УДК 519.85

Г.А. ДОНЕЦ, С.Т. КУЗНЕЦОВ

# ОБ ОДНОМ ПОДХОДЕ К РЕШЕНИЮ ЛОГИЧЕСКИХ КОМБИНАТОРНЫХ ЗАДАЧ

*Рассматривается известная логическая задача, авторство которой приписывается А. Эйнштейну. Предлагается, алгебраический подход к ее решению, который сводит-ся к последовательному решению системы уравнений с булевыми переменными.*



**Введение**. Человеку в своей практической деятельности часто приходится решать так называемые задачи выбора.

Для задач выбора характерны следующие свойства:

– конечность множества вариантов выбора (ходы в игре, маршруты движения, определенный набор целых чисел и т.п.);

– каждому варианту сопоставляется количественная характеристика;

– требуется выбрать вариант, который обладал бы тем свойством, что его числовая характеристика удовлетворяет некоторому заранее сформулированному условию, или ответить на вопрос о существовании такого варианта.

Наиболее очевидный метод решения таких задач – поочередно рассмотреть все варианты и выбрать требуемый. Здесь применение компьютера наиболее естественный и целесообразный метод. С его помощью можно обработать такое количество вариантов, которое вручную рассчитать невозможно. Кроме того, иногда удается разработать такой алгоритм решения задачи, который по количественным характеристикам может сократить перебор вариантов, отбрасывая многие неперспективные. При решении интеллектуальных задач компьютер часто выглядит сущим тугодумом. Данное несоответствие возможностей компьютера реальному положению вещей удивляет лишь на первый взгляд. Такие задачи решаются с помощью логических рассуждений, и при этом варианты, как правило, не имеют количественных характеристик, хотя их число может быть достаточно огромным. Для решения таких задач необходимо переложить логические рассуждения на программный язык, позволяющий компьютеру отсеивать ненужные варианты. В качестве примера рассмотрим из* специально подобранную для этой цели задачу, которая успела, пожалуй, уже стать классической.

**Задача Эйнштейна.** Говорят, что знаменитый Альберт Эйнштейн предлагал своим друзьям решать различные задачи, которые он сам придумывал. Одна из них, наиболее известная, формулируется следующим образом:

1) есть пять домов, расположенные в ряд и окрашенные в разные цвета;
2) в каждом доме проживает по одному человеку разной национальности;
3) жилец каждого дома употребляет только один определенный напиток, курит определенную марку сигарет и держит определенное животное;
4) никто из пяти человек не употребляет один и тот же напиток, не курит одну и ту же марку сигарет и не держит одинаковых животных.

***Вопрос: Чья рыба?***

Нетрудно подсчитать, что пять человек можно расселить в пяти домах $5! = 120$ способами. А если учесть все остальные варианты с распределением сигарет, напитков, животных и расцветки домов, то получим $120^5 \sim 25 \cdot 10^{11}$ вариантов. Для того чтобы задача имела решение, предоставляется дополнительная информация.

1. Англичанин живет в красном доме.
2. Швед держит собаку.
3. Датчанин пьет чай.
4. Зеленый дом стоит возле белого.
5. Жилец зеленого дома пьет кофе.
6. Человек, который курит Pallmall, держит птицу.
7. Жилец среднего дома пьет молоко.
8. Жилец из желтого дома курит Dunhill.
9. Норвежец живет в первом доме.
10. Курильщик Marlboro живет рядом с тем, кто держит кошку.
11. Человек, который держит лошадь, живет рядом с тем, кто курит Dunhill.
12. Курильщик Winfield употребляет пиво.
13. Норвежец живет рядом с голубым домом.
14. Немец курит Rothmans.

Попробуем решать задачу так, как ее решали друзья Эйнштейна. Изобразим условно пять домов (рис. 1), в каждом из которых отведено по пять строк. В первой строке будем указывать цвет дома, во второй – национальность жильца, в третьей – напиток, в четвертой – марку сигарет и в пятой – животное. Первые две записи делаем на основании пунктов информации 7 и 9. После этого на основании п. 13 однозначно указываем цвет второго дома. Далее заключаем (п. 1),

* *Жан-Клод Байиф*. Логические задачи. – М.: Мир, 1983.– 172 с.

что англичанин живет в одном из домов с номером 3, 4 или 5. А на основании п. 4 делаем вывод, что ни зеленый, ни белый дом не могут иметь номер один (их соседству мешает голубой дом), поэтому первый дом однозначно желтый. Обозначим это, а заодно и марку сигарет, которые курит норвежец (п. 8).

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| желтый | голубой | | зеленый | |
| норвежец | | | | |
| | | молоко | кофе | |
| Dunhill | | | | |
| | лошадь | | | |
| 1-й | 2-й | 3-й | 4-й | 5-й |

РИС. 1. Диаграмма 1

Далее благодаря п. 11 однозначно определяем, что лошадь держит жилец голубого дома. Зеленый дом, жилец которого пьет кофе, может быть четвертым или пятым. Можно поочередно рассматривать оба варианта. Вариант, когда зеленый дом пятый, проще, так как тогда четвертый дом однозначно белый. Рассмотрим сначала первый вариант, который отображен на диаграмме 1.

Пришло время обратить внимание на пп. 3 и 12. Совершенно очевидно, что они относятся к жильцам второго и пятого домов. Предположим, что датчанин пьет чай в пятом доме, а курильщик Winfield пьет пиво во втором. По национальности он может быть англичанином, шведом или немцем. Но англичанин живет в красном доме, швед держит собаку, а немец курит Rothmans. Полученное противоречие говорит о том, что датчанин пьет чай во втором доме, а курильщик Winfield пьет пиво в пятом, что и отражено на рис. 2.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| желтый | голубой | | зеленый | |
| норвежец | датчанин | | | |
| | чай | молоко | кофе | пиво |
| Dunhill | | | | Winfield |
| | лошадь | | | |
| 1-й | 2-й | 3-й | 4-й | 5-й |

РИС. 2. Диаграмма 2

А что курят во втором доме? Не Pallmall (это относится к владельцу птицы) и не Rothmans (это сигареты немца). Следовательно Marlboro. Точно так же швед не курит Pallmall, так как он не держит птицу, Rothmans курит немец, следовательно, швед в пятом доме курит Winfield и держит собаку. Пятый дом, естественно белый, англичанин живет в третьем красном доме и курит Pallmall, а немец – в четвертом доме. Все становится на свои места (рис. 3).

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| желтый | голубой | красный | зеленый | белый |
| норвежец | датчанин | англичанин | немец | швед |
| | чай | молоко | кофе | пиво |
| Dunhill | Marlboro | Pallmall | Rothmans | Winfield |
| кошка | лошадь | птица | | собака |
| 1-й | 2-й | 3-й | 4-й | 5-й |

РИС. 3. Диаграмма 3

Учитывая п. 10, поселяем кошку в первый дом, и тогда очевиден ответ на задачу: **рыбу держит немец**.

Решая задачу, мы так и не узнали, какой напиток употребляет норвежец. Нетрудно показать, что если бы на рис. 1 мы обозначили зеленым пятый дом, то в качестве решения получили бы рис. 3, на котором четвертый и пятый дома поменялись местами, что вполне и ожидалось.

**Алгебраический метод решения.** Этот метод сводится к некоторой последовательности операций с векторами, которыми являются строки или столбцы матрицы перестановок. Как известно, матрицей перестановок называется $n{\times}n$-матрица, у которой в каждой строке и каждом столбце содержится одна единица, а остальные элементы равны нулю. Решение задачи можно представить в виде набора матриц перестановок $\{P_1, P_2, P_3, P_4, P_5\}$ размером 5×5, в которых номер строки соответствует номеру дома. Пусть $P_1$ – матрица, представляющая распределение национальностей по домам, $P_2$ – распределение расцветок домов, $P_3$ – напитков, $P_4$ – сигарет и $P_5$ – животных. Необходимо, чтобы полученное решение не противоречило дополнительной информации, представленной в пп. 1–14. Будем обозначать вектор-столбцы матриц $x_i$ ($i$ = 1, 2,…, 25), где

$$P_1 = \bigcup_{j=1}^{5} x_j\,;\; P_2 = \bigcup_{j=6}^{10} x_j\,;\; P_3 = \bigcup_{j=11}^{15} x_j\,;\; P_4 = \bigcup_{j=16}^{20} x_j\,;\; P_5 = \bigcup_{j=21}^{25} x_j\,.$$

Номер компоненты вектор-столбцов будем указывать в скобках, например, $x_i = \{x_i(1), x_i(2), x_i(3), x_i(4), x_i(5)\}$. Для всех $x_i$ ($i$ = 1, 2,…, 25) справедливо $(x_i{\cdot}x_i) = 1$, а если $x_i, x_j \in P_k$ $(i \neq j,\ 1 \leq k \leq 5)$, то $(x_i \cdot x_j) = 0$. До решения все матрицы пустые, т.е. не содержат ни одного элемента. Процесс решения состоит в последовательности заполнения матриц единицами и нулями пока не получим все матрицы перестановок. Отобразим пп. 1–14 как отношения векторов $x_i$, и назовем их (А).

$$(\mathrm{A}) \left\{ \begin{array}{l} (1)\quad x_1 = x_6, \text{ или } (x_1 \cdot x_6) = 1;\ (2)\ x_5 = x_{21};\ (3)\ x_2 = x_{11};\ (4)\ x_7 \text{ - - } x_8; \\ (5)\quad x_7 = x_{12};\ (6)\ x_{16} = x_{23};\ (7)\ x_{13}(3) = 1;\ (8)\ x_{10} = x_{17};\ (9)\ x_4(4) = 1; \\ (10)\ x_{18} \text{ - - } x_{22};\ (11)\ x_{17} \text{ - - } x_{24};\ (12)\ x_{14} = x_{19};\ (13)\ x_9(2) = 1;\ (14)\ x_3 = x_{20}. \end{array} \right.$$

Здесь отношения соседства домов выражены двойным дефисом. На самом деле это отношение можно выразить точно, например, $x_7$ - - $x_8$ равносильно следующему, если обозначить $z = x_7 + x_8$.

$$z(1)z(2) + z(2)z(3) + z(3)z(4) + z(4)z(5) = 1.$$

Можно заметить еще один тип отношений как 7, 9 и 13, которые можно непосредственно заносить в матрицы (вместе с соответствующими нулями). Для наглядности оставшиеся отношения (А) можно представить в виде графа $G$, у которого вершина с номером $i$ ($1 \leq i \leq 25$) обозначает вектор $x_i$. Две вершины $i \neq j$ связаны ребром, если $x_i = x_j$ и пунктирной линией, если $x_i$ - - $x_j$. Этот граф изображен на рис. 4 (порядок отношений изменен).

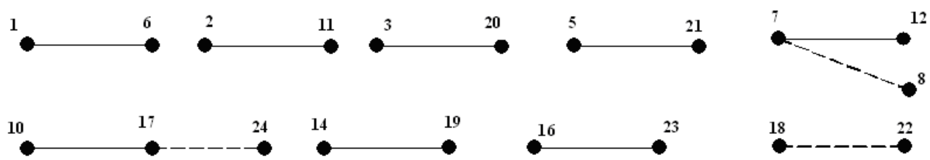


РИС. 4. Граф $G$ отношений (А)

При заполнении таблицы будем пользоваться следующими правилами:

– если в строке или столбце заполнены четыре элемента, то пятый элемент заполняем однозначно (по определению матрицы перестановок) ;

– если заносится единица, то в той же строке и столбце остальные места заполняются нулями;

– все изменения в каком-либо столбце дублируются в равном ему столбце (в графе соответствующие номера вершин соединены ребром).

Если в матрице $P_k$ ($1 \leq k \leq 5$) не все клетки заполнены, то в вектор-столбцах на соответствующих местах будем ставить пустой символ ø. Отметим два свойства векторов, принадлежащих частично заполненной матрице.

*Свойство* 1. Если в матрице $P_k$ ($1 \leq k \leq 5$) остались неопределенными 3 вектора $x = (0,0, ø, ø, ø)$, $y = (0,0, 0, ø, ø)$ и $z = (0,0, 0, ø, ø)$, то $x(3) = 1$.

Очевидно, что в остальных двух векторах матрицы на четвертом и пятом местах стоят нули, иначе бы в $x$, $y$ и $z$ там бы не стояли пустые символы. Поэтому $x + y$ всегда равно (0,0,0,1,1), что дает $x(4) = x(5) = 0$, а $x(3) = 1$.

*Свойство* 2. Если два вектора $x_i$- - $x_j$ имеют совпадающие компоненты типа (ø, 0, ….), или (..0, ø, 0,..), то на месте пустого символа обязательно должен стоять нуль.

Действительно, если на его место поставить единицу, то во втором векторе по соседству может стоять только нуль, что противоречит условию. Еще одно свойство присуще произвольным векторам.

*Свойство* 3. О возможности существования комбинации двух каких-либо свойств можно узнать, умножив соответствующие вектор-столбцы. Например, возник вопрос: может ли датчанин курить Winfield? Умножим $(x_2 \cdot x_{19})$. Ответ отрицательный, потому что $(x_2 \cdot x_{19}) = (x_{11} \cdot x_{14}) = 0$ в силу того, что $x_{11}, x_{14} \in P_3$.

Рассмотрим теперь ход решения по шагам. Начальный шаг уже сделан – внесены три единицы и соответствующие нули в столбцы и строки (в табл. 1 они набраны нежирным шрифтом).

ТАБЛИЦА 1

| | $P_1$ (национал.) | | | | | $P_2$ (цвет дома) | | | | | $P_3$ (напитки) | | | | | $P_4$ (сигареты) | | | | | $P_5$ (животные) | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | Англичанин | датчанин | Немец | норвежец | швед | красный | зеленый | белый | голубой | желтый | чай | кофе | молоко | пиво | ? | Pallmall | Dunhill | Marlboro | Winfield | Rothmans | собака | кошка | птица | лошадь | рыба |
| **1** | 0 | 0 | 0 | **1** | 0 | **0** | | | 0 | | **0** | | 0 | | | | | | | **0** | **0** | | | | |
| 2 | **0** | | | 0 | | 0 | 0 | 0 | **1** | 0 | | **0** | 0 | | | | **0** | | | | | | | | |
| 3 | | **0** | | 0 | | | **0** | | 0 | | 0 | 0 | **1** | 0 | 0 | | | | **0** | | | | | | |
| 4 | | | | 0 | | | | | 0 | | | | 0 | | | | | | | | | | | | |
| 5 | | | | 0 | | | | | 0 | | | | 0 | | | | | | | | | | | | |
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 |

**Шаг 1**. В согласии с графом $G$ делаем записи, которые дублируют значения

– первой строки $P_1$: $x_6(1) = x_1(1) = 0$; $x_{11}(1) = x_2(1) = 0$; $x_{20}(1) = x_3(1) = 0$; $x_{21}(1) = x_5(1) = 0$;

– второй строки $P_2$: $x_1(2) = x_6(2) = 0$; $x_{12}(2) = x_7(2) = 0$; $x_{17}(2) = x_{10}(2) = 0$;

– третьей строки $P_3$: $x_2(3) = x_{11}(3) = 0$; $x_7(3) = x_{12}(3) = 0$; $x_{19}(3) = x_{14}(3) = 0$;

Все эти элементы отмечены в табл. 1 жирным шрифтом.

**Шаг 2**. Для векторов $x_7$ и $x_8$ выполняется *свойство* 2, поэтому $x_7(1) = x_8(1) = 0$.

В первой строке $P_2$ образовалось четыре нуля, и это однозначно определяет $x_{10}(1) = 1$, а все нижние элементы столбца как нули. Дублируем $x_{12}(1) = x_7(1) = 0$. В силу соседства $x_7$ и $x_8$ не может быть $x_6(4) = 1$, поэтому $x_6(4) = x_1(1) = 0$.

**Шаг 3**. Дублируем весь столбец $x_{17} = x_{10}$, а также нули первой строки $P_4$: $x_{23}(1) = x_{16}(1) = 0$; $x_{14}(1) = x_{19}(1) = 0$. В первой строке $P_3$ образовалось четыре нуля, что равносильно $x_{15}(1) = 1$, а все элементы ниже – нули.

**Шаг 4**. Так как $x_{17}$ и $x_{24}$ соседние, то однозначно получаем $x_{24}(2) = 1$. Вносим соответствующие нули в матрицу $P_5$. Дублируем во второй строке: $x_5(2) = x_{21}(2) = 0$; $x_{16}(2) = x_{23}(2) = 0$. Результаты четырех шагов приведены в табл. 2.

Здесь наступает ответственный момент, когда появляется несколько путей продолжения решения. Ни в одной строке или столбце какой-либо из матриц нет четырех заполненных клеток, что позволило бы дальше двигаться однозначно. Но есть строки и столбцы, в которых заполнены три клетки. Это вторая строка $P_1$, первый столбец $P_1$ (или 12-й $P_3$), третья строка $P_2$, вторая строка $P_3$ и первая строка $P_5$. Можно пробовать ставить единицу в одной из оставшихся незаполненных клетках, что дает нам $2^5 = 32$ варианта продолжения решения. Однако не все варианты равноценны.

ТАБЛИЦА 2

| | $P_1$ (национал.) | | | | | $P_2$ (цвет дома) | | | | | $P_3$ (напитки) | | | | | $P_4$ (сигареты) | | | | | $P_5$ (животные) | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | Англичанин | датчанин | Немец | норвежец | швед | красный | зеленый | белый | голубой | желтый | чай | кофе | молоко | пиво | ? | Pallmall | Dunhill | Marlboro | Winfield | Rothmans | собака | кошка | птица | лошадь | рыба |
| **1** | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | **1** | 0 | 0 | 0 | 0 | **1** | 0 | **1** | 0 | 0 | 0 | 0 | | 0 | 0 | |
| 2 | 0 | | | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | | 0 | 0 | | 0 | 0 | 0 | | | | 0 | 0 | 0 | **1** | 0 |
| 3 | | 0 | | 0 | | | 0 | | 0 | 0 | 0 | 0 | **1** | 0 | 0 | | 0 | | 0 | | | | | 0 | |
| 4 | 0 | | | 0 | | 0 | | | 0 | 0 | | | 0 | | 0 | | 0 | | | | | | | 0 | |
| 5 | | | | 0 | | | | | 0 | 0 | | | 0 | | 0 | | 0 | | | | | | | 0 | |
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 |

Если поставить $x_{25}(1) = 1$, то тем самым уже получим ответ: рыбу держит норвежец. В остальной части таблицы это ничего не меняет, и приходится снова думать о том, чтобы ее полностью заполнить, а необходимо убедиться в том, что конечное решение непротиворечиво. Поэтому необходимо продолжить решение, выбирая такие пути, которые приведут к максимальному заполнению табл. 2, наиболее перспективная в этом отношении вторая строка.

**Шаг 5**. Запишем очевидные равенства: $x_2(2) + x_3(2) = 1$; $x_{11}(2) + x_{14}(2) = 1$; Отсюда $x_2(2) = x_{11}(2) = 1 - x_{14}(2) = 1 - x_{19}(2)$. Подставляя это в первое равенство, а также $x_3(2) = x_{20}(2)$, получим $x_{19}(2) = x_{20}(2)$. Так как они находятся в одной строке общей матрицы, то оба равны нулю. Отсюда $x_{18}(2) = 1$, $x_3(2) = 0$, $x_2(2) = 1$. Заносим во 2-й и 18-й столбцы соответствующие нули и дублируем $x_{11} = x_2$.

**Шаг 6**. Рассмотрим теперь третью строку табл. 2 и матрицу $P_4$. Что курит швед? Вектор $x_5$ можно умножать только на $x_{16}$ или на $x_{19}$ ($x_{20}$ для немца).

Но $(x_5 \cdot x_{16}) = (x_{21} \cdot x_{23}) = 0$. Следовательно, $x_5 = x_{19} = x_{14}$. В матрице $P_4$ остается $x_1 = x_{16} = x_{23}$. После внесения соответствующих значений получим табл. 3.

**Шаг 7**. Так как $x_5 = x_{14}$, то в матрице $P_3$ вектор $x_1$ может быть равен $x_{12}$ или $x_{13}$. Но $(x_1 \cdot x_{12}) = (x_6 \cdot x_7) = 0$. Следовательно, $x_1 = x_{13}$. Вносим значения: $x_1(3) = x_6(3) = x_{16}(3) = x_{23}(3) = 1$; $x_1(5) = x_3(3) = x_6(5) = x_8(3) = x_{16}(5) = x_{20}(3) = x_{22}(3) = x_{25}(3) = 0$.

Так как $x_{22}(3) = 0$, то векторы $x_{18}$ и $x_{22}$ будут смежными только при $x_{22}(1) = 1$. Заполняем столбец 22 нулями и получаем окончательную табл. 4.

ТАБЛИЦА 3

| | $P_1$ (национал.) | | | | | $P_2$ (цвет дома) | | | | | $P_3$ (напитки) | | | | | $P_4$ (сигареты) | | | | | $P_5$ (животные) | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | Англичанин | датчанин | Немец | норвежец | швед | красный | зеленый | белый | голубой | желтый | чай | кофе | молоко | пиво | ? | Pallmall | Dunhill | Marlboro | Winfield | Rothmans | собака | кошка | птица | лошадь | рыба |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | | 0 | 0 | |
| 2 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 3 | | 0 | | 0 | 0 | | 0 | | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | | 0 | 0 | 0 | | 0 | | | 0 | |
| 4 | 0 | 0 | | 0 | | 0 | | | 0 | 0 | 0 | | 0 | | 0 | 0 | 0 | 0 | | | | | 0 | 0 | |
| 5 | | 0 | | 0 | | | | | 0 | 0 | 0 | | 0 | | 0 | | 0 | 0 | | | | | | 0 | |
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 |

ТАБЛИЦА 4

| | $P_1$ (национал.) | | | | | $P_2$ (цвет дома) | | | | | $P_3$ (напитки) | | | | | $P_4$ (сигареты) | | | | | $P_5$ (животные) | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | Англичанин | датчанин | Немец | норвежец | швед | красный | зеленый | белый | голубой | желтый | чай | кофе | молоко | пиво | ? | Pallmall | Dunhill | Marlboro | Winfield | Rothmans | собака | кошка | птица | лошадь | рыба |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 2 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 3 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 4 | 0 | 0 | | 0 | | 0 | | | 0 | 0 | 0 | | 0 | | 0 | 0 | 0 | 0 | | | | 0 | 0 | 0 | |
| 5 | 0 | 0 | | 0 | | 0 | | | 0 | 0 | 0 | | 0 | | 0 | 0 | 0 | 0 | | | | 0 | 0 | 0 | |
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 |

Поскольку $x_5 = x_{21}$, то, очевидно, $x_3 = x_{25}$. Тем самым получен ответ: ***рыбу держит немец***, как и должно быть. Нет необходимости полностью заполнять табл. 4, четвертая и пятая ее строки полностью равноправны.

**Заключение.** Вот уже несколько последних лет в Интернет обсуждается вариант задачи Эйнштейна с уточненным пунктом дополнительной информации 4: зеленый дом стоит слева от белого.

Кроме того, в этом варианте добавлен пункт 15: курильщик Marlboro живет по соседству с человеком, который пьет воду.

Этот вариант задачи оказывается значительно проще, чем рассмотренный нами. Получается, что шаг за шагом все записывается однозначно и, в конечном итоге, просто сводится к построенной нами диаграмме 3 (рис. 3).

Запишем последовательность шагов.

1. Норвежец – в первом доме (п. 9), молоко – в третьем (п. 7).

2. Голубой – второй дом (п. 13).

3. Зеленый дом, в котором пьют кофе, – четвертый, а справа – белый дом (пп. 4, 5).

4. Красный дом принадлежит англичанину, а не норвежцу. Следовательно, он третий (п. 1).

5. Оставшийся первый дом желтый (п. 8).

6. Лошадь держит жилец второго дома (п. 11).

7. Жилец первого дома не употребляет ни молоко (п. 7), ни кофе (п. 5), ни чай (п. 3) и не пьет пиво (п. 12), а, следовательно, он пьет воду. Его сосед во втором доме курит Marlboro (п. 15).

8. Жилец второго дома не употребляет ни воду, ни молоко, ни кофе, ни пиво (п. 12). Таким образом, жилец второго дома – датчанин, пьющий чай (п. 3).

9. Получается, что жилец пятого дома пьет пиво и курит Winfield (п. 12).

10. Жилец четвертого дома – немец, курящий Rothmans (п. 14).

11. В пятом доме живет швед и держит собаку (п. 2). Кроме того, что англичанин курит Pallmall и держит птицу (п. 6).

12. Теперь ясно, что кошку держит норвежец (п. 10).

В табл. 5 показана последовательность заполнения клеток диаграммы 3. Незаполненная клетка дает ответ задачи: рыба принадлежит немцу. Безусловно, что из-за избытка информации эта задача значительно проще рассмотренной нами. Она вовсе не требует специального алгебраического метода решения или других специальных подходов. Однако есть основания считать, что первоначальная задача не могла содержать избыточную информацию. Тем более что ответ в задаче, рассмотренной в данной работе, однозначен.

ТАБЛИЦА 5

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 5 | 2 | 9 | 3 | 3 |
| 1 | 8 | 4 | 10 | 11 |
| 7 | 8 | 1 | 3 | 9 |
| 5 | 7 | 11 | 10 | 9 |
| 12 | 6 | 11 | | 11 |

*Г.П. Донець, С.Т. Кузнєцов*

ПРО ОДИН ПІДХІД ДО РОЗВ'ЯЗАННЯ ЛОГІЧНИХ КОМБІНАТОРНИХ ЗАДАЧ

Розглядається відома логічна задача, авторство якої приписують А. Ейнштейну. Пропонується алгебраїчний підхід до її розв'язання, який зводиться до послідовного розв'язання системи лінійних рівнянь з булевими змінними.

*G.A. Donets, S.T. Kuznetsov*

ON ONE APPROACH TO SOLUTION LOGICAL COMBINATORIAL PROBLEMS

The paper deals with the well-known logical problem which statement is attributed to A. Einstein. An algebraic approach to its solution is suggested which reduces to successive solving the system of equations in boolean variables.

Получено 17.05.2010