

Влияние коэффициента Пуассона на предельное напряженное состояние покрытия

Н. А. Долгов, Б. А. Ляшенко

Институт проблем прочности НАН Украины, Киев, Украина

Представлены соотношения для расчета эквивалентных напряжений в покрытии. Построены зависимости эквивалентных напряжений от различия коэффициентов Пуассона основы и покрытия. Показано, что величины максимальных нормальных и эквивалентных напряжений для разных покрытий хорошо описываются расчетными зависимостями. Анализ полученных результатов свидетельствует о необходимости учета влияния коэффициента Пуассона покрытия на эквивалентные напряжения и соответственно на предельное напряженное состояние в покрытии при расчетах конструктивных элементов с покрытиями на прочность и экспериментальном определении когезионной прочности при лабораторных испытаниях. При проектировании элементов конструкций с покрытиями необходимо стремиться к такому сочетанию упругих свойств основы и покрытия, при котором величина эквивалентных напряжений в покрытии минимальна.

Ключевые слова: покрытие, основа, коэффициент Пуассона, модуль упругости, напряженное состояние, эквивалентные напряжения.

Введение. В покрытии предельное напряженное состояние (НС) наступает при повышении нормальных напряжений до уровня, при котором происходит когезионное разрушение. Покрытие разрушается в областях, где значения напряжений возрастают до уровня критических. Вследствие различия упругих свойств основы и покрытия НС системы основа–покрытие неоднородное. Поэтому достоверные сведения о когезионной прочности можно получить только при учете неоднородности НС, возникающего при испытаниях образцов с покрытиями.

Для определения величины и характера распределения напряжений обычно используются различные модели системы основа–покрытие.

Особенностью системы основа–покрытие является способность передавать через адгезионный контакт нагрузки как в покрытие, так и в основу. Рассмотрим случаи, когда напряжения в покрытии возникают вследствие нагружения основы.

В работах [1–5] представлены различные подходы к определению напряжений в покрытии при приложении к основе растягивающей нагрузки. В [6] разработана методика расчета НС элементов конструкций с тонкими многослойными покрытиями. Упругое деформирование пластинки с двухсторонним покрытием рассмотрено в [7]. Соотношения, полученные в данной работе, дают возможность определить распределение нормальных и касательных напряжений в системе основа–покрытие. Задача, поставленная в работе [7], была решена также при упругопластических деформациях [8–10].

Однако ни один из подходов к определению НС системы основа–покрытие не учитывает различия коэффициентов Пуассона материалов

основы и покрытия, вследствие которого в последнем возникают нормальные напряжения как в направлении действия нагрузки, так и в перпендикулярном направлении [11].

Значений главных напряжений, при которых в покрытии возникает предельное напряженное состояние, множество. Для их определения необходимо провести большой объем трудоемких экспериментов. В покрытии предельное напряженное состояние наступает при превышении эквивалентными напряжениями допустимых.

Целью данной работы является вывод соотношений для расчета эквивалентных напряжений в покрытии.

Вывод расчетных соотношений. Рассмотрим прямоугольную пластинку толщиной $2H$, длиной L и шириной b с приложенной по торцам растягивающей нагрузкой в направлении оси z . На верхнюю и нижнюю поверхность пластинки нанесено покрытие толщиной h (рис. 1).

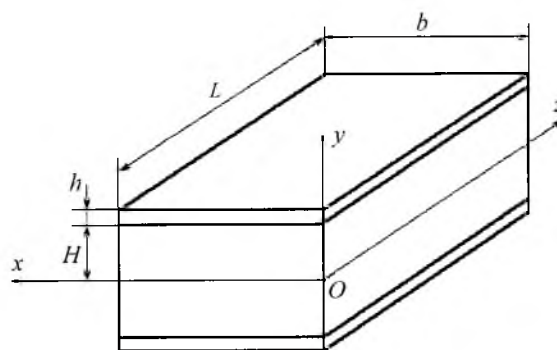


Рис. 1. Расчетная схема образца с покрытием.

В работах [12–14] были получены соотношения для вычисления распределения нормальных напряжений σ_z и σ_x в покрытии при одноосном растяжении основы в направлении оси z :

$$\sigma_z(x, z) = 4 \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \left[\left(\frac{d_5}{Lk_n s_2} \right) \frac{1 - \operatorname{ch}(r_n(b/2 - x))}{\operatorname{ch}(r_n b/2)} + \left(\frac{8\varphi_{\max}}{(\pi n)^3} \right) \frac{\operatorname{ch}(r_n(b/2 - x))}{\operatorname{ch}(r_n b/2)} \right] \sin k_n z; \quad (1)$$

$$\sigma_x(x, z) = 4 \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \left[\left(\frac{d_5^*}{b\lambda_n p_2} \right) \frac{1 - \operatorname{ch}(q_n(L/2 - z))}{\operatorname{ch}(q_n L/2)} + \left(\frac{8\xi_{\max}}{(\pi n)^3} \right) \frac{\operatorname{ch}(q_n(L/2 - z))}{\operatorname{ch}(q_n L/2)} \right] \sin \lambda_n x, \quad (2)$$

где

$$d_1 = E_{\Pi} / TS; \quad d_2 = 1/T; \quad d_3 = 1/S; \quad d_4 = (1 - \mu_{\Pi}^2) / E_{\Pi};$$

$$d_5 = (1 - \mu_{\Pi} \mu_o) \varepsilon_z; \quad k_n = \pi n / L; \quad s_1 = d_1 k_n^2 + d_2; \quad s_2 = d_3 k_n^2 + d_4;$$

$$r_n = \pm (s_2 / s_1)^{1/2}; \quad S = T = \frac{2}{(H / G_o + h / G_{\Pi}) h}; \quad \varphi_{\max} = E_{\Pi} \varepsilon_{z \max}^{\Pi};$$

$$\varepsilon_{z \max}^{\Pi} = \frac{E_o \varepsilon_z}{(E_o^{\text{нп}} + E_{\Pi}^{\text{нп}})(1 - (\mu^{\text{нп}})^2)}; \quad E_o^{\text{нп}} = \frac{E_o}{1 - \mu_o^2}; \quad E_{\Pi}^{\text{нп}} = \frac{E_{\Pi} h}{(1 - \mu_{\Pi}^2) H};$$

$$\mu^{\text{нп}} = \frac{\mu_o E_o^{\text{нп}} + \mu_{\Pi} E_{\Pi}^{\text{нп}}}{E_o^{\text{нп}} + E_{\Pi}^{\text{нп}}}; \quad d_5^* = (\mu_{\Pi} - \mu_o) \varepsilon_z; \quad \lambda_n = \pi n / b;$$

$$p_1 = d_1 \lambda_n^2 + d_2; \quad p_2 = d_3 \lambda_n^2 + d_4; \quad q_n = \pm (p_2 / p_1)^{1/2}; \quad \xi_{\max} = -E_{\Pi} \mu_o \varepsilon_z;$$

$E_{\Pi}, E_o, G_{\Pi}, G_o, \mu_{\Pi}, \mu_o$ – модули упругости, сдвига, коэффициенты Пуассона покрытия и основы соответственно; ε_z – продольная относительная деформация основы на участке без покрытия.

Исследование экстремумов функций, представленных соотношениями (1) и (2), показывает, что нормальные напряжения σ_z и σ_x в покрытии являются максимальными в точке с координатами $x = b/2; z = L/2$. Следовательно, в покрытии максимальные нормальные напряжения $\sigma_{z \max}$ и $\sigma_{x \max}$ в направлении осей z и x равны:

$$\sigma_{z \max} = 4 \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \left[\left(\frac{d_5}{L k_n s_2} \right) \left(1 - \frac{1}{\text{ch}(r_n b / 2)} \right) + \left(\frac{8 \varphi_{\max}}{(\pi n)^3} \right) \frac{1}{\text{ch}(r_n b / 2)} \right] \sin(k_n L / 2); \quad (3)$$

$$\sigma_{x \max} = 4 \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \left[\left(\frac{d_5^*}{b \lambda_n p_2} \right) \left(1 - \frac{1}{\text{ch}(q_n L / 2)} \right) + \left(\frac{8 \xi_{\max}}{(\pi n)^3} \right) \frac{1}{\text{ch}(q_n L / 2)} \right] \sin(\lambda_n b / 2). \quad (4)$$

Эквивалентные напряжения $\sigma_{\text{эКВ}}$ в покрытии вычисляются в соответствии с четвертой теорией прочности [15]:

$$\sigma_{\text{эКВ}} = \sqrt{\sigma_{z \max}^2 + \sigma_{x \max}^2 - (\sigma_{z \max})(\sigma_{x \max})}. \quad (5)$$

Вычисление нормальных и эквивалентных напряжений в покрытиях. Упругие свойства различных видов покрытий, нанесенных на сталь 12Х18Н10Т, определяли по описанной ранее методике [11]. Металлические образцы для испытаний на растяжение изготавливали из листовой стали толщиной 2 мм. Покрытия длиной 10 мм наносили на металлические образцы с шириной рабочей части 7 мм. При растяжении образца определяли также упругие свойства указанной стали. Измеренные значения модуля упругости и коэффициента Пуассона основы соответственно составили $E_0 = 210$ ГПа и $\mu_0 = 0,28$. Результаты испытаний образцов с различными покрытиями представлены в таблице.

Конструктивно-технологические и упругие свойства покрытий

№ покрытия	Состав покрытия	Технология нанесения покрытия	Толщина покрытия, мм	$E_{\text{п}}$, ГПа	$\mu_{\text{п}}$	$\Delta\mu$
1	MgAl ₂ O ₄	Газотермическое напыление	0,4	71	0,21	-0,07
2	Ni-Cr-B-Si	То же	0,29	40	0,25	-0,03
3	Ni-Cr-Al-Y	Электронно-лучевое осаждение	0,1	198	0,32	0,04
4	Полимерное	Напыление	0,4	2	0,4	0,12

На рис. 2 точками показаны рассчитанные для испытанных покрытий отношения напряжений $\sigma_{z\text{max}}$, $\sigma_{x\text{max}}$, $\sigma_{\text{экв}}$ к величине максимальных нормальных напряжений $\sigma_{z\text{max}}$, которые определяются для покрытий с коэффициентом Пуассона, равным коэффициенту Пуассона стали 12Х18Н10Т, т.е. при $\mu_{\text{п}} = \mu_0 = 0,28$. По оси абсцисс отложена величина $\Delta\mu$, равная разнице коэффициентов Пуассона покрытия и основы:

$$\Delta\mu = \mu_{\text{п}} - \mu_0. \quad (6)$$

Там же кривыми 1, 2, 3 представлены расчетные зависимости отношений максимальных нормальных и эквивалентных напряжений к величине максимальных нормальных напряжений $\sigma_{z\text{max}}$ при условии $\mu_{\text{п}} = \mu_0 = 0,28$, построенные соответственно по выражениям (3), (4), (5). Как видно, величины максимальных нормальных и эквивалентных напряжений для различных покрытий хорошо описываются расчетными зависимостями.

Анализ зависимости нормальных напряжений σ_x (на рис. 2 кривая 2) от $\Delta\mu$ показывает, что при $\Delta\mu < 0$ они сжимающие, при $\Delta\mu > 0$ – растягивающие.

Из анализа эквивалентных напряжений (на рис. 2 кривая 3) следует, что при $\mu_{\text{п}} = 0,35$, т.е. при $\Delta\mu = 0,07$, их величина минимальна. Таким образом, при проектировании элементов конструкций с покрытиями необходимо стремиться к такой величине $\Delta\mu$, при которой эквивалентные напряжения минимальны.

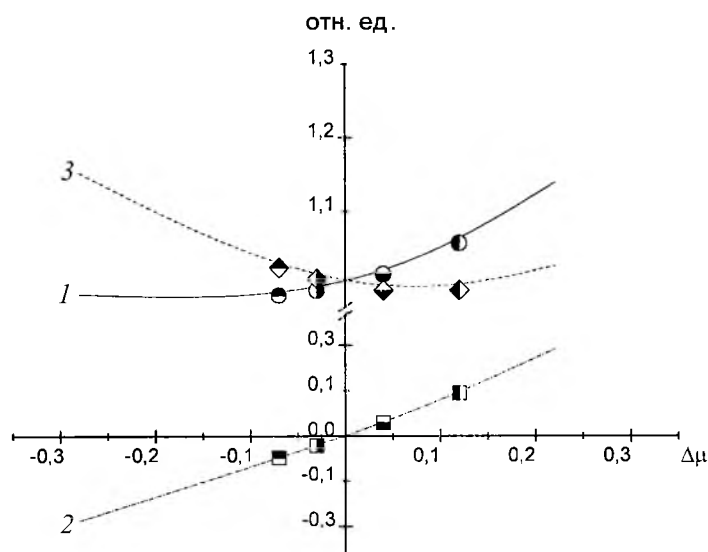


Рис. 2. Изменение относительных нормальных σ_x , σ_z и эквивалентных $\sigma_{\text{экв}}$ напряжений в зависимости от $\Delta\mu$: 1 – $\frac{\sigma_z \max}{\sigma_z \max|_{\mu_0=\mu_{\text{II}}}}$; 2 – $\frac{\sigma_x \max}{\sigma_z \max|_{\mu_0=\mu_{\text{II}}}}$; 3 – $\frac{\sigma_{\text{экв}}}{\sigma_z \max|_{\mu_0=\mu_{\text{II}}}}$.

Для испытанного материала основы эквивалентные напряжения в покрытии минимальны при $\mu_{\text{II}} = 0,35$. С увеличением разницы между коэффициентами Пуассона основы и покрытия нормальные напряжения σ_x в последнем возрастают. С повышением уровня сжимающих напряжений σ_x эквивалентные напряжения увеличиваются, в то время как с ростом уровня растягивающих напряжений σ_x они сначала уменьшаются, а затем по достижении определенного значения $\Delta\mu$ увеличиваются. Следовательно, эквивалентные напряжения в зависимости от $\Delta\mu$ сначала уменьшаются, а затем увеличиваются. При некотором значении $\Delta\mu$ системы основа–покрытие эквивалентные напряжения в покрытии минимальны. Растягивающие напряжения σ_x оказывают положительное влияние на эквивалентные напряжения в покрытии, снижая их уровень.

Заключение. Анализ полученных результатов позволяет сделать вывод, что влияние коэффициента Пуассона покрытия на эквивалентные напряжения и соответственно на предельное НС в покрытии следует учитывать при расчетах конструктивных элементов с покрытиями на прочность, а также при экспериментальном определении когезионной прочности при лабораторных испытаниях. При проектировании элементов конструкций с покрытиями необходимо стремиться к снижению величины эквивалентных напряжений.

Резюме

Наведено вирази для розрахунку еквівалентних напружень у покритті. Отримано графіки залежностей еквівалентних напружень від різниці коефіцієнтів Пуассона основи і покриття. Показано, що величини максимальних

нормальных і еквівалентних напружень для різних покриттів добре описуються розрахунковими залежностями. Аналіз отриманих результатів свідчить про необхідність враховувати вплив коефіцієнта Пуассона покриття на еквівалентні напруження і відповідно на граничний напружений стан у покритті при розрахунках конструктивних елементів із покриттями на міцність та при експериментальному визначенні когезійної міцності при лабораторних випробуваннях. При проектуванні елементів конструкцій з покриттями необхідно наближатися до такого співвідношення пружних властивостей основи і покриття, за якого величина еквівалентних напружень у покритті мінімальна.

1. *Chow T. S.* Theory of unsymmetric laminated plates // *J. Appl. Phys.* – 1975. – **46**, No 1. – P. 219 – 221.
2. *Chow T. S., Lin C. A., and Penwell R. C.* Direct determination of interfacial energy between brittle and polymeric films // *J. Polym. Sci.* – 1976. – **14**. – P. 1305 – 1310.
3. *Shield T. W. and Kim K. S.* Beam theory models for thin film segments cohesively bonded to an elastic half space // *Int. J. Sol. Struct.* – 1992. – **29**, No. 9. – P. 1085 – 1103.
4. *Hu M. S. and Evans A. G.* The cracking and decohesion of thin films on ductile substrates // *Acta met.* – 1989. – **37**, No 3. – P. 917 – 925.
5. *Макаренков А. Г., Еричева В. А.* О распределении напряжений в слоистой пластине при растяжении. – Днепропетровск, 1994. – 11 с. – Деп. в ГНТБ Украины 14. 12. 94, № 2454-Ук94.
6. *Шевчук В. А.* Расчет напряженного состояния тел с многослойными тонкими покрытиями // *Пробл. прочности.* – 2000. – № 1. – С. 136 – 150.
7. *Уманский Э. С., Ляшенко Б. А.* Условия адгезионной и когезионной равнопрочности жаростойких покрытий // *Космические исследования на Украине.* – 1975. – Вып. 6. – С. 58 – 64.
8. *Веремчук В. С.* К определению прочностных характеристик элементов конструкций с покрытием повышенной деформативности // *Пробл. прочности.* – 1986. – № 11. – С. 92 – 97.
9. *Веремчук В. С.* Напряженно-деформированное состояние элементов конструкций с покрытием при наличии пластических деформаций // Там же. – № 12. – С. 47 – 52.
10. *Дмитриев Ю. В.* Методологический подход к исследованию механических характеристик материалов с покрытиями: Автореф. дис. ... канд. техн. наук. – Киев, 1990. – 19 с.
11. *Долгов Н. А., Ляшенко Б. А., Веремчук В. С., Дмитриев Ю. В.* К определению характеристик упругости защитных покрытий // *Пробл. прочности.* – 1995. – № 7. – С. 48 – 51.
12. *Долгов Н. А., Ляшенко Б. А., Руцицкий Я. Я. и др.* Влияние различия характеристик упругости основы и покрытия на напряженно-деформированное состояние композиции. Сообщ. 1. К оценке напряжений растяжения в покрытии // Там же. – № 9. – С. 37 – 43.

13. Долгов Н. А., Ляшенко Б. А., Руцицкий Я. Я. и др. Влияние различия характеристик упругости основы и покрытия на напряженно-деформированное состояние композиции. Сообщ. 2. Распределение напряжений растяжения в покрытии // Там же. – 1996. – № 5. – С. 63 – 67.
14. Долгов Н. А., Ляшенко Б. А., Руцицкий Я. Я. и др. Влияние различия характеристик упругости основы и покрытия на напряженно-деформированное состояние композиции. Сообщ. 3. Распределение касательных и нормальных напряжений в покрытии // Там же. – 1997. – № 6. – С. 66 – 70.
15. Сопротивление материалов / Под. ред. Г. С. Писаренко. – Киев: Вища шк., 1986. – 775 с.

Поступила 20. 01. 1999