (29) сводятся к автономной динамической системе четвертого порядка относительно переменных  $x_1 = \nu$ ,  $x_2 = \nu'$ ,  $x_3 = \lambda$ ,  $x_4 = \varepsilon^{-1}\lambda'$ :

$$x'_i = f_i(x_j), \quad i = 1, 2, \quad \varepsilon^{-1}x'_i = f_i(x_j), \quad i = 3, 4, \\ j = \overline{1, 4},$$

где  $f_1 = x_2$ ,  $f_2 = -ux_2 - Q^{(\nu)}(x_3, x_1; H)$ ,  $f_3 = x_4$ ,  $f_4 = -\varepsilon\delta^{-1}ux_4 - Q^{(\lambda)}(x_3, x_1; H)$ .

Из теории сингулярных возмущений [20, 21] следует, что фазовые траектории такой системы близки к фазовым траекториям быстрого и медленно движения, а решения имеют участки резких и плавных изменений параметров жидкости.

Резкие изменения описываются уравнением

$$\nu'' + u\nu' + Q^{(\nu)}(\lambda, \nu; H) = 0 \quad (30)$$

при  $\lambda = \text{const}$ , а плавные изменения – системой уравнений

$$\varepsilon^{-2}\lambda'' + \delta^{-1}u\lambda' + Q^{(\lambda)}(\lambda, \nu; H) = 0, \quad (31)$$

$$Q^{(\nu)}(\lambda, \nu; H) = 0. \quad (32)$$

Кривые уравнения состояния магнитной жидкости  $Q^{(\lambda)}(\lambda, \nu; H) = 0$  при разных значениях  $H$  имеют S-образную форму. При этом *справа* от кривой  $Q^{(\lambda)} < 0$ , а *слева* от нее  $Q^{(\lambda)} > 0$ . Чтобы доказать это, обозначим через  $(\nu_c, \lambda_c)$  точку, принадлежащую кривой уравнения состояния, а соответствующее значение параметра  $\xi$  – через  $\xi_c$ . Для любого  $\nu \neq \nu_c$  имеет место равенство:

$$Q^{(\lambda)}(\lambda_c, \nu; H) - Q^{(\lambda)}(\lambda_c, \nu_c; H) = \\ = \frac{1}{2}(L(\xi)^2 - L(\xi_c)^2),$$

где  $\xi = m_1 \frac{H + \lambda_c M}{kT\nu}$ . Функция  $M(\xi)$  монотонно возрастает при всех  $\xi > 0$ , так как

$$\frac{dM}{d\xi} = -M_s \left( \frac{1}{sh^2\xi} - \frac{1}{\xi^2} \right) > 0,$$

а из условия парамагнитности среды следует, что

$$\frac{\partial \xi}{\partial \nu} = -\frac{kT\nu}{L'\psi(\lambda_c, \nu; \xi)} < 0.$$

Поэтому  $Q^{(\lambda)}(\lambda_c, \nu; H)$  является монотонно убывающей функцией параметра  $\nu$ .

Бегущий автосолитон представляет собой локализованную неравновесную область неизменной формы, движущуюся с постоянной скоростью в однородной покоящейся жидкости [17]. В отличие от волны переключения бегущий автосолитон не изменяет состояние среды.

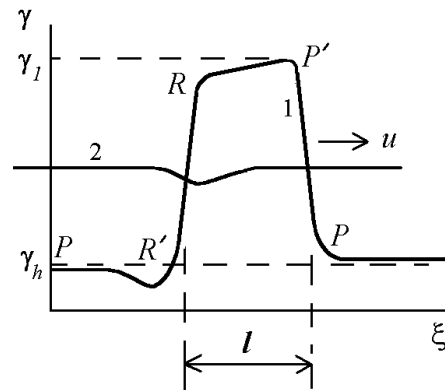


Рис. 6. Форма бегущего автосолитона:  
 $1 - \gamma = \nu^{-1}(\eta)$ ,  $2 - \lambda(\eta)$

Возможная форма бегущего автосолитона показана на рис. 6. Ее можно разбить на области  $PP'$  и  $RR'$ , где происходит резкое изменение среднего



числа частиц в агрегатах, а также области медленного изменения –  $P'R$  и  $R'P$ .

Уравнение (30) совпадает с уравнением (22), приведенным к безразмерному виду. Поэтому при  $\lambda_- < \lambda < \lambda_+$  оно обладает решением типа триггерной волны переключения. Скорость такой волны задается соотношением (24) и зависит от значения  $\lambda$ . Направление переключения определяется знаком величины

$$I(\lambda) = \int_{\nu_1(\lambda)}^{\nu_3(\lambda)} Q^{(\lambda)}(\lambda, \nu; H) d\nu.$$

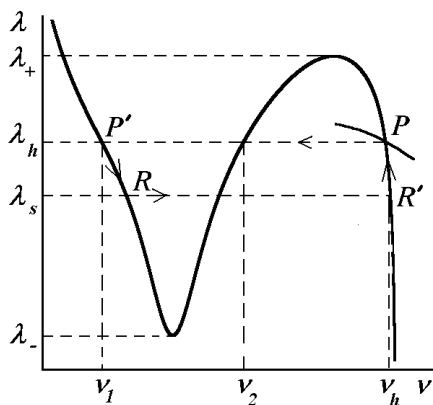


Рис. 7. К расчету скорости бегущего автосолитона

Обозначим через  $(\lambda_h, \nu_h)$  точку пересечения кривой уравнения состояния с кривой ЛС, соответствующую однородному состоянию жидкости (рис. 7). Рассмотрим то значение  $H$ , при котором  $I(\lambda_h) < 0$ . В этом случае переключение происходит из состояния  $\nu_3(\lambda_h)$  в состояние  $\nu_1(\lambda_h)$ , фронт волны движется со скоростью  $c_0(\lambda_h)$ , а форма волны соответствует области  $PP'$  бегущего автосолитона и описывается соотношением (25) при  $j = 1$ ,  $i = 3$ , в котором для рассматриваемой здесь безразмерной координаты  $\eta$  следует считать знаменатель  $D_\nu$  под корнем в показателе экспоненты равным единице. Волна  $RR'$  движется вслед за волной  $PP'$  с такой же скоростью. Это условие однозначно определяет точку  $R$  на кривой ЛС и, соответственно, значение  $\lambda_s$  и форму волны  $RR'$ . Параметр эффективного магнитного поля  $\lambda$  медленно изменяется на участке  $P'R$  кривой ЛС от равновесного значения  $\lambda_h$  до  $\lambda_s$  и на участке  $R'P$  от  $\lambda_s$  до  $\lambda_h$  согласно первому уравнению системы (31), (32). К нему подстраивается быстрая переменная  $\nu$  в соответствии со вторым уравнением этой системы.

Бегущий автосолитон существует, если дуга  $P'R$  кривой ЛС не содержит неподвижных точек системы (9), (10). В противном случае параметр эффективного магнитного поля  $\lambda$  будет асимптотически по  $\eta$  стремиться к неподвижной точке и не сможет приблизиться к значению  $\lambda_s$ . По той же причине для существования бегущего автосолитона необходимо, чтобы дуга  $R'P$  не имела неподвижных точек. При выполнении этих условий функция  $Q^{(\lambda)}(\lambda, \nu; H)$  сохраняет знак на отрезках  $P'R$  и  $R'P$ . Точка  $P$  является седловой неподвижной точкой динамической системы (26), (27), а решению типа бегущего автосолитона соответствует петля сепаратрисы, проекция которой на плоскость  $(\nu, \lambda)$  дает замкнутую кривую  $PP'RR'P$ .

При  $u \ll \delta \ll \varepsilon$  можно получить оценку для ширины бегущего автосолитона  $l$ . Обозначим через  $\nu_L(\lambda)$  решение уравнения (32), соответствующее левой ветви кривой ЛС, и аппроксимируем  $Q^{(\lambda)}(\lambda, \nu_L(\lambda); H)$  на отрезке  $P'R$  линейной функцией, совпадающей с  $Q^{(\lambda)}$  в точках  $\lambda_h$  и  $\lambda_s$ . Это вполне допустимая аппроксимация, поскольку, как показывают дальнейшие расчеты, значения  $\lambda_h$  и  $\lambda_s$  достаточно близки. Подставляя линейную функцию в уравнение (31) и выписывая решение этого уравнения, удовлетворяющее условиям

$$\lambda(0) = \lambda_h, \quad \lambda'(0) = 0, \quad \lambda(-l) = \lambda_s,$$

получаем:

$$\lambda(\eta) = \lambda_h - \frac{1}{2} \varepsilon^2 Q^{(\lambda)}(\lambda_h, \nu_L(\lambda_h); H) \eta^2, \\ l \sim \frac{1}{\varepsilon} \sqrt{\frac{2(\lambda_h - \lambda_s)}{Q^{(\lambda)}(\lambda_h, \nu_L(\lambda_h); H)}}. \quad (33)$$

Для того, чтобы найти распределение  $\lambda(\eta)$  в автосолитоне и его ширину в общем случае, необходимо численно проинтегрировать уравнение (31) в сторону убывания переменной  $\eta$  с “начальными” условиями  $\lambda(0) = \lambda_h$ ,  $\lambda'(0) = 0$ ; значение  $\eta$ , при котором  $\lambda \approx \lambda_s$ , дает величину  $-l$ .

Расчеты проводились в широком диапазоне изменения напряженности магнитного поля для  $\nu_{3*} = 0.2$  и  $\nu_{3*} = 0.25$ . В первом случае магнитная жидкость является моностабильной средой: существуют два интервала значений напряженности магнитного поля:  $\sim 12 \text{ Э} < H < \sim 20 \text{ Э}$  и  $\sim 22 \text{ Э} < H < \sim 51 \text{ Э}$ , в которых однородное равновесное состояние жидкости устойчиво. Во втором случае магнитная жидкость является бистабильной средой: в интервале  $\sim 31 \text{ Э} < H < \sim 47 \text{ Э}$  имеются два устойчивых однородных состояния. Горячие бегущие автосолитоны обнаружены

на ветви 21 кривой намагничивания в диапазоне  $\sim 51.9 \text{ Э} < H < \sim 56 \text{ Э}$  для  $\nu_{3*} = 0.25$  и в диапазоне  $\sim 32 \text{ Э} < H < \sim 36 \text{ Э}$  для  $\nu_{3*} = 0.2$ . Безразмерная скорость горячих автосолионов  $u$  увеличивается с ростом  $H$  от нуля на левой границе интервала до 0.4 для первого случая и до 0.5 для второго случая – на правой границе, “высота”  $\Delta\gamma = \nu_1^{-1}(\lambda_h) - \nu_h^{-1} \approx 2$  почти не изменяется, а ширина  $l$  сначала растет от нуля до некоторого максимального значения, а затем убывает. Холодные бегущие автосолионы найдены на ветви 23 кривой намагничивания в интервале  $\sim 44 \text{ Э} < H < \sim 46 \text{ Э}$  при  $\nu_{3*} = 0.25$ . Их скорость  $u$  убывает с ростом поля от 0.3 до нуля, монотонно убывает и ширина холодного бегущего автосолиона.

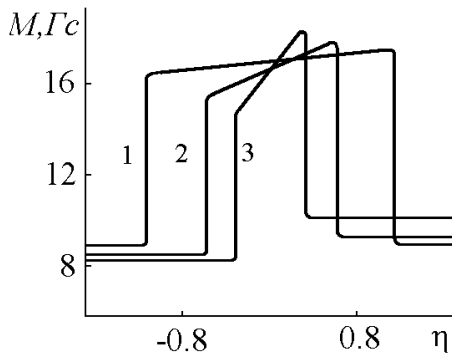


Рис. 8. Распределение намагненности в горячем бегущем автосолионе:  
1 –  $H = 33 \text{ Э}$ , 2 –  $H = 34 \text{ Э}$ , 3 –  $H = 35.5 \text{ Э}$ ,  $\nu_{3*} = 0.2$

Изменение намагненности в горячих бегущих автосолионах при некоторых  $H$  показано на рис. 8. Значения  $M$  испытывают значительные изменения в области автосолиона: на переднем фронте  $M(P') - M(P) \approx 5-8 \text{ Гс}$ , на заднем фронте  $M(R) - M(R') \approx 4-8 \text{ Гс}$ .

Помимо уединенного бегущего автосолиона существует множество периодических решений задачи (9)–(11) в виде последовательности одинаковых бегущих автосолионов. Они описывают распространение равноудаленных друг от друга параллельных слоев или полос жидкости с разным магнитным состоянием, движущихся с постоянной скоростью поперек и, соответственно, вдоль зазора. В обоих случаях движение происходит в направлении, ортогональном магнитному полю.

Внешнее магнитное поле, в котором происходит образование пространственных и пространственно-временных структур в МЖ, является постоянным и однородным. Однако на

него накладывается поле, создаваемое феррочастицами, входящими в состав жидкости, так что результирующее поле неравномерно распределяется по объему жидкости и при движении частиц изменяется во времени. Поле, индуцируемое частицами, учитывается моделью среды с изменяющейся микроструктурой, используемой в данной работе, посредством параметра  $\lambda$ . Этот параметр играет роль ингибитора, управляющего процессом агрегации частиц, который описывается активатором  $\nu$ .

#### 4. АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ

Имеется немало публикаций, в которых описаны результаты экспериментального исследования влияния магнитного поля на процессы структурирования феррочастиц в пленках магнитной жидкости [2, 4, 6, 8–11]. Авторы работы [10] использовали феррожидкость на основе керосина с частицами магнетита размера  $\sim 100 \text{ \AA}$ , стабилизированную олеиновой кислотой. Слой жидкости толщиной несколько микрометров (2 и 10 мкм) наносили на дно стеклянной прямоугольной ячейки размерами 4 см  $\times$  1 см и помещали в постоянное магнитное поле. Приблизительно через 10 с после включения параллельного ячейке магнитного поля в первоначально однородной жидкости возникали цепочечные агрегаты из феррочастиц, а через 2 часа формировались ориентированные вдоль поля полосовые квазипериодические структуры шириной порядка 1 мкм и периодом приблизительно 20 мкм. Изображения структур были получены с помощью оптического микроскопа, а их эволюция во времени записывалась в память ПК через связанную с ним видеокамеру.

При включении перпендикулярного ячейке магнитного поля сначала (в течение приблизительно 60 с) появлялись беспорядочно распределенные в жидкости параллельные полю столбики из феррочастиц, затем радиус столбиков увеличивался и приблизительно через 2 часа из них формировались гексагональные или лабиринтные структуры, форма которых в дальнейшем оставалась неизменной. Радиус столбиков приблизительно 1 мкм, а среднее расстояние между ними и геометрия структуры зависела от толщины слоя жидкости и напряженности магнитного поля.

Похожие результаты приводятся в работах [2, 6, 9, 11].

Обнаруженные в экспериментах структуры описываются решениями задачи (9)–(11) типа статических и бегущих автосолионов. Сравнение тео-

ретических и экспериментальных результатов позволяет оценить параметры  $\tau_\lambda$ ,  $D_\lambda$ ,  $\tau_\nu$ ,  $D_\nu$  модели среды с изменяющейся микроструктурой.

Значение  $\tau_\nu$  представляет собой характерное время образования цепочечных агрегатов из феррочастиц. Как следует из экспериментов,  $\tau_\nu \sim 10\text{--}60$  с.

Величина  $\tau_\lambda$  определяет время релаксации параметра  $\lambda$  и, соответственно, эффективного магнитного поля  $H_e = H + \lambda M$ , действующего в объеме жидкости. Возникновение структур из феррочастиц обусловлено неоднородностью поля  $H_e$ , следовательно время образования структур сопоставимо со значением  $\tau_\lambda$ :  $\tau_\lambda \sim 7200$  с.

Оценка для  $D_\lambda$  получается из соотношения (33), которое для  $\nu_{3*} = 0.25$  и  $H = 51.91$  Э дает  $u \sim 5 \cdot 10^{-5} \ll \tau_\nu/\tau_\lambda$  и  $l\varepsilon \approx 0.1$ . Отсюда следует, что  $D_\lambda \sim 100l_d^2$ , где  $l_d$  – размерная ширина бегущего автосолитона, т. е.  $D_\lambda \sim 100$  мкм<sup>2</sup>.

На снимках структур полосы, содержащие агрегаты из феррочастиц, в параллельном пленке магнитном поле и столбики в ортогональном поле отделены от неагрегированной среды достаточно резкой границей. Это означает, что толщина “переходного” слоя  $\sim \sqrt{D_\nu}$ , в котором происходит изменение среднего числа частиц в агрегатах, для статических и бегущих автосолитонов меньше ширины автосолитона, поэтому  $D_\nu < 1$  мкм<sup>2</sup>.

Полученные соотношения подтверждают использованное в настоящей работе предположение о том, что магнитная жидкость является  $K\Omega$ -системой, для которой  $D_\nu/D_\lambda \ll 1$ ,  $\tau_\nu/\tau_\lambda \ll 1$ . Кроме того, они дают возможность оценить диапазон изменения скорости волны переключения, а, следовательно, и скорости бегущего автосолитона в МЖ: при  $\nu_{3*} = 0.25$  и  $\nu_{3*} = 0.2$ :  $0 \leq c \leq 5\sqrt{D_\nu}/\tau_\nu < 0.5$  мкм/с и  $0 \leq c \leq 4\sqrt{D_\nu}/\tau_\nu < 0.4$  мкм/с.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Исследованы автоволновые процессы в объеме магнитной жидкости, покоящейся в постоянном однородном магнитном поле. Показано, что система уравнений, описывающая изменение магнитного состояния жидкости, является  $K\Omega$ -системой и при определенных значениях параметров среды и напряженности поля обладает решениями типа горячих и холодных статических автосолитонов, имеющих неизменную форму и нулевую скорость, и бегущих автосолитонов, движущихся без затухания с постоянной скоростью. Они реализуются в виде слоев, полос или цилиндрических столби-

ков (“пятен”) более или менее агрегированной среды, ориентированных вдоль магнитного поля, и описывают процессы перераспределения феррочастиц в пленках магнитной жидкости, наблюдаемые в экспериментах. В результате сравнения теоретических и экспериментальных данных получены оценки для ряда параметров использованной в настоящей работе модели среды с изменяющейся микроструктурой и диапазона изменения скорости волн переключения и бегущих автосолитонов в слое жидкости.

1. Zahn N. Magnetic fluid and nanoparticle applications to nanotechnology // Journal of Nanoparticle Research.– 2001.– **3**, N 1.– P. 73–78.
2. Yang S.-Y., Horng H.-Er., Hong C.-Y. Structures, Optical Properties and Potentially Electro-Optical Applications of Magnetic Fluid Films // Tamkang Journal of Science and Engineering.– 2002.– **5**, N 2.– P. 85–93.
3. Kozhevnikov V. M., Chuenkova I. J., Danilov M. I., Yastrebov S. S., Larionov J. A. Self-organizing process in the magnetic fluid layer // Magnetohydrodynamics.– 2005.– **41**, N 1.– P. 53–62.
4. Jiang I. M., Shih C. C., Lu C. K., Jang D. J., Chiang J. C., Tsai M. S., Horng H. E. Dynamic formation of columnar lattices in magnetic fluid thin films subjected to oscillating perpendicular magnetic fields // Journal of Applied Physics.– 2004.– **96**, N 1.– P. 860–863.
5. Eberbeck D., Bergemann Ch., Wiekhorst F., Glocke G. Quantification of aggregates of magnetic nanoparticles in different suspension media by magnetorelaxometry // Magnetohydrodynamics.– 2005.– **41**, N 4.– P. 305–316.
6. Li J., Lin X.-D., Lin Y.-Q., Huang Y., Bai L. Relaxation behavior measuring of transmitted light through ferrofluids film // Applied Physics. B.– 2006.– **82**, N 1.– P. 81–84.
7. Ytreberg F. M., McKay S. R. A Quasi-Equilibrium Analysis to Predict the Dependence of Ferrofluid Aggregate Properties on Field Ramping Rate // IEEE Transactions on Magnetics.– 2003.– **39**, N 5.– P. 2648–2650.
8. Jennings B. R., Xu M., Ridler P. J. Ferrofluid structures: a magnetic dichroism study // Proc. R. Soc. London, A.– 2000.– **456**, N 1996.– P. 891–907.
9. Dikanskii Yu. I., Nechaeva O. A. Magnetic fluid Structural Transformations in Electric and Magnetic Fields // Colloid Journal.– 2003.– **65**, N 3.– P. 305–309.
10. Hong C.-Y., Jang I. J., Horng H. E., Hsu C. J., Yao Y. D., Yang H. C. Ordered structures in  $Fe_3O_4$  kerosene-based ferrofluids // J. Appl. Phys.– 1997.– **81**, N 8.– P. 4275–4277.
11. Hong C.-Y., Chen C. A., Chen C. H. Effect of initial states on the phase diagram of the structural pattern in magnetic fluid films under perpendicular magnetic field // Applied Physics Letters.– 2001.– **79**, N 15.– P. 2360–2362.
12. Пацегон Н. Ф. Некоторые процессы самоорганизации в намагничивающихся средах // Магнитная гидродинамика.– 1993.– N 1.– С. 13–23.

13. Пацегон Н. Ф., Попова Л. Н., Свириденко С. А. Качественное исследование процессов структурирования магнитной жидкости // Вісник Харк. ун-ту. Математика, прикладна математика і механіка.– 2003.– N 582.– С. 81–89.
14. Пацегон Н. Ф., Попова Л. Н. О равновесной намагниченности магнитной жидкости // Магнитная гидродинамика.– 1996.– N 3.– С. 323–330.
15. Пацегон Н. Ф., Попова Л. Н. Волновые структуры в магнитной жидкости // Прикладна гідромеханіка.– 2000.– **2(74)**, N 4.– С. 58–66.
16. Пацегон Н. Ф., Попова Л. Н. Образование и устойчивость пространственных структур в магнитной жидкости // Прикладна гідромеханіка.– 2003.– **5(77)**, N 1.– С. 62–70.
17. Кернер Б. С., Осипов В. В. Автосолитоны: Локализованные сильно-неравновесные области в однородных диссипативных системах.– М.: Наука, 1991.– 200 с.
18. Ivanov A. O. Aggregates in magnetic fluids: droplets, chains and fractal clusters // Eighth Int. Conf. on Magnetic Fluids, June 29 - July 3, 1998. Timisoara, Romania. Abstracts.– Timisoara.– 1998.– P. 262–263.
19. Полак Л. С., Михайлов А. С. Самоорганизация в неравновесных физико-химических системах.– М.: Наука, 1983.– 286 с.
20. Васильева А. Б., Бутузов В. Ф. Асимптотические методы в теории сингулярных возмущений.– М.: Высшая школа, 1990.– 208 с.
21. Ortoleva P., Ross J. Theory of propagation of discontinuities in kinetic systems with multiple time scale: Fronts, front multiplicity and pulses // Journal of Chemical Physics.– 1975.– **63**, N 8.– P. 3398–3408.