

## Влияние конструктивных особенностей цилиндров на их колебания в жидкости

Н. И. Ободан, Н. Б. Макаренко, А. Н. Полишко

Днепропетровский государственный университет, Днепропетровск, Украина

*Исследуется возможность моделирования поведения движущегося в жидкой среде цилиндрического твердого тела, имеющего конструктивные особенности, с помощью упрощенной дискретной модели. На основе результатов экспериментально-теоретического исследования оценено влияние жесткости днищ и количества подкрепляющих шпангоутов на параметры колебания цилиндра.*

**Ключевые слова:** жидкость, цилиндрическое твердое тело, конструктивные элементы, дискретная модель.

Поведение находящихся в жидкой среде цилиндрических систем типа шахт, бункеров при действии волны давления, возникающей вследствие взрыва, существенно зависит от их конструктивных решений. Так, одним из способов демпфирования продольных колебаний пустотелых цилиндров, погруженных в жидкую среду, является использование деформируемых днищ, воспринимающих волну давления. Существующие расчетные модели [1, 2] поведения указанных систем обычно весьма сложны, а постановка адекватного эксперимента затруднена из-за невозможности измерения тех параметров, которые являются определяющими в теоретической модели.

В данной работе на базе предлагаемой упрощенной модели проведено экспериментально-теоретическое исследование влияния конструктивных особенностей цилиндров на их колебания в жидкости.

Математическая модель рассматриваемого процесса движения в жидкости полого цилиндра с днищами может быть представлена:

а) уравнениями движения жидкости, поле скоростей которой определяется движением цилиндра;

б) уравнением движения цилиндра как твердого тела, подверженного реактивному воздействию со стороны днищ, при заданной начальной скорости;

в) уравнениями движения днищ вследствие взаимодействия цилиндра с жидкостью.

Сравнение характера поведения цилиндра, установленного в ходе экспериментального исследования, с известными типами решений, определяемыми предельными уравнениями, которые моделируют поведение колебательной системы с демпфированием [3], показывает, что исследуемый тип движения соответствует модели с малым демпфированием. При таком подходе движение цилиндра как твердого тела описывается уравнением

$$MU_{tt} + R_1 + R_2 + CU = 0 \quad (1)$$

при  $U(0) = 0, U_t(0) = \frac{I}{M}$ ;

$$R_i = \oint_{C_i} Q_i dC_i \quad (i=1, 2);$$

$Q_i$  – перерезывающие силы на контурах  $C_i$  ( $i=1, 2$ ) пластин-днищ, возникающие вследствие их изгиба под воздействием давления в жидкости;  $M$  – масса цилиндра;  $C$  – жесткость связей;  $I$  – импульс внешнего воздействия;  $U$  – перемещения цилиндра вдоль продольной оси.

В уравнении (1) реактивные силы  $R_i$  являются функциями поля давления в жидкости и прогиба пластины, которые, в свою очередь, зависят от движения цилиндра в жидкости, т.е. можно принять, что  $R_i = \tilde{R}_i(U, U_t)$ .

Тогда уравнение движения цилиндра может быть записано как

$$MU_{tt} + CU = - \sum_i \tilde{R}_i(U, U_t) = \mu R(U, U_t), \quad (2)$$

где  $\mu$  – искусственно введенный малый положительный параметр, отражающий демпфирующий характер сил  $R_i$ . Такое предположение позволяет воспользоваться методом эквивалентной линеаризации нелинейных колебательных систем [4] и описать движение цилиндра уравнениями первого приближения.

Действительно, в соответствии с методом Боголюбова–Митропольского, решение уравнения (2) может быть представлено в виде

$$U = A \sin \psi,$$

где

$$\begin{aligned} \frac{dA}{dt} &= - \frac{\lambda_e(A)A}{2M}; \\ \frac{d\psi}{dt} &= \omega_e(A). \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь введены следующие обозначения:

$$\left\{ \begin{aligned} \omega_e^2(A) &= \frac{c_e(A)}{M}; \\ \lambda_e(A) &= \frac{\mu}{\pi A \omega_0} \int_0^{2\pi} R(A \sin \psi, A \omega \cos \psi) \cos \psi d\psi; \\ c_e(A) &= c - \frac{\mu}{\pi A} \int_0^{2\pi} R(A \sin \psi, A \omega \cos \psi) \sin \psi d\psi; \\ \omega^2 &= \frac{c}{M}. \end{aligned} \right. \quad (4)$$

Тогда уравнение (2) можно записать так:

$$MU_{tt} + \lambda_e(A)U_t + c_e(A)U = 0, \quad (5)$$

причем рассматриваемое приближение с точностью до величин порядка малости  $\mu^2$  адекватно исходному уравнению (1).

С учетом вида эквивалентной системы (5) окончательно для перемещений цилиндра запишем

$$U = A_0 e^{-\frac{\lambda_e(A)}{2M}t} \sin \omega_e(A)t, \quad (6)$$

где  $A_0 = I/\sqrt{Mc_e(A)}$ .

При этом развиваемая силами  $R_i$  мощность, вычисленная в первом приближении, равна

$$P = \lambda_e(A) \int_0^{2\pi/\omega} U_t^2 dt. \quad (7)$$

Таким образом, при анализе характера движения системы цилиндр–двигатель можно в первом приближении использовать математическую модель (5), при этом движение описывается функцией (6), а определяющими параметрами для цилиндров с одинаковой массой будут значения  $\lambda_e(A)$  и  $c_e(A)$ .

С помощью экспериментального исследования определим адекватность предлагаемой модели.

В качестве моделей для испытаний использовали жесткие стальные цельноточенные цилиндры с наружным поперечным силовым набором в виде двух, трех и пяти шпангоутов, включая торцевые. Торцы цилиндров герметизируются гибкими стальными (X18H9T) пластинами различной толщины. Последние приваривали к торцевым шпангоутам с помощью точечной сварки. Размеры пластин следующие: толщина  $h$  ( $h_1 = 0,1 \cdot 10^{-3}$  м;  $h_2 = 0,23 \cdot 10^{-3}$  м;  $h_3 = 0,46 \cdot 10^{-3}$  м), радиус  $r = 25 \cdot 10^{-3}$  м. Внутренний радиус  $R$  и длина  $L$  цилиндров соответственно равны  $25 \cdot 10^{-3}$  м и  $50 \cdot 10^{-3}$  м. Масса конструкции во всех испытаниях не изменялась и составляла 0,17 кг.

Для имитации реальных условий работы конструкций цилиндр помещали внутрь бассейна, заполненного жидкостью. Размеры бассейна были существенно больше размеров испытываемых моделей. Схема испытательного комплекса приведена на рис. 1. В бассейн на заданном расстоянии от входного объектива лазера (ГОС-1001) помещали цилиндр. Затем бассейн заполняли водой таким образом, чтобы отношение толщин слоев жидкости над цилиндром и под ним было не меньше 1:10. Соблюдение этого условия позволило исключить влияние свободной поверхности и дна бассейна на характер воздействия. Опытный образец фиксировался в данной точке пространства с помощью двух-трех упругих растяжек, например резиновых жгутов, суммарная жесткость которых обеспечивала силу упругости, не превышающую 1% веса цилиндра. После заполнения бассейна в него на

расстоянии  $(25...50) \cdot 10^{-3}$  м от верхней кромки цилиндра вдоль его вертикальной оси помещали диафрагму из свинца диаметром  $10^{-3}$  м и толщиной  $(0,35...0,45) \cdot 10^{-3}$  м. Установку производили по лучу юстировочного лазера типа ЛГ-78, который направлялся в бассейн через активный элемент ГОС-1001 и трехгранную призму полного внутреннего отражения. Наблюдение за характером движения цилиндра осуществляли с помощью скоростной кинорегистрирующей установки "Пуск-16", включающей в себя кинокамеру, блоки синхронизации и осветитель (на рис. 1 не показан). Перемещение фиксировалось по реперным меткам, нанесенным на фоновое поле съемки с интервалом  $2 \cdot 10^{-3}$  м.

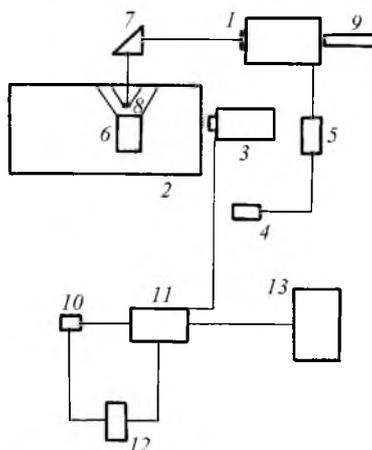


Рис. 1 Схема испытательного комплекса: 1 – лазер типа ГОС-1001; 2 – бассейн; 3 – скоростная кинорегистрирующая установка; 4 – калориметр типа ИКТ-1м; 5 – фотоэлектронный умножитель; 6 – цилиндр, подвешенный на резиновых растяжках; 7 – призма полного внутреннего отражения; 8 – диафрагма; 9 – лазер типа ЛГ-78; 10, 12, 13 – блоки синхронизации; 11 – электронно-лучевой осциллограф.

После сборки комплекса и соответствующей подготовки оборудования проводили синхронное включение лазера типа ГОС-1001, осветителей и скоростной кинокамеры. Под действием излучения лазера диафрагма испарялась с образованием парогазового коллапса. В результате в бассейне возникала волна давления, параметры которой фиксировались датчиком импульсного давления (на рис. 1 не показан), подключенным к электронно-лучевому осциллографу. Данные о параметрах волны давления представлены в работах [5, 6].

Характеристики лазерного излучения измерялись калориметром типа ИКТ-1м и фотоэлектронным умножителем (ФЭУ).

Для идентификации параметров модели  $\lambda_e, c_e$  и установления их зависимости от конструктивных параметров использовались результаты скоростной киносъемки в виде графиков движения центра масс цилиндра  $U_3(t)$ , представленные на рис. 2. Восстановление параметров модели осуществляется с использованием критерия качества, основанного на минимуме квадратичного отклонения расчетного  $U(t, \sigma)$ , определяемого выражением (6), и экспериментального  $U_3(t)$  значений перемещений:

$$Q(U, U_0) = \min \left[ \frac{1}{2} \int_0^T [U(t, \sigma) - U_0(t)]^2 dt \right], \quad (8)$$

где

$$\sigma = \begin{Bmatrix} A_0 \\ \beta_e \\ \omega_e \end{Bmatrix};$$

$\beta_e = \frac{\lambda_e}{2M}$  – декремент затухающих колебаний эквивалентной линейной системы;  $\omega_e$  – частота собственных колебаний эквивалентной линейной системы;  $T$  – время наблюдения.

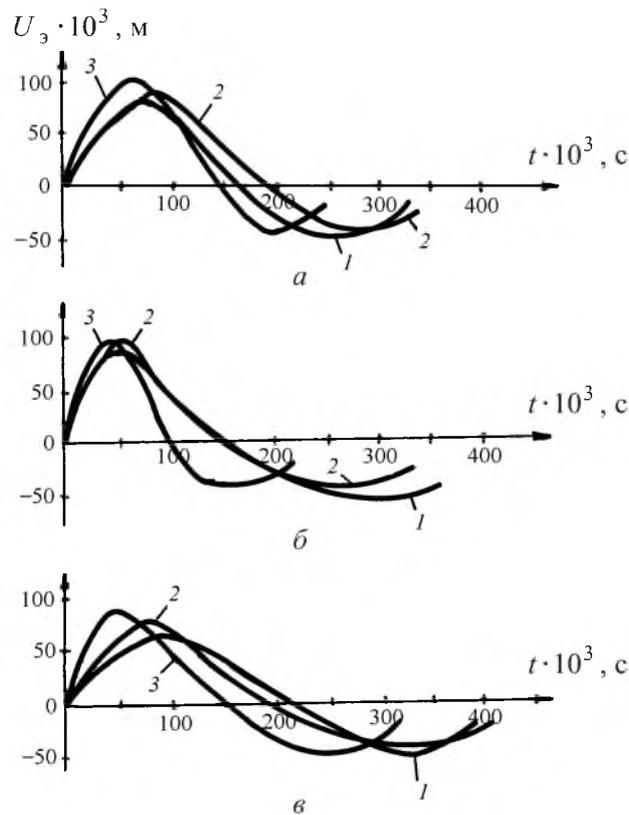


Рис. 2. Графики движения цилиндров с тремя шангоутами (а), с гладкой боковой поверхностью (б) и с одним шангоутом (в): 1 –  $h = h_1$ ; 2 –  $h = h_2$ ; 3 –  $h = h_3$ .

Минимизацию критерия  $Q$  по компонентам вектора  $\sigma$  проводили методом Ньютона путем дискретизации критерия качества по времени (в моменты  $t_i$ ), соответственно функции заменяются дискретным набором. Система разрешающих уравнений принимает вид

$$\Delta_i \equiv U(t_i, \sigma) - U_0(t_i) = 0 \quad (i = 1, 2, 3). \quad (9)$$

Тогда компоненты вектора  $\sigma$  определяются из соотношения

$$\sigma^{(n)} = \sigma^{(n-1)} - \left[ \frac{\partial \Delta_k}{\partial \sigma_j} \right]_{\sigma^{(n-1)}}^{-1} \Delta_k^{(n-1)}, \quad (10)$$

где  $\left[ \frac{\partial \Delta_k}{\partial \sigma_j} \right]_{\sigma^{(n-1)}}$  – матрица Якоби системы функций  $\Delta(\sigma)$  в точке  $\sigma$ .

В таблице приведены коэффициенты  $A_0, \beta_e, \omega_e$  (6) и мощность  $P$  (7), а также полученные экспериментально отношения максимальной и минимальной амплитуд на периоде колебаний цилиндров, имеющих различные толщину демпфирующих днищ и количество внешних подкрепляющих элементов.

**Экспериментальные и расчетные параметры движения исследуемых цилиндров**

Параметры	Без шпангоутов			Один шпангоут			Три шпангоута		
	$h_1$	$h_2$	$h_3$	$h_1$	$h_2$	$h_3$	$h_1$	$h_2$	$h_3$
$A_0 \cdot 10^2, \text{ м}$	13,00	13,10	17,10	9,50	12,50	12,50	13,70	13,90	16,00
$\beta_e, \text{ с}^{-1}$	3,97	4,04	10,20	2,66	4,81	3,63	5,60	4,05	6,77
$\omega_e, \text{ с}^{-1}$	21,60	24,10	28,40	13,40	15,60	20,80	20,20	16,50	22,30
$A_{\max}/A_{\min}$	1,78	1,69	3,09	1,87	2,63	1,73	2,39	2,16	2,61
$P \cdot 10^3, \text{ кг} \cdot \text{ м} \cdot \text{ с}^{-1}$	6,04	7,44	19,80	1,27	3,17	5,11	6,31	4,27	10,60

Видно, что для цилиндров без шпангоутов по мере увеличения толщины днищ повышаются все параметры, характеризующие колебательный процесс, кроме коэффициента затухания амплитуды колебаний. Для цилиндров с тремя подкрепляющими шпангоутами зависимости параметров колебательного процесса от толщины днищ становятся более сложными, хотя общая тенденция роста начальной амплитуды колебаний цилиндров с увеличением толщины сохраняется. Частота, декремент и коэффициент затухания амплитуды колебаний таких цилиндров нелинейно зависят от толщины днищ.

Сравнительный анализ показывает, что почти все характеристики, полученные для описания движения цилиндров с одним шпангоутом, находятся ниже по отношению к соответствующим параметрам для более регулярных конструкций, каковыми являются цилиндры без шпангоутов и с тремя шпангоутами. Этот эффект объясняется, вероятно, влиянием большей массы жидкости, присоединяющейся к цилиндру с одним шпангоутом при его движении. Такое предположение не противоречит результатам исследований [7, 8], где, в частности, рассматривается вопрос о зависимости массы среды, которая может присоединиться к движущемуся в ней объекту, от размеров нерегулярностей его поверхности и характера обтекания.

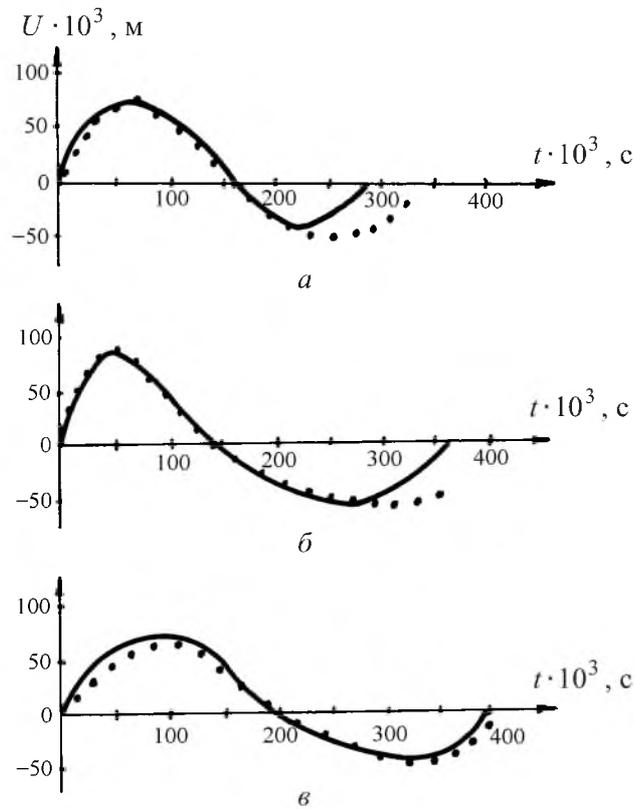


Рис. 3. Сравнение расчетных (сплошные кривые) и экспериментальных (точки) данных для цилиндров с тремя шпангоутами (а), с гладкой боковой поверхностью (б) и с одним шпангоутом (в). Толщина днищ везде  $h = h_1$ .

Кроме того, проведена апостериорная проверка предположения о демпфирующем характере сил  $R_i$  и их пропорциональности малому параметру  $\mu$ . На рис. 3 представлены результаты сравнительного анализа, свидетельствующие о приемлемом соответствии линейной модели действительному поведению цилиндра, поскольку среднеквадратичное отклонение расчетных данных от экспериментальных (значение критерия  $Q$ ) не превышало 0,1.

### Резюме

Досліджується можливість моделювання поведінки циліндричного твердого тіла з конструктивними особливостями, що рухається в рідкому середовищі, за допомогою спрощеної дискретної моделі. На основі результатів експериментально-теоретичного дослідження оцінено вплив жорсткості днищ і кількості підкріпних шпангоутів на параметри коливання циліндра.

1. Галев Ш. У. Динамика гидро-упругопластических систем. – Киев: Наук. думка, 1981. – 276 с.

2. *Гузь А. Н., Кубенко В. Д.* Теория нестационарной аэрогидроупругости оболочек. – Киев: Наук. думка, 1982. – 192 с.
3. *Коул Дж.* Методы возмущений в прикладной математике. – М.: Мир, 1972. – 274 с.
4. *Боголюбов Н. Н., Митропольский Ю. А.* Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний. – М.: Наука, 1974. – 504 с.
5. *Бузуков А. А., Попов Ю. А., Тесленко В. С.* Экспериментальные исследования взрывного процесса, вызванного фокусировкой моноимпульсного излучения лазера в воду // Прикл. механика и теорет. физика. – 1978. – № 5. – С. 16 – 24.
6. *Ободан Н. И., Макаренко Н. Б., Полишко А. Н.* Взаимодействие цилиндрической оболочки в жидкости с пульсирующим пузырем // Пробл. прочности. – 1990. – № 6. – С. 116 – 120.
7. *Войткунский Я. И.* Сопротивление движению судов. – Л.: Судостроение, 1988. – 288 с.
8. *Лаврентьев М. А., Шабат Б. В.* Проблемы гидродинамики и их математические модели. – М.: Наука, 1973. – 416 с.

Поступила 18. 05. 2000