

## Прогнозирование трещиностойкости при вязком разрушении корпусных реакторных сталей, подвергнутых нейтронному облучению. Сообщение 1

Б. З. Марголин, В. И. Костылев

ЦНИИКМ “Прометей”, Санкт-Петербург, Россия

*Рассмотрены теоретические основы моделирования влияния нейтронного облучения на уровень верхнего шельфа зависимости  $K_{Ic}(T)$ . При моделировании используются локальный критерий и модель вязкого разрушения, предложенные авторами ранее. Дана физическая интерпретация влияния облучения на механизмы, контролирующие вязкое разрушение. Определены параметры модели, чувствительные к нейтронному облучению.*

**Ключевые слова:** трещиностойкость, вязкое разрушение, моделирование, нейтронное облучение.

**Введение.** Вязкое разрушение корпусных реакторных сталей, как известно, происходит по механизму, который включает зарождение пор на неметаллических включениях и грубых карбидах, их рост и разрушение перемычек между порами [1–5]. Многочисленные экспериментальные исследования показали, что в результате нейтронного облучения снижается не только сопротивление материала хрупкому разрушению, но и пластичность материала. В частности, в работе [6] установлено, что облучение приводит к снижению критической деформации при разрыве гладких цилиндрических образцов, в [7, 8] представлены экспериментальные данные по снижению верхнего шельфа температурных зависимостей ударной вязкости  $KCV(T)$ , в [9, 10] – экспериментальные данные по влиянию облучения на верхний шельф температурных зависимостей трещиностойкости  $K_{Ic}(T)$ . Следует отметить, что принятые в настоящее время программы образцов-свидетелей включают облучение и испытания маломасштабных образцов двух типов: цилиндрических гладких образцов и образцов Шарпи. Оценка уровня верхнего шельфа  $K_{Ic}^{ductile}$  зависимости  $K_{Ic}(T)$  при облучении обычно базируется на установлении корреляционных зависимостей между величиной ударной вязкости на верхнем шельфе (USE) кривой  $KCV(T)$  и величиной  $K_{Ic}^{ductile}$ . В большинстве случаев эти зависимости основаны на эмпирических соотношениях [7]. В последнее время появились работы, в которых предпринимаются попытки установить взаимосвязь между USE и  $K_{Ic}^{ductile}$  на основе моделей, описывающих эволюцию пор и вязкое разрушение материала [11–13]. В частности, в работе [14] с помощью этих моделей и экспериментов на ударную вязкость проведена оценка  $K_{Ic}^{ductile}$  применительно к стали А508. Следует отметить, что практическое использование моделей [11–13] является весьма сложным, так как они включают большое количество подгоночных параметров.

Ранее [15] предложена модель вязкого разрушения, происходящего по кавитационному механизму, которая позволяет прогнозировать вязкое разрушение материалов в условиях трехосного напряженного состояния, изменяющегося в процессе нагружения. Используемый в модели локальный критерий вязкого разрушения сформулирован как критерий пластического коллапса некоторого элементарного объема материала с микропорами. С помощью модели можно адекватно прогнозировать уровень верхнего шельфа зависимости  $K_{Ic}(T)$  для корпусных реакторных сталей в исходном (необлученном) состоянии [16–18].

Цель настоящей работы – разработка метода прогнозирования уровня верхнего шельфа температурных зависимостей трещиностойкости  $K_{Ic}(T)$  для корпусных реакторных сталей, подвергнутых нейтронному облучению. Прогнозирование уровня верхнего шельфа кривой  $K_{Ic}(T)$  базируется на модели вязкого разрушения [15] и приближенном аналитическом решении, описывающем напряженно-деформированное состояние (НДС) у вершины трещины [18, 19].

**1. Модель вязкого разрушения.** Следуя работе [15], в этом разделе рассматривается модель вязкого разрушения, которая далее будет использоваться для прогнозирования верхнего шельфа кривой  $K_{Ic}(T)$ .

**1.1. Локальный критерий вязкого разрушения.** В модели вязкого разрушения в качестве локального критерия вязкого разрушения используется критерий пластического коллапса для элементарной ячейки [15].

Поликристаллический материал представляется как совокупность элементарных ячеек со следующими свойствами. Механические свойства ячейки принимаются такие же, как осредненные механические характеристики материала, полученные на стандартных образцах. При анализе эволюции пор в зерне элементарная ячейка выбирается как куб с размером  $\rho_{uc}$ , который не меньше среднего размера зерна поликристаллического материала.

Критерий пластического коллапса элементарной ячейки формулируется как следующее условие [15]:

$$\frac{dF_{eq}}{d\kappa} = 0, \quad (1)$$

где  $F_{eq} = \sigma_{eq}(1 - S_{\Sigma})$ ;  $S_{\Sigma}$  – относительная площадь пор, т.е. площадь пор на единицу площади поперечного сечения элементарной ячейки;  $\sigma_{eq} = \sqrt{(3/2)(\sigma_{ij} - \delta_{ij}\sigma_m)(\sigma_{ij} - \delta_{ij}\sigma_m)}$  – интенсивность напряжений;  $\sigma_m = \sigma_{ii} / 3$  – гидростатическая компонента напряжений;  $\kappa = \int d\varepsilon_{eq}^p$  – параметр Одквиста;  $d\varepsilon_{eq}^p$  – интенсивность приращений пластической деформации. Иными словами,  $F_{eq}$  есть напряжение в конгломерате из матрицы и пор, а величина  $\sigma_{eq}$  – напряжение в матрице материала. Значение  $S_{\Sigma}$  вычисляется по уравнениям зарождения и роста пор, приведенным ниже.

Критерий вязкого разрушения удобно представлять в виде

$$\kappa = \varepsilon_f, \quad (2)$$

где  $\varepsilon_f$  – критическая деформация вязкого разрушения. С помощью критерия пластического коллапса (1) значение  $\varepsilon_f$  вычисляется как

$$\varepsilon_f = \kappa \left| \frac{dF_{eq}}{d\kappa} \right|_{=0}, \quad (3)$$

т.е. критическая деформация  $\varepsilon_f$  – это деформация, при которой выполняется условие (1).

**1.2. Уравнения зарождения и роста пор.** В конструкционных материалах зарождение пор в основном происходит на включениях и крупных карбидах [3] и во многих случаях может быть описано уравнением [2, 15]

$$\rho_s = \rho_f [1 - \exp(-A_\rho(\kappa - \kappa_0))], \quad (4)$$

где  $\rho_s$  – концентрация пор, т.е. количество пор на единицу площади недеформированного материала;  $\rho_f$  – максимальное число мест зарождения пор на единицу площади недеформированного материала;  $\kappa_0$  – значение  $\kappa$ , при котором начинается зарождение пор, т.е. при  $\kappa < \kappa_0$  поры не зарождаются;  $A_\rho$  – константа материала. Дифференцируя (4) относительно  $\kappa$ , получаем

$$\beta_\varepsilon^s \equiv \frac{d\rho_s}{d\kappa} = \rho_f A_\rho \exp[-A_\rho(\kappa - \kappa_0)]. \quad (5)$$

Ниже будем использовать объемную плотность пор  $\rho_V$ , т.е. количество пор на единицу объема недеформированного материала. Предполагая, что поры распределены в материале однородно, для среднего расстояния между ними получим  $b = 1/\sqrt{\rho_s}$ . Тогда для  $\rho_V$  имеем

$$\rho_V = \frac{1}{b^3} \rho_s^{3/2} \quad (6)$$

и

$$\beta_\varepsilon^V = \frac{d\rho_V}{d\kappa} = \frac{3}{2} \sqrt{\rho_s} \beta_\varepsilon^s. \quad (7)$$

Рост одиночной сферической поры за счет пластической деформации при трехосном напряженном состоянии описывается уравнением Райса-Трейси [20]

$$\frac{dR}{R} = \alpha d\kappa, \quad (8)$$

где  $\alpha = k_1 \exp\left(k_2 \frac{\sigma_m}{\sigma_{eq}}\right)$ ;  $k_1 = 0,28$ ;  $k_2 = 1,5$ ;  $R$  – радиус поры.

Из (8) следует

$$dS^{gr} = 2\alpha S dk; \quad (9)$$

$$dV^{gr} = 3\alpha V dk, \quad (10)$$

где  $dS^{gr}$  – приращение площади пор, вызванное ростом последних и отнесенное к единице площади недеформированного материала;  $dV^{gr}$  – приращение объема пор, вызванное ростом последних и отнесенное к единице объема недеформированного материала;  $S$  и  $V$  – соответственно площадь и объем пор, отнесенные к единице площади и объема недеформированного материала.

С использованием уравнений (5), (7), (9) и (10) получим

$$dS = dS^{gr} + dS^{nuc} = [2\alpha S + s_0 \beta_\varepsilon^s] dk; \quad (11)$$

$$dV = dV^{gr} + dV^{nuc} = [3\alpha S + v_0 \beta_\varepsilon^V] dk, \quad (12)$$

где  $s_0$  и  $v_0$  – площадь и объем зародышевой поры.

Предположим, что радиус зародышевой поры равен радиусу включения. Тогда в момент зарождения поры плотность материала не изменяется, и с учетом уравнения (10) объемная пластическая деформация может быть вычислена из закона сохранения массы:

$$d\varepsilon_m^p = \frac{dV^{gr}}{3(1+V_\rho)} = \alpha \frac{f}{1-(1-f)\rho_V v_0} dk, \quad (13)$$

где  $V_\rho = V - \rho_V v_0$ ;  $f$  – объемная доля пор,

$$f \equiv \frac{V}{1+V}. \quad (14)$$

Учитывая, что при пластическом деформировании единичный объем материала увеличивается на величину  $V_\rho$ , получаем

$$S_\Sigma = \frac{S}{(1+V_\rho)^{2/3}}. \quad (15)$$

**1.3. Анализ пластического коллапса элементарной ячейки.** Параметр  $dF_{eq} / dk$  в уравнении (1) представим в виде

$$\frac{dF_{eq}}{dk} = (1 - S_\Sigma) \frac{d\sigma_{eq}}{dk} - \sigma_{eq} \frac{dS_\Sigma}{dk}. \quad (16)$$

Определим параметры в уравнении (16). Кривую деформирования будем аппроксимировать уравнением

$$\sigma_{eq} = \sigma_Y + A_0 \kappa^n, \quad (17)$$

где  $\sigma_Y$  – предел текучести,  $A_0$  и  $n$  – константы материала. Член  $d\sigma_{eq} / d\kappa$  в (16) можно записать в виде

$$\frac{d\sigma_{eq}}{d\kappa} = A_0 n \kappa^{n-1}. \quad (18)$$

Из формул (11) и (15) следует

$$\frac{dS}{d\kappa} = 2\alpha S + s_0 \beta_\varepsilon^s \quad (19)$$

или с учетом увеличения единичного объема материала –

$$\frac{dS_\Sigma}{d\kappa} = 2\alpha S_\Sigma + \frac{s_0 \beta_\varepsilon^s}{(1+V_\rho)^{2/3}}. \quad (20)$$

Подставляя формулы (17), (18) и (20) в (16), получаем

$$\frac{dF_{eq}}{d\kappa} = (1 - S_\Sigma) A_0 n \kappa^{n-1} - (\sigma_Y + A_0 \kappa^n) \left( 2\alpha S_\Sigma + \frac{s_0 \beta_\varepsilon^s}{(1+V_\rho)^{2/3}} \right). \quad (21)$$

Таким образом, зависимость  $\frac{dF_{eq}}{d\kappa}(\kappa)$  вычисляется по (21) с помощью формул (5)–(15) при известной зависимости  $\frac{\sigma_m}{\sigma_{eq}}(\kappa)$ . Далее, решая уравнение (1), определяется критическая деформация  $\varepsilon_f$  согласно условию (3).

Отметим, что определить  $\varepsilon_f$  можно только при известной зависимости  $\frac{\sigma_m}{\sigma_{eq}}(\kappa)$ , которая вычисляется после расчета НДС. В общем случае расчет

НДС для среды с порами необходимо проводить, решая связную задачу, т.е. учитывая взаимное влияние пор и НДС. Решение связной задачи возможно, как правило, только численными методами (например, методом конечных элементов). Если влияние пор на НДС невелико, можно использовать более простой путь, когда расчет зависимости проводится без учета влияния пор на НДС. В этом случае НДС рассчитывается аналитическими методами.

В настоящее время при использовании теории течения для среды с порами обычно применяются пластические потенциалы Гурсона [11], Твергарда–Нидлемана [12], Россилье [13]. Как уже отмечалось, применение указанных потенциалов требует знания большого количества эмпирических параметров. Кроме того, согласно пластическим потенциалам [11–13], пластическая деформация происходит даже при гидростатическом нагружении (в отсутствие сдвиговых напряжений). Это свидетельствует о проблематичности использования потенциалов [11–13] для конструкционных материалов. Действительно, экспериментальные данные [21, 22] показывают, что гидростатическое нагружение приводит к изменению плотности конструкционных материалов, только если сдвиговая компонента тензора напряжений не равна нулю, в противном случае плотность не изменяется. В то же время отметим, что для пористых материалов такая особенность пластического деформирования действительно имеет место [23].

Определяющие уравнения теории течения для среды с порами могут быть сформулированы другим путем (без введения специальных пластических потенциалов) – на основе концепции эффективных напряжений Качанова [24]. В работах [25, 26] представлены определяющие уравнения связной задачи для среды с порами, которые получены именно таким путем и которые хорошо описывают поведение конструкционных материалов.

Таким образом, чтобы использовать модель вязкого разрушения, представленную в разделе 1, необходимо знать следующие параметры:  $\sigma_Y, A_0, n, \rho_f, \kappa_0$  и  $A_\rho$ . Параметры  $\sigma_Y, A_0$  и  $n$  получают при испытаниях гладких цилиндрических образцов на разрыв. Параметры  $\rho_f$  и  $\kappa_0$  могут быть получены в результате металлографических и фрактографических исследований. Параметр  $A_\rho$  может быть определен на основе знания критической деформации вязкого разрушения  $\varepsilon_f$  при испытаниях гладких цилиндрических образцов на разрыв. Заметим, что все три параметра  $\rho_f, A_\rho$  и  $\kappa_0$  могут быть определены по величине  $\varepsilon_f$ , полученной для различных значений трехосности напряженного состояния  $\sigma_m / \sigma_{eq}$ . Значения  $\varepsilon_f$  получают при испытаниях цилиндрических образцов с круговым надрезом различного радиуса [27].

**2. Моделирование влияния облучения на вязкое разрушение.** В настоящем разделе рассматривается влияние нейтронного облучения на параметры, контролирующие вязкое разрушение корпусных реакторных сталей.

**2.1. Влияние облучения на параметры, контролирующие пластическое деформирование материала.** Выполненный ранее [19] обзор известных результатов экспериментальных исследований показал, что облучение практически не влияет на параметры деформационного упрочнения корпусных реакторных сталей и приводит к росту атермической (температурно-независимой) компоненты  $\sigma_{YG}$  предела текучести. Температурно-зависимая компонента  $\sigma_{Ys}$  предела текучести в процессе облучения не изменяется.

Таким образом, можно принять, что после облучения предел текучести материала увеличивается на одну и ту же величину, независимо от температуры испытаний. Параметры деформационного упрочнения материала  $A_0$  и  $n$  в уравнении (17) для облученной стали могут быть приняты такие же, как для исходного (необлученного) состояния.

**2.2. Влияние облучения на параметры, контролирующие зарождение пор.** Как известно, зарождение пор в корпусных реакторных сталях происходит путем отслоения неметаллических включений (например,  $MnS$ ,  $Al_2O_3$ ) [1, 2, 15] или грубых карбидов [3] от матрицы материала. Уравнение (4), описывающее зарождение пор, содержит три параметра: концентрацию мест зарождения пор (карбидов и включений)  $\rho_f$ , величину пластической деформации  $\kappa_0$ , при которой начинается зарождение пор, и константу материала  $A_\rho$ . Рассмотрим, какие из этих параметров наиболее чувствительны к облучению, а какие могут быть приняты такими же, как для необлученного состояния.

Концентрация мест зарождения пор  $\rho_f$  определяется плотностью неметаллических включений и грубых карбидов. Очевидно, что величина параметра  $\rho_f$  определяется металлургическими особенностями выплавки стали и не изменяется в процессе облучения.

Параметры  $A_\rho$  и  $\kappa_0$  в уравнении (4) контролируют сопротивление зарождению пор и тем самым определяют, какое их количество имеет место в материале при некоторой пластической деформации. Как следует из (4), чем меньше  $\kappa_0$  и больше  $A_\rho$ , тем большее количество пор зарождается в материале при одной и той же деформации  $\kappa$  и, следовательно, тем ниже сопротивление зарождению пор. Иными словами, для двух материалов с одинаковым значением параметра  $\rho_f$  при одном и том же значении пластической деформации количество пор будет больше в том материале, для которого величина  $\kappa_0$  меньше, а  $A_\rho$  больше.

Основные микроструктурные процессы, происходящие в облученной корпусной реакторной стали, подробно рассмотрены ранее [19]. Одним из таких процессов, как известно, является сегрегация фосфора на поверхностях карбидов и неметаллических включений. Такие сегрегации существенно снижают прочность связи “включение–матрица” и “карбид–матрица”, что приводит к уменьшению сопротивления материала зарождению пор.

Таким образом, становится ясно, что моделировать влияние облучения на процесс зарождения пор можно по крайней мере двумя способами: уменьшая  $\kappa_0$  или увеличивая  $A_\rho$ . Как будет показано ниже, для материала в исходном состоянии  $\kappa_0 \ll \varepsilon_f$ , поэтому при варьировании параметра  $\kappa_0$  величина критической деформации  $\varepsilon_f$  изменяется незначительно. Следовательно, моделировать влияние облучения посредством варьирования только параметра  $\kappa_0$ , по всей видимости, достаточно неэффективно. С другой стороны, параметр  $A_\rho$  оказывает значительное влияние на  $\varepsilon_f$ . Таким образом, моделировать влияние облучения на процесс зарождения пор целесообразно путем варьирования только одного параметра –  $A_\rho$ .

**2.3. Влияние облучения на параметры, контролирующие рост пор.** В уравнение роста пор (8) не входят параметры, зависящие от свойств материала, и входят только параметры НДС. Поэтому каких-либо физических особенностей роста пор в облученном материале не должно наблюдаться, нейтронное облучение может влиять на скорость роста пор только опосредованным путем – изменением зависимости  $\frac{\sigma_m}{\sigma_{eq}}(\kappa)$ .

**Заключение.** Рассмотрены теоретические основы моделирования вязкого разрушения корпусных реакторных сталей в исходном состоянии и после радиационного облучения. Исследовано влияние облучения на сопротивление материала пластическому деформированию и на процессы зарождения и роста пор. Показано, что облучение приводит к увеличению предела текучести материала и практически не изменяет его деформационное упрочнение; уменьшает сопротивление зарождению пор за счет снижения связи “включение–матрица” или “карбид–матрица”; не изменяет параметры, контролирующие рост пор. Таким образом, влияние облучения может моделироваться посредством увеличения предела текучести материала и параметра  $A_p$  в уравнении зарождения пор.

В сообщении 2, в частности, будет представлен метод определения параметра  $A_p$ , в котором используется величина критической деформации  $\varepsilon_f$  при вязком разрушении, получаемая при испытаниях гладких цилиндрических образцов на разрыв.

## Резюме

Розглянуто теоретичні основи моделювання впливу нейтронного опромінення на рівень верхнього шельфу залежності  $K_{Ic}(T)$ . При моделюванні використовуються запропоновані раніше авторами локальний критерій та модель в'язкого руйнування. Наведено фізичну інтерпретацію впливу опромінення на механізми, що контролюють в'язке руйнування. Визначено чутливі до нейтронного опромінення параметри моделі.

1. Beremin F. M. Cavity formation from inclusions in ductile fracture of A508 steel // Met. Trans. – 1981. – **12A** (5). – P. 723 – 731.
2. Curran D. R., Seaman L., and Shockey A. Microstructure and fracture dynamics // Shock Waves and High-Strain-Rate Phenomena in Metals / Eds. M. A. Meyers, L. E. Murr. – New York: Plenum Press, 1980. – P. 387 – 412.
3. Hippsley C. A. and Druce S. G. The influence of strength and phosphorus segregation on the ductile fracture mechanism in a Ni–Cr steel // Acta Met. – 1986. – **34**. – P. 1215 – 1227.
4. Zeislmaier H.-Chr. Factors effecting on fracture toughness // Werkstoffkunde Eisen und Stahl. Teil I: Grundlagen der Festigkeit, der Zähigkeit und des Bruchs. – Düsseldorf: Verlag Stahleisen mbH, 1983. – P. 332 – 369.
5. Knott J. F. Micromechanisms of fibrous crack extension in engineering alloys // Metal Sci. – 1980. – **14**. – P. 327 – 336.
6. Алексеенко Н. Н., Амаев А. Д., Горынин И. В., Николаев В. А. Радиационное повреждение стали корпусов водо-водяных реакторов. – М.: Энергоатомиздат, 1981. – 231 с.
7. Bush S. H. Structural materials for nuclear power plants // J. Testing Evaluation. – 1974. – **2**. – P. 435 – 462.
8. Hawthorne J. R. Radiation embrittlement // Embrittlement of Engineering Alloys. – New York: Academic Press, 1983.



9. *Havel R., Vacek M., and Brumovsky M.* Fracture properties of irradiated A533B, Cl.1, A508, Cl.3, and 15Ch2NMFAA reactor pressure vessels steel // Radiation Embrittlement of Nuclear Reactor Pressure Vessel Steels: An International Review (Fourth Volume), ASTM STP 1170. – 1993. – P. 163 – 171.
10. *Alexander D. J., Pawel J. E., Grossbeck M. L., et al.* Fracture toughness of irradiated candidate materials for iter first wall/blanket structures // Effects of Radiation on Materials: 17th Int. Symp., ASTM STP 1270. – 1996. – P. 945 – 970.
11. *Gurson A. L.* Continuum theory of ductile rupture by void nucleation and growth: Pt. 1. Yield criteria and flow rules for porous ductile media // J. Eng. Mater. Tech. – 1977. – **99**. – P. 2 – 13.
12. *Tvergaard V. and Needleman A.* Analysis of the cup-cone fracture in around tensile bar // Acta Met. – 1984. – **32**. – P. 157 – 169.
13. *Rousselier G.* Ductile fracture models and their potential in local approach of fracture // Nucl. Eng. Des. – 1987. – **105**. – P. 97 – 111.
14. *Schmitt W., Keim E., Nagel G., and Sun D. Z.* Application of local approach methods for nuclear installations // Trans. of the 14th Int. Conf. on SMIRT (Lyon, France). – 1997. – **4**. – P. 643 – 653.
15. *Margolin B. Z., Karzov G. P., Shvetsova V. A., and Kostylev V. I.* Modeling for transcristalline and intercrystalline fracture by void nucleation and growth // Fatigue Fract. Eng. Mater. Struct. – 1998. – **21**. – P. 123 – 137.
16. *Margolin B. Z., Karzov G. P., and Shvetsova V. A.* Brittle fracture of nuclear pressure vessel steels. Pt. II. Prediction of fracture toughness // J. Pres. Ves. Piping. – 1997. – **72**. – P. 89 – 96.
17. *Margolin B. Z., Gulenko A. G., and Shvetsova V. A.* Probabilistic model for fracture toughness prediction based on the new local fracture criteria // Ibid. – 1998. – **75**. – P. 307 – 320.
18. *Margolin B. Z., Gulenko A. G., and Shvetsova V. A.* Improved probabilistic model for fracture toughness prediction based for nuclear pressure vessel steels // Ibid. – P. 843 – 855.
19. *Марголин Б. З., Швецова В. А., Гуленко А. Г.* Прогнозирование трещиностойкости при хрупком разрушении корпусных реакторных сталей, подвергнутых нейтронному облучению. Сообщ. 1 // Пробл. прочности. – 2001. – № 2. – С. 5 – 19.
20. *Rice J. R. and Tracey D. M.* On the ductile enlargement of voids in triaxial stress fields // J. Mech. Phys. Solids. – 1969. – **17** (3). – P. 201 – 217.
21. *Coffin L. F. and Rogers H. C.* Influence of pressure on the structural damage in metal forming processes // J. Appl. Mech. – 1967. – **60** (4). – P. 672 – 686.
22. *Новожилов В. В., Кадашевич Ю. И.* Микронапряжения в конструкционных материалах. – Л.: Машиностроение, 1990. – 223 с.
23. *Herrman W.* Constitutive equation for the dynamic compaction of ductile porous materials // J. Appl. Mech. – 1969. – **40**. – P. 2490 – 2506.

24. Качанов Л. М. Основы теории пластичности. – М.: Наука, 1969. – 420 с.
25. Карзов Г. П., Марголин Б. З., Швецова В. А. Физико-механическое моделирование процессов разрушения. – СПб.: Политехника, 1993. – 391 с.
26. Margolin B. Z. and Kostylev V. I. Analysis for the validity of the  $J$ -integral for media with voids // Fatigue Fract. Eng. Mater. Struct. – 1999. – **22**. – P. 967 – 974.
27. Hancock J. W. and McKenzie A. C. On the mechanism of ductile failure in high-strength steel subjected to multi-axial stress state // J. Mech. Phys. Solids. – 1976. – **24**. – P. 147 – 159.

Поступила 24. 12. 99