

## К определению напряженного состояния кольцевой ортотропной пластинки

М. Н. Гофман<sup>а</sup>, А. С. Космодамианский<sup>б</sup>

<sup>а</sup> Приазовский государственный технический университет, Мариуполь, Украина

<sup>б</sup> Донецкий государственный университет, Донецк, Украина

*Предлагается метод решения плоской задачи для тонких ортотропных пластинок с использованием метода разложения по параметру. Нулевым приближением служит решение соответствующей изотропной задачи. Для конкретных материалов показано хорошее совпадение результатов, полученных предложенным методом, с известным решением для бесконечной пластинки с отверстием. Исследовано напряженное состояние кольцевой ортотропной пластинки, приведены зависимости распределения напряжений и дано сравнение с аналогичной изотропной пластинкой.*

**Ключевые слова:** ортотропная пластинка, прямолинейная ортотропия, комплексные переменные, разложение по параметру.

Ранее [1] предложен новый подход к решению плоской задачи для тонких пластинок, изготовленных из материалов, обладающих ортотропными свойствами. В данной работе рассмотрено применение этого метода к исследованию напряженного состояния кольцевой пластинки из прямолинейно ортотропного материала. Аналогичная задача для бесконечной пластинки с использованием обобщенных комплексных переменных решена в [2].

Рассмотрим кольцевую пластинку, ограниченную контурами радиусов  $R_0$  и  $R_1$ , которая изготовлена из анизотропного материала, причем оси срединной плоскости  $x$  и  $y$  направлены перпендикулярно плоскостям упругой симметрии. По внешнему и внутреннему контурам пластинки приложена уравновешенная произвольная нагрузка.

В работе [2] вводится удовлетворяющая дифференциальному уравнению 4-го порядка функция напряжений, представленная через две функции обобщенных комплексных переменных. В соответствии с предложенным ранее методом [1], введем две функции комбинаций напряжений:

$$\Theta = \sigma_x + \sigma_y; \quad \Omega = \sigma_y - \sigma_x + 2i\tau_{xy}. \quad (1)$$

Тогда уравнения равновесия пластинки в комплексных переменных запишем следующим образом:

$$\frac{\partial \Theta}{\partial z} - \frac{\partial \Omega}{\partial \bar{z}} = 0. \quad (2)$$

В уравнении совместности перейдем к напряжениям, используя закон Гука, и представим его в виде

$$\frac{\partial^2 \Theta}{\partial z \partial \bar{z}} + \alpha_1 \frac{\partial^2 \sigma_x}{\partial y^2} + \alpha_2 \frac{\partial^2 \tau_{xy}}{\partial x \partial y} = 0 \quad (3)$$

или

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \Theta}{\partial z \partial \bar{z}} + \lambda \left[ \left( \frac{\partial^2}{\partial z^2} + \frac{\partial^2}{\partial \bar{z}^2} - 2 \frac{\partial^2}{\partial z \partial \bar{z}} \right) (\Omega + \bar{\Omega}) - 2 \left( \frac{\partial^2 \Theta}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \Theta}{\partial \bar{z}^2} \right) \right] + \\ + \varepsilon \left( \frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{\partial^2}{\partial \bar{z}^2} \right) (\Omega - \bar{\Omega}) = 0. \end{aligned} \quad (4)$$

Здесь

$$\begin{aligned} \alpha_1 = \frac{1}{4} \left( \frac{E_2}{E_1} - 1 \right); \quad \alpha_2 = \frac{1 + \nu_2}{2} - \frac{E_2}{4G}; \quad \lambda = \frac{\alpha_1}{4(\alpha_1 + 1)}; \\ \varepsilon = \frac{\alpha_2}{4(\alpha_1 + 1)}; \quad \frac{E_2}{E_1} = \frac{\nu_2}{\nu_1}, \end{aligned} \quad (5)$$

где  $E_1, E_2, G, \nu_1, \nu_2$  – технические постоянные материала.

В случае первой основной задачи условия на границах пластинки через комбинации напряжений представим в виде

$$i \int_0^s (X_n + iY_n) ds = \frac{1}{2} \int_0^s \Theta dz + \frac{1}{2} \int_0^s \bar{\Omega} d\bar{z}. \quad (6)$$

Для большинства ортотропных материалов эти коэффициенты являются малыми параметрами (таблица), а для изотропных пластинок обращаются в нуль. Поэтому для решения задачи применим метод малого параметра [3, 4] и запишем искомые функции в виде рядов по большему из параметров.

Пусть из параметров большим является  $\varepsilon$ . Тогда

$$\Theta = \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon^n \Theta_n; \quad \Omega = \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon^n \Omega_n. \quad (7)$$

Подставим разложения (7) в выражения (2), (4) и (6) и приравняем коэффициенты при одинаковых степенях параметра  $\varepsilon$ , полагая, что  $\lambda = k\varepsilon$ , где  $k > 1$ . В результате в нулевом приближении (изотропная пластинка) получим

$$\frac{\partial^2 \Theta_0}{\partial z \partial \bar{z}} = 0; \quad \frac{\partial \Omega_0}{\partial \bar{z}} = \frac{\partial \Theta_0}{\partial z}; \quad i \int_0^s (X_n + iY_n) ds = \frac{1}{2} \int_0^s \Theta_0 dz + \frac{1}{2} \int_0^s \bar{\Omega}_0 d\bar{z}, \quad (8)$$

в  $(n + 1)$ -м приближении –

$$\frac{\partial^2 \Theta_{n+1}}{\partial z \partial \bar{z}} = 2k \left( \frac{\partial^2 \Theta_n}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \Theta_n}{\partial \bar{z}^2} \right) + k \left( \frac{\partial^2}{\partial z \partial \bar{z}} - \frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{\partial^2}{\partial \bar{z}^2} \right) (\Omega_n + \bar{\Omega}_n) -$$

$$- \left( \frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{\partial^2}{\partial \bar{z}^2} \right) (\Omega_n - \bar{\Omega}_n); \quad \frac{\partial \Omega_{n+1}}{\partial \bar{z}} = \frac{\partial \Theta_{n+1}}{\partial z}; \quad \int_0^s \Theta_{n+1} dz + \int_0^s \bar{\Omega}_{n+1} d\bar{z} = 0. \quad (9)$$

Для нулевого приближения запишем

$$\Theta_0 = \Phi(z) + \overline{\Phi(z)}; \quad \Omega_0 = \bar{z}\Phi'(z) + \psi(z), \quad (10)$$

где  $\Phi(z) = \varphi'(z)$  и  $\psi(z) = \psi'(z)$  – аналитические функции в срединной плоскости пластинки, которые можно определить известными методами [3] из граничных условий.

**Сравнение результатов, полученных предложенным методом, с известным решением для пластинки из различных материалов**

Материал	$\sigma_0 / p$ по [2]	Первое прибли- жение	Расхож- дение, %	Второе прибли- жение	Расхож- дение, %
КАСТ-В ( $E_1 = 1,97 \cdot 10^4$ МПа, $E_2 = 1,36 \cdot 10^4$ МПа, $G = 0,704 \cdot 10^4$ МПа, $\nu_1 = 0,174$ , $\varepsilon = 0,021$ , $\gamma = -0,021$ )	1,001	1,001	0	1,001	0
Полуватман ( $E_1 = 0,301 \cdot 10^4$ МПа, $E_2 = 0,226 \cdot 10^4$ МПа, $G = 0,0996 \cdot 10^4$ МПа, $\nu_1 = 0,306$ , $\varepsilon = 0,013$ , $\gamma = -0,017$ )	1,018	1,016	0,2	1,018	0,02
СТЭР-С-30 ( $E_1 = 3,49 \cdot 10^4$ МПа, $E_2 = 2,55 \cdot 10^4$ МПа, $G = 0,80 \cdot 10^4$ МПа, $\nu_1 = 0,13$ , $\varepsilon = -0,067$ , $\gamma = -0,018$ )	1,368	1,340	2,1	1,360	0,6
ПН-3 ( $E_1 = 1,76 \cdot 10^4$ МПа, $E_2 = 1,28 \cdot 10^4$ МПа, $G = 0,27 \cdot 10^4$ МПа, $\nu_1 = 0,15$ , $\varepsilon = -0,169$ , $\gamma = -0,018$ )	1,754	1,750	0,2	1,720	1,95
СВАМ 1:1 ( $E_1 = 2,55 \cdot 10^4$ МПа, $E_2 = 2,55 \cdot 10^4$ МПа, $G = 0,44 \cdot 10^4$ МПа, $\nu_1 = 0,13$ , $\varepsilon = -0,221$ , $\gamma = 0$ )	1,745	1,884	8,0	1,689	3,2
СВАМ 15:1 ( $E_1 = 4,51 \cdot 10^4$ МПа, $E_2 = 1,57 \cdot 10^4$ МПа, $G = 0,55 \cdot 10^4$ МПа, $\nu_1 = 0,27$ , $\varepsilon = -0,05$ , $\gamma = -0,049$ )	1,629	1,394	14,4	1,509	7,4
СПКН ( $E_1 = 0,375 \cdot 10^4$ МПа, $E_2 = 0,1 \cdot 10^4$ МПа, $G = 0,04 \cdot 10^4$ МПа, $\nu_1 = 0,0747$ , $\varepsilon = -0,027$ , $\gamma = -0,056$ )	1,625	1,332	18,1	1,454	10,6
СВАМ-ИММ ( $E_1 = 3,4 \cdot 10^4$ МПа, $E_2 = 0,886 \cdot 10^4$ МПа, $G = 0,295 \cdot 10^4$ МПа, $\nu_1 = 0,3$ , $\varepsilon = -0,065$ , $\gamma = -0,057$ )	1,89	1,487	21,5	1,648	13,0

В качестве примера рассмотрим осесимметричное нагружение пластинки. В нулевом приближении имеем известную задачу, для которой комплексные потенциалы таковы:

$$\varphi_0(z) = a_0 z; \quad \psi_0(z) = b_0 z^{-1}, \quad (11)$$

где  $a_0$  и  $b_0$  – коэффициенты, определяемые из граничных условий. Тогда

$$\Theta_0 = 2a_0; \quad \Omega_0 = -b_0 z^{-2}. \quad (12)$$

В первом приближении найдем правую часть первого уравнения (9) и, интегрируя, получаем

$$\Theta_1 = -2b_0(1+k)(z^{-3}\bar{z} + \bar{z}^{-3}z) + \Phi_1(z) + \overline{\Phi_1(z)}. \quad (13)$$

Из второго уравнения (9) определим

$$\Omega_1 = b_0(1+k)(3z^{-4}\bar{z}^2 + \bar{z}^{-2}) + \Phi_1'(z)\bar{z} + \psi_1(z). \quad (14)$$

Удовлетворяя третьему равенству (9), получаем

$$\varphi_1(t) + \overline{i\varphi_1'(t)} + \overline{\psi_1(t)} = \frac{b_0(1+k)}{R_j}(\sigma^5 - \sigma^{-3}), \quad (15)$$

где  $t$  – аффикс точек контура;  $\sigma$  – аффикс точек единичной окружности;  $R_j$  – радиус соответствующего контура.

Примем комплексные потенциалы в виде

$$\varphi_1(z) = a_5^{(1)} z^5 + a_3^{(1)} z^{-3}; \quad \psi_1(z) = b_3^{(1)} z^3 + \beta_5^{(1)} z^{-5}. \quad (16)$$

Подставив выражения (16) в равенство (15), получим уравнения для определения неизвестных коэффициентов комплексных потенциалов:

$$\begin{aligned} a_5^{(1)} R_j^5 - 3\alpha_3^{(1)} R_j^{-3} + \beta_5^{(1)} R_j^{-5} &= \frac{b_0(1+k)}{R_j}; \\ \alpha_3^{(1)} R_j^{-3} + 5a_5^{(1)} R_j^5 + b_3^{(1)} R_j^3 &= -\frac{b_0(1+k)}{R_j}. \end{aligned} \quad (17)$$

Тогда выражения для комбинаций напряжений в первом приближении окончательно примут вид

$$\Theta_1 = 5a_5^{(1)}(z^4 + \bar{z}^4) - 2b_0(1+k)\left(\frac{\bar{z}}{z^3} + \frac{z}{\bar{z}^3}\right) - 3\alpha_3^{(1)}\left(\frac{1}{z^4} + \frac{1}{\bar{z}^4}\right); \quad (18)$$

$$\Omega_1 = b_0(1+k) \left( \frac{3\bar{z}^2}{z^4} + \frac{1}{\bar{z}^2} \right) + 20a_5^{(1)} z^3 \bar{z} + 12\alpha_3^{(1)} \frac{\bar{z}}{z^5} + 3b_3^{(1)} z^2 - 5 \frac{\beta_5^{(1)}}{z^6}. \quad (19)$$

Найдем второе приближение задачи. Поступая аналогично, получаем

$$\begin{aligned} \Theta_2 = & 4b_0(1+k) \left[ 3k \left( \frac{\bar{z}^2}{z^4} + \frac{z^2}{\bar{z}^4} \right) + (1+k) \left( \frac{\bar{z}^3}{z^5} + \frac{z^3}{\bar{z}^5} \right) - (1-k) \left( \frac{\bar{z}}{z^3} + \frac{z}{\bar{z}^3} \right) \right] + \\ & + 20a_5^{(1)} [4k(z^3 \bar{z} + z\bar{z}^3) - 3(1+k)(z\bar{z})^2] + \\ & + 6\alpha_3^{(1)} \left[ 8k \left( \frac{\bar{z}}{z^5} + \frac{z}{\bar{z}^5} \right) + 5(1+k) \left( \frac{\bar{z}^2}{z^6} + \frac{z^2}{\bar{z}^6} \right) \right] - \\ & - 12(1+k)b_3^{(1)} z\bar{z} - 30\beta_5^{(1)}(1+k) \left( \frac{\bar{z}}{z^7} + \frac{z}{\bar{z}^7} \right) + \Phi_2(z) + \overline{\Phi_2(z)}; \quad (20) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Omega_2 = & b_0(1+k) \left[ 2(1-k) \left( \frac{3\bar{z}^2}{z^4} + \frac{1}{\bar{z}^2} \right) - 8k \left( \frac{2\bar{z}^3}{z^5} + \frac{z}{\bar{z}^3} \right) - (1+k) \left( \frac{5\bar{z}^4}{z^6} + \frac{3z^2}{\bar{z}^4} \right) \right] + \\ & + 20a_5^{(1)} [k(6\frac{z^2}{\bar{z}^2} + \bar{z}^4) - 2(1+k)z\bar{z}^3] - \\ & - 12\alpha_3^{(1)} \left[ k \left( \frac{10\bar{z}^2}{z^6} + \frac{1}{\bar{z}^4} \right) + (1+k) \left( \frac{5\bar{z}^3}{z^7} + \frac{z}{\bar{z}^5} \right) \right] - \\ & - 6(1+k)b_3^{(1)} \bar{z}^2 + 5\beta_5^{(1)}(1+k) \left( \frac{21\bar{z}^2}{z^8} + \frac{1}{\bar{z}^6} \right) + \Phi_2'(z)\bar{z} + \psi_2(z). \quad (21) \end{aligned}$$

Удовлетворяя граничным условиям, для определения комплексных потенциалов во втором приближении получаем равенство

$$\begin{aligned} \varphi_2(t) + \overline{t\varphi_2'(t)} + \psi_2(t) = & \frac{b_0(1+k)}{R} \{2(1-k)(\sigma^5 - \sigma^{-3}) - 4k(\sigma^7 - \sigma^{-5}) - \\ & - (1+k)(\sigma^9 - \sigma^{-7})\} - 20a_1 R^5 \{k(\sigma^3 + 2\sigma^{-1}) - (1+k)\sigma\} - \\ & - 2\alpha_3 R^{-3} \{6k(2\sigma^7 - \sigma^{-5}) + (1+k)(5\sigma^9 - 3\sigma^{-7})\} + \\ & + 6(1+k)b_1 R^3 \sigma + 5(1+k)\beta_5 R^{-5} (3\sigma^9 - \sigma^{-7}). \quad (22) \end{aligned}$$

Примем комплексные потенциалы в виде

$$\begin{aligned}\varphi_2(z) &= \sum_{m=1}^5 a_{2m-1}^{(2)} z^{2m-1} + \sum_{m=1}^4 \alpha_{2m-1}^{(2)} z^{1-2m}; \\ \psi_2(z) &= \sum_{m=1}^4 b_{2m-1}^{(2)} z^{2m-1} + \sum_{m=1}^5 \beta_{2m-1}^{(2)} z^{1-2m}.\end{aligned}\tag{23}$$

Подставив выражения (23) в равенство (22), получим уравнения для определения неизвестных коэффициентов комплексных потенциалов:

$$\begin{cases} a_9^{(2)} R_j^9 - 7\alpha_7^{(2)} R_j^{-7} + \beta_9^{(2)} R_j^{-9} = \frac{1+k}{R_j} \left[ \frac{15\beta_5^{(1)}}{R_j^4} - \frac{10\alpha_3^{(1)}}{R_j^2} - b_0(1+k) \right]; \\ \alpha_7^{(2)} R_j^{-7} + 9a_9^{(2)} R_j^9 + b_7^{(2)} R_j^7 = \frac{1+k}{R_j} \left[ b_0(1+k) + \frac{6\alpha_3^{(1)}}{R_j^2} - \frac{5\beta_5^{(1)}}{R_j^4} \right]; \\ a_7^{(2)} R_j^7 - 5\alpha_5^{(2)} R_j^{-5} + \beta_7^{(2)} R_j^{-7} = \frac{4b_0k(1+k)}{R_j} - 24\alpha_3^{(1)} R_j^{-3} k; \\ \alpha_5^{(2)} R_j^{-5} + 7a_7^{(2)} R_j^7 + b_5^{(2)} R_j^5 = \frac{4b_0k(1+k)}{R_j} + 12\alpha_3^{(1)} R_j^{-3} k; \\ a_5^{(2)} R_j^5 - 3\alpha_3^{(2)} R_j^{-3} + \beta_5^{(2)} R_j^{-5} = \frac{2b_0(1-k^2)}{R_j}; \\ \alpha_3^{(2)} R_j^{-3} + 5a_5^{(2)} R_j^5 + b_3^{(2)} R_j^3 = \frac{2b_0(1-k^2)}{R_j}; \\ a_3^{(2)} R_j^3 - \alpha_1^{(2)} R_j^{-1} + \beta_3^{(2)} R_j^{-3} = -20a_5^{(1)} R_j^5 k; \\ \alpha_1^{(2)} R_j^{-1} + 3a_3^{(2)} R_j^3 + b_1^{(2)} R_j = -40a_5^{(1)} R_j^5 k; \\ 2a_1^{(2)} R_j + \beta_1^{(2)} R_j^{-1} = 20a_5^{(1)} R^5 (1+k) + 6(1+k)b_3^{(1)} R_j^3.\end{cases}\tag{24}$$

Решая систему уравнений (24) с учетом равенств (20), (21), (23), получаем выражения для комбинаций напряжений во втором приближении. Аналогично может быть найдено решение задачи в любом приближении.

Проведено сравнение результатов, полученных предложенным методом, с известным решением [2], где рассматривается бесконечная ортогольная пластинка с круговым отверстием, нагруженная равномерно распределенным нормальным давлением интенсивности  $p$  по контуру. Согласно работе [2] определены наибольшие напряжения  $\sigma_\theta$  в точках контура, лежащих по вертикали, при этом по методике, изложенной выше, принимали радиус внешнего контура пластинки  $R_0 = 100R_1$ . В полярной системе координат равенства (1) имеют вид

$$\Theta = \sigma_r + \sigma_\theta; \quad \Omega = (\sigma_\theta - \sigma_r + 2i\tau_\theta) e^{-2i\theta},\tag{25}$$

откуда компоненты напряжений равны:

$$\begin{cases} \sigma_r = \Theta/2 - (\Omega e^{2i\theta} + \bar{\Omega} e^{-2i\theta})/4; \\ \sigma_\theta = \Theta/2 + (\Omega e^{2i\theta} + \bar{\Omega} e^{-2i\theta})/4; \\ \tau_{r\theta} = i(\bar{\Omega} e^{-2i\theta} - \Omega e^{2i\theta})/4. \end{cases} \quad (26)$$

Полученные результаты показывают достаточно быстрое схождение разложений (7) для материалов, обладающих различной степенью анизотропии. Для материалов (КАСТ-В, полувагман, СТЭР-С-30, ПН-3), у которых отношение  $E_1/E_2 < 1,5$ , расхождение с известным решением после второго приближения составляет не более 3%. Для других материалов расхождение больше: например, для СВМ-ИММ ( $E_1/E_2 = 3,92$ ) оно составляет 13%, для материала СПКН ( $E_1/E_2 = 3,75$ ) – 10,6%. В этих случаях расчет может быть продолжен.

Численные исследования проведены для кольцевой пластинки, изготовленной из СВМ 15:1 ( $E_1 = 4,51 \cdot 10^4$  МПа,  $E_2 = 1,57 \cdot 10^4$  МПа,  $G = 0,55 \cdot 10^4$  МПа,  $\nu_1 = 0,27$ ), у которой радиус внешнего контура  $R_0 = 1$ , радиус внутреннего контура  $R_1 = 0,5$ . Пластика нагружена по внутреннему контуру равномерной нагрузкой интенсивности  $p$ , внешний контур – свободен от нагружения.

На рис. 1 приведено распределение тангенциальных нормальных напряжений  $\sigma_\theta/p$  по вертикальному радиусу ортотропной пластинки (сплошная линия). Для сравнения штриховой линией показано аналогичное распределение для изотропной пластинки (нулевое приближение). Для анизотропной пластинки, в отличие от изотропной, наименьшее значение напряжения  $\sigma_\theta/p = 0,76$  достигнуто при  $r = 0,878$ . Наибольшее напряжение, возникающее в точках внутреннего контура, превышает напряжение в соответствующей изотропной пластинке на 26,6%. Характер изменения радиального нормального напряжения по радиусу одинаков для анизотропной и изотропной пластинок.

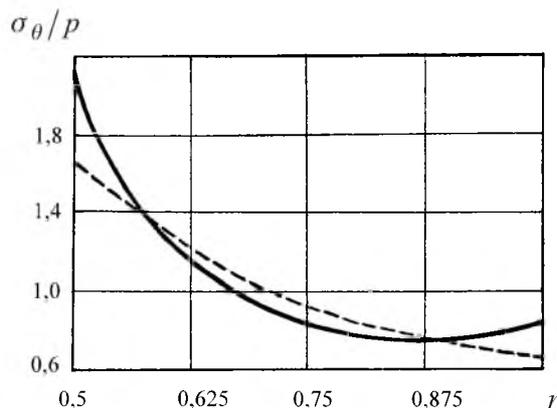


Рис. 1. Распределение тангенциальных нормальных напряжений по вертикальному радиусу пластинки.

Рис. 2 иллюстрирует распределение тангенциальных нормальных напряжений  $\sigma_\theta/p$  по внутреннему контуру ортотропной пластинки. Штриховой линией показана аналогичная зависимость для изотропной пластинки (нулевое приближение). Для анизотропной пластинки наименьшее значение напряжения  $\sigma_\theta/p = 1,409$  получено при  $\varphi = 50,1^\circ$ . Характер изменения тангенциального напряжения по внешнему контуру имеет такой же вид.

На рис. 3 показано изменение наибольшего тангенциального напряжения  $\sigma_\theta/p$  в вертикальных точках внутреннего контура в зависимости от радиуса. С увеличением радиуса  $R_1$  наблюдается резкий рост напряжений.

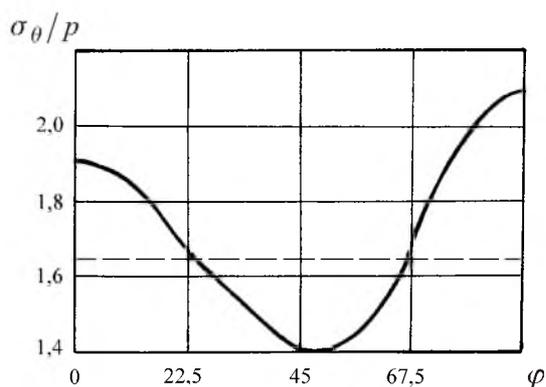


Рис. 2. Распределение тангенциальных нормальных напряжений по внутреннему контуру пластинки.

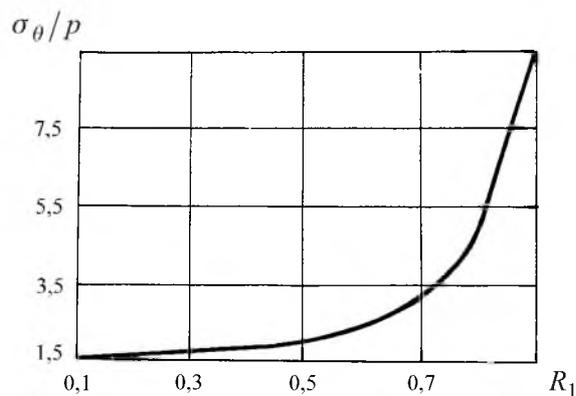


Рис. 3. Зависимость наибольшего тангенциального нормального напряжения от радиуса внутреннего контура.

## Выводы

1. Предложен метод решения плоской задачи для ортотропных пластинок, основанный на разложении функций комбинаций напряжений в ряды по параметру. Параметр выбран таким образом, чтобы в нулевом приближении получалась соответствующая задача для изотропной пластинки.

2. Для кольцевой ортотропной пластинки полученные результаты достаточно хорошо совпадают (до 13%) уже во втором приближении с известным решением для различных ортотропных материалов.

3. Исследовано напряженное состояние ортотропной кольцевой пластинки и проведено сравнение с аналогичной изотропной пластинкой. Учет ортотропных свойств материала приводит к увеличению наибольших напряжений, возникающих в точках внутреннего контура, на 26,6%.

### Резюме

Запропоновано метод розв'язку плоскої задачі для тонких ортотропних пластинок із використанням методу розкладання по параметру. Нульовим наближенням служить розв'язок відповідної ізотропної задачі. Для конкретних матеріалів показано хорошу збіжність результатів, що отримано запропонованим методом, із відомим розв'язком нескінченної пластинки з отвором. Досліджено напружений стан кільцевої ортотропної пластинки, наведено залежності розподілу напружень і проведено порівняння з аналогічною ізотропною пластинкою.

1. *Космодамианский А. С.* Новый подход к решению плоской задачи для многосвязной ортотропной пластинки // Теорет. и прикл. механика. – 2000. – Вып. 31. – С. 60 – 62.
2. *Лехницкий С. Г.* Теория упругости анизотропного тела. – М., 1977. – 416 с.
3. *Космодамианский А. С.* Плоская задача теории упругости для пластин с отверстиями, вырезами и выступами. – Киев: Вища шк., 1975. – 227 с.
4. *Космодамианский А. С.* Напряженное состояние анизотропных сред с отверстиями или полостями. – Киев: Вища шк., 1976. – 200 с.

Поступила 05. 09. 2000