

## Исследование процессов разрушения эластомерных конструкций в условиях нелинейного вязкоупругого деформирования

В. В. Киричевский, С. Н. Гребенюк

Запорожский государственный университет, Запорожье, Украина

*Предложена методика определения параметров механики разрушения, основанная на энергетическом методе J-интеграла при решении нелинейных задач вязкоупругости. На основе метода конечных элементов определены коэффициенты интенсивности нагружений и величина J-интеграла для эластомерных конструкций с трещинами в режиме релаксации напряжений и ползучести.*

В работах [1, 2] представлен большой объем экспериментальных исследований процессов разрушения эластомерных конструкций. В монографии А. А. Каминского и Д. А. Гаврилова [3] приведены результаты аналитических и экспериментальных исследований длительного разрушения полимерных материалов с докритическим ростом трещин при действии внешних нагрузок. Дж. Бойлом и Дж. Спенсом [4] рассмотрено большое количество простых и усложненных моделей установившейся и неустойчивой ползучести, учитывающих нестационарные явления при переменных нагрузках и температуре. Рассмотрены вопросы повреждения материала и разрушения конструкций при ползучести. Распространение трещины в резине при больших деформациях исследуется в [5]. Изучение процессов разрушения эластомерных конструкций с трещинами в условиях линейного и нелинейного упругого деформирования представлено ранее [6, 7]. В [8] рассматривалось вязкоупругое поведение ленты-струны просеивающей поверхности грохота и определены параметры механики разрушения в линейной постановке.

В данной работе, в отличие от [8], определены параметры механики разрушения в нелинейной постановке в режиме релаксации напряжений и ползучести. Для определения дополнительной нагрузки при решении задачи в нелинейной вязкоупругой постановке воспользуемся традиционным подходом построения разрешающих уравнений метода конечных элементов (МКЭ) на основе вариации полной потенциальной энергии системы:

$$\delta\Pi = \delta\tilde{W} - \delta A, \quad (1)$$

где  $\delta A$  – вариация работы распределенных объемных  $P^i$  и поверхностных  $F^i$  сил,

$$\delta A = \int_V \int \int P^i \delta u_i dV + \int_S \int F^i \delta u_i dS; \quad (2)$$

$\delta\tilde{W}$  – вариация внутренней энергии вязкоупругой деформации,

$$\delta\tilde{W} = \int_V \int \int \tilde{\sigma}^{ij} \delta\varepsilon_{ij} dV. \quad (3)$$

Выражение для тензора напряжений имеет вид [7]

$$\sigma^{ij} = 2\mu \left( g^{ki} g^{lj} \varepsilon_{kl}^{(n)} - \frac{1}{3} J_1^{(n)} g^{ij} \right) + B J_1^{(n)} g^{ij} + 2\mu \left( g^{ki} g^{lj} \varepsilon_{kl}^{(H)} - \frac{1}{3} J_1^{(H)} g^{ij} \right) + B \left( J_1^{(H)} + 2J_2 + 4J_3 - \frac{1}{2} J_1^2 - 2J_2^2 - 8J_3^2 - 2J_1 J_2 - 4J_1 J_3 - 8J_2 J_3 \right) g^{ij}, \quad (4)$$

где  $J_1, J_2, J_3$  – первый, второй и третий инварианты тензора деформаций;  $\mu$  – модуль сдвига;  $B$  – модуль объемного сжатия;  $g^{ij}$  – компоненты метрического тензора.

Тензор конечных деформаций в выражении (3) представим суммой:

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^{(n)} + \varepsilon_{ij}^{(H)}, \quad (5)$$

где  $\varepsilon_{ij}^{(n)} = \frac{1}{2} (C_j^{m'} u_{m',i} + C_i^{m'} u_{m',j})$  – линейная часть тензора деформаций;  $\varepsilon_{ij}^{(H)} = \frac{1}{2} u_{m',i} u_{m',j}$  – нелинейная часть тензора деформаций;  $C_i^{m'}$  – компоненты тензора преобразования координатных систем.

В предположении о релаксации сдвигового модуля  $\mu$  и отсутствии релаксации объемного  $B$  выражение (4) для вязкоупругого материала запишем в виде

$$\tilde{\sigma}^{ij} = 2\tilde{\mu} \left( g^{ki} g^{lj} \varepsilon_{kl}^{(n)} - \frac{1}{3} J_1^{(n)} g^{ij} \right) + B J_1^{(n)} g^{ij} + 2\tilde{\mu} \left( g^{ki} g^{lj} \varepsilon_{kl}^{(H)} - \frac{1}{3} J_1^{(H)} g^{ij} \right) + B \left( J_1^{(H)} + 2J_2 + 4J_3 - \frac{1}{2} J_1^2 - 2J_2^2 - 8J_3^2 - 2J_1 J_2 - 4J_1 J_3 - 8J_2 J_3 \right) g^{ij}, \quad (6)$$

где модуль сдвига  $\tilde{\mu}$  на основе наследственной теории Больцмана–Вольтерра определяется соотношением

$$\tilde{\mu}\varphi = \mu \left[ \varphi(t) - \int_0^t R(t-\tau)\varphi(\tau) d\tau \right], \quad (7)$$

где  $R(t-\tau)$  – разностное ядро релаксации эластомера.

Подставляя в выражение (6) соотношение (7), получаем

$$\sigma^{ij}(t) = 2\mu \left( g^{ki} g^{lj} \varepsilon_{kl}^{(n)}(t) - \frac{1}{3} J_1^{(n)}(t) g^{ij} - \right.$$

$$\begin{aligned}
 & - \int_0^t R(t-\tau) \left( g^{ki} g^{lj} \varepsilon_{kl}^{(n)}(\tau) - \frac{1}{3} J_1^{(n)}(\tau) g^{ij} \right) d\tau \Big) + B J_1^{(n)}(t) g^{ij} + \\
 & + 2\mu \left( g^{ki} g^{lj} \varepsilon_{kl}^{(n)}(t) - \frac{1}{3} J_1^{(n)}(t) g^{ij} - \int_0^t R(t-\tau) \left( g^{ki} g^{lj} \varepsilon_{kl}^{(n)}(\tau) - \frac{1}{3} J_1^{(n)}(\tau) g^{ij} \right) d\tau \right) + \\
 & + B g^{ij} \left( J_1^{(n)}(t) + 2J_2(t) + 4J_3(t) - \frac{1}{2} J_1^2(t) - 2J_2^2(t) - 8J_3^2(t) - \right. \\
 & \left. - 2J_1(t)J_2(t) - 4J_1(t)J_3(t) - 8J_2(t)J_3(t) \right). \tag{8}
 \end{aligned}$$

Полагая, что перемещения  $u(t)$  и деформации  $\varepsilon(t)$  изменяются линейно внутри каждого интервала времени, соотношение (8) представим в конечно-разностной форме:

$$\begin{aligned}
 \sigma^{ij}(t_n) = & 2\mu \left( g^{ki} g^{lj} \varepsilon_{kl}^{(n)}(t_n) - \frac{1}{3} J_1^{(n)}(t_n) g^{ij} + g^{ki} g^{lj} \varepsilon_{kl}^{(n)}(t_n) - \frac{1}{3} J_1^{(n)}(t_n) g^{ij} \right) + \\
 & + B J_1^{(n)}(t_n) g^{ij} - 2\mu \sum_{m=0}^{n-1} \left( \left( g^{ki} g^{lj} \varepsilon_{kl}^{(n)}(t_m) - \frac{1}{3} J_1^{(n)}(t_m) g^{ij} + \right. \right. \\
 & \left. \left. + g^{ki} g^{lj} \varepsilon_{kl}^{(n)}(t_m) - \frac{1}{3} J_1^{(n)}(t_m) g^{ij} \right) \int_{t_m}^{t_{m+1}} R(t-\tau) d\tau \right) + \\
 & + B g^{ij} \left( J_1^{(n)}(t_n) + 2J_2(t_n) + 4J_3(t_n) - \frac{1}{2} J_1^2(t_n) - 2J_2^2(t_n) - \right. \\
 & \left. - 8J_3^2(t_n) - 2J_1(t_n)J_2(t_n) - 4J_1(t_n)J_3(t_n) - 8J_2(t_n)J_3(t_n) \right). \tag{9}
 \end{aligned}$$

Составляющие выражения (9) обозначим следующим образом: линейная составляющая шаровой части тензора напряжений

$$\sigma_{S^{(n)}}^{ij}(t) = B J_1^{(n)}(t) g^{ij}; \tag{10}$$

нелинейная составляющая шаровой части тензора напряжений

$$\sigma_{S^{(n)}}^{ij}(t) = B g^{ij} \left( J_1^{(n)}(t) + 2J_2(t) + 4J_3(t) - \frac{1}{2} J_1^2(t) - 2J_2^2(t) - \right.$$

$$-8J_3^2(t) - 2J_1(t)J_2(t) - 4J_1(t)J_3(t) - 8J_2(t)J_3(t)\Big); \quad (11)$$

линейная составляющая девиаторной части тензора напряжений

$$\sigma_{D^{(n)}}^{ij}(t) = 2\mu \left( g^{ki} g^{lj} \varepsilon_{kl}^{(n)}(t) - \frac{1}{3} J_1^{(n)}(t) g^{ij} \right); \quad (12)$$

нелинейная составляющая девиаторной части тензора напряжений

$$\sigma_{D^{(n)}}^{ij}(t) = 2\mu \left( g^{ki} g^{lj} \varepsilon_{kl}^{(n)}(t) - \frac{1}{3} J_1^{(n)}(t) g^{ij} \right). \quad (13)$$

Тогда выражение (9) преобразуется так:

$$\begin{aligned} \sigma^{ij}(t_n) = & \sigma_{S^{(n)}}^{ij}(t_n) + \sigma_{S^{(n)}}^{ij}(t_n) + \sigma_{D^{(n)}}^{ij}(t_n) + \sigma_{D^{(n)}}^{ij}(t_n) - \\ & - \sum_{m=0}^{n-1} \left( \left( \sigma_{D^{(n)}}^{ij}(t_m) + \sigma_{D^{(n)}}^{ij}(t_m) \right) \int_{t_m}^{t_{m+1}} R(t-\tau) dt \right). \end{aligned} \quad (14)$$

Подставим компоненты тензора напряжений (14) в вариацию энергии деформации (1). В этом случае вариация полной потенциальной энергии деформирования имеет вид

$$\begin{aligned} \delta\Pi = & \int_V \int \left( \sigma_{S^{(n)}}^{ij}(t_n) + \sigma_{S^{(n)}}^{ij}(t_n) + \sigma_{D^{(n)}}^{ij}(t_n) + \sigma_{D^{(n)}}^{ij}(t_n) - \right. \\ & \left. - \sum_{m=0}^{n-1} \left( \left( \sigma_{D^{(n)}}^{ij}(t_m) + \sigma_{D^{(n)}}^{ij}(t_m) \right) R_m^* \right) \right) \delta(\varepsilon_{ij}^{(n)} + \varepsilon_{ij}^{(n)}) dV - \delta A, \end{aligned} \quad (15)$$

где

$$R_m^* = \int_{t_m}^{t_{m+1}} R(t-\tau) dt.$$

В выражении (15) выделим линейные составляющие вариации энергии упругой деформации, которые зависят от истории нагружения, но не зависят от закона изменения деформации во времени. Эти составляющие служат основой формирования матрицы жесткости конечного элемента для фиксированного момента времени  $t$ . Из выражения (15) можно записать, что

$$\int_V \int \left( \sigma_{S^{(n)}}^{ij}(t_n) + \sigma_{D^{(n)}}^{ij}(t_n) \right) \delta\varepsilon_{ij}^{(n)} = K^{ph}(t_n) u_p(t_n) \delta u_h. \quad (16)$$

Нелинейную часть в выражении (15) представим следующим образом:

$$\begin{aligned} & \iiint_V \left( \sigma_{S_{(n)}}^{ij}(t_n) + \sigma_{D_{(n)}}^{ij}(t_n) + \sigma_{S_{(n)}}^{ij}(t_n) + \sigma_{D_{(n)}}^{ij}(t_n) \right) \delta \varepsilon_{ij}^{(n)} dV + \\ & + \iiint_V \left( \sigma_{S_{(n)}}^{ij}(t_n) + \sigma_{D_{(n)}}^{ij}(t_n) \right) \delta \varepsilon_{ij}^{(n)} dV = N^{ph}(t_n) u_p(t_n) \delta u_h. \end{aligned} \quad (17)$$

Наследственная часть матрицы жесткости имеет вид

$$\begin{aligned} & \sum_{m=0}^{n-1} R_m^* \iiint_V \left( \left( \sigma_{D_{(n)}}^{ij}(t_m) + \sigma_{D_{(n)}}^{ij}(t_m) \right) \delta \varepsilon_{ij}^{(n)} + \right. \\ & \left. + \left( \sigma_{D_{(n)}}^{ij}(t_m) + \sigma_{D_{(n)}}^{ij}(t_m) \right) \delta \varepsilon_{ij}^{(n)} \right) dV = \\ & = \sum_{m=0}^{n-1} R_m^* \iiint_V \sigma_D^{ij}(t_m) \delta \varepsilon_{ij} dV = \sum_{m=0}^{n-1} R_m^* S^{ph}(t_m) u_p(t_m) \delta u_h. \end{aligned} \quad (18)$$

Предполагая, что на тело действуют только распределенные поверхностные нагрузки, которые можно свести к сосредоточенным узловым силам, и принимая во внимание соотношения (16)–(18), вариацию потенциальной энергии запишем в форме

$$\left[ K^{ph}(t_n) u_p(t_n) + N^{ph}(t_n) u_p(t_n) - \sum_{m=0}^{n-1} R_m^* S^{ph}(t_m) u_p(t_m) - F^h(t_n) \right] \delta u_h = 0. \quad (19)$$

Поскольку вариация перемещений не равна нулю, нулю должно быть равно выражение в прямоугольных скобках, представляющее собой систему разрешающих линеаризованных уравнений наследственной нелинейной вязкоупругости:

$$K_{(n)} \bar{u}^{(n)} = \sum_{m=0}^{n-1} \bar{Q}_m + \bar{P}_{(n)} - \bar{N}_{(n)}, \quad (20)$$

где  $K_{(n)} = K^{ph}(t_n)$ ;  $\bar{u}^{(n)} = u_p(t_n)$ ;  $\bar{P}_{(n)}$  – вектор распределенных поверхностных нагрузок, действующих на момент времени  $t_n$ ,  $\bar{P}_{(n)} = F^h(t_n)$ ;  $\bar{Q}_m$  – вектор дополнительной нагрузки,  $\bar{Q}_m = R_m^* K^{ph}(t_m) u_p(t_m)$ ;  $\bar{N}_{(n)}$  – вектор нелинейных добавок,  $\bar{N}_{(n)} = N^{ph}(t_n) u_p(t_n)$ .

Решение нелинейной задачи вязкоупругости обычно сводится к решению системы линеаризованных уравнений с помощью шаговых итерационных алгоритмов. При решении нелинейных задач воспользуемся модифицированным методом Ньютона–Канторовича в сочетании с методом интегрирования по параметру нагрузки либо по параметру перемещения с проверкой уравнений равновесия. Такой подход позволяет гарантировать точность и получение именно искомого решения.

Нелинейная задача на  $n$ -й итерации решается путем суммирования перемещений, деформаций и напряжений на всех предыдущих итерациях:

$$u_i^{(n)} = u_i^{(n-1)} + \Delta u_i^{(n)}; \quad (21)$$

$$\varepsilon_{ij}^{(n)} = \varepsilon_{ij}^{(n-1)} + \Delta \varepsilon_{ij}^{(n)}; \quad (22)$$

$$\sigma_{ij}^{(n)} = \sigma_{ij}^{(n-1)} + \Delta \sigma_{ij}^{(n)} \quad (23)$$

и параметров механики разрушения:

$$J_k^{(n)} = J_k^{(n-1)} + \Delta J_k^{(n)} \quad (k = 1, 2); \quad (24)$$

$$G_{III}^{(n)} = G_{III}^{(n-1)} + \Delta G_{III}^{(n)}. \quad (25)$$

Чтобы найти добавки  $\Delta J_k^{(n)}$  и  $\Delta G_{III}^{(n)}$ , полученные на  $n$ -й итерации, рассмотрим определение компонент  $J$ -интеграла и величины интенсивности высвобождения энергии методом эквивалентного объемного интегрирования [6, 7, 9]. Исследуем участок фронта трещины, окруженный призмой объемом  $V$  с отверстием вокруг фронта трещины объемом  $V_e$ . В объеме  $(V - V_e)$  вводится непрерывная безразмерная функция формы –  $s$ -функция (рис. 1). Эта функция отличается от нуля на поверхности  $A_e$ , ограничивающей объем  $V_e$ , и равна нулю на остальных поверхностях, ограничивающих объем  $(V - V_e)$ .

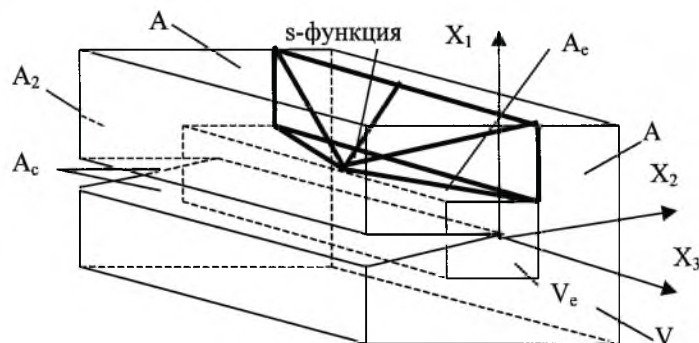


Рис. 1.  $s$ -функция.

В случае отсутствия объемных сил и пластических деформаций выражения для определения компонент  $J$ -интеграла и величины интенсивности высвобождения энергии методом эквивалентного объемного интегрирования имеют вид

$$J_k = -\frac{1}{f} \int_{V-V_e} \left( W \frac{\partial s}{\partial x_k} - \sigma_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \frac{\partial s}{\partial x_j} \right) dV + \frac{1}{f} \delta_{k2} \int_{A_e} W n_2 s dA; \quad (26)$$

$$G_{III} = -\frac{1}{f} \int_{V-V_e} \left( W_{III} \frac{\partial s}{\partial x_1} - \sigma_{3j} \frac{\partial u_3}{\partial x_1} \frac{\partial s}{\partial x_j} \right) dV; \quad (27)$$

$$f = \int_0^{\Delta} s dx_3; \quad W = \int_0^{\varepsilon_{ij}} \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij}; \quad W_{III} = \frac{\delta_{i3}}{1 + \delta_{3j}} \sigma_{ij} \varepsilon_{ij},$$

где  $f$  – площадь  $s$ -функции на поверхности малой трубки;  $\Delta$  – длина участка фронта трещины;  $W$  – плотность энергии деформаций;  $W_{III}$  – плотность энергии продольного сдвига;  $n_j$  – компоненты нормали к элементу контура  $dA$ ;  $\delta_{ij}$  – символы Кронекера.

Вычислим плотность энергии деформаций на  $n$ -й итерации с помощью соотношений (22) и (23):

$$\begin{aligned} W^{(n)} &= \int_0^{\varepsilon_{ij}} (\sigma_{ij}^{(n-1)} + \Delta \sigma_{ij}^{(n)}) d(\varepsilon_{ij}^{(n-1)} + \Delta \varepsilon_{ij}^{(n)}) = \\ &= \int_0^{\varepsilon_{ij}} (\sigma_{ij}^{(n-1)} d\varepsilon_{ij}^{(n-1)} + \Delta \sigma_{ij}^{(n)} d\varepsilon_{ij}^{(n-1)} + \sigma_{ij}^{(n-1)} d\Delta \varepsilon_{ij}^{(n)} + \Delta \sigma_{ij}^{(n)} d\Delta \varepsilon_{ij}^{(n)}). \end{aligned} \quad (28)$$

Интеграл первого слагаемого в выражении (28) равен плотности энергии деформаций на  $(n-1)$ -й итерации, а интеграл суммы второго, третьего и четвертого слагаемых представляет собой добавку к энергии на  $n$ -й итерации. Тогда выражение (28) запишем в виде

$$W^{(n)} = W^{(n-1)} + \Delta W^{(n)}. \quad (29)$$

Аналогично найдем соотношение для энергии продольного сдвига  $W_{III}$ :

$$W_{III}^{(n)} = W_{III}^{(n-1)} + \Delta W_{III}^{(n)}. \quad (30)$$

Подставляя соотношения (21), (23) и (29) в выражение (26), получаем

$$J_k^{(n)} = -\frac{1}{f} \int_{V-V_e} \left( (W^{(n-1)} + \Delta W^{(n)}) \frac{\partial s}{\partial x_k} - \right.$$

$$\begin{aligned}
 & -(\sigma_{ij}^{(n-1)} + \Delta\sigma_{ij}^{(n)}) \frac{\partial(u_i^{(n-1)} + \Delta u_i^{(n)})}{\partial x_k} \frac{\partial s}{\partial x_j} \Big) dV + \\
 & + \frac{1}{f} \delta_{k2} \int_{A_e} (W^{(n-1)} + \Delta W^{(n)}) n_2 s dA.
 \end{aligned} \tag{31}$$

Расписав (31), получим выражения для  $J_k^{(n-1)}$  и  $\Delta J_k^{(n)}$ :

$$\begin{aligned}
 J_k^{(n-1)} = & -\frac{1}{f} \int_{V-V_e} \left( W^{(n-1)} \frac{\partial s}{\partial x_k} - \sigma_{ij}^{(n-1)} \frac{\partial u_i^{(n-1)}}{\partial x_k} \frac{\partial s}{\partial x_j} \right) dV + \\
 & + \frac{1}{f} \delta_{k2} \int_{A_e} W^{(n-1)} n_2 s dA;
 \end{aligned} \tag{32}$$

$$\begin{aligned}
 \Delta J_k^{(n)} = & -\frac{1}{f} \int_{V-V_e} \left( \Delta W^{(n)} \frac{\partial s}{\partial x_k} - \Delta\sigma_{ij}^{(n)} \frac{\partial u_i^{(n-1)}}{\partial x_k} \frac{\partial s}{\partial x_j} - \sigma_{ij}^{(n-1)} \frac{\partial \Delta u_i^{(n)}}{\partial x_k} \frac{\partial s}{\partial x_j} - \right. \\
 & \left. - \Delta\sigma_{ij}^{(n)} \frac{\partial \Delta u_i^{(n)}}{\partial x_k} \frac{\partial s}{\partial x_j} \right) dV + \frac{1}{f} \delta_{k2} \int_{A_e} \Delta W^{(n)} n_2 s dA.
 \end{aligned} \tag{33}$$

Подставив соотношения (21), (23) и (30) в выражение (27), запишем соотношения для  $G_{III}^{(n-1)}$  и  $\Delta G_{III}^{(n)}$ :

$$G_{III}^{(n-1)} = -\frac{1}{f} \int_{V-V_e} \left( W_{III}^{(n-1)} \frac{\partial s}{\partial x_1} - \sigma_{3j}^{(n-1)} \frac{\partial u_3^{(n-1)}}{\partial x_1} \frac{\partial s}{\partial x_j} \right) dV; \tag{34}$$

$$\begin{aligned}
 \Delta G_{III}^{(n)} = & -\frac{1}{f} \int_{V-V_e} \left( \Delta W_{III}^{(n)} \frac{\partial s}{\partial x_1} - \Delta\sigma_{3j}^{(n)} \frac{\partial u_3^{(n-1)}}{\partial x_1} \frac{\partial s}{\partial x_j} - \right. \\
 & \left. - \sigma_{3j}^{(n-1)} \frac{\partial \Delta u_3^{(n)}}{\partial x_1} \frac{\partial s}{\partial x_j} - \Delta\sigma_{3j}^{(n)} \frac{\partial \Delta u_3^{(n)}}{\partial x_1} \frac{\partial s}{\partial x_j} \right) dV.
 \end{aligned} \tag{35}$$

Связь между коэффициентами интенсивности напряжений и  $J$ -интегралом определяется соотношениями

$$K_{I,II} = \frac{1}{2} \sqrt{H} (\sqrt{J_1 - J_2 - G_{III}} \pm \sqrt{J_1 + J_2 - G_{III}}); \tag{36}$$



$$K_{III} = \sqrt{2\mu G_{III}}, \quad (37)$$

где  $G_{III}$  – величина интенсивности высвобождения энергии продольного сдвига;  $J_1, J_2$  – компоненты  $J$ -интеграла;  $H$  – эффективный модуль упругости, равный модулю упругости  $E$  для плоского напряженного состояния и  $E/(1-\nu^2)$  – для плоской деформации.

При исследовании процессов разрушения эластомерных конструкций с трещинами необходимо учитывать такую особенность материала, как слабая сжимаемость. Традиционный метод конечных элементов при расчете конструкций из слабосжимаемых материалов дает большие погрешности, поэтому воспользуемся моментной схемой конечного элемента [10]. Учет слабой сжимаемости осуществляется путем введения тройной аппроксимации функций полей перемещений, компонентов деформаций и функции изменения объема.

Предложенная методика реализована на РС IBM вычислительного комплекса “МИРЕЛА” [11]. С помощью данного комплекса решен ряд задач механики разрушения.

*Задача 1.* Определение параметров механики разрушения резиновой ленты-струны просеивающей поверхности грохота (рис. 2). Резонирующее ленточно-струнное сито представляет собой набор лент-струн, установленных с относительным натяжением (порядка 20%) в специальных опорах подситника грохота.

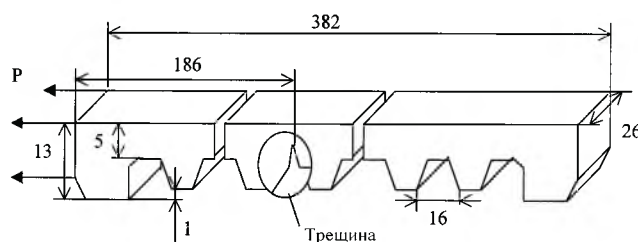


Рис. 2. Лента-струна с трещиной.

В процессе эксплуатации под действием температурных и силовых нагрузок в эластомерных элементах сит образуются трещины. При наличии трещины эластомерные элементы сит продолжают выполнять возложенные на них функции. Согласно анализу напряженно-деформированного состояния, трещина размером 1,7 мм моделировалась в месте действия наибольших растягивающих напряжений. Из условий работы эластомерных элементов сит сначала моделируем монтажное растяжение ленты-струны на 20% в режиме релаксации напряжений, а затем прикладываем эксплуатационную поверхностную нагрузку.

Размеры ленты-струны показаны на рис. 2. Марка резины – 2959. В качестве ядра релаксации используем ядро Работнова. Реологические параметры ядра Работнова для данной марки резины:  $\alpha = -0,6$ ;  $\beta = 1,062$ ;  $\gamma = 0,64$ . Модуль сдвига  $G_0 = 1,76$  МПа,  $\nu = 0,49$ . Параметры механики разрушения (рис. 3) получены в квазистатической постановке при максимальном прогибе ленты-струны 2,6 мм.

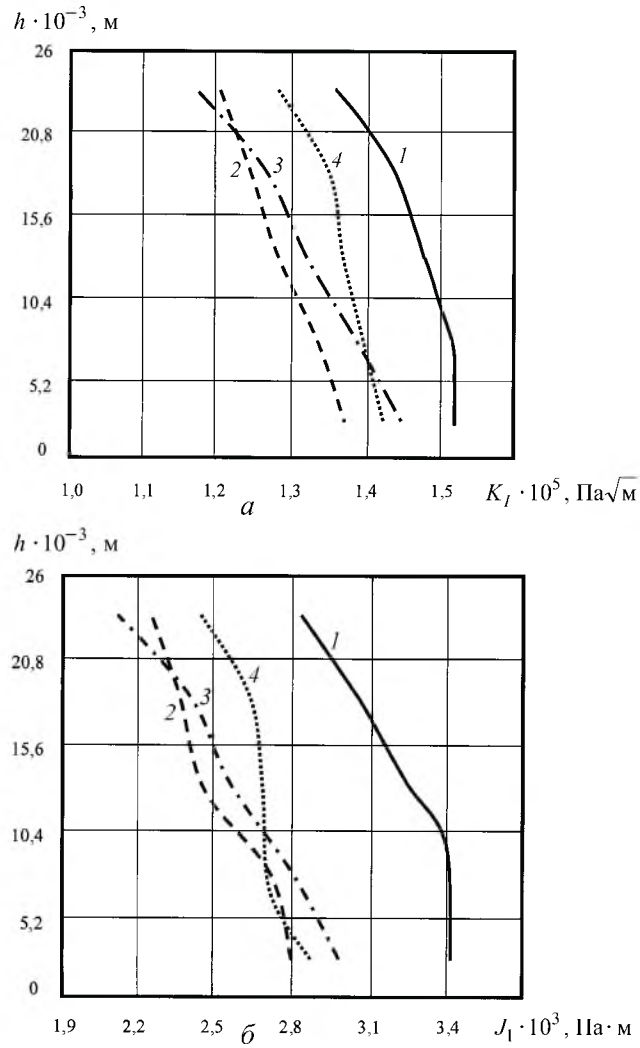


Рис. 3. Распределение коэффициента интенсивности напряжений ( $a$ ) и величины  $J$ -интеграла ( $\bar{J}$ ) по высоте ленты-струны: 1 – упругое линейное решение; 2 – вязкоупругое линейное решение; 3 – упругое нелинейное решение; 4 – вязкоупругое нелинейное решение.

**Задача 2.** Полый цилиндр с продольной полуэллиптической трещиной на внешней поверхности, находящийся под внутренним давлением (рис. 4).

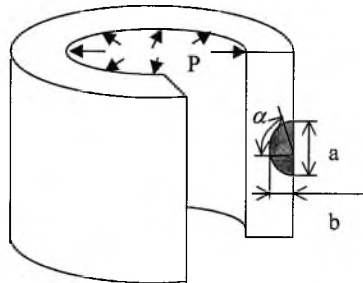


Рис. 4. Полый цилиндр с полуэллиптической трещиной.

Размеры цилиндра: внутренний радиус – 0,05 м; наружный радиус – 0,1 м; высота – 0,6 м. Размеры трещины:  $a = 0,1$  м;  $b = 0,025$  м. Реологические параметры ядра Ржаницина:  $\alpha = 0,3$ ;  $\beta = 0,05$ ;  $\gamma = 0,0765$ . Модуль упругости  $E = 2,1$  МПа;  $\nu = 0,4999$ . Внутреннее давление  $p = 0,2$  МПа.

Параметры механики разрушения представлены на рис. 5.

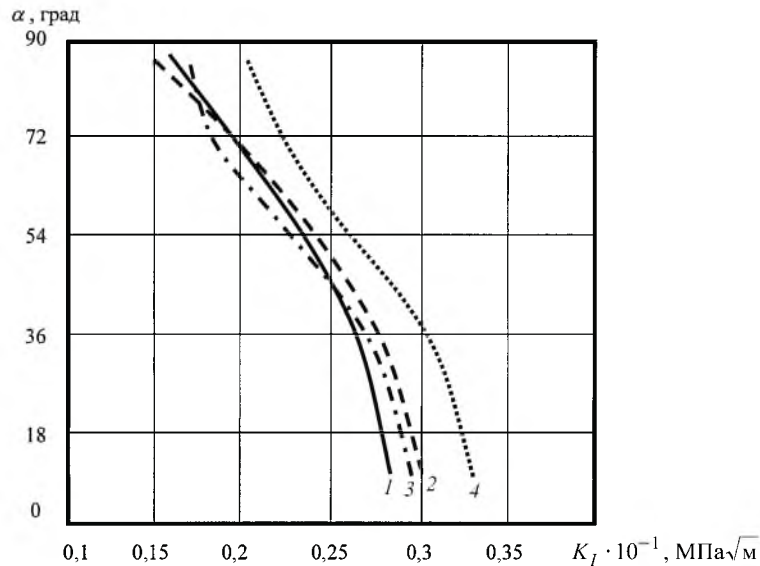


Рис. 5. Распределение коэффициента интенсивности напряжений вдоль фронта трещины: 1 – упругое линейное решение; 2 – вязкоупругое линейное решение; 3 – упругое нелинейное решение; 4 – вязкоупругое нелинейное решение.

## Выводы

1. Учет вязкоупругих свойств материала приводит к уменьшению параметров механики разрушения на 10...15% по сравнению с упругим решением при расчете в режиме релаксации напряжений и увеличению на 5...10% – при расчете в режиме ползучести.

2. При решении задачи в нелинейной вязкоупругой постановке в режиме релаксации напряжений параметры механики разрушения уменьшаются на 10...20% по сравнению с линейным вязкоупругим решением, а при решении в режиме ползучести – увеличиваются на 5...10%.

## Резюме

Запропоновано методику визначення параметрів механіки руйнування, засновану на енергетичному методі  $J$ -інтеграла при розв'язанні нелінійних задач в'язкопружності. На основі методу скінченних елементів визначено коефіцієнти інтенсивності напружень і величину  $J$ -інтеграла для еластомерних конструкцій з тріщинами в режимі релаксації напружень і повзучості.

1. Потураев В. Н., Дырда В. И., Круш И. И. Прикладная механика резины. – Киев: Наук. думка, 1980. – 260 с.

2. *Дырда В. И.* Прочность и разрушение эластомерных конструкций в экстремальных условиях. – Киев: Наук. думка, 1988. – 232 с.
3. *Каминский А. А., Гаврилов Д. А.* Механика разрушения полимеров. – Киев: Наук. думка, 1988. – 221 с.
4. *Бойл Дж., Спенс Дж.* Анализ напряжений в конструкциях при ползучести. – М.: Мир, 1986. – 360 с.
5. *Дружинин В. А.* Скорость освобождения энергии и кинетическое уравнение роста трещины в резине // Вопр. динамики и прочности. – 1987. – № 48. – С. 104 – 111.
6. *Киричевский В. В., Козуб Ю. Г.* К расчету коэффициента интенсивности напряжений для трещин в эластомерах // Пробл. прочности. – 1999. – № 4. – С. 81 – 85.
7. *Киричевский В. В., Дохняк Б. М., Козуб Ю. Г.* Метод конечных элементов в механике разрушения эластомеров. – Киев: Наук. думка, 1998. – 200 с.
8. *Гребенюк С. Н., Дохняк Б. М., Киричевский Р. В., Киричевский В. В.* Термомеханические параметры разрушения вязкоупругих элементов сит грохотов // Вісн. Східноукр. держ. ун.-ту. – 1999. – № 6. – С. 64 – 69.
9. *Вычислительные методы в механике разрушения / Под. ред. С. Атлури.* – М.: Мир, 1990. – 392 с.
10. *Киричевский В. В., Сахаров А. С.* Нелинейные задачи термомеханики конструкций из слабосжимаемых эластомеров. – Киев: Будівельник, 1992. – 216 с.
11. *Киричевский В. В., Дохняк Б. М., Козуб Ю. Г. и др.* Система “МІРЕЛА” для исследования прочности, долговечности и разрушения конструкций из эластомерных и композитных материалов в условиях нелинейного деформирования на основе метода конечных элементов // Тр. Междунар. конф. “Прогрессивная техника и технология машиностроения и сварочного производства.” – Киев: Киев. политехи. ин-т, 1998. – С. 136 – 139.

Поступила 30. 12. 99