

# НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЙ РАЗДЕЛ

УДК 539.4

## **О влиянии структуры армирования на несущую способность термоупругих металлокерамических вращающихся дисков**

**Ю. В. Немировский, А. П. Янковский**

Институт теоретической и прикладной механики СО РАН, Новосибирск, Россия

*Сформулирована прямая задача расчета термоупругих трехслойных армированных вращающихся дисков. На основе прямой задачи и критерия прочности субструктурных элементов диска поставлена обратная задача определения несущей способности конструкции при заданных форме профиля диска и структуре армирования несущего слоя. Приведены результаты расчетов несущей способности дисков фиксированной геометрии, изготовленных из различных металлокерамических композиций с разной структурой армирования. Показано, что изотропные стальные и квазиизотропные армированные диски, наиболее часто встречающиеся на практике, малоэффективны по сравнению со спирально армированными конструкциями, на множестве которых имеет смысл осуществлять целевую оптимизацию.*

**Ключевые слова:** вращающиеся армированные диски, несущая способность, структура армирования, металлокерамические композиции.

Вращающиеся диски газотурбинных двигателей и компрессоров относятся к разряду силовых элементов, которые в современных технических устройствах испытывают наиболее интенсивное термосиловое нагружение. Поэтому изучению вопросов прочности дисков и маховиков посвящены многочисленные исследования, например [1–6] и др. Однако в подавляющем большинстве исследований рассматриваются лишь изотропные стальные диски, пути совершенствования которых за счет изменения формы профиля практически уже исчерпаны. В настоящее время все более широкое применение в технике находят волокнистые композиционные материалы, позволяющие создавать конструкции с уникальными прочностными и жесткостными свойствами, которые нельзя получить при использовании обычных конструкционных материалов. В силу самого принципа создания волокнистых композитов механические характеристики арматуры в несколько раз (иногда на порядок) превышают соответствующие характеристики связующего, поэтому изменение структуры армирования в конструкциях типа металлокерамических дисков должно приводить к существенному изменению их несущей способности и податливости. В связи с этим цель настоящего исследования – изучение влияния структуры армирования на несущую способность вращающихся металлокерамических дисков. Количественный и качественный анализ такого влияния позволяет ответить на ряд вопросов, которые возникают перед проектировщиками вращающихся дис-

ков, в частности об определении области существенного влияния структуры армирования на работоспособность и податливость дисков, о целесообразности регулирования структур армирования с целью выделения из их многообразия оптимальных и рациональных проектов, о разумном выборе критериев эффективного проектирования и т.д.

Рассмотрим трехслойный диск симметричной относительно срединной плоскости структуры. Внутренний слой постоянной толщины  $H$  армирован  $N$  семействами волокон, внешние изотропные слои (ИС) изготовлены из одного материала и имеют переменную толщину  $h/2$  каждый. Исследуем лишь случай осесимметричного растяжения, так как это главный этап расчета вращающегося диска на прочность [1, 2]. Диск подчиняется обычным упрощающим гипотезам [2]: толщина  $H + h$  мала по сравнению с наружным радиусом  $r = r_1$ ; силы, действующие на диск, направлены радиально и равномерно распределены в окружном направлении; диск неравномерно нагрет по радиусу  $r$ ; температура постоянна по толщине; напряженное состояние в слоях диска принято двумерным и осесимметричным; напряжения равномерно распределены по толщине каждого слоя. Кроме того, полагаем, что внутренний армированный слой (АС) является квазиизотропным или радиально-симметрично армирован. Это приводит к тому, что направления главных деформаций и напряжений во всех слоях диска совпадают с радиальным и окружным направлениями. Чтобы свести к минимуму малоцикловую усталость и тем самым повысить долговечность диска, исследуем его поведение только в пределах упругости.

При сделанных предположениях термоупругое поведение рассматриваемого диска, вращающегося с постоянной угловой скоростью  $\omega$ , описывается следующей системой исходных уравнений:

уравнение равновесия в усилиях  $F_1, F_2$

$$F_1' + (F_1 - F_2)/r + p(r)\omega^2 = 0, \quad (1)$$

$$p(r) = r \left[ H \left( a\rho + \sum_k \Omega_k \rho_k \right) + h\rho_0 \right], \quad a = 1 - \sum_k \Omega_k, \quad (2)$$

$$F_i = h\sigma_{0i} + H\sigma_{ii}, \quad i = 1, 2; \quad (3)$$

соотношения Дюгамеля–Неймана с учетом особенностей структуры АС и соотношения Коши

$$\begin{cases} \sigma_{ii} = a\sigma_{ci} + \sum_k \omega_k \sigma_k l_{ki}^2, & \sigma_{ci} = E[\varepsilon_i + \nu\varepsilon_j - \alpha(1 + \nu)\theta]/(1 - \nu^2), \\ \sigma_{0i} = E_0[\varepsilon_i + \nu_0\varepsilon_j - \alpha_0(1 + \nu_0)\theta]/(1 - \nu_0^2), \\ \sigma_k = E_k(\varepsilon_1 l_{k1}^2 + \varepsilon_2 l_{k2}^2 - \alpha_k\theta) + \sigma_k^0, & \sigma_k^0 = \text{const}, \\ l_{k1} = \cos\psi_k, & l_{k2} = \sin\psi_k, \quad k = 1, 2, \dots, N, \quad j = 3 - i, \quad i = 1, 2; \end{cases} \quad (4)$$

$$\varepsilon_1 = u', \quad \varepsilon_2 = u / r. \quad (5)$$

(Соотношения (4) получены на основе модели механического поведения армированного слоя с одномерными волокнами [7], хотя для уточнения решения могут быть использованы и другие модели, учитывающие двумерность напряженного состояния в волокнах [8, 9]. Кроме того, предполагается, что технология изготовления АС позволяет создавать структуры с предварительно напряженной ( $\sigma_k^0$ ) арматурой.)

Наиболее распространенные в настоящее время технологии изготовления изделий из армированных композитов используют волокна, имеющие по своей длине постоянную площадь поперечного сечения, поэтому параметры армирования  $\psi_k, \Omega_k$  в осесимметричном случае связаны зависимостью [10]

$$\begin{aligned} r\Omega_k \cos \psi_k &= r_0\Omega_{0k} \cos \psi_{0k} = \text{const}, \\ \Omega_{0k} &= \Omega_k(r_0), \quad \psi_{0k} = \psi_k(r_0), \quad k = 1, 2, \dots, N. \end{aligned} \quad (6)$$

Для определения неоднородного по радиусу поля температур необходимо использовать уравнение теплопроводности [11]

$$r^{-1}[r(H\Lambda + h\lambda_0)\theta'] - 2q + Q = 0, \quad \theta = T - T_0, \quad (7)$$

где

$$\begin{aligned} \Lambda &= \Omega^{-1} \sum_k \Omega_k \{ [\Omega(\lambda_k - \lambda) + \lambda] \cos^2 \psi_k + \\ &+ \lambda_k \lambda \sin^2 \psi_k [\Omega(\lambda - \lambda_k) + \lambda_k \Gamma^{-1}] \}; \quad q = \mu(\theta - \theta_\infty); \\ Q &= H \left( aQ_c + \sum_k Q_k \Omega_k \right) + hQ_0; \quad \theta_\infty = T_\infty - T_0; \quad \Omega = \sum_k \Omega_k. \end{aligned} \quad (8)$$

Граничные условия на внешнем контуре диска определяются интенсивностью суммарной силы  $F_{11}$  ( $r = r_1$ ) от лопаток и разрезанной замковой части обода, равномерно распределенной по площади цилиндрической поверхности на наружном контуре радиуса  $r = r_1$  диска [2]:

$$F_1(r_1) = F_{11}. \quad (9)$$

Величина  $F_{11}$  зависит от угловой скорости  $\omega$ , формы, размеров и структуры лопатки. В первом приближении лопатку можно схематизировать в форме прямолинейного бруса постоянной толщины  $h_*$  и длины  $l$  [1], продольно армированного одним семейством волокон. При этом приближенно можно считать

$$\begin{aligned}
 F_{11} &= f_n \omega^2, \quad f_n = h_* \int_{r_1}^{r_2} (\rho_* a_* + \rho_{a_*} \Omega_*) r dr = \\
 &= 0,5 h_* (r_2^2 - r_1^2) [\rho_* + (\rho_{a_*} - \rho_*) \Omega_*], \\
 a_* &= 1 - \Omega_*, \quad \Omega_* = \text{const}, \quad r_2 = r_1 + l
 \end{aligned} \tag{10}$$

(влияние замковой части можно учесть за счет дополнительного слагаемого в выражении для  $f_n$ , величина которого зависит от конструктивной особенности замков; для настоящего исследования учет этой величины не принципиален, так как значение  $f_n$  в (10) можно считать изначально заданным).

В качестве граничного условия на внутреннем контуре  $r = r_0$  зададим жесткое закрепление диска

$$u(r_0) = 0. \tag{11}$$

(Вместо (11) могут быть заданы и другие граничные условия, определяемые величиной посадки диска на вал [2]; в данном случае это не принципиально.)

Кроме того, на контурах  $r = r_0, r_1$  должны быть заданы тепловые граничные условия, например

$$\theta(r_0) = \theta_0, \quad \theta(r_1) = \theta_1, \tag{12}$$

либо какие-то другие [11].

В уравнениях и соотношениях (1)–(12) приняты следующие обозначения:  $\rho_0, \rho, \rho_k$  – объемная плотность материалов ИС, связующего и волокон  $k$ -го семейства АС соответственно;  $\rho_*, \rho_{a_*}$  – объемная плотность связующего и арматуры лопатки;  $\sigma_{ii}$  – усредненные напряжения в АС;  $\sigma_{0i}, \sigma_{ci}, \sigma_k$  – напряжения в ИС, связующем и волокнах  $k$ -го семейства АС соответственно;  $\sigma_k^0$  – предварительные напряжения в арматуре  $k$ -го семейства;  $\varepsilon_i, u$  – усредненные деформации и радиальное перемещение точек диска;  $\theta, \theta_\infty$  – отклонение температуры диска  $T$  и температуры окружающей среды  $T_\infty$  от температуры его естественного состояния  $T_0 = \text{const}$ ;  $E_0, E, E_k$  – модули упругости материалов ИС, связующего и волокон  $k$ -го семейства АС соответственно;  $\nu_0, \nu$  – коэффициенты Пуассона материалов ИС и связующего АС;  $\alpha_0, \alpha, \alpha_k$  – коэффициенты линейного теплового расширения материалов ИС, связующего и волокон  $k$ -го семейства АС соответственно;  $\lambda_0, \lambda, \lambda_k$  – коэффициенты теплопроводности материалов ИС, связующего и волокон  $k$ -го семейства АС;  $\Omega_*, \Omega_k$  – интенсивности армирования лопатки и АС волокнами  $k$ -го семейства, причем должны выполняться физические ограничения

$$0 \leq \Omega_* < 1, \quad \Omega_k \geq 0, \quad \Omega = \sum_k \Omega_k < 1; \tag{13}$$

$\psi_k$  – углы армирования диска волокнами  $k$ -го семейства (если АС является квазиизотропным, то  $\psi_k = (k-1)\pi / N$  и  $\Omega_k = \Omega_1 = \text{const}$ ,  $k=1, 2, \dots, N$ ,  $N=3, 4$ , если диск армирован по осесимметричным спиральным траекториям, то  $\psi_k(r)$  отсчитываются от полярного радиуса  $r$ , а  $\Omega_k(r)$  определяются из (6); исключение составляет лишь случай окружной укладки волокон  $\psi_k(r) = \pi / 2$ , так как при этом (6) выполняется тождественно; для окружного семейства  $\Omega_k(r)$  можно задавать произвольно, учитывая лишь ограничения (13));  $\mu$  – коэффициент теплообмена между ИС и окружающей средой (если ИС отсутствуют, то между связующим АС и окружающей средой);  $Q_0, Q_c, Q_k$  – мощности внутренних источников тепла в ИС, связующем и волокнах  $k$ -го семейства АС;  $q$  – тепловой поток через лицевую поверхность диска; штрих обозначает дифференцирование по  $r$ ; суммирование производится от 1 до  $N$ .

Для приведения уравнений (1)–(5) к разрешающему виду из (1) за счет (3) необходимо исключить усилия, а из напряжений (4) за счет (5) – деформации, после чего получим одно уравнение относительно перемещения  $u$ :

$$D(u) = (B_1\theta)' + \theta(B_1 - B_2) / r - H \sum_k \sigma_k^0 \{ (\Omega_k l_{k1}^2)' + \Omega_k \cos 2\psi_k / r \} - p(r)\omega^2, \quad (14)$$

где

$$\begin{cases} D(u) = A_{11}u'' + (A'_{11} + A_{11}/r)u' + (A'_{12} - A_{22}/r)u/r; \\ A_{ii} = hE_0 / (1 - \nu_0^2) + H \left[ E / (1 - \nu^2) + \sum_k E_k l_{ki}^4 \Omega_k \right]; \\ A_{12} = hE_0\nu_0 / (1 - \nu_0^2) + H \left[ E\nu / (1 - \nu^2) + \sum_k E_k l_{k1}^2 l_{k2}^2 \Omega_k \right]; \\ B_i = hE_0\alpha_0 / (1 - \nu_0) + H \left[ E\alpha / (1 - \nu) + \sum_k E_k \alpha_k l_{ki}^2 \Omega_k \right], \quad i=1, 2. \end{cases} \quad (15)$$

Преобразуя аналогично (9) с учетом (3)–(5), (10), получаем, что на внешнем контуре диска имеет место граничное условие

$$D_1(u) = B_1(r_1)\theta_1 - H \sum_k \sigma_k^0 \Omega_k(r_1) \cos^2 \psi_k(r_1) + f_n \omega^2, \quad (16)$$

где  $D_1(u) = A_{11}(r_1)u'(r_1) + A_{12}(r_1)u(r_1) / r_1$ .

Таким образом, для решения прямой задачи расчета термоупругого диска на прочность имеем две несвязанные двухточечные граничные задачи: задачу для определения температуры  $\theta$  (7), (12) и задачу для определения перемещения  $u$  (11), (14), (16), решать которые можно последовательно.

Действительно, если заданы углы армирования  $\psi_k(r)$ , то из (6) определяются  $\Omega_k(r)$ ,  $k = 1, 2, \dots, N$  (в случае квазиизотропной структуры АС величины  $\Omega_k = \text{const}$  задаются изначально). При известных  $\psi_k, \Omega_k$  определен коэффициент  $\Lambda$  в (7), и линейная граничная задача (7), (12) может быть проинтегрирована. Если функция  $\theta$  известна, то линейная граничная задача (11), (14), (16) определяет перемещение  $u$  точек диска при заданном  $\omega$ . Численные методы решения таких задач хорошо изучены [12], поэтому не будем останавливаться на их обсуждении.

Зная  $u, \theta$ , по формулам (4), (5) можно определить напряженное состояние в субструктурных элементах диска. Если требуется оценить в первом приближении и прочность лопатки, то, используя ее схематизацию в форме прямолинейного продольно армированного бруса, получаем, что усредненное осевое напряжение  $\sigma_*$ , возникающее за счет центробежных сил, имеет вид (ср. с (10))

$$\begin{aligned} \sigma_*(r) &= \int_{r_1}^{r_2} (\rho_* a_* + \rho_{a_*} \Omega_*) \omega^2 r dr = \\ &= 0,5 \omega^2 (r_2^2 - r_1^2) [\rho_* + (\rho_{a_*} - \rho_*) \Omega_*], \quad r_1 \leq r \leq r_2. \end{aligned} \quad (17)$$

С другой стороны, из соотношений Дюгамеля–Неймана получаем

$$\sigma_*(r) = E_* a_* (\varepsilon_* - \alpha_* \theta_*) + E_{a_*} \Omega_* (\varepsilon_* - \alpha_{a_*} \theta_*), \quad (18)$$

где  $E_*, E_{a_*}$  – модули упругости материалов связующего и арматуры лопатки соответственно;  $\alpha_*, \alpha_{a_*}$  – коэффициенты линейного теплового расширения материалов связующего и арматуры лопатки;  $\varepsilon_*$  – усредненная продольная деформация лопатки;  $\theta_*$  – отклонение температуры лопатки от температуры ее естественного состояния. Приравнявая (17), (18), при известной функции  $\theta_*(r)$  получим выражение для  $\varepsilon_*(r)$ , а затем из  $u_*(r) = \varepsilon_*(r), u_*(r_1) = 0$  можно определить и продольное перемещение  $u_*$  точек лопатки относительно корневого сечения.

Определив из (17), (18)  $\varepsilon_*$ , по напряжениям в связующем и арматуре лопатки

$$\sigma_{c_*} = E_* (\varepsilon_* - \alpha_* \theta_*), \quad \sigma_{a_*} = E_{a_*} (\varepsilon_* - \alpha_{a_*} \theta_*) \quad (19)$$

можно оценить напряженное состояние в ее субструктурных элементах. Кроме того, можно определить и радиальное смещение концевых точек лопатки с учетом деформативности диска:

$$u(r_2) = u(r_1) + u_*(r_2), \quad (20)$$

что необходимо для оценки податливости всей конструкции (диск–лопатки) в целом.

При создании эффективных конструкций газотурбинных двигателей важную роль играет также решение обратной задачи: при заданной структуре АС определить максимально допустимую угловую скорость

$\omega_m = \max \omega$ . При этом  $\omega_m$  будет определяться возникновением пластических деформаций хотя бы в одном из субструктурных элементов диска либо лопатки или ограничениями на смещения концевых точек лопатки (20)

$$-\Delta^- \leq u(r_2) \leq \Delta^+, \quad (21)$$

где  $\Delta^\pm = \text{const}$  – предельно допустимые значения перемещений концевых точек лопатки в отрицательном (–) и положительном (+) направлениях.

Предположим, что структура АС задана и температуры  $\theta, \theta_*$  известны из решения соответствующих граничных задач (7), (12). Тогда для определения  $\omega_m$  воспользуемся принципом независимости действия сил в термоупругом диске и будем напряжения и деформации, возникающие за счет теплового воздействия и предварительного напряжения арматуры, определять независимо от действия центробежных сил. Поскольку массовые (1), (2) и контурные (9), (10) нагрузки пропорциональны  $\omega^2$ , перемещения  $u, u_*$  можно представить в виде сумм:

$$u = u_\theta + u_\omega \omega^2, \quad u_* = u_*^\theta + u_*^\omega \omega^2, \quad (22)$$

где первые слагаемые вызваны температурами  $\theta, \theta_*$  и предварительным напряжением в волокнах  $\sigma_k^0$ , вторые – центробежными силами. Функции в правых частях (22) определяются следующими граничными задачами (см. (11), (14)–(18)):

$$\begin{cases} D(u_\theta) = B_1 \theta' + [B_1' + (B_1 - B_2) / r] \theta - \\ \quad - H \sum_k \sigma_k^0 \{ (\Omega_k \cos^2 \psi_k)' + \Omega_k \cos 2\psi_k / r \}; \\ D(u_\omega) = -p(r); \\ D_1(u_\theta) = B_1(r_1) \theta_1 - H \sum_k \sigma_k^0 \Omega_k(r_1) \cos^2 \psi_k(r_1); \\ u_\theta(r_0) = 0; \quad D_1(u_\omega) = f_n; \quad u_\omega(r_0) = 0; \end{cases} \quad (23)$$

$$\begin{cases} (E_* a_* + E_{a_*} \Omega_*) (u_*^\theta)' = (\alpha_* E_* a_* + \alpha_{a_*} E_{a_*} \Omega_*) \theta_*, \quad u_*^\theta(r_1) = 0; \\ (E_* a_* + E_{a_*} \Omega_*) (u_*^\omega)' = 0,5(r_2^2 - r^2)(\rho_* a_* + \rho_{a_*} \Omega_*), \quad u_*^\omega(r_1) = 0. \end{cases} \quad (24)$$

Аналогично (22) по формулам (4), (5), (19) можно представить деформации и напряжения в субструктурных элементах диска и лопатки:

$$\varepsilon_i = \varepsilon_i^\theta + \varepsilon_i^\omega \omega^2, \quad \varepsilon_* = \varepsilon_*^\theta + \varepsilon_*^\omega \omega^2; \quad (25)$$

$$\begin{aligned}\sigma_{0i} &= \sigma_{0i}^\theta + \sigma_{0i}^\omega \omega^2, \quad \sigma_{ci} = \sigma_{ci}^\theta + \sigma_{ci}^\omega \omega^2, \quad i=1, 2; \\ \sigma_{c*} &= \sigma_{c*}^\theta + \sigma_{c*}^\omega \omega^2, \quad \sigma_{a*} = \sigma_{a*}^\theta + \sigma_{a*}^\omega \omega^2, \\ \sigma_k &= \sigma_k^\theta + \sigma_k^\omega \omega^2, \quad k=1, 2, \dots, N,\end{aligned}\tag{26}$$

где  $\varepsilon_*^\theta = (u_*^\theta)'$ ,  $\varepsilon_*^\omega = (u_*^\omega)'$ ; функции  $\varepsilon_i^\theta, \varepsilon_i^\omega$  связаны с  $u_\theta, u_\omega$  соотношениями (5) соответственно; напряжения  $\sigma_{0i}^\theta, \sigma_{ci}^\theta, \sigma_k^\theta, \sigma_{c*}^\theta, \sigma_{a*}^\theta$  связаны с деформациями  $\varepsilon_i^\theta, \varepsilon_*^\theta$  равенствами (4), (19) соответственно, а функции  $\sigma_{0i}^\omega, \sigma_{ci}^\omega, \sigma_k^\omega, \sigma_{c*}^\omega, \sigma_{a*}^\omega$  – с  $\varepsilon_i^\omega, \varepsilon_*^\omega$  ( $i=1, 2$ ) теми же равенствами при  $\theta = \theta_* = 0, \sigma_k^0 = 0$ .

Если линейные граничные задачи (23), (24) решены, то в каждой точке  $r$  диска ( $r_0 \leq r \leq r_1$ ) и лопатки ( $r_1 \leq r \leq r_2$ ) можно определить в (26) все функции, отмеченные верхними индексами  $\theta, \omega$ . Теперь для определения  $\omega_m$  необходимо воспользоваться критериями прочности субструктурных элементов диска и лопатки и предельными равенствами в (21). Предполагая, что материалы субструктурных элементов могут иметь различные пределы прочности при растяжении и сжатии, воспользуемся критерием прочности Баландина. Поскольку ИС и связующее АС работают в условиях плоского напряженного состояния, критерий Баландина для них имеет вид [7]

$$\sigma_{01}^2 + \sigma_{02}^2 - \sigma_{01}\sigma_{02} + (\sigma_0^- - \sigma_0^+)(\sigma_{01} + \sigma_{02}) = \sigma_0^- \sigma_0^+ \quad (0 \rightarrow c),\tag{27}$$

где  $\sigma_\theta^\pm, \sigma_c^\pm$  – пределы прочности (текучести) при растяжении (+) и сжатии (–) материалов ИС и связующего АС соответственно. Для волокон и субструктурных элементов лопатки, испытывающей только продольное деформирование, критерий (27) редуцируется к виду

$$\begin{aligned}\sigma_k^2 + (\sigma_k^- - \sigma_k^+)\sigma_k &= \sigma_k^- \sigma_k^+, \quad k=1, 2, \dots, N; \\ \sigma_{c*}^2 + (\sigma_*^- - \sigma_*^+)\sigma_{c*} &= \sigma_*^- \sigma_*^+, \quad \sigma_{a*}^2 + (\sigma_a^- - \sigma_a^+)\sigma_{a*} = \sigma_a^- \sigma_a^+,\end{aligned}\tag{28}$$

где  $\sigma_k^\pm, \sigma_*^\pm, \sigma_a^\pm$  имеют смысл, аналогичный  $\sigma_0^\pm, \sigma_c^\pm$  в (27) соответственно. Кроме того, два предельных равенства в (21) можно заменить одним, подобным (28),

$$u^2(r_2) + (\Delta^- - \Delta^+)u(r_2) = \Delta^- \Delta^+.\tag{29}$$

Подставив представления (22), (26) в условия (27)–(29), получим квадратные уравнения для определения  $\beta = \omega^2$ :

$$\begin{aligned}A_0\beta^2 + B_0\beta + C_0 &= 0, \quad A_c\beta^2 + B_c\beta + C_c = 0, \quad A_{c*}\beta^2 + B_{c*}\beta + C_{c*} = 0, \\ A_{a*}\beta^2 + B_{a*}\beta + C_{a*} &= 0, \quad A_u\beta^2 + B_u\beta + C_u = 0, \quad A_k\beta^2 + B_k\beta + C_k = 0,\end{aligned}\tag{30}$$

где

$$\left\{ \begin{array}{l} A_0 = (\sigma_{01}^\omega)^2 + (\sigma_{02}^\omega)^2 - \sigma_{01}^\omega \sigma_{02}^\omega > 0; \\ B_0 = 2\sigma_{01}^\theta \sigma_{01}^\omega + 2\sigma_{02}^\theta \sigma_{02}^\omega - \sigma_{02}^\theta \sigma_{01}^\omega - \sigma_{01}^\theta \sigma_{02}^\omega + (\sigma_0^- - \sigma_0^+)(\sigma_{01}^\omega + \sigma_{02}^\omega); \\ C_0 = (\sigma_{01}^\theta)^2 + (\sigma_{02}^\theta)^2 - \sigma_{01}^\theta \sigma_{02}^\theta + (\sigma_0^- - \sigma_0^+)(\sigma_{01}^\theta + \sigma_{02}^\theta) - \sigma_0^- \sigma_0^+ \quad (0 \rightarrow c); \\ A_k = (\sigma_k^\omega)^2 > 0; \\ B_k = 2\sigma_k^\theta \sigma_k^\omega + (\sigma_k^- - \sigma_k^+) \sigma_k^\omega; \\ C_k = (\sigma_k^\theta)^2 + (\sigma_k^- - \sigma_k^+) \sigma_k^\theta - \sigma_k^- \sigma_k^+; \quad k=1, 2, \dots, N \quad (k \rightarrow *, a*); \\ A_u = u_\omega^2(r_2) > 0; \\ B_u = 2u_\theta(r_2)u_\omega(r_2) + (\Delta^- - \Delta^+)u_\omega(r_2); \\ C_u = u_\theta^2(r_2) + (\Delta^- - \Delta^+)u_\theta(r_2) - \Delta^- \Delta^+; \\ u_\omega(r_2) \equiv u_\omega(r_1) + u_*^\omega(r_2) \quad (\omega \rightarrow \theta). \end{array} \right. \quad (31)$$

Необходимо рассматривать только действительные решения уравнений (30). Пары корней этих уравнений обозначим соответственно  $\beta_0^\pm, \beta_c^\pm, \beta_{c*}^\pm, \beta_{a*}^\pm, \beta_u^\pm, \beta_k^\pm$  (здесь индекс “+” обозначает бóльший, “-” – меньший из двух действительных корней). Поскольку  $\beta = \omega^2$ , интерес представляют лишь положительные корни уравнений (30). Так, например, если пределы прочности материалов субструктурных элементов диска равны ( $\sigma_0^- = \sigma_0^+$  и т.д.), а тепловое воздействие и предварительное напряжение в арматуре отсутствуют ( $\theta = 0, \sigma_k^0 = 0$ ), то из (31) следует, что корни уравнений (30) равны по модулю и противоположны по знаку ( $\beta_0^+ = -\beta_0^- > 0$  и т.д.). В случае положительности бóльших ( $\beta^+$ ) и отрицательности меньших ( $\beta^-$ ) корней уравнений (30)  $\omega^2$  может изменяться в пределах  $0 \leq \omega^2 < \beta^+$ , поэтому если решения уравнений комплексные (или бóльший корень отрицателен), то значения функции прочности Баландина превышают предельные значения (левые части в (27)–(29) больше правых) при отсутствии центробежных сил, т.е. соответствующие критерии прочности или ограничения по податливости (21) нарушаются за счет теплового воздействия или предварительного напряжения в арматуре. Если же оба корня уравнений (30) положительны, то  $\omega^2$  может изменяться лишь в пределах  $\beta^- < \omega^2 < \beta^+$ , так как при “малых” угловых скоростях  $0 \leq \omega^2 \leq \beta^-$  в соответствующих субструктурных элементах диска или лопатки условие прочности или ограничение по жесткости (21) нарушаются в результате интенсивного теплового воздействия или предварительного напряжения арматуры.

Чтобы пластические деформации возникли хотя бы в одном из субструктурных элементов диска либо лопатки или конструкция исчерпала свой ресурс по жесткости, предельные угловые скорости  $\omega_m$  должны определяться соотношениями

$$\begin{aligned} \beta_m^+ &= \min_r \min \{ \beta_u^+, \beta_0^+, \beta_c^+, \beta_{c^*}^+, \beta_{a^*}^+, \beta_1^+, \beta_2^+, \dots, \beta_N^+ \}, \\ \beta_m^- &= \max_r \max \{ \beta_u^-, \beta_0^-, \beta_c^-, \beta_{c^*}^-, \beta_{a^*}^-, \beta_1^-, \beta_2^-, \dots, \beta_N^- \}; \end{aligned} \quad (32)$$

$$\omega_m^+ = \begin{cases} \sqrt{\beta_m^+}, & \beta_m^+ > 0; \\ 0, & \beta_m^+ \leq 0 \end{cases}; \quad \omega_m^- = \begin{cases} \sqrt{\beta_m^-}, & \beta_m^- > 0; \\ 0, & \beta_m^- \leq 0 \end{cases}. \quad (33)$$

Таким образом, чтобы все субструктурные элементы диска и лопатки оставались упругими и не нарушалось ограничение по жесткости (21), угловая скорость вращения должна находиться в пределах  $\omega_m^- < \omega < \omega_m^+$ , причем случай, когда  $\omega_m^- > 0$ , малоинтересен с практической точки зрения, поскольку при этом, если диск по каким-то причинам останавливается ( $\omega \rightarrow 0$ ), а температура изменяется незначительно, в субструктурных элементах конструкции могут возникнуть пластические деформации вследствие теплового воздействия.

Проанализируем теперь решения обратной задачи (22)–(33) при некоторых, наиболее характерных структурах армирования дисков.

Хотя диски постоянной толщины встречаются редко [2], влияние структуры армирования на их несущую способность наиболее естественно продемонстрировать именно на таких конструкциях, когда особенности геометрии (изменения профиля диска) не сказываются существенно. Кроме того, для упрощения расчетов будем рассматривать диски постоянной толщины  $H$ , состоящие только из АС (ИС отсутствуют:  $h = 0$ ), температуры диска и лопаток полагаем известными и постоянными ( $\theta = \theta_* = \text{const}$ ).

Исследуем на конкретных примерах влияние структуры армирования на несущую способность всей конструкции в целом при одних и тех же условиях термосилового нагружения. В качестве критерия сопоставимости различных проектов армирования диска выберем одинаковый общий расход арматуры  $V_a$  в них:

$$V_a = \sum_k V_k, \quad V_k = \int_V \Omega_k dV = 2\pi H \int_{r_0}^{r_1} \Omega_k(r) r dr, \quad k = 1, 2, \dots, N. \quad (34)$$

Рассмотрим конструкцию, состоящую из диска, ограниченного контурами радиусов  $r_0 = 0,05$  м,  $r_1 = 0,1975$  м, и лопаток длиной  $l = 0,114$  м [1]. Толщина диска равна толщине лопатки  $H = h_*$  (может быть задано и другое соотношение между  $H, h_*$ , в данном случае это не принципиально). Лопатка выполнена из титанового сплава IM318A и армирована борволокном с интенсивностью  $\Omega_* = 0,6$ , диск может быть изготовлен из разных металлических сплавов: алюминия (Al), магния (Mg) и титана (Ti), армированных различными волокнами: борными (B), углеродными (C) и монокристаллическими графитовыми. Кроме того, для сравнения рассмотрим изотропные диски из конструкционной стали ЭИ69, используемой при изготовлении

дисков газовых турбин [1]. Физико-механические характеристики материалов связующего и волокон диска и лопаток приведены в табл. 1, 2.

Т а б л и ц а 1

**Физико-механические характеристики металлических матриц**

| Материал         | $E$ ,<br>ГПа | $\nu$ | $\sigma_{0,2}$ ,<br>МПа | $\alpha \cdot 10^6$ ,<br>К <sup>-1</sup> | $\rho$ ,<br>кг/м <sup>3</sup> | Литературный<br>источник |
|------------------|--------------|-------|-------------------------|--|-------------------------------|--------------------------|
| Алюминий АМц1/2Н | 71,0         | 0,31  | 130                     | 24,5                                     | 2710                          | [13]                     |
| Магний ZK60A     | 44,5         | 0,30  | 240                     | 32,4                                     | 1590                          | [13]                     |
| Титан IM318A     | 119,0        | 0,30  | 1095                    | 8,4                                      | 4430                          | [13]                     |
| Сталь ЭИ69       | 205,0        | 0,32  | 400                     | 15,1                                     | 8200                          | [1]                      |

Т а б л и ц а 2

**Физико-механические характеристики армирующих волокон**

| Волокно                                 | $E$ ,<br>ГПа | $\sigma_B$ ,<br>МПа | $\alpha \cdot 10^6$ ,<br>К <sup>-1</sup> | $\rho$ ,<br>кг/м <sup>3</sup> | Литературный<br>источник |
|---|--------------|---------------------|--|-------------------------------|--------------------------|
| Борное (В)<br>$d = 100$ мкм             | 415          | 3150                | 2,4                                      | 2250                          | [13]                     |
| Углеродное (С):<br>Кулон, $d = 9,9$ мкм | 500          | 2000                | 4,0                                      | 1900                          | [13]                     |
| Монокристаллическое<br>графитовое       | 850          | 20150               | 4,5                                      | 1880                          | [13]                     |

На рис. 1–6 представлены зависимости предельного количества оборотов диска в минуту ( $n = 30\omega / \pi$ ) от параметров армирования  $\psi_k$  и  $\Omega$ . В скобках указан материал (или тип композиции), из которого изготовлен диск, например (А1–В) – бор-алюминиевая композиция и т.п. Гладкие участки кусочно-гладких кривых обозначены латинскими буквами, ссылка в тексте на гладкий участок некоторой кривой будет даваться двойным обозначением: номер кривой и через запятую буквенное обозначение участка (например, участок  $1,a$  – гладкий участок  $a$  на кривой  $1$  и т.п.); буквой  $a$  обозначены участки кривых, которые соответствуют разрушению упруго-хрупкой арматуры,  $b$  и  $c$  – возникновение пластических деформаций в связующем.

На рис. 1, 2 приведены кривые, характеризующие несущую способность  $n$  спирально армированных дисков в зависимости от угла армирования  $\psi$  при различных температурах. Предполагается, что диски армированы двумя семействами волокон, уложенных с одинаковой интенсивностью ( $\Omega_2(r) = \Omega_1(r)$ ) по радиально симметричным направлениям под постоянными углами  $\psi_1(r) = -\psi_2(r) = \psi = \text{const}$ ,  $0 \leq \psi < \pi/2$  (траектории армирования – логарифмические спирали  $\varphi(r) = \varphi_0 - (-1)^k \text{tg } \psi \ln(r/r_0)$ ,  $k = 1, 2$ ); интенсивности армирования на внутреннем контуре диска равны  $\Omega_{01} = \Omega_{02} = 0,35$ , поэтому при  $\psi = \text{const}$  общий расход арматуры  $V_a$  во всех дисках одинаков (см. (6), (34)), в силу чего при различных  $\psi$  одинакова и масса

$$M = \int_V \left( \rho + \sum_k \Omega_k \rho_k \right) dV = 2\pi H \int_{r_0}^{r_1} \left( \rho + \sum_k \Omega_k (\rho_k - \rho) \right) r dr =$$

$$= \rho V + \sum_k V_k (\rho_k - \rho) \quad (35)$$

дисков, изготовленных из одних и тех же материалов. Кроме того, на этих рисунках для сравнения приведены прямые линии  $n = \text{const}$ , соответствующие изотропным дискам. Массы дисков, отнесенные к массе диска из стали ЭИ69, представлены в табл. 3.

Т а б л и ц а 3

Относительная масса  $m$  и предельные значения температуры  $\theta$  для изотропных и армированных дисков

| Материал | $m$   | $\theta, ^\circ\text{C}$ |
|----------|-------|--------------------------|
| ЭИ69     | 1,00  | 102                      |
| Al       | 0,331 | 63                       |
| Mg       | 0,194 | 271                      |
| Ti       | 0,540 | 850                      |
| Al-B     | 0,325 | 80                       |
| Al-C     | 0,302 | 80                       |
| Mg-B     | 0,227 | 330                      |
| Mg-C     | 0,205 | 360                      |
| Ti-B     | 0,475 | 1067                     |
| Ti-C     | 0,453 | 1067                     |

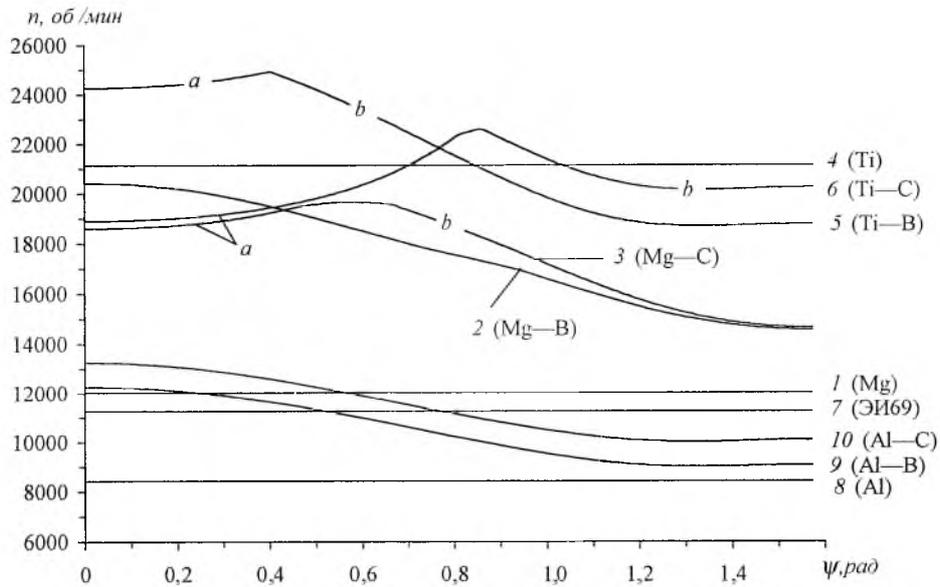


Рис. 1. Зависимость предельного значения оборотов диска  $n$  от угла армирования  $\psi$  по логарифмическим спиральям при температуре естественного состояния конструкции ( $\theta = 0^\circ\text{C}$ ).

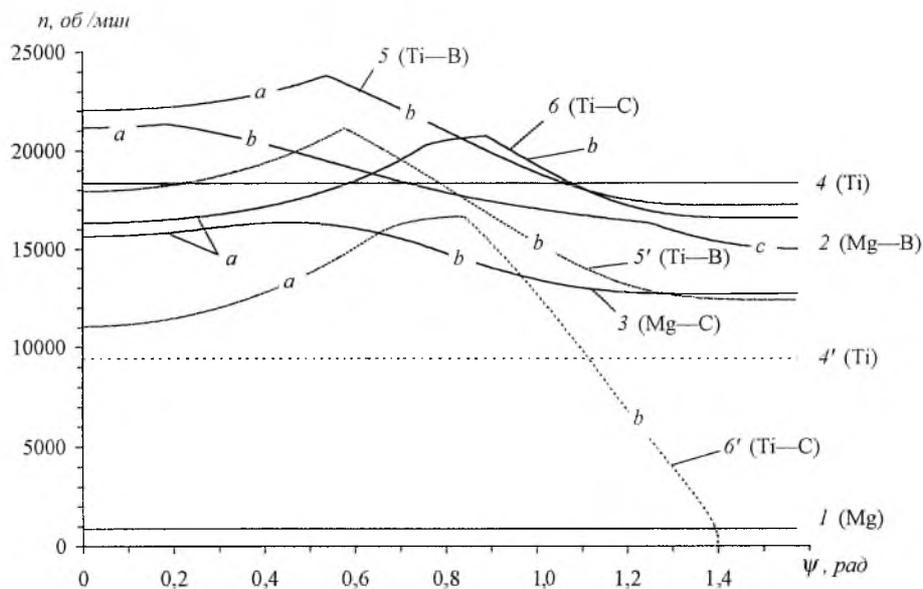


Рис. 2. Зависимость предельного значения оборотов диска  $n$  от угла армирования  $\psi$  по логарифмическим спиральям при нагреве. (Сплошные линии —  $\theta = 270^\circ\text{C}$ , штриховые —  $\theta = 700^\circ\text{C}$ .)

В изотропных дисках (на рис. 1, 2 прямые 1, 4, 4', 7, 8) пластические деформации возникают на внутреннем контуре. В армированных дисках с алюминиевой матрицей (кривые 9, 10) пластические деформации появляются при различных температурах на внутреннем контуре в связующем, в дисках из других металлокерамических композиций (кусочно-гладкие кривые 2, 3, 5, 6, 5', 6') механизмы разрушения различны и зависят от угла армирования  $\psi$  и температуры  $\theta$ . Сингулярным точкам (точкам излома кривых) соответствуют два механизма разрушения композиции, которые определяются гладкими участками кривых, примыкающими к этим точкам.

С повышением  $\theta$  несущая способность диска уменьшается, а сингулярные точки смещаются влево или вправо в зависимости от типа композиции (ср. кривые с одинаковыми номерами на рис. 1, 2). Значения температуры  $\theta$ , при которых полностью исчерпывается несущая способность дисков ( $n(\theta) = 0$ ), также приведены в табл. 3. Кроме того, с изменением  $\theta$  изменяются и механизмы разрушения дисков. Так, кривой 2 на рис. 1 соответствует разрушение связующего в разных точках диска (сингулярные точки на этой кривой визуально не заметны), а на кривой 2 (рис. 2) появляется участок 2,а, которому соответствует разрушение арматуры на внутреннем контуре диска; участки 2,б и 2,с соответствуют появлению пластических деформаций в связующем на внутреннем и внешнем контурах диска соответственно (здесь отчетливо наблюдается наличие сингулярных точек).

Анализ кривых (рис. 1, 2) и значений, приведенных в табл. 3, показывает, что диски из стали ЭИ69 наиболее тяжелы и в пределах упругости обладают низкой несущей способностью, которая быстро исчерпывается с повышением температуры; в “горячей” части газовой турбины целесообраз-

но использовать диски с титановым связующим, при этом армированные титановые диски при определенных углах армирования имеют большую несущую способность и меньший вес, чем изотропные диски из титана (ср. кривые 4, 5, 6 на рис. 1, 2); в “холодных” и “теплых” частях турбины ( $0 \leq \theta < 300^\circ\text{C}$ ) целесообразно использовать диски с магниевым связующим, которые имеют малый вес и достаточно высокую несущую способность в указанном диапазоне температур; несущая способность дисков с алюминиевым связующим резко уменьшается даже при небольшом повышении температуры. Точки максимумов на рис. 1, 2 соответствуют рациональным проектам армирования, при которых несущая способность дисков максимальна. Так, для дисков с алюминиевым связующим рациональной является радиально армированная структура ( $\psi = 0$ ), для дисков с магниевым и титановым связующим – проекты со спиральными структурами армирования, причем углы армирования определяются значениями  $\psi = \psi_{\max}$ , соответствующими максимумам на кривых 2, 3, 5, 6 (рис. 1, 2), положения которых зависят от температуры.

Следует отметить, что кривая  $b'$  на рис. 2 получена не при всех  $0 \leq \psi < \pi/2$ . Это объясняется тем, что при  $\psi_0 < \psi < \pi/2$  ( $\psi_0 \approx 1,4$ ) в (33)  $\omega_m^+ < 0$ ; с повышением  $\theta$  значение  $\psi_0$  уменьшается, и при некотором  $\theta = \theta_{\max}$  кривая  $b'$  вырождается в точку на оси абсцисс, несущая способность диска при этом полностью исчерпывается за счет теплового воздействия.

С технологической точки зрения особый интерес вызывают осесимметричные прямолинейные структуры армирования, в которых волокна двух семейств укладываются радиально-симметрично ( $\psi_1(r) = -\psi_2(r)$ ) с одинаковой интенсивностью ( $\Omega_1(r) = \Omega_2(r)$ ) по прямолинейным траекториям

$$r \sin \psi_k(r) = r_0 \sin \psi_{0k} = -(-1)^k R = \text{const}, \quad \psi_{0k} = \psi_k(r_0), \quad k = 1, 2 \quad (36)$$

и которые наиболее просто реализуются на практике ( $R$  – расстояние от точки начала отсчета до прямолинейной траектории).

На рис. 3 сплошными линиями изображены зависимости  $n(\psi_{01})$  при  $\theta = 0^\circ\text{C}$ , штриховыми – при  $\theta = 700^\circ\text{C}$ , причем интенсивности армирования на внутреннем контуре  $\Omega_{01}(\psi_{01}) = \Omega_{02}(\psi_{01})$  выбирались так, чтобы выполнялись ограничения (13) и диски имели прежний общий расход арматуры  $V_a$  и прежнюю массу (табл. 3). Поскольку рассматриваемый класс структур является частным случаем спирального армирования ( $\psi_k(r) \neq \text{const}$ ), то механизмы разрушения армированных дисков, соответствующие кривым на рис. 3, такие же, как и на рис. 1, 2. Из рис. 3 видно, что с повышением температуры, как и прежде, несущая способность дисков уменьшается (ср. кривые 5, 6 с 5', 6'), но на кривых 4–6, 5', 6', в отличие от армирования по логарифмическим спиральям (рис. 1, 2), появляются участки, близкие к горизонтальным. Следовательно, изменение  $\psi_{01}$  на этих участках практически не влияет на несущую способность дисков, а значит, соответствующие рациональные проекты (и близкие к ним) можно получить в достаточно широком диапазоне варьирования  $\psi_{01}$ , а не только в сингулярных

точках, как на рис. 1, 2. Для кривых 1–3 (рис. 3) рациональными будут проекты с радиальной структурой армирования ( $\psi_{01} = 0$ ), для кривых 4–6 – это лишь один из совокупности рациональных проектов. (Отметим, что в настоящем исследовании рассматривается лишь установившийся режим вращения диска, когда инерционные силы в окружном направлении отсутствуют. При этом из всех прямолинейных структур армирования радиально армированная структура является лучшей или одной из лучших. Если же наряду с этим учитывать режимы разгона и торможения диска, то более эффективными могут оказаться и другие структуры – при  $\psi_{01} > 0$ .)

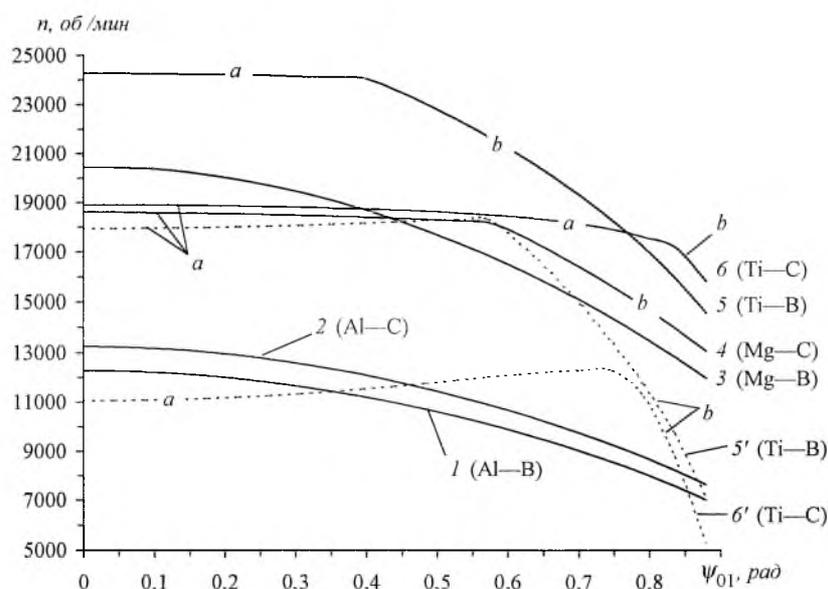


Рис. 3. Зависимость предельного значения оборотов диска  $n$  от угла армирования  $\psi_{01}$  по прямолинейным траекториям.

Кривым 1–3 (рис. 3) соответствует появление пластических деформаций в связующем, в частности на внутреннем контуре диска, где окружная деформация  $\varepsilon_2$  в силу граничного условия (11) равна нулю, а в радиальном направлении имеет место растяжение ( $\varepsilon_1 > 0$ ). Поэтому если удастся поджать материал связующего в окрестности внутреннего контура, то можно повысить несущую способность диска. В таком случае, как правило, вместо граничного условия (11) используют условие натяга диска на вал [2], однако для армированных дисков наряду с этим можно использовать прямолинейные структуры армирования (36) с предварительно напряженной (растянутой) арматурой. При этом в силу (6), (36) выражения в фигурных скобках в (14), (23) тождественно равны нулю.

На рис. 4 приведены зависимости  $n(\psi_{01})$  при  $\theta = 0^\circ\text{C}$  и напряжении предварительного натяжения волокон  $\sigma_k^0 = 0,2\sigma_B = \text{const}$  ( $k = 1, 2$ ), где значения  $\sigma_B$  для различных волокон сведены в табл. 2. Сопоставление кривых на рис. 3, 4 свидетельствует о том, что при использовании предварительно растянутой арматуры несущая способность дисков из композиций Al–B,

Al-C, Mg-B повышается, в то время как несущая способность дисков из остальных композиций понижается. Последний факт объясняется тем, что горизонтальным (рациональным) участкам кривых 4-6 на рис. 3 ( $\sigma_k^0 = 0$ ) соответствует разрушение волокон от растяжения, поэтому при предварительном натяжении этих волокон ( $\sigma_k^0 > 0$ ) их разрушение происходит при меньшей угловой скорости. Отметим, что кривая  $I'$  на рис. 4 соответствует появлению "нижней" ветви решения обратной задачи (33):  $\omega_m^- > 0$ , поэтому, как уже отмечалось ранее, диск из композиции Al-B нецелесообразно армировать при  $\psi_{01} > 0,75$ , так как в случае остановки диска ( $n = 0$ ) в связующем возникают пластические деформации вследствие предварительного натяжения волокон. Расчеты показали, что использование предварительно растянутых волокон ( $\sigma_k^0 = z\sigma_b$ ) в дисках с радиально армированными структурами ( $\psi = 0$ ) при  $\theta = 0^\circ\text{C}$  позволяет повысить количество оборотов  $n(z)$  для композиции Al-B с  $n(0) = 12276$  до  $n(0,35) = 16895$ , для Al-C с  $n(0) = 13252$  до  $n(0,5) = 17300$ , для Mg-B с  $n(0) = 20430$  до  $n(0,25) = 22834$ ; для других композиций зависимость  $n(z)$  является убывающей при  $0 \leq z \leq 1$ . (Подчеркнем, что при использовании предварительно растянутой арматуры необходимо исследовать, кроме того, и потерю устойчивости формы диска, но этот вопрос выходит за рамки настоящей работы.)

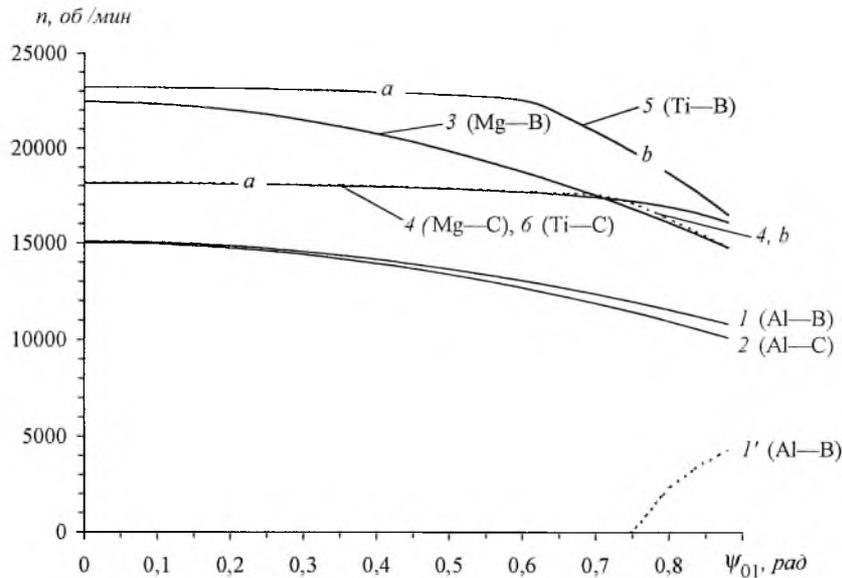


Рис. 4. Зависимость предельного значения оборотов диска  $n$  от угла армирования  $\psi_{01}$  по прямолинейным траекториям при предварительном натяжении волокон.

На практике часто используются квазиизотропные структуры армирования ( $\psi_k = (k-1)\pi / N$ ,  $\Omega_k = \Omega_1 = \text{const}$ ,  $k = 1, 2, \dots, N$ ,  $N = 3, 4, \dots$ ). На рис. 5 приведены зависимости  $n(\Omega)$  ( $\Omega = \sum_k \Omega_k$  — суммарная интенсивность армирования) для квазиизотропных армированных дисков при  $\theta = 0^\circ\text{C}$ .

Видно, что несущая способность таких дисков ниже, чем радиально армированных дисков (рис. 1,  $\psi = 0$ ), хотя при  $\Omega > 0,283$  общий расход арматуры  $V_a$  в первом случае больше, чем во втором. Следовательно, использование квазиизотропных структур армирования малоэффективно в конструкциях типа вращающихся дисков.

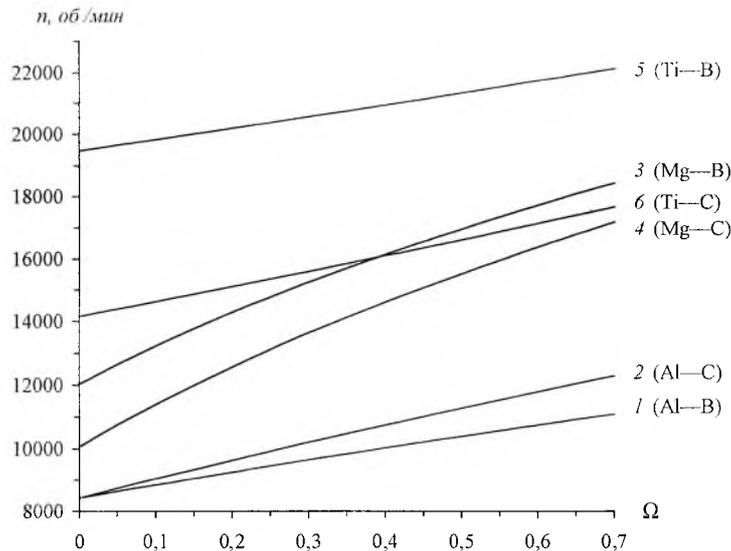


Рис. 5. Зависимость предельного значения оборотов  $n$  квазиоднородно армированного диска от суммарной интенсивности армирования  $\Omega$ .

Рассмотрим диски с радиально-окружной структурой армирования: первое семейство волокон уложено по радиальным направлениям ( $\psi_1 = 0$ ) с интенсивностью на внутреннем контуре  $\Omega_{01} = 0,35$ , второе – по окружным ( $\psi_2 = \pi/2$ ) с интенсивностью  $\Omega_2(r)$ , линейно изменяющейся от значения  $\Omega_{02}$  на внутреннем контуре до  $\Omega_{12}$  ( $\Omega_{12} = \Omega_2(r)$ ) на внешнем, при этом значения  $\Omega_{02}, \Omega_{12}$  связаны условием равенства общего расхода арматуры обоих семейств  $V_1 = V_2$  (34) и ограничены условиями (13), ввиду чего масса дисков определяется значениями, представленными в табл. 3, один из параметров  $\Omega_{02}, \Omega_{12}$  – свободный. Расчеты показали, что зависимости  $n(\Omega_{12})$  для различных композиций возрастают по закону, близкому к линейному. А значит, в силу такого распределения  $\Omega_2(r)$  чем больше концентрация высокомодульной арматуры окружного семейства в окрестности внешнего контура, тем больше несущая способность диска. Этот факт подтверждается следующими соображениями: если бы удалось создать диск с абсолютно жестким ободом, то такой обод, не деформируясь, полностью воспринимал бы реакцию лопаток и препятствовал бы деформации полотна диска, существенно повышая несущую способность последнего. Роль такого обода как раз и играет концентрация волокон окружного семейства в окрестности внешнего контура диска.

Поскольку объемная плотность титана больше плотности борных и углеродных волокон (табл. 1, 2), то возникает вопрос: нельзя ли увеличить несущую способность дисков из соответствующих композиций за счет по-

вышения содержания волокон и тем самым уменьшения массы диска. С этой целью рассмотрены радиально-окружные структуры армирования с интенсивностью окружного семейства, заданной по закону  $\Omega_2(r) = \Omega_{01} - \Omega_1(r)$  ( $\Omega_1(r) = r_0 \Omega_{01} / r$ ), при этом суммарная интенсивность армирования  $\Omega = \Omega_1 + \Omega_2 = \Omega_{01} = \text{const}$ . На рис. 6 приведены зависимости  $n(\Omega)$  для таких структур армирования при  $\theta = 0^\circ\text{C}$ , причем при одинаковых значениях  $\Omega$  на рис. 5, 6 общий расход арматуры в соответствующих конструкциях одинаков. Сопоставление рис. 5 и 6 показывает, что при одинаковом расходе арматуры несущая способность дисков с радиально-окружной структурой армирования выше, чем с квазиизотропной. Кроме того, как и предполагалось, удалось повысить несущую способность диска из композиции Ti-B по сравнению со спиральными и прямолинейными структурами армирования (ср. сингулярные точки на кривых 5 рис. 1, 2, 6), причем на кривой 5 (рис. 6) появляется участок 5,b, которому соответствует возникновение пластических деформаций в связующем, а значит, при  $\Omega > 0,62$  несущую способность такого диска, возможно, удастся повысить за счет предварительного натяжения арматуры радиального семейства. Для других типов композиций (кривые 1-4, 6) использование радиально-окружной структуры армирования не привело к увеличению несущей способности по сравнению с дисками со спиральным армированием (рис. 1, 3), хотя при  $\Omega > 0,283$  общий расход арматуры в первом случае больше, чем во втором.

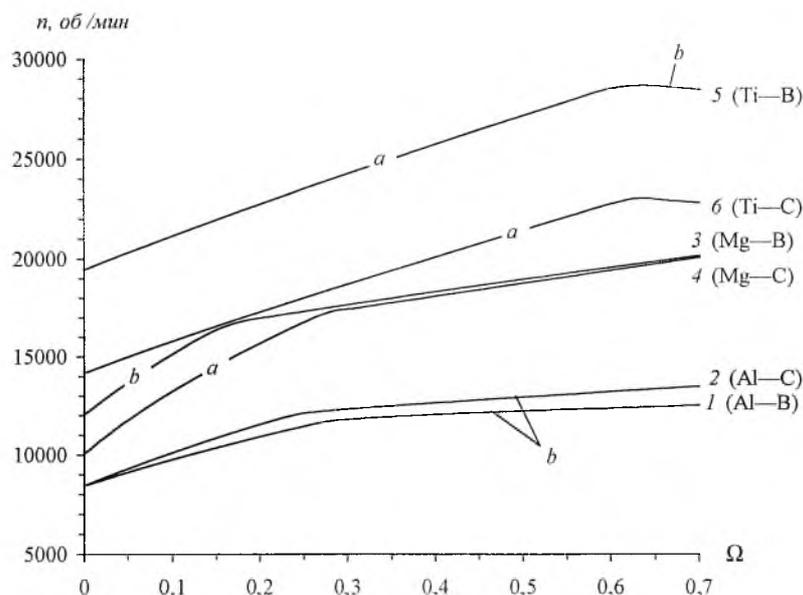


Рис. 6. Зависимость предельного значения оборотов  $n$  квазиоднородно армированного диска от суммарной интенсивности армирования  $\Omega$  при радиально-окружной укладке волокон.

Таким образом, полученные результаты показывают, что тепловое воздействие существенно снижает несущую способность вращающихся дисков, причем в “горячих” частях турбины целесообразно использовать композиции с титановым связующим, а в “холодных” частях — с магниевым;

квазиизотропные структуры армирования, наиболее часто применяемые на практике, малоэффективны при работе вращающихся дисков, а варьирование осесимметричных структур армирования значительно изменяет несущую способность конструкции, причем для проектировщиков дисков газовых турбин с целью повышения эффективности работы последних можно рекомендовать использование радиально-окружной структуры армирования с предварительно растянутой арматурой радиального семейства и с арматурой окружного семейства, сконцентрированной в окрестности внешнего контура диска. (Так, для титанового диска, армированного монокристаллическими графитовыми волокнами, со структурой армирования того же типа, что и в последнем примере, за счет предварительного натяжения волокон радиального семейства удалось получить  $n = 54210$  об/мин при  $\theta = 0^\circ\text{C}$  и  $n = 38900$  об/мин при  $\theta = 1000^\circ\text{C}$ .)

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант 99-01-00549).

## Резюме

Сформульовано пряму задачу розрахунку термопружних тришарових армованих дисків, що обертаються. На основі прямої задачі і критерію міцності субструктурних елементів диска поставлено обернену задачу визначення несучої здатності конструкції при заданих формі профілю диска та структурі армування несучого шару. Наведено результати розрахунків несучої здатності дисків фіксованої геометрії, які виготовлено з різних металокерамічних композицій з різною структурою армування. Показано, що ізотропні сталеві і квазіізотропні армовані диски, котрі найчастіше зустрічаються на практиці, малоефективні порівняно зі спірално армованими конструкціями, на множині яких раціонально виконувати цільову оптимізацію.

1. Пономарев С. Д. и др. Расчеты на прочность в машиностроении. – М.: Гос. науч.-техн. изд-во машиностроит. лит., 1959. – Т. III. – 1120 с.
2. Биргер И. А., Демьянушко И. В. Расчет на прочность вращающихся дисков. – М.: Машиностроение, 1978. – 247 с.
3. Биргер И. А. и др. Конструкционная прочность материалов и деталей газотурбинных двигателей. – М.: Машиностроение, 1981. – 222 с.
4. Моорлат П. А., Портнов Г. Г. Анализ энергоемкости хордовых маховиков // Механика композитных материалов. – 1985. – № 5. – С. 881 – 887.
5. Портнов Г. Г., Кулаков В. Л. Удельная массовая энергоемкость дисковых маховиков из композитов // Там же. – 1980. – № 5. – С. 888 – 894.
6. Ромашов Ю. П., Черевачкий С. В. Проектирование маховиков, изготовленных из волокнистых материалов // Пробл. прочности. – 1983. – № 4. – С. 13 – 17.
7. Немировский Ю. В., Резников Б. С. Прочность элементов конструкций из композитных материалов. – Новосибирск: Наука, 1986. – 168 с.

8. *Ванин Г. А.* Микромеханика композитных материалов. – Киев: Наук. думка, 1985. – 304 с.
9. *Малмейстер А. К., Тамуж В. П., Тетерс Г. А.* Сопротивление жестких полимерных материалов. – Рига: Зинатне, 1967. – 398 с.
10. *Бушманов С. Б., Немировский Ю. В.* Проектирование пластин, армированных равнонапряженными волокнами постоянного поперечного сечения // Механика композитных материалов. – 1983. – № 2. – С. 278 – 284.
11. *Немировский Ю. В., Янковский А. П.* Теплопроводность волокнистых оболочек // Теплофизика и аэромеханика. – 1998. – 5, № 2. – С. 215 – 235.
12. *Самарский А. А.* Теория разностных схем. – М.: Наука, 1989. – 616 с.
13. *Композиционные материалы.* Справочник. – Киев: Наук. думка, 1985. – 592 с.

Поступила 18. 05. 2000